

Praktikum Atome, Moleküle, kondensierte Materie

Versuch 401: Elektronische Übergänge in Atomen

Carlos Pascua^{*1} and Michael Vogt^{†1}

¹Uni Bonn

18. November 2024

Inhaltsverzeichnis

1	Zeeman-Effekt	1
1.1	Aufbau	1
1.2	Beobachtung des Zeeman-Effekts	2
1.2.1	transversale Konfiguration	2
1.2.2	longitudinale Konfiguration	3
1.3	Auflösungsvermögen und Finesse	4
1.4	Dopplerverbreiterung	5
1.5	Messung des Zeeman-Effekts	5
1.5.1	Magnetfeldkalibrierung	5
1.5.2	Messungen mit CCD-Kamera	6
2	Franck-Hertz-Versuch	8
2.1	Aufbau	8
2.2	Durchführung und Auswertung	8
2.3	Einfluss der Temperatur T	10
3	Fazit	11
4	Anhang	12

^{*}s87cpasc@uni-bonn.de

[†]s65mvogt@uni-bonn.de

Einleitung

In diesem Versuch wird die Energieaufspaltung von Energie-Niveaus in Cadmium durch den Zeeman-Effekt untersucht. Daraus wird das Bohrsche Magneton bestimmt sowie Eigenschaften des verwendeten Fabry-Perot-Etalons errechnet.

Anschließend wird das Franck-Hertz-Experiment durchgeführt, um die Energiedifferenz zwischen dem 6S- und 6P-Zustand von Quecksilber zu bestimmen.

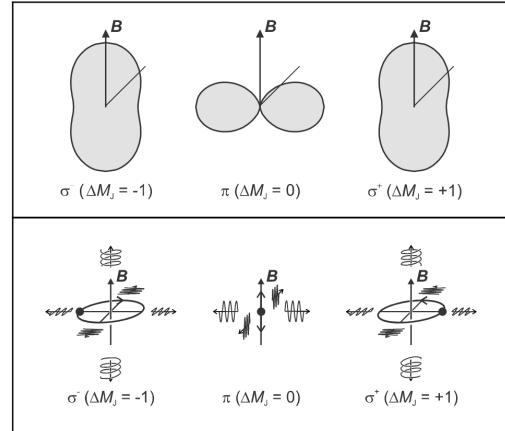


Abbildung 1: Polarisationsverteilung und Abstrahlungscharakteristik elektrischer Dipolübergänge [1] [2]. Die kreisende bzw. schwingende Kugel in der unteren Hälfte ist ein klassisches Analogon für das Verhalten des Elektrons. Dadurch lassen sich die Polarisierungen der Strahlung in verschiedenen Richtungen (in der Unteren Hälfte gezeigt) sowie die allgemeine Strahlungscharakteristik (in der oberen Hälfte) erklären.

1 Zeeman-Effekt

Im ersten Versuchsteil wird anhand einer Cadmiumlampe in einem Magnetfeld der Zeeman-Effekt untersucht und anhand der Ergebnisse das Bohrsche Magneton μ_B bestimmt.

Der Zeeman-Effekt ist die Aufspaltung von Energieniveaus der Elektronen in Atomen in Abhängigkeit der Magnetquantenzahl m_J , die auftritt, wenn ein äußeres Magnetfeld B anliegt. Die Energie ändert sich wie folgt:

$$E = E_C + \mu_B B \cdot m_J$$

Dabei ist E_C das Energieniveau, das nur von der Coulomb-Wechselwirkung abhängt und keine m_J -Abhängigkeit hat. Für die Energiedifferenz zwischen zwei Übergängen 1 und 2 mit unterschiedlichen Magnetquantenzahlen $\Delta m_J = m_J^2 - m_J^1$ gilt dann

$$E_2 - E_1 = \Delta E_C + \mu_B B \cdot \Delta m_J$$

Das abgestrahlte Licht solcher Übergänge hat also eine Energieverschiebung in Abhängigkeit von Δm_J und B . Die Energieverschiebung eines Übergangs mit angelegtem Magnetfeld im Vergleich zu keinem Magnetfeld bezeichnen wir im Folgenden mit ΔE :

$$\Delta E = E_2 - E_1 - \Delta E_C = \mu_B B \cdot \Delta m_J \quad (1)$$

Je nach dem Wert von Δm_J werden Übergänge unterschiedlich bezeichnet: $\Delta m_J = 0$ ist ein π -Übergang und $\Delta m_J = \pm 1$ sind σ^\pm . Diese haben unterschiedliche Polarisierungen und Abstrahlungscharakteristiken, die in Abb. 3 gezeigt sind.

Hier ist zu sehen, dass ein π -Übergang bei longitudinaler Betrachtung (Blickrichtung parallel zum B-Feld) nicht zu sehen ist und das Licht der σ -Übergänge hier in entgegengesetzten Richtungen zirkular polarisiert ist. Bei transversaler Betrachtung (senkrecht zum Magnetfeld) sind alle Übergänge zu sehen und sind linear polarisiert. Die σ -Übergänge erzeugen gleiche Polarisationsrichtung, die senkrecht zu der des π -Übergangs steht.

1.1 Aufbau

Der verwendete Aufbau ist in Abb. 2 zu sehen.

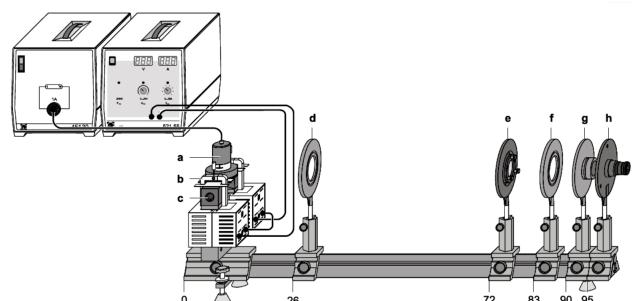


Abbildung 2: Versuchsaufbau Zeeman-Effekt [2]

Eine Cadmiumlampe (a) ist zwischen den Polschuhen (c) zweier Elektromagneten aufgehängt und wird von einer zugehörigen Stromquelle (oben links) versorgt. Im Bild ist die transversale Konfiguration ge-

zeigt, die Magneten mitsamt der Lampe können jedoch gedreht werden, um auch longitudinal beobachten zu können. Die Magneten werden von einer Hochstromquelle (oben links, rechte Stromquelle) versorgt. Die Cadmiumlampe beleuchtet eine Kondensorlinse (d). Dadurch, dass die Lampe ausgedehnt ist und in der Brennebene der Linse steht, gibt es hinter der Linse parallele Lichtbündel mit verschiedenen Winkeln zur optischen Achse.

Diese gehen durch ein Fabry-Perot-Etalon (e), wo der Gangunterschied zwischen parallelen Strahlen von ihrem Einfallswinkel abhängt. Je nach Winkel eines Lichtbündels findet also entweder konstruktive oder destruktive Interferenz statt. Dadurch entsteht ein Interferenzmuster von konzentrischen Ringen, welche schließlich durch die Abbildungslinse (f) und das Okular (h) zur Beobachtung mit dem Auge abgebildet werden. Die Interferenzbedingung des Interferometers lautet

$$k\lambda = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} \quad [2]$$

Der Phasenunterschied hängt nicht nur vom Winkel, sondern auch von der Wellenlänge ab. Betrachtet man leicht unterschiedliche Wellenlängen, wie hier durch die Zeeman-Aufspaltung, ist also eine Aufspaltung der Ringe zu beobachten.

Um den zu beobachtenden Übergang ${}^1D_2 \rightarrow {}^1P_1$ herauszufiltern, wird zwischen Abbildungslinse und Okular ein Farbfilter der Wellenlänge $\lambda = 643.8 \text{ nm}$ [1] (g) eingesetzt.

Zur Justage des Aufbaus wird am Okular die Strichskala scharfgestellt und die Abbildungslinse verschoben, bis das Interferenzmuster der Lampe durch das Etalon scharf zu sehen ist. Das Etalon wird so gedreht, dass das Zentrum des Musters am Nullpunkt der Strichskala ist und die Kondensorlinse verschoben, um eine gleichmäßige Ausleuchtung zu erhalten.

1.2 Beobachtung des Zeeman-Effekts

1.2.1 transversale Konfiguration

Zunächst wird in transversaler Konfiguration ohne eingesetzten Polarisationsfilter beobachtet, d.h. die optische Achse steht senkrecht zum Magnetfeld, wie in Abb. 2 gezeigt. Nach Abb. 3 sollte hier sowohl Strahlung vom π -Übergang, als auch den σ^\pm -Übergängen, zu sehen sein. Hierbei ist die Strahlung der beiden verschiedenen σ -Übergänge gleich polarisiert; die Polarisation vom π -Übergang steht senkrecht dazu.

