

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

FABIO SLIKA STELLA

**MODELAGEM E CONTROLE DE MOTOR SEM ESCOVAS
UTILIZANDO FILTRO ESTENDIDO DE KALMAN
PARA ESTIMAÇÃO DA VELOCIDADE E POSIÇÃO**

PATO BRANCO

2022

FABIO SLIKA STELLA 

**MODELAGEM E CONTROLE DE MOTOR SEM ESCOVAS
UTILIZANDO FILTRO ESTENDIDO DE KALMAN
PARA ESTIMAÇÃO DA VELOCIDADE E POSIÇÃO**

**Modeling and control of brushless motor using Extended
Kalman Filter for speed and position estimation**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para obtenção do título de Engenheiro em Engenharia de Computação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Prof. Dr.Eng Emerson Giovani Carati

PATO BRANCO

2022



Este Trabalho de Conclusão de Curso está licenciado sob uma Licença Creative Commons Atribuição–NãoComercial–Compartilhável 4.0 Internacional.

FABIO SLIKA STELLA 

**MODELAGEM E CONTROLE DE MOTOR SEM ESCOVAS
UTILIZANDO FILTRO ESTENDIDO DE KALMAN
PARA ESTIMAÇÃO DA VELOCIDADE E POSIÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para obtenção do título de Engenheiro em Engenharia de Computação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de Aprovação: 20 de Junho de 2022.

Prof. Dr.Eng Emerson Giovani Carati
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr.Eng César Rafael Claure Torrico
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr.Eng Rafael Cardoso
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

PATO BRANCO

2022

Que este trabalho sirva de partida a
maiores conquistas e pesquisas!

AGRADECIMENTOS

A minha família pelo apoio financeiro e emocional.

A Universidade Tecnológica Federal do Paraná, pela estrutura e bolsa de iniciação científica que iniciou o tema.

Ao meu orientador Emerson Giovani Carati, pelo apoio técnico e orientações durante o trabalho.

Aos meus amigos por estarem sempre dispostos a discutir e trocar ideias.

Do fundo desta noite que persiste a me envolver
em breu eterno e espesso, a qualquer deus se
algum acaso existe, por minha alma insubjugável
agradeço, nas garras do destino e seus estragos,
sob os golpes que o acaso atira e acerta, nunca
me lamentei e ainda trago minha cabeça, em-
bora em sangue, ereta. além deste oceano de
lamúria, somente o horror das trevas se divisa,
porém o tempo, a consumir-se em fúria, não me
amedronta, nem me martiriza, por ser estreita a
senda eu não declino, nem por pesada a mão que
o mundo espalma, eu sou dono e senhor de meu
destino, eu sou o comandante de minha alma.
William E Henley. Tradutor: André C S Masini

RESUMO

Este trabalho apresenta uma modelagem matemática e simulação computacional do comportamento de um motor de ímã permanente sem escovas em conjunto com um inversor trifásico, utilizando das técnicas de acionamento, controle direto de torque e controle orientado a campo para o ensaio da simulação e validação do modelo, após é implementado a utilização do Filtro Estendido de Kalman para estimar a velocidade e a posição do rotor com intuito de reduzir a quantidade de sensores necessários no acionamento deste tipo de motor em malha fechada. Foi obtido um algoritmo em python que modela o motor e simula seu comportamento durante o acionamento pelo método FOC utilizando os valores de velocidade e posição estimados pelo Filtro, os resultados foram promissores demonstrando que o sistema conseguiu seguir a referência e controlar corretamente a velocidade do motor durante todo o período simulação.

Palavras-chave: Motor sem escovas; Filtro de Kalman; Estimação.

ABSTRACT

This work presents a mathematical modeling and computational simulation of the behavior of a brushless permanent magnet motor in conjunction with a three-phase inverter, using drive techniques, direct torque control and field-oriented control for testing the simulation and validation of the model, then the use of the Extended Kalman Filter is implemented to estimate the speed and position of the rotor in order to reduce the number of sensors needed to drive the motor in closed loop.

An algorithm in python was obtained that models the motor and simulates its behavior during the activation by the FOC method using the speed and position estimated by the filter, the results were promising demonstrating that the system was able to follow the reference and correctly control the motor speed throughout the simulation.

