

Praktikum Atome, Moleküle, kondensierte Materie

Versuch 402: Quantelung von Energie

Carlos Pascua*¹ and Michael Vogt^{†1}

¹Uni Bonn

17. November 2024

Inhaltsverzeichnis

1	Teil I: Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantum	1
2	Balmer-Serie	1
2.1	Versuchsaufbau	1
2.2	Bestimmung der Gitterkonstanten	2
2.3	Messung der Isotopieaufspaltung	3
2.3.1	Messung mit Okular	4
3	Fazit	6

*s87cpasc@uni-bonn.de

†s65mvogt@uni-bonn.de

Einleitung

1 Teil I: Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantum

2 Balmer-Serie

Es soll anhand einer Balmer-Lampe die Balmer-Serie von Spektrallinien des Wasserstoffs beobachtet und aus den Ergebnissen die Rydberg-Konstante sowie das Plank'sche Wirkungsquantum bestimmt werden. Außerdem wird die Isotopieaufspaltung zwischen Wasserstoff und Deuterium quantifiziert.

Als Balmer-Serie bezeichnet man eine bestimmte Reihe von Spektrallinien des Wasserstoffatoms, die besonders gut mit dem bloßen Auge zu sehen sind und 1885 von Johann Jakob Balmer untersucht wurden [2, S. 99]. Das Vorhandensein diskreter Linien ist ein bedeutendes Beispiel der Quantelung von Energie. Balmer fand empirisch eine Gleichung für die inverse Wellenlänge, welche einem Spezialfall der Rydberg-Formel

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad [2] \quad (1)$$

mit R der *Rydberg-Konstante* und $n = 2$ entspricht.

Dieser Zusammenhang konnte schließlich mit dem Bohrschen Atommodell erklärt werden, demzufolge Elektronen auf diskreten Bahnen um den Atomkern kreisen und Licht einer bestimmten Wellenlänge aussenden, wenn sie von einer höheren auf eine tiefere Bahn übergehen. Die Balmer-Serie entspricht in diesem Modell den Übergängen der Elektronen von der m -ten ($m > 2$) Schale auf die zweite Schale.

Heute kann das Verhalten stattdessen mithilfe der Quantenmechanik beschrieben werden, welche ebenfalls diskrete Energieniveaus der Elektronen vorhersagt. Die Rydberg-Konstante kann theoretisch berechnet werden und es gilt

$$R = \frac{\mu e^4}{8c\epsilon_0 h^3} \quad [2, S.101] \quad (2)$$

mit μ der reduzierten Masse von Elektron und Kern $\mu = \frac{m_e m_K}{m_e + m_K}$. Der Wert von R hängt also von der Masse des Kerns ab. Für verschiedene Isotope des Wasserstoffs sind Linien mit leicht unterschiedlichen Wellenlängen zu erwarten, was als *Isotopieaufspaltung* bezeichnet wird.

2.1 Versuchsaufbau

Der verwendete Aufbau ist in Abb. 1 gezeigt. Die Linien sollen hier anhand einer Balmer-Lampe (a) beobachtet werden, welche herkömmliches sowie deuteriertes Wasser enthält. Der Wasserdampf wird in der Lampe durch eine hohe Spannung zum Leuchten angeregt. Das Licht geht durch eine Linse (b), einen Spalt (c) und eine weitere Linse (d), welche als Projektionsobjektiv zur Kollimation dient, auf ein drehbar gelagertes Reflexionsgitter (e), welches hier als Interferometer dient. Das Muster kann an einer weiteren drehbaren Schiene beobachtet werden, wo das Licht von einer weiteren Linse (f) auf das Okular (g) abgebildet wird.

Am Drehgelenk unter dem Gitter gibt es eine Winkelskala. Das Gitter wird zunächst auf 0° gedreht und das Projektionsobjektiv in seinem Brennweitenabstand (150 mm, [1]) hinter dem Spalt aufgestellt. Bei angeschalteter Lampe ist nun ein Bild des Spalts leicht neben dem Spalt zu sehen. Damit das Gitter genau justiert ist, wird es in seiner Aufhängung so gedreht, dass das Bild des Spalts im Spalt selbst liegt.

Das Gitter wird gedreht, bis am Okular eine Linie sichtbar wird. Diese kann durch Verschieben der Linse vor dem Okular scharf gestellt werden. Die relevanten Winkel sind in Abb. 2 gezeigt. Wir haben für alle Messungen $\omega_B = 140^\circ$ verwendet. Der Winkel des Gitters ω_G wird verändert, um unterschiedliche Linien zu betrachten. Für die Winkel α und β , welche direkte Relevanz für die Gittergleichung haben, ergeben sich dann durch

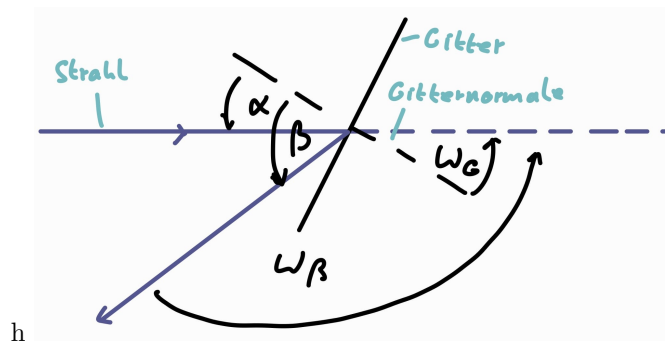
$$\begin{aligned} \alpha &= \omega_G \\ \beta &= 180^\circ + \omega_G - \omega_B \end{aligned} \quad (3)$$

Die Gittergleichung für konstruktive Interferenz lautet

$$k\lambda = g(\sin(\alpha) + \sin(\beta)) \quad [3] \quad (4)$$



Abbildung 1: Aufbau zur Durchmessung der Balmer-Serie [1]



h

Abbildung 2: Winkel bei der Messung der Balmer-Serie.

wobei hier immer die erste Ordnung mit $k = 1$ beobachtet wird. g ist die sogenannte Gitterkonstante, die experimentell anhand des bekannten Spektrums von Quecksilber bestimmt werden soll.

Das Okular hat außerdem eine Strichskala, welche dazu dient, kleine Winkelunterschiede zu messen und hier für die Bestimmung der Isotopieaufspaltung verwendet werden kann. Der Winkelunterschied zwischen zwei Linien bei d_1 und d_2 auf der Skala ergibt sich aus dem Abstand zur Abbildungslinse:

$$\delta\beta = \tan^{-1} \left(\frac{\delta d}{f} \right) \tan^{-1} \left(\frac{|d_2 - d_1|}{f} \right) = \left| \frac{d_2 - d_1}{f} \right| \quad (5)$$

wobei im dritten Schritt die Kleinwinkelnäherung verwendet wurde und $f = 300 \text{ mm}$ die Brennweite der Linse ist [1].

2.2 Bestimmung der Gitterkonstanten

Zunächst soll die Gitterkonstante g des verwendeten Gitters bestimmt werden. Hierzu sollen die Winkel verschiedener Hg-Linien gemessen und mit den bekannten Linien verglichen werden (Tab. 1). Zunächst wird also die Balmer-Lampe durch eine Hg-Spektrallampe ersetzt.

Farbe	$\lambda_{\text{Hg}} / \text{nm}$	rel. Int.
violett	404,656	1800
	407,783	150
	410,805	40
	433,922	250
	434,749	400
blau	435,833	4000
türkis	491,607	80
grün	546,074	1100
gelb	576,960	240
	579,066	280
rot	623,440	30
	671,643	160
	690,752	250

Tabelle 1: Wellenlängen, Farben und Intensitäten des Hg-Spektrums. [1]

Tabelle 2: Beobachtete Daten und deren Auswertung für die Linien der Hg-Spektrallampe. Der Fehler der Winkel wird auf 0.6° geschätzt.

Die Winkel der beobachteten Linien zusammen mit der Farbe und der beobachteten Intensität (grobe Skala von 1 bis 5) sind in Tab. 2 gezeigt. Die Wellenlänge wurde anhand dieser Daten und Tab. 1 zugeordnet.

α und β wurden anhand von (3) berechnet und aus der Gittergleichung (4) folgt

$$g = \frac{\lambda}{\sin(\alpha) + \sin(\beta)}$$

Der Fehler von g wurde mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung berechnet.

Für die roten Linien erhalten wir stark von den anderen Messungen abweichende Gitterkonstanten. Womöglich haben wir hier die Wellenlängen falsch zugeordnet und sie werden für die weitere Auswertung nicht verwendet. Um aus den restlichen Messungen einen einzelnen Wert der Gitterkonstante zu erhalten, passen wir eine Gerade an die Gittergleichung an (Abb. 3). Wir erhalten die Gleichung

$$\lambda = \dots + \frac{\dots}{\sin(\alpha) + \sin(\beta)} \text{ (fill in)}$$

und damit

$$g = \dots \text{ (fill in)}$$

Im Datenblatt [3] ist angegeben, dass das Gitter 2400 mm^{-1} Linien hat, was $g = 416.67 \text{ nm}$ entspricht. Die Abweichung von unserem Wert lässt sich dadurch erklären, dass das Gitter holographisch hergestellt wurde und die Abstände bei solchen Verfahren nicht sehr genau sind [1] (stimmt das?), was einer der Gründe ist, warum wir die Gitterkonstante hier selbst experimentell bestimmt haben.

2.3 Messung der Isotopieaufspaltung

Auf zwei verschiedene Arten soll die Isotopieaufspaltung gemessen werden. Zunächst wird das Okular verwendet und anhand der Position entlang der Strichskala die Aufspaltung zweier Linien bestimmt. Anschließend wird das Okular durch eine CCD-Kamera ersetzt, deren Daten am Computer exportiert werden können.

Da die Aufspaltung der Wellenlänge $\delta\lambda$ zweier Linien nur klein ist, kann ihre Abhängigkeit von der Winkelauflösung $\delta\beta$ linear genähert werden:

$$\delta\lambda = \delta\beta \cdot \frac{\partial\lambda}{\partial\beta} = g \cos(\beta) \delta\beta \quad (6)$$

Die erwarteten Wellenlängen und Aufspaltungen der Linien sind in Tab. ??

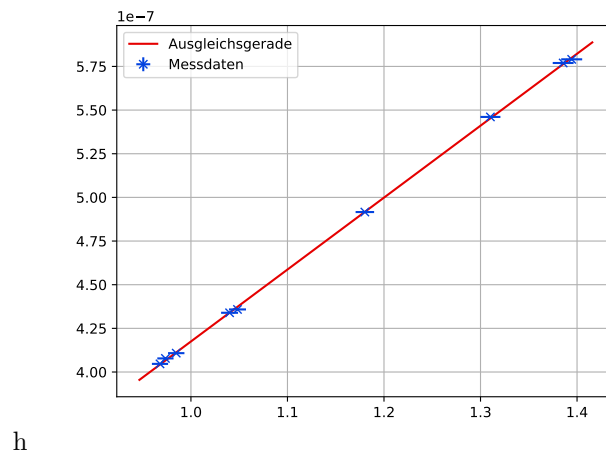


Abbildung 3: Linearer Fit zur Bestimmung der Gitterkonstante.

Bezeichnung	m	λ/nm (bei Wasserstoff)	$\delta\lambda/\text{nm}$
H_α			

2.3.1 Messung mit Okular

Die beobachteten Linien und ihre Positionen entlang der Strichskala des Okulars sind in Tab. ?? gezeigt. Die Mitte der Strichskala liegt bei $d = 5 \text{ mm}$.

$\omega_G/^\circ$	d/mm	m
13.8	5	5
13.8	5.1	5
13.9	5	0
13.9	5.1	0
18.2	5	4
18.2	5.2	4
37	5	3
37	5.7	3

Tabelle 3: Messung der Balmer-Linien mit einem Okular, mit zugeordneter Quantenzahl m . $m = 0$ bedeutet, dass wir diese Linie nicht zum Balmer-Spektrum zuordnen konnten. Jede Linie ist zweimal aufgeführt, für die zwei aufgespaltenen sichtbaren Peaks, die sich in ihrer Position entlang der Strichskala d unterscheiden. $\Delta\omega_G = 0.6^\circ$, $\Delta d = 0.1 \text{ mm}$

Für jede der Linien wird der Abstand δd der Peaks berechnet und daraus der Winkelabstand $\delta\beta$ mithilfe von (5). Die Aufspaltung $\delta\lambda$ der Wellenlängen folgt dann aus (6). Die resultierenden Werte sind in Tab. 4 gezeigt.

Tabelle 4: mit dem Okular gemessene Isotopieaufspaltung der Balmer-Linien

3 Fazit

Literatur

- [1] *Physikalisches Praktikum Teil IV – Versuchsbeschreibungen*, Universität Bonn, 10.10.2024
- [2] *Experimentalphysik 3 – Atome, Moleküle, Festkörper*, 5. Auflage, Wolfgang Demtröder, 2016
- [3] *Balmer-Serie des Wasserstoff*, Leybold Didactic, Abruf 17.11.2024