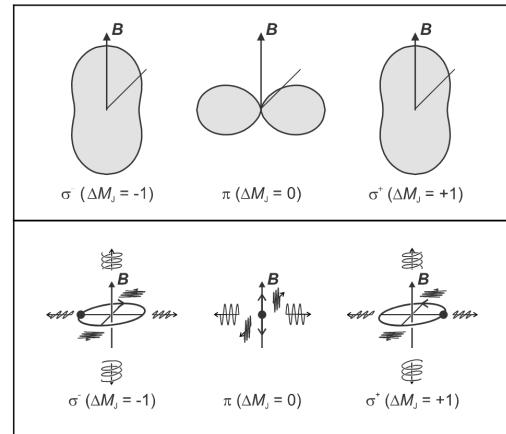


Abbildung 3: Polarisationsverteilung und Abstrahlungscharakteristik elektrischer Dipolübergänge [1] [2].

Das am Okular entstehende Bild ist in Abb. 4 gezeigt.

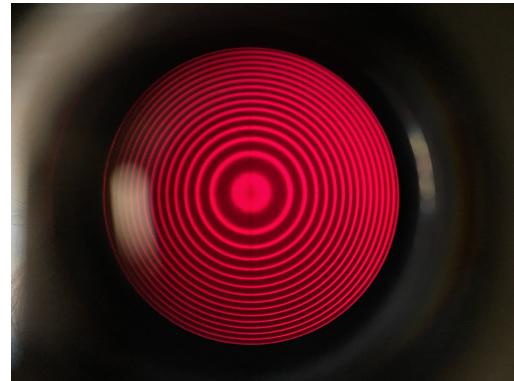


Abbildung 4: Interferenzmuster bei transversaler Beobachtung ohne Magnetfeld, ohne Polarisationsfilter.

Es sind die verschiedenen Interferenzringe zu erkennen, die hier alle von der gleichen Wellenlänge stammen.

Nun wird das Magnetfeld eingeschaltet und erhöht, bis man eine Aufspaltung der einzelnen Ringe sieht, siehe Abb. 5

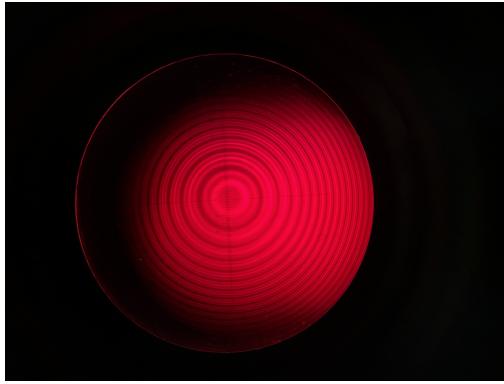


Abbildung 5: Interferenzmuster bei transversaler Beobachtung mit Magnetfeld, ohne Polarisationsfilter.

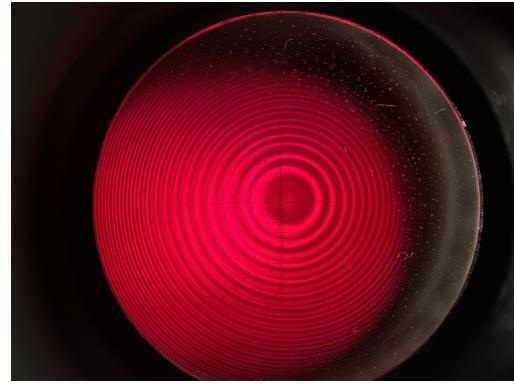


Abbildung 7: Interferenzmuster bei transversaler Beobachtung mit Magnetfeld, mit Polarisationsfilter auf 0° .

Die Aufspaltung der Ringe lässt sich durch den Zeeman-Effekt erklären. Der π -Übergang mit $\Delta m_J = 0$ ist nach (1) unbeeinflusst, während die σ -Übergänge eine Änderung ihrer Energie proportional zu B erfahren. Was zuvor ein Ring war, spaltet sich daher in drei Ringe leicht unterschiedlicher Wellenlängen auf.

Die verschiedenen Komponenten können durch Einsatz eines Polarisationsfilters zwischen Kondensorlinse und Etalon herausgefiltert werden (Abb. 6, 7).



Abbildung 6: Interferenzmuster bei transversaler Beobachtung mit Magnetfeld, mit Polarisationsfilter auf 90° .

Wenn der Filter auf 90° steht, sind wieder nur einzelne Ringe zu sehen, die dem π -Übergang entsprechen, welcher Licht mit Polarisation parallel zum Magnetfeld produziert. Steht der Filter auf 0° , gibt es jeweils zwei Ringe, die σ^+ bzw. σ^- entsprechen.

1.2.2 longitudinale Konfiguration

Die Magneten mitsamt der Cadmiumlampe werden um 90° gedreht, um die Beobachtungen in longitudinaler Konfiguration (Magnetfeld parallel zur optischen Achse bzw. der Beobachtungsrichtung) zu wiederholen.

Ohne Magnetfeld ergibt sich das Muster in Abb. 8, was mit der entsprechenden Beobachtung bei transversaler Konfiguration übereinstimmt. Da kein Magnetfeld anliegt, können π und σ^\pm -Übergänge nicht unterschieden werden; alle Betrachtungsrichtungen lassen das gleiche Muster erkennen.



Abbildung 8: Interferenzmuster bei longitudinaler Beobachtung ohne Magnetfeld, ohne Polarisationsfilter.

Wird das Magnetfeld angeschaltet (Abb. 9), ist eine Aufspaltung eines Rings in jeweils zwei Rin-

ge zu beobachten. Diese entsprechen den beiden σ -Übergängen, während der π -Übergang aufgrund seiner Abstrahlungscharakteristik in longitudinaler Konfiguration nicht zu sehen ist.



Abbildung 9: Interferenzmuster bei longitudinaler Beobachtung mit Magnetfeld, ohne Polarisationsfilter.

Als nächstes wird zusätzlich eine $\lambda/4$ -Platte in 0° -Stellung in den Strahlengang vor dem Polarisationsfilter eingesetzt.

Mit dem Polarisationsfilter auf -45° ist in jeder Beugungsordnung statt zwei Ringen nur noch ein Ring stark zu sehen (Abb. 10)



Abbildung 10: Interferenzmuster bei longitudinaler Beobachtung mit Magnetfeld, mit Polarisationsfilter.

Mit dem Polarisationsfilter in 45° -Stellung ist nur der jeweils andere Ring stark zu sehen (Abb. 11).

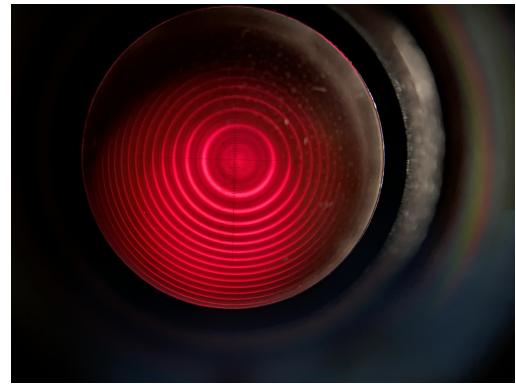


Abbildung 11: Interferenzmuster bei longitudinaler Beobachtung mit Magnetfeld, mit Polarisationsfilter.

Dies lässt sich wie folgt erklären: Die $\lambda/4$ -Platte erzeugt aus dem rechts- bzw. linkspolarisierte Licht der σ -Übergänge (siehe Abb. 3) verschiedene zueinander senkrechte lineare Polarisationsrichtungen, von denen dann mit dem Polarisationsfilter jeweils eine ausgewählt wurde.

1.3 Auflösungsvermögen und Finesse

Nach dem Praktikumskript ist Dicke von Fabry-Perot-Etalon $d = 4$ mm, die Mittelwellenlänge $\lambda = 643.8$ nm und für Reflexiongrad $R = 0.85$. Damit lässt sich das theoretische Auflösungsvermögen und die Finesse F bestimmen, es gilt dann:

$$F_{\text{theo}} = \frac{\pi R}{1 - R^2} = 9.63$$

$$A_{\text{theo}} = \frac{F \cdot 2nd}{\lambda} = 1.742 \cdot 10^5$$

Wie im Protokoll beschrieben wird, wird der Strom so eingestellt, sodass die Aufspaltung Spektrallinien sich unterscheiden können.

$$I_{\text{long}} = (1.2 \pm 0.1) \text{ A}, \quad I_{\text{trans}} = (2.4 \pm 0.2) \text{ A}$$

Noch dazu ist der Wert des Magnetfeldes nach der Kalibrierung das Folgende:

$$B_{\text{long}} = (83.45 \pm 6.66) \text{ mT}, \quad B_{\text{trans}} = (173.1 \pm 13.9) \text{ mT}$$

Dabei wurde B zufolge der später erläuterten Kalibrationskurve bestimmt.