Keywords: Brushless motor; Kalman Filter; Estimation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Modelo Elétrico motor BLDC	17
Figura 2 – Função normalizada da força Contra Eletromotriz trapezoidal pela posição angular do rotor. Autoria própria	18
Figura 3 – Representação das forças mecânicas atuantes no motor	18
Figura 4 – Circuito elétrico de um inversor trifásico juntamente do modelo elétrico de um motor BLDC.	19
Figura 5 – Inversor trifásico com ambas as chaves da fase C em aberto.	22
Figura 6 – Diagrama de blocos do método de acionamento DTC.	23
Figura 7 – Represetação gráfica dos vetores no rotor.	24
Figura 8 – Diagrama de blocos do método de acionamento FOC.	25
Figura 9 – Diagrama de blocos representando o código utilizado na simulação do motor BLDC.	26
Figura 10 – Resultados da simulação, para velocidades, erro, posição angular e correntes durante o período de simulação.	28
Figura 11 – Resultados da simulação, para velocidades, erro, posição angular e correntes durante o período de distúrbio.	29
Figura 12 – Diagrama de blocos representando a ordem de implementação das equações do Filtro de Kalman Estendido.	33
Figura 13 – Diagrama de blocos da estrutura do Filtro de Kalman	35
Figura 14 – Tabela com os ganhos para os controladores PID utilizados na simulação.	35
Figura 15 – Filtro de Kalman como observador.	39
Figura 16 – Etapa de alinhamento do rotor.	40
Figura 17 – Etapa de aceleração.	40
Figura 18 – Etapa de estabilização.	41
Figura 19 – Etapa de desaceleração.	42
Figura 20 – Segunda etapa de aceleração.	42
Figura 21 – Período completo de simulação.	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características de motores de acordo com enrolamento e método de acionamento.	13
Tabela 2 – Tabela com a lógica de comutação das fases do inversor trifásico.	22
Tabela 3 – Tabela de parâmetros do motor obtida a partir de (BARATIERI, 2011).	26

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÔNIMOS

SIGLAS

BLDC	<i>Brushless Direct Current Motor</i> , Motor de corrente contínua sem escovas
CC	Corrente Contínua
DTC	<i>Direct Torque Control</i> , Controle direto de torque
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i> , Filtro Estendido de Kalman
FCEM	Força Contra Eletromotriz
FEM	Força Eletromotriz
FOC	<i>Field Oriented Control</i> , Controle de campo orientado
PID	Controlador Proporcional Integral Derivativo
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i> , Modulação por largura de pulso
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS LATINAS

B_v	Coeficiente de atrito viscoso	[Nms/rad]
e_A	Força eletromotriz na fase A	[V]
e_B	Força eletromotriz na fase B	[V]
e_C	Força eletromotriz na fase C	[V]
i_a	Corrente na fase A	[A]
i_b	Corrente na fase B	[A]
i_c	Corrente na fase C	[A]
J	Momento de inércia	[kgm ²]
L_M	Indutância equivalente	[H]
m	Unidade de medida	[10 ⁻³]
P_p	Par de polos	[unidade]
R	Resistência	[Ω]
T_e	Torque Elétrico	[N]
T_l	Carga mecânica	[N]
V_A	Tensão na fase A	[V]
V_B	Tensão na fase B	[V]
V_C	Tensão na fase C	[V]
V_n	Tensão no ponto n	[V]
W	Potência elétrica	[VA]

LETRAS GREGAS

$e_{A,B,C}$	Valor da tensão eletromotriz	[Volts]
ω_m	Velocidade angular mecânica	[rad/s]
ϕ_m	Ângulo mecânico	[rad]
θ_e	Ângulo elétrico do rotor	[rad]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	JUSTIFICATIVA	14
1.2	OBJETIVOS	15
1.2.1	Objetivo Geral	15
1.2.2	Objetivos Específicos	15
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	15
2	MODELAGEM E ACIONAMENTO DE MOTORES BLDC	17
2.1	INTRODUÇÃO DO CAPÍTULO	17
2.2	MODELAGEM DE UM MOTOR BLDC	17
2.3	INVERSOR TRIFÁSICO	19
2.4	TÉCNICAS DE ACIONAMENTO DE MOTORES BLDC	21
2.4.1	Acionamento DTC (<i>Direct Torque Control</i>)	22
2.4.2	Acionamento FOC (Field Oriented Control)	24
2.5	SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS DO ACIONAMENTO DE MOTORES BLDC COM TÉCNICAS DTC E FOC	26
2.5.1	Resumo do capítulo	27
3	FILTRO DE KALMAN	30
3.1	INTRODUÇÃO	30
3.2	FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO	32
3.3	PREPARAÇÃO PARA A SIMULAÇÃO	35
3.3.1	Algoritmo em Python	35
3.3.2	Resumo do capítulo	37
4	RESULTADOS	38
4.1	RESULTADOS PARA O FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO SEM AÇÃO NO CONTROLE DO SISTEMA	38
4.2	FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO COM VALORES ESTIMADOS NO CONTROLE DO SISTEMA	38
5	CONCLUSÃO	44
5.0.1	Trabalhos futuros	44
	REFERÊNCIAS	46

1 INTRODUÇÃO

Os motores elétricos são a principal forma de conversão de energia elétrica em mecânica. Assim, variadas topologias de motores surgiram em diferentes escalas de potências, desde miliwatