Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL-MG
Disciplina: Matemática Discreta — Período: 2025/1
Professor: Anderson José de Oliveira

Lista de Exercícios 4 - Revisão P1

1. Nas sentenças a seguir, diga quais são proposições e quais não são, justificando suas respostas.

(a) Em 22 de abril de 1500, descobriu-se o Brasil.

(b) São Paulo é um estado da Colômbia.

(c) Você tem medo de viajar de avião?

(d) Eu sou brasileiro, se e somente se, eu falo português.

(e) Corra!

2. Seja p : "π é um número irracional"e a proposição q : "2 não é um número primo". Escreva, na linguagem corrente, as proposições compostas dadas por:

(a) $p \wedge (\sim q)$.

(b) $(p \vee q) \to (\sim q \wedge p)$.

(c) $\sim q \to p$.

3. Seja f uma função definida sobre o conjunto dos números reais. Dizemos que o limite de $f(x)$ quando x tende a b é L se:

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)(\forall x \in \mathbb{R})(0 < |x - b| < \delta \to |f(x) - L| < \varepsilon)$$

Negue a definição de limite de uma função de uma variável real.

4. Escreva a forma contrapositiva da afirmação:

$$\forall \text{ inteiros } a, b \text{ e } c, \text{ se } a - b \text{ é par e } b - c \text{ é par, então } a - c \text{ é par.}$$

5. O sinal $\downarrow$ é denominado negação conjunta, $p \downarrow q$ é verdadeira quando nem p e nem q o são.

(a) Construa a sua tabela-verdade.

(b) Mostre a seguinte equivalência, via tabela-verdade:

$$p \downarrow q \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

6. Demonstre a seguinte lei, chamada "Lei de Exportação", por meio de propriedades do cálculo proposicional e também pela definição usando tabelas-verdade:

$$p \to (q \to r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \to r$$

7. Construa a tabela-verdade de cada uma das proposições:

(a) $(p \vee (\sim p \vee q)) \wedge \sim (q \wedge \sim r)$

(b) $[p \vee (q \to r)] \to p$

(c) $(\sim p \leftrightarrow \sim q) \to (p \to \sim r)$

(d) $p \to p$

8. Sejam H : m e n são quadrados perfeitos e T : $m \cdot n$ é um quadrado perfeito. Construa os teoremas na forma: Direta, Recíproca, Contrária e Contrapositiva.

9. Nos itens a seguir, prove o que se pede e diga qual técnica de demonstração foi utilizada.

(a) Prove que se m e n são inteiros pares, então $m + n$ é par.

(b) Prove que se x e y são inteiros ímpares, então $x \cdot y$ é ímpar.

(c) Prove que se $d = \sqrt{2}$, então d é um número irracional.

10. Se os conjuntos A e B não possuem elementos em comum, dizemos que A e B são disjuntos. Mostre que, se dois em três conjuntos A, B e C são disjuntos, então $A \cap B \cap C = \emptyset$.

11. Verifique se as proposições a seguir são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta:

(a) $(\forall A)(\emptyset \in A)$

(b) $\emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

(c) $(\forall A)(\emptyset \subset A)$

(d) $\emptyset \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

(e) $\emptyset = \{0\}$

(f) $2 \in \{\{2\}, \{3, 4\}\}$

12. Mostre que:

(a) $A \cap B = B \cap A$

(b) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

(c) $(A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$

(d) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

Sugestão: Façam uma revisão geral da teoria estudada até o momento, desde os conceitos fundamentais relacionados à lógica proposicional, passando pelas técnicas de demonstração de teoremas, até as principais definições e propriedades da teoria de conjuntos.

Bom trabalho! Entregar até dia 03/04/2025, antes da aplicação da prova 1.