Zuletzt mit $A = \frac{hc}{\mu_B \lambda B}$ (und mit $\cdot \frac{1}{2}$ bei longitudinaler Konfiguration) sind die jeweiligen Auflösungsvermögen und Finesse die folgende:

$$A_{\text{trans}} = (1.88 \pm 0.14) \cdot 10^5, \quad A_{\text{long}} = (1.19 \pm 0.13) \cdot 10^5$$

$$F_{\text{trans}} = 10.61 \pm 0.14 \text{ N}, F_{\text{long}} = 6.72 \pm 0.13 \text{ N}$$

Unsere Werte sind ähnlich, was es zu erwarten war, denn Unsere Werte für B_i das doppelte sind. Jedoch sind unsere beiden Werte zu niedrig gefallen und könnte an der Messgenauigkeit liegen.

1.4 Dopplerverbreiterung

Für die Dopplerverbreiterung einer Linie durch thermische Bewegung der Atome gilt

$$\delta\lambda = \frac{2\lambda}{c} \sqrt{\frac{2RT \ln(2)}{M}} \quad [5, S.230]$$

mit der Gaskonstante $R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ und der molaren Masse von Cadmium $M = 112.414 \text{ g mol}^{-1}$ [6]. Für den π -Übergang mit $\lambda_p i^0 = 643.8 \text{ nm}$ und der Annahme einer Temperatur von 1000 K ergibt sich

$$\delta\lambda = 4.349 \times 10^{-5} \text{ nm}$$

Die Dopplerverbreiterung ist im Vergleich zur Wellenlänge also sehr klein.

1.5 Messung des Zeeman-Effekts

Es soll nun quantitativ die Stärke der Aufspaltung in Abhängigkeit des anliegenden Magnetfelds gemessen werden, mit dem Ziel, das Bohrsche Magneton μ_B zu bestimmten. Hierzu wird die transversale Konfiguration verwendet und $\lambda/4$ -Platte sowie Polarisationsfilter aus dem Strahlengang entfernt.

1.5.1 Magnetfeldkalibrierung

Es wird die Abhängigkeit der Magnetfeldstärke vom fließenden Strom durchmessen, um daraus eine Kalibrierungskurve zu erstellen. Hierzu wird anstatt der Cadmiumlampe eine Hall-Sonde genau mittig zwischen den Polschuhen eingeführt. In Reihe zu den Magneten wird ein „Cassy-Modul“ eingeschaltet, wodurch am Computer mithilfe einer speziellen Software die Abhängigkeit automatisch aufgezeichnet werden kann. Die Messung wird gestartet und der Strom allmählich bis zum maximal erreichbaren Wert hochgeföhrt. Dann wird die Messung gestoppt und der Strom wieder ausgeschaltet.

Eine solche Kalibrierung wurde zweimal durchgeführt, einmal vor und einmal nach den Messungen aus 1.5.2. In Abb. 13 sind die Messdaten zusammen mit einem χ^2 -Fit der Form

$$B(I) = a + bI + cI^2 + dI^3$$

dargestellt. Als Fehlerwerte auf I und B wurden dabei 2% des jeweiligen Werts angesetzt, wobei Fehlerwerte von 0.002 A und 0.2 mT nicht unterschritten werden dürfen. Es ist anzumerken, dass die hier Strommessung mit dem hier verwendeten Cassy-Modul deutlich präzisere Werte liefert, als das Netzgerät, welche nur eine Nachkommastelle des Stroms anzeigt.

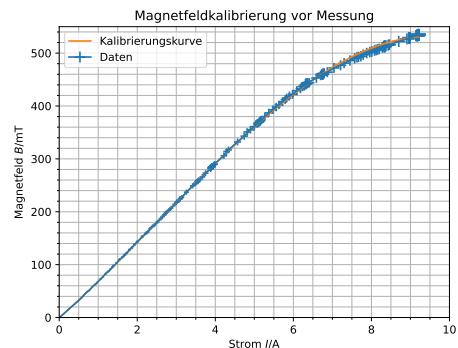


Abbildung 12: Magnetfeldkalibrierung vor der Messung mit CCD-Kamera

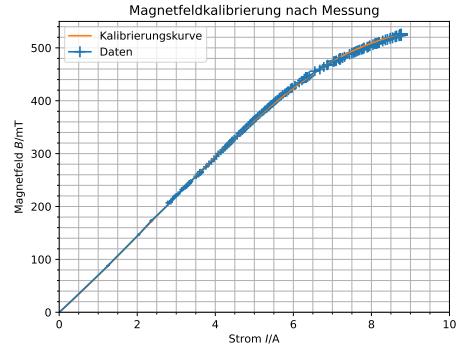


Abbildung 13: Magnetfeldkalibrierung nach der Messung mit CCD-Kamera

$$\begin{aligned} a_1 &= (-0.548 \pm 0.025) \text{ mT}, \quad b_1 = (65.44 \pm 0.16) \text{ mT A}^{-1}, \\ c_1 &= (3.964 \pm 0.065) \text{ mT A}^{-2}, \quad d_1 = (-0.5213 \pm 0.0059) \text{ mT A}^{-3} \\ a_2 &= (-0.104 \pm 0.027) \text{ mT}, \quad b_2 = (66.20 \pm 0.53) \text{ mT A}^{-1}, \\ c_2 &= (3.97 \pm 0.19) \text{ mT A}^{-2}, \quad d_2 = (-0.536 \pm 0.015) \text{ mT A}^{-3} \end{aligned}$$

Diese Werte sind in relativ guter Übereinstimmung miteinander; alle Parameter haben Überschneidungen in ihren Fehlerbereichen. Leichte Abweichungen, z.B. beim Parameter a lassen sich unter anderem dadurch erklären, dass die zweite Messung durchgeführt wurde, als die Magnetspulen noch heiß vom vorigen Betrieb waren. Dies kann die Ergebnisse verändern.

Um eine einzelne Kalibrationskurve zu haben, verwenden wir im Folgenden die Mittelwerte der Parameter:

$$i = \frac{i_1 + i_2}{2}, \quad i = a, b, c, d$$

$$a = (-0.326 \pm 0.019) \text{ mT}, \quad b = (65.82 \pm 0.28) \text{ mT A}^{-1}$$

$$c = (3.967 \pm 0.099) \text{ mT A}^{-2}, \quad d = (-0.5288 \pm 0.0082) \text{ mT A}^{-3}$$

Der Fehler wird dabei mithilfe von Gauß'scher Fehlerfortpflanzung bestimmt.

1.5.2 Messungen mit CCD-Kamera

Die Messung der Positionen der Interferenzmaxima erfolgt mithilfe einer CCD-Kamera, die anstatt des Okulars in den Strahlengang eingesetzt wird. Die Kamera (Auflösung von 1024 Pixeln) wird mit dem Computer verbunden, wo mithilfe eines dafür ausgelegten Programms die Lichtintensität in Abhängigkeit des Ablenkwinkels α aufgenommen wird. Dabei wird α automatisch aus der Pixel-Position p berechnet nach der Formel

$$\alpha = \arctan\left(\frac{(1024 - p) \cdot 0.014 \text{ mm}}{f}\right), \quad f = 150 \text{ mm} \quad ([1], S.7)$$

Nun wird das Magnetfeld durch Änderung des Stroms variiert und am Computer beobachtet, wie sich die Aufspaltung der Linien verändert. Für 10 verschiedene Ströme wird die Messung (Werte der Intensität I in Abhängigkeit des Winkels α) jeweils abgespeichert. Aus jeder Messung wird eine Beugungsordnung ausgesucht, bei der wir die Positionen drei verschiedenen Peaks bestimmen. Dazu wird immer nur der Bereich dieser drei Peaks aus den Daten ausgewählt und ein Fit der Form

$$I(\alpha) = B + G(\alpha; a_1, \mu_1, \sigma_1) + G(\alpha; a_2, \mu_2, \sigma_2) + G(\alpha; a_3, \mu_3,$$

durchgeführt. Dabei wurde auf den Intensitäten ein Fehler von $\Delta I = 1\%$ angenommen. Der additive Parameter B ermöglicht die Berücksichtigung einer eventuell vorhanden gleichmäßigen Grundausleuchtung und sorgt nach visueller Inspektion erfahrungsgemäß für bessere Anpassung der Gauß-Parameter an die Daten. Es werden die verallgemeinerten Gauß-Funktionen

$$G(xga, \mu, \sigma) = a \exp\left(-\frac{(x - b)^2}{2c^2}\right)$$

verwendet. Die Plots mit Fit sind in Abb. 18 und 19 gezeigt, die Parameter in Tab. 13.

Für die Energiedifferenz gilt

$$\Delta E_{\pm} = -\frac{hc}{\lambda_{\pi}} \frac{\lambda_{\sigma} - \lambda_{\pi}}{\lambda_{\sigma}} \quad [1]$$

mit $\lambda_{\sigma} = 643.8 \text{ nm}$ [2]. Einsetzen der Interferenzbedingung (2)

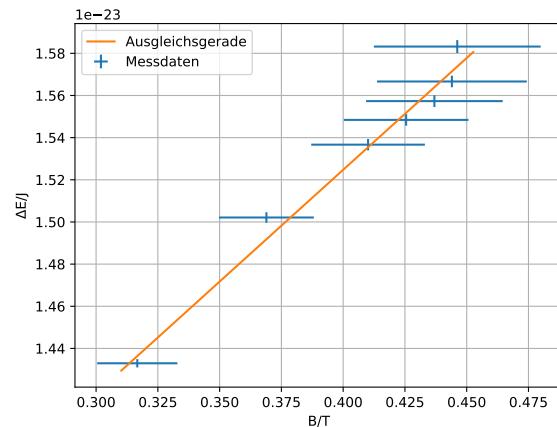
$$\Delta E_{\pm} = -\frac{hc}{\lambda_{\pi}} \left(1 - \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha_{\pi})}}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha_{\sigma})}}\right)$$

Die Werte, die sich hieraus ergeben, sind, zusammen mit den aus der Kalibrationskurve bestimmten B -Werten, sind in Tab. 1 gezeigt. Dabei ist ΔE jeweils der Mittelwert aus ΔE_- und ΔE_+ . Die Fehler wurden mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung berechnet.

B/mT	$\Delta B/\text{mT}$	$\Delta E/\text{J}$	$\Delta \Delta E/\text{J}$
124.9236	11.885	9.338×10^{-5}	4.655×10^{-7}
191.4964	12.705	9.391×10^{-5}	8.974×10^{-7}
256.4708	14.110	8.479×10^{-5}	3.411×10^{-7}
316.6740	16.246	8.945×10^{-5}	1.225×10^{-7}
368.9332	19.199	9.376×10^{-5}	1.565×10^{-7}
410.0756	23.002	9.592×10^{-5}	1.685×10^{-7}
425.4865	25.223	9.666×10^{-5}	1.710×10^{-7}
436.9284	27.656	9.721×10^{-5}	1.734×10^{-7}
444.0047	30.300	9.779×10^{-5}	1.714×10^{-7}
446.1753	33.751	9.883×10^{-5}	1.912×10^{-7}

Tabelle 1: Magnetfeldstärken und zugehörige Energieschiebungen.

Wir tragen ΔE gegen B auf und passen eine Gerade daran an. Nach (1) (mit $\Delta m_J = 1$) entspricht die Steigung dieser Geraden dem Bohrschen Magneton μ_B .



aus einem linearen χ^2 -Fit erhalten wir die Gleichung

$$\Delta E = (1.100 \pm 0.050) \times 10^{-23} \text{ J} + (1.06 \pm 0.13) \times 10^{-23} \text{ JT}^{-1}$$

also ist das Ergebnis $\mu_B = (1.06 \pm 0.15) \times 10^{-23} \text{ JT}^{-1}$.

Der Literaturwert für das Bohrsche Magneton ist $0.927 \times 10^{-23} \text{ JT}^{-1}$ [4], was im Fehlerbereich unseres Wertes liegt, aber eine relativ große Abweichung von über 10% hat. Abweichungen bei dieser Messung lassen sich unter anderem darauf zurückführen, dass der Strom am Netzgerät abgelesen wurde, während er zur Magnetfeldkalibrierung mit einem zusätzlichen Gerät gemessen wurde. Zwischen diesen beiden Messungen kann es Abweichungen geben, und die Messung des Netzgeräts ist relativ unpräzise (ablesbar ist nur eine Nachkommastelle).

Es fällt außerdem der große Achsenabschnitt der Gerade auf, der dem theoretischen Zusammenhang zu folge eigentlich 0 sein sollte. Dieser ließe sich unter anderem durch einen konstanten Offset in der, wie zuvor erwähnt ungenauen, Stromangabe des Netzgeräts, erklären. Dieser würde einen konstanten Offset des Magnetfelds hinzufügen, würde aber die Abstände zwischen Magnetfeldwerten und damit die errechnete Steigung μ_B nicht stark beeinflussen, da die Kalibrationskurve in großen Bereichen linear ist.

2 Franck-Hertz-Versuch

Im folgenden Abschnitt wird das Franck-Hertz-Experiment durchgeführt und anschließend detailliert diskutiert. Anhand der durch das Cassy-Modul gemessenen Anodenstromkurven I_A wird die Energiedifferenz ΔE zwischen den Energieniveaus des Quecksilbers Hg , $6S$ und $6P$, präzise bestimmt.

2.1 Aufbau

In einer Franck-Hertz-Röhre, die mit Quecksilber gefüllt ist, befindet sich eine glühende Kathode mit einer Heissspannung U_H , die die Elektronen durch thermische Emmission freisetzt und in der Richtung einer positiv geladenen Anode beschleunigt. Die Beschleunigungsspannung U_B zwischen Kathode und Anode bestimmt die kinetische Energie der Elektronen, bevor sie auf die Quecksilberatome treffen.

Zwischen der Kathode und der Anode befindet sich ein Gitter, das in einigen Konstruktionen mit einem kleinen Gegenfeld ausgestattet ist. Dieses ist dafür verantwortlich, ob ein Elektron bis zum Auffängergitter gestoppt wird oder gelangen wird. Somit dürfen nur Elektronen, die genaue Energie besitzen durch die Gitteranode.

Der Anodenstrom I_A wird dann in Abhängigkeit von der Spannung U_B gemessen. Bei bestimmten Spannungswerten zeigt der Anodenstrom charakteristische Einbrüche, die auftreten, wenn die Elektronen genau die Energie erreichen, die nötig ist, um ein Quecksilberatom vom Grundzustand ($6S$) in einen angeregten Zustand ($6P$) zu heben. Durch diesen inelastischen Stoß verlieren die Elektronen ihre kinetische Energie und tragen dadurch nicht mehr zum Stromfluss bei.

Die Spannungsdifferenz zwischen aufeinanderfolgenden Strommaxima liefert die Energie ΔE , die den Übergang zwischen den $6S$ - und $6P$ -Niveaus beschreibt.

2.2 Durchführung und Auswertung

Zunächst wird die Energiedifferenz ΔE zwischen die Energieniveaus des Hg bestimmt. Dabei sollen die Breiten der Kurven bzw. die Peaks bestimmt werden. Dazu werden Gaußkurven an die Daten angepasst, die mithilfe des Programms *Fityk* gemacht werden.

Es ist zu beachten, dass bei den verschiedenen Messungen nicht dieselbe Anzahl an Peaks erfasst wurde. Daher wurden nur die erkennbaren Peaks analysiert und in die Tabellen aufgenommen.

Fityk Version 1.3.1

In *Fityk* werden Gauß-Fits durch Auswahl eines Datenbereichs und Anwendung einer Gaußfunktion als Modell durchgeführt. Die Gaußfunktion hat die Form

$$f(x) = a \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

wobei a die Amplitude, μ der Mittelwert (Zentrum des Peaks) und σ die Standardabweichung ist. Das Programm optimiert die Parameter a , μ und σ , sodass die Abweichung zwischen dem Modell und den Datenpunkten minimiert wird. Die Methode der kleinsten Quadrate wird oft verwendet, um den Fehlerausdruck

$$\sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2$$

zu minimieren, wobei y_i die gemessenen Datenpunkte und $f(x_i)$ die entsprechenden Werte der Gaußfunktion sind. Dadurch entsteht eine Gaußkurve, die die Daten im ausgewählten Bereich bestmöglich beschreibt.

Diskussion der Daten

Wie bereits erwähnt, wurde während des Experiments nicht dieselbe Anzahl von Peaks erfasst. Dies stellt jedoch kein Problem dar, da eine ausreichende Anzahl an Messwerten vorliegt. Zudem wurde in *Fityk* eine Hintergrundfunktion zu den Gauß-Fits hinzugefügt, sodass die Gesamtsumme der Gauß-Peaks eine bessere Übereinstimmung mit den im Experiment beobachteten Peaks aufweist. Unter Berücksichtigung der oben genannten Anpassungen und Messmethoden folgen nun die entsprechenden Graphen. Die Fits aus *Fityk* lassen sich im Anhang anschauen.

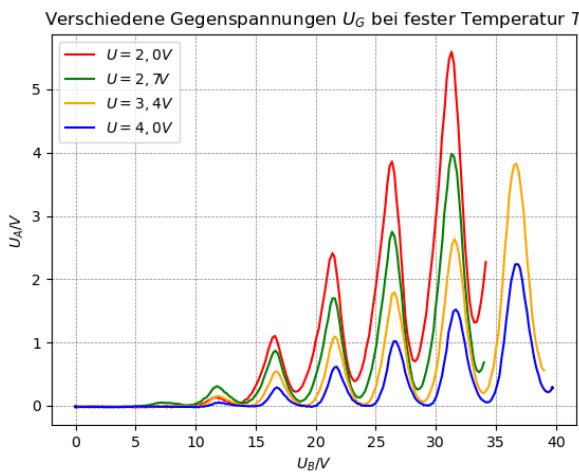


Abbildung 14: Die gemessene Anodenspannung U_A gegen Beschleunigungsspannung U_B bei verschiedenen Gegen Spannungen T und fester Temperatur U_G

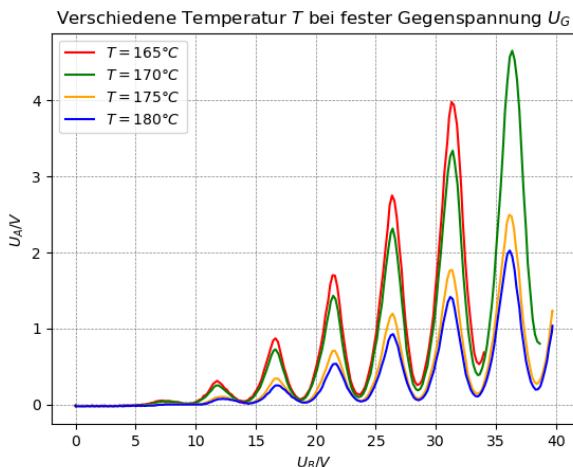


Abbildung 15: Die gemessene Anodenspannung U_A gegen Beschleunigungsspannung U_B verschiedenstemperaturen T und Gegen Spannung U_G

Bestimmung der Energiedifferenz

Zunächst wird aus den Werten der Spannungen U_B^i ausgerechnet. Um die Eindeutigkeit von diesen zu gewährleisten, bezeichnen wir die Peaks bzw. die Erwartungswerte mit U_B^i und fassen alle relevanten Informationen in einer Tabelle zusammen. Der Fehler des Mittelwerts wird durch die folgende Formel und in der

Tabelle dargestellt:

$$\Delta(U_B^i) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\delta U_{i,n}^B)^2}$$

Dabei ist N die Anzahl der Werte, die zur Berechnung des Mittelwerts beitragen.

Im Folgenden sind die Mittelwerte der Beschleunigungsspannung sowie die entsprechenden Fehler dargestellt.

	Mittelwert [V]
U_B^1	36.3
U_B^2	31.2
U_B^3	26.3
U_B^4	21.6
U_B^5	16.6
U_B^6	11.8

Tabelle 2: Mittelwerte zu U_B^i

	Mittelwert [V]
δU_B^1	± 0.0504
δU_B^2	± 0.133
δU_B^3	± 0.0112
δU_B^4	± 0.0161
δU_B^5	± 0.0307
δU_B^6	± 0.131

Tabelle 3: Mittelwerte zu δU_B^i

Nun kann man aus den Differenzen der benachbarten Peaks der Energiedifferenz ΔE bestimmt werden.

$$\Delta E = (4.9 \pm 0.0803)eV$$

Das Ergebnis unserer experimentellen Messungen ist äußerst erfreulich und stimmt vollständig mit dem erwarteten theoretischen Wert der Übergang zwischen $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_1$ überein. Wie man in der Abbildung sich anschauen kann. Es wäre möglicherweise sinnvoller gewesen, zunächst die Energiedifferenzen zu berechnen und anschließend einen Mittelwert zu bilden, da die Positionen der Peaks in der Funktion nicht konstant sind. Da jedoch die Anzahl der Peaks in den verschiedenen Messungen nicht übereinstimmt, erscheint die gewählte Vorgehensweise in diesem Fall besser geeignet.

Untersucht man den Zusammenhang zwischen der Energiedifferenz und dem Wirkungsquerschnitt (siehe Abbildung 17), so zeigt sich, dass die

Übergangsenergien von 1 bis 3 kaum voneinander zu unterscheiden sind. Es wird jedoch deutlich, dass der zweite Übergang wesentlich wahrscheinlicher ist als die anderen, da sein Wirkungsquerschnitt deutlich größer ist als der des ersten Übergangs.

Andere Übergänge können ebenfalls stattfinden, treten jedoch seltener auf. Insbesondere der vierte Übergang ist möglich, kommt jedoch aufgrund des höheren Energiebedarfs deutlich seltener vor.

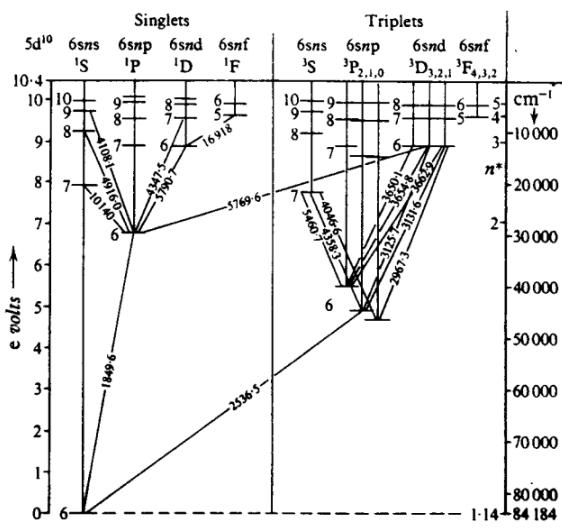


Fig. III, 28. Term diagram of Hg.

Abbildung 16: Termschema des Quecksilbers

2.3 Einfluss der Temperatur T

Zudem erkennt man mithilfe des Anhangs im Praktikumskript, dass der Dampfdruck von Quecksilber stark von der Temperatur abhängt (siehe untenstehende Formel).

$$\log(p) = 10.55 - \frac{3333}{T} - 0.85 \log(T)$$

Daraus folgt, dass bei steigender Temperatur vermehrt thermische Stöße zwischen den Hg-Atomen stattfinden können, was dazu führt, dass weniger Elektronen die notwendige Energie besitzen, um die Anode zu erreichen. Andererseits treten bei niedrigeren Temperaturen zu weniger inelastische Stöße auf, was zur Folge hat, dass man keine sinnvolle Messung bekommt.

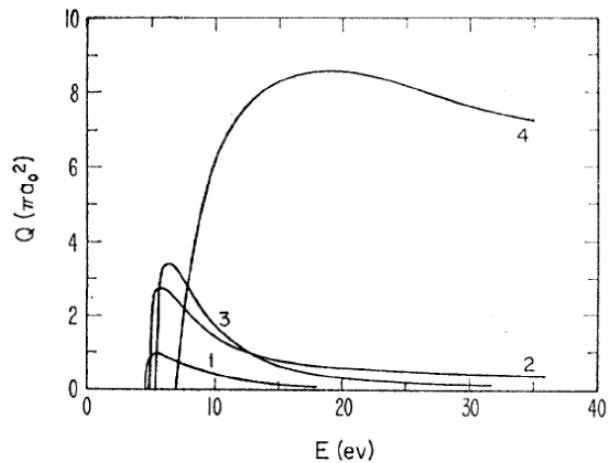


Abbildung 17: Totaler Wirkungsquerschnitt $Q(\pi a_0^2)$ von Hg für Elektronenstoßanregung

3 Fazit

Anhand der Energiedifferenz zwischen π - und σ -Übergängen zwischen dem 1D_2 und dem 1P_1 -Zustand von Cadmium konnte das Bohrsche Magneton auf $\mu_B = (1.06 \pm 0.15) \times 10^{-23} \text{ JT}^{-1}$ bestimmt werden, wobei der Literaturwert von $0.927 \times 10^{-23} \text{ JT}^{-1}$ [4] im Fehlerbereich liegt. Die relativ große Abweichung von über 10% lässt sich unter anderem durch die ungenaue Strommessung des Netzgerätes erklären. Zur Interferometrie wurde ein Fabry-Perot-Etalon verwendet, anhand dessen Interferenzbild die Positionen der Intensitätsmaxima bei verschiedenen starken Magnetfeldern verglichen wurden. Die Messung wurde mithilfe einer CCD-Kamera durchgeführt.

Im zweiten Versuchsteil wird der Franck-Hertz-Versuch aufgebaut und untersucht. Dabei wird die Beschleunigungsspannung in Abhängigkeit von der Anodenspannung bei verschiedenen Temperaturen und Gegenspannungen aufgezeichnet, wodurch die erwarteten Peaks entstehen. Mithilfe der Berechnung des Erwartungswerts μ_i und der Standardabweichung σ_i wird nach der Datenanalyse festgestellt, dass die Energiedifferenz für den Übergang im Hg-Atom zwischen den Zuständen 6^1S_0 und 6^3P_1 den Wert $\Delta E = (4.9 \pm 0.0803) \text{ eV}$ annimmt, was erstaunlich gut mit dem theoretischen Wert übereinstimmt. Zudem fällt auf, dass bei erhöhter Temperatur T und Gegenspannung U_G die Anodenspannung U_A abnimmt.

4 Anhang

Parameter	Wert	Fehler Δ
μ_1	31.1	± 0.0183
σ_1	1.26	± 0.0358
μ_2	26.1	± 0.0162
σ_2	1.08	± 0.0249
μ_3	21.2	± 0.024
σ_3	0.91	± 0.0298
μ_4	16.4	± 0.0365
σ_4	0.843	± 0.0522
μ_5	11.7	± 0.237
σ_5	0.669	± 0.306

Tabelle 4: Parameter bei $U_G = 2.0V$ und $T = 165^\circ C$

Parameter	Wert	Fehler Δ
μ_1	36.8	± 0.00835
σ_1	1.0	± 0.0123
μ_2	31.7	± 0.00744
σ_2	0.944	± 0.00934
μ_3	26.7	± 0.00927
σ_3	0.837	± 0.0111
μ_4	21.7	± 0.0151
σ_4	0.769	± 0.0178
μ_5	16.8	± 0.0313
σ_5	0.712	± 0.0371

Tabelle 7: Parameter bei $U_G = 4.0V$ und $T = 165^\circ C$

Parameter	Wert	Fehler Δ
μ_1	31.3	± 0.00925
σ_1	1.04	± 0.0129
μ_2	26.3	± 0.00979
σ_2	0.967	± 0.0151
μ_3	21.4	± 0.0133
σ_3	0.914	± 0.019
μ_4	16.6	± 0.0242
σ_4	0.885	± 0.0321
μ_5	11.9	± 0.0715
σ_5	0.884	± 0.0916

Tabelle 5: Parameter bei $U_G = 2.7V$ und $T = 165^\circ C$

Parameter	Wert	Fehler Δ
μ_1	36.3	± 0.00915
σ_1	1.11	± 0.0139
μ_2	31.2	± 0.00858
σ_2	1.02	± 0.0136
μ_3	26.3	± 0.0105
σ_3	0.966	± 0.0152
μ_4	21.4	± 0.0148
σ_4	0.92	± 0.0205
μ_5	16.6	± 0.0277
σ_5	0.889	± 0.0364
μ_6	11.9	± 0.0832
σ_6	0.893	± 0.106

Tabelle 8: Parameter bei $U_G = 2.7V$ und $T = 170^\circ C$

Parameter	Wert	Fehler Δ
μ_1	36.7	± 0.00818
σ_1	1.19	± 0.00971
μ_2	31.6	± 0.0125
σ_2	1.02	± 0.0153
μ_3	26.5	± 0.0121
σ_3	0.95	± 0.0143
μ_4	21.6	± 0.0181
σ_4	0.871	± 0.0215
μ_5	16.7	± 0.0362
σ_5	0.846	± 0.0423

Tabelle 6: Parameter bei $U_G = 3.4V$ und $T = 165^\circ C$

Parameter	Wert	Fehler
μ_1	36.3	± 0.128
σ_1	1.67	± 0.212
μ_2	30.8	± 0.734
σ_2	1.08	± 0.26
μ_3	26.3	± 0.0108
σ_3	0.929	± 0.0138
μ_4	21.5	± 0.0112
σ_4	0.981	± 0.0135
μ_5	16.8	± 0.0232
σ_5	1.00	± 0.0275

Tabelle 9: Parameter bei $U_G = 2.7V$ und $T = 175^\circ C$

Parameter	Wert	Fehler
μ_1	36.1	± 0.00659
σ_1	0.952	± 0.0118
μ_2	31.2	± 0.00694
σ_2	0.968	± 0.0108
μ_3	26.3	± 0.0095
σ_3	0.921	± 0.0152
μ_4	21.6	± 0.016
σ_4	0.893	± 0.0233
μ_5	16.8	± 0.0351
σ_5	0.911	± 0.0544

Tabelle 10: Parameter bei $U_G = 2.7V$ und $T = 180^\circ C$

$U_B^1[V]$	$U_B^2[V]$	$U_B^3[V]$	$U_B^4[V]$	$U_B^5[V]$	$U_B^6[V]$
36.7	31.1	26.1	21.2	16.4	11.7
36.8	31.3	26.3	21.4	16.6	11.9
36.3	31.6	26.5	21.6	16.7	11.9
36.3	31.7	26.7	21.7	16.6	-
36.1	31.2	26.3	21.4	16.8	-
-	30.8	26.3	21.5	16.8	-
-	31.2	26.3	21.6	16.8	-

Tabelle 11: zugeordnete U_B^i

$\delta U_B^1[V]$	$\delta U_B^2[V]$	$\delta U_B^3[V]$	$\delta U_B^4[V]$	$\delta U_B^5[V]$	$U_B^6[V]$
± 0.00818	± 0.0183	± 0.0162	± 0.024	± 0.0365	± 0.237
± 0.00835	± 0.00925	± 0.00979	± 0.0133	± 0.0242	± 0.0715
± 0.00915	± 0.0125	± 0.0121	± 0.0181	± 0.0362	± 0.0832
± 0.128	± 0.00744	± 0.00927	± 0.0151	± 0.0313	-
± 0.00659	± 0.00858	± 0.0105	± 0.0148	± 0.0277	-
-	± 0.734	± 0.0108	± 0.0112	± 0.0232	-
-	± 0.00694	± 0.0095	± 0.016	± 0.0351	-

Tabelle 12: zugeordnete δU_B^i

I/A	$\mu_1/^\circ$	$\Delta\mu_1/^\circ$	$\mu_2/^\circ$	$\Delta\mu_2/^\circ$	$\mu_3/^\circ$	$\Delta\mu_3/^\circ$
2.00	1.46	0.14	0.85	0.0025	0.021	0.0026
3.00	-4.67	0.74	0.88	0.0019	0.017	0.0029
4.00	26.43	0.43	0.93	0.0020	0.042	0.0015
5.00	22.97	0.18	0.90	0.00075	0.042	0.00073
6.00	22.62	0.38	0.88	0.00083	0.037	0.0011
7.00	23.84	0.56	0.87	0.00077	0.033	0.0011
7.50	24.48	0.62	0.86	0.00074	0.031	0.0011
8.00	24.80	0.66	0.86	0.00072	0.030	0.0010
8.50	25.29	0.69	0.85	0.00070	0.030	0.0010
9.10	20.42	0.63	0.85	0.00074	0.028	0.0011

Tabelle 13: Bestimmte Parameter der Intensitätsmaxima für verschiedene Ströme. $\Delta I = 0.2 A$

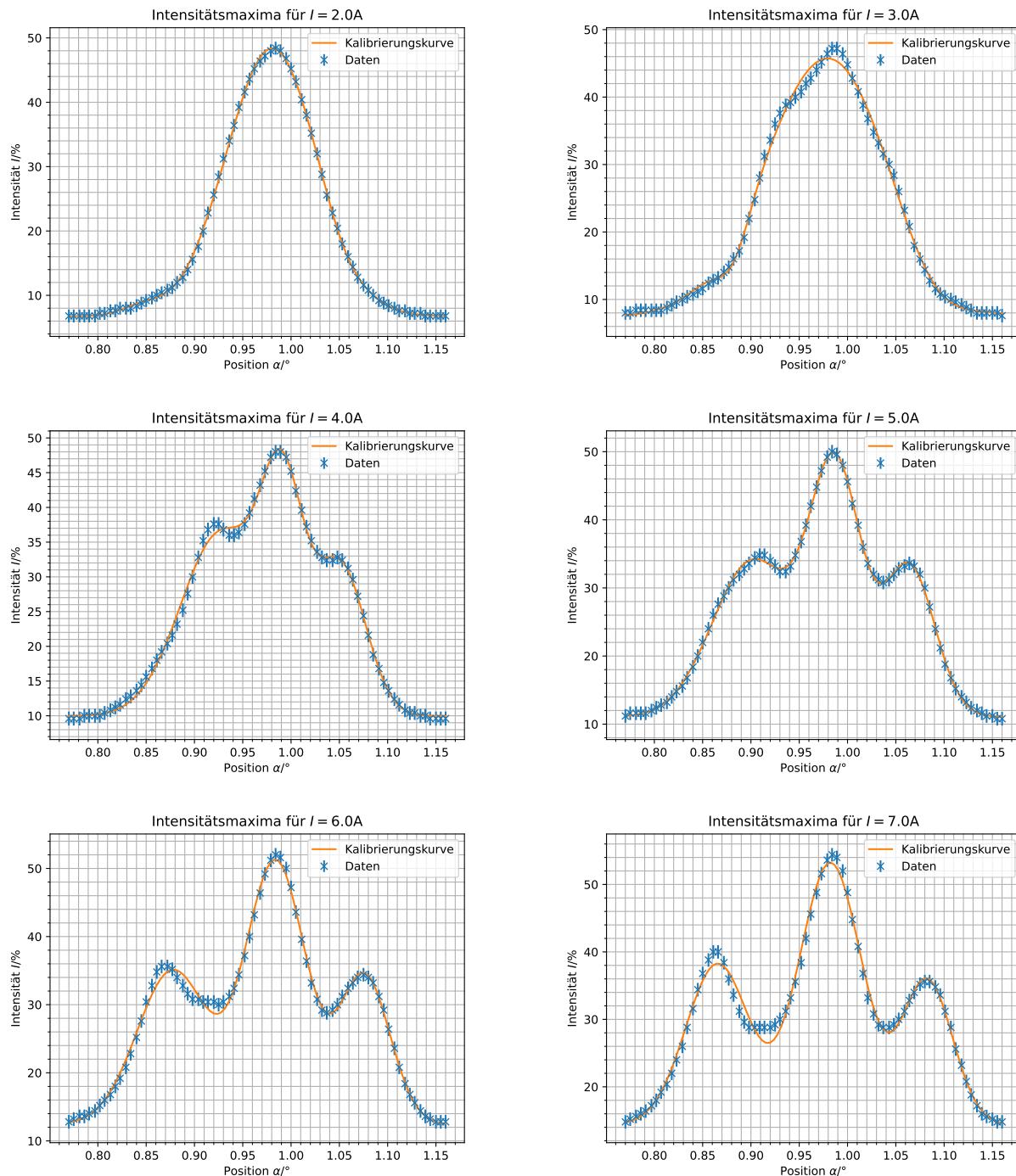


Abbildung 18: Ausgewählte Intensitätsmaxima für verschiedene Magnetströme I , mit Gauß-Fit [Teil 1]

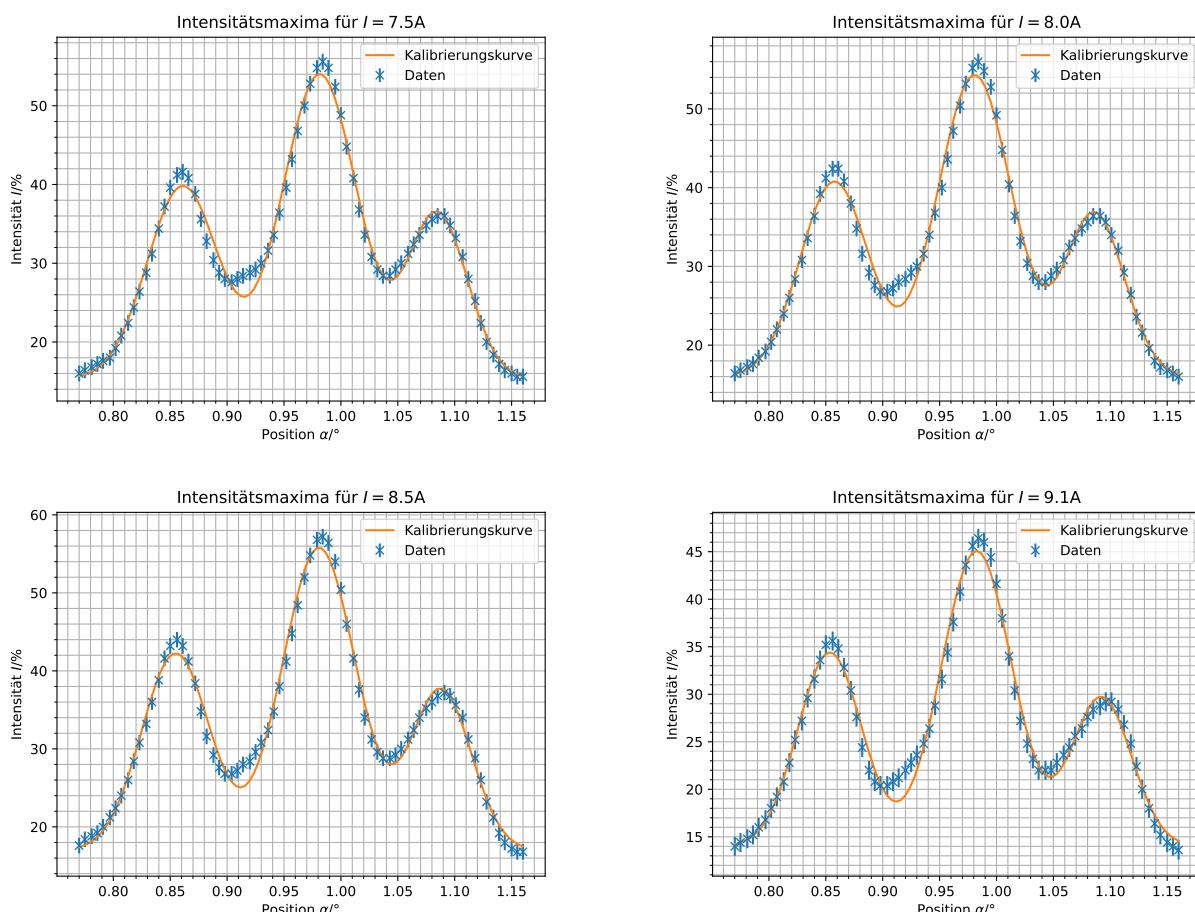


Abbildung 19: Ausgewählte Intensitätsmaxima für verschiedene Magnetströme I , mit Gauß-Fit [Teil 2]

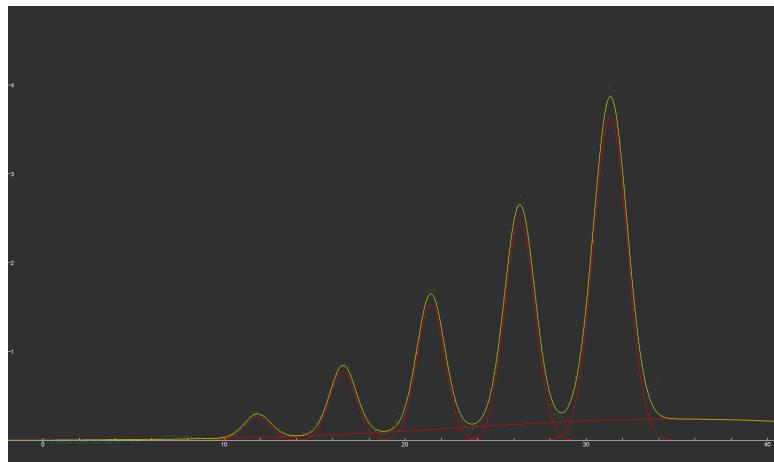


Abbildung 20: Gauß-Fit aus Fityk, Auftragung Anodenspannung U_A gegen Beschleunigungsspannung U_B bei $U_G = 2,0$ und $T = 165C$. Die gelbe Linie beschreibt die Summe aller Gauß-Fits und die Roten repräsentieren die einzelnen Fits.

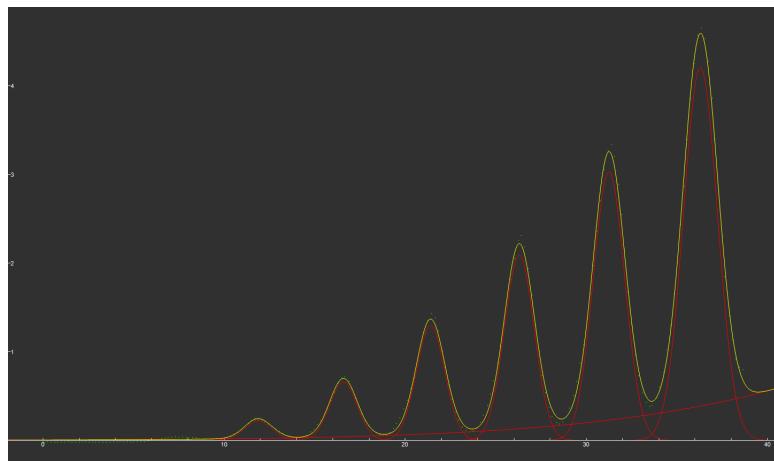


Abbildung 21: Gauß-Fit aus Fityk, Auftragung Anodenspannung U_A gegen Beschleunigungsspannung U_B bei $U_G = 2,0$ und $T = 170C$. Die gelbe Linie beschreibt die Summe aller Gauß-Fits und die Roten repräsentieren die einzelnen Fits.

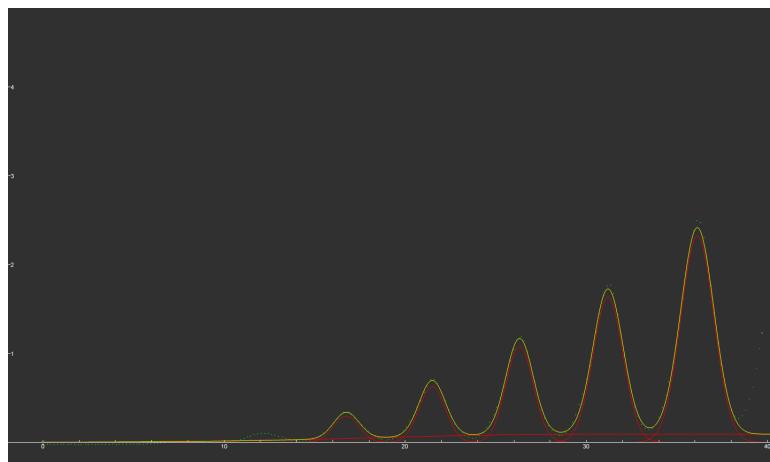


Abbildung 22: Gauß-Fit aus Fityk, Auftragung Anodenspannung U_A gegen Beschleunigungsspannung U_B bei $U_G = 2,0$ und $T = 175C$. Die gelbe Linie beschreibt die Summe aller Gauß-Fits und die Roten repräsentieren die einzelnen Fits.

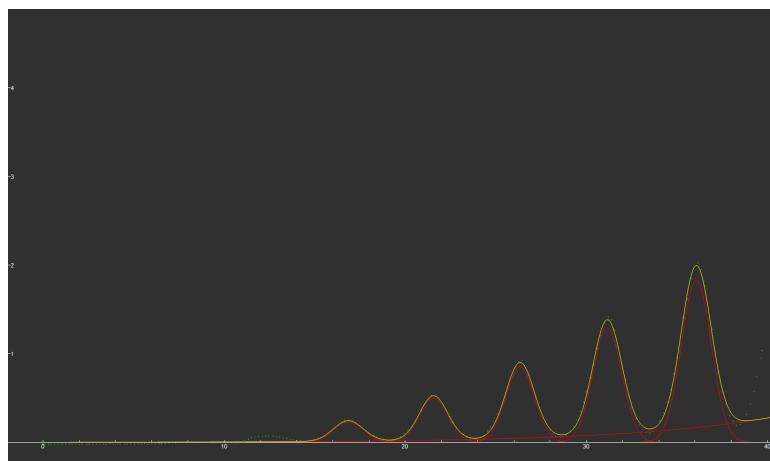


Abbildung 23: Gauß-Fit aus Fityk, Auftragung Anodenspannung U_A gegen Beschleunigungsspannung U_B bei $U_G = 2,0$ und $T = 180C$. Die gelbe Linie beschreibt die Summe aller Gauß-Fits und die Roten repräsentieren die einzelnen Fits.

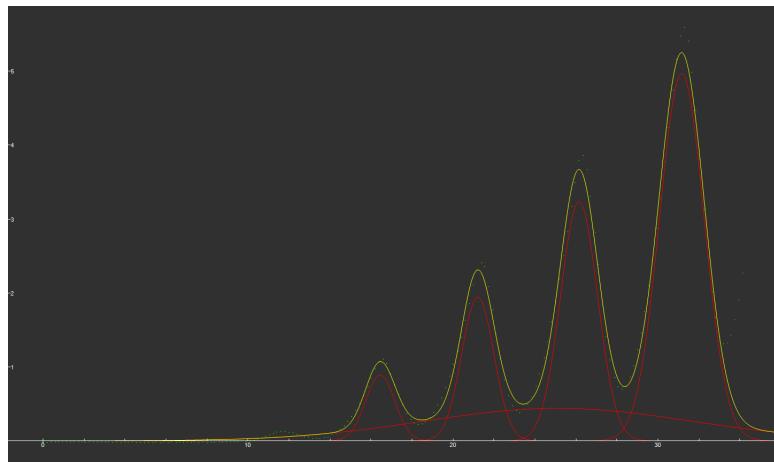


Abbildung 24: Gauß-Fit aus Fityk, Auftragung Anodenspannung U_A gegen Beschleunigungsspannung U_B bei $U_G = 2,0$ und $T = 165C$. Die gelbe Linie beschreibt die Summe aller Gauß-Fits und die Roten repräsentieren die einzelnen Fits.

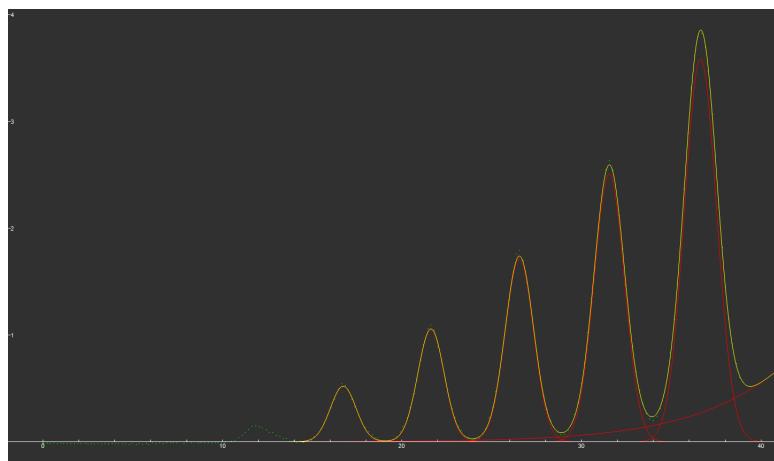


Abbildung 25: Gauß-Fit aus Fityk, Auftragung Anodenspannung U_A gegen Beschleunigungsspannung U_B bei $U_G = 3,4$ und $T = 165C$. Die gelbe Linie beschreibt die Summe aller Gauß-Fits und die Roten repräsentieren die einzelnen Fits.

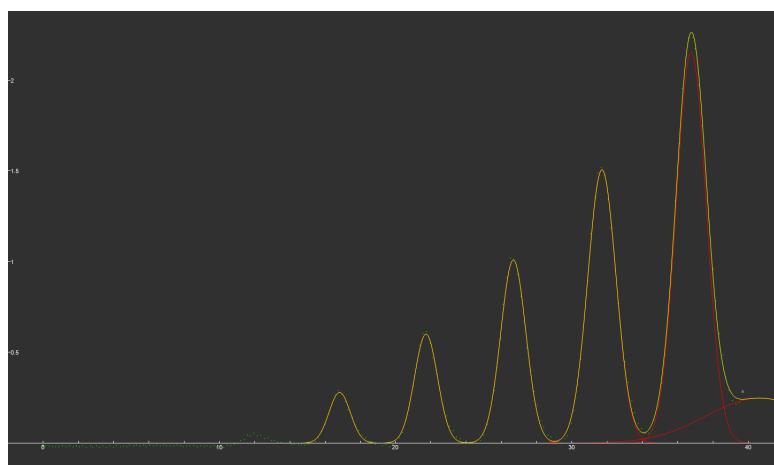


Abbildung 26: Gauß-Fit aus Fityk, Auftragung Anodenspannung U_A gegen Beschleunigungsspannung U_B bei $U_G = 4,0$ und $T = 165C$

Literatur

- [1] *Physikalisches Praktikum Teil IV – Versuchsbeschreibungen*, Universität Bonn, Abruf 29.10.2024
- [2] *Beobachtung des normalen Zeeman-Effekts in transversaler und longitudinaler Konfiguration*, Leybold Didactic, Abruf 30.10.2024
- [3] *Physics LibreTexts.* (n.d.). 4.2: *Measuring Motion - the Doppler Shift.* , Abruf 05.11.2024
- [4] NIST, <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?mub>, Abruf 15.11.2024
- [5] *Experimentalphysik 3 – Atome, Moleküle, Festkörper*, 5. Auflage, Wolfgang Demtröder, 2016
- [6] *Standard Atomic Weights*, CIAWW, <https://www.ciaaw.org/atomic-weights.htm>, Abruf 18.11.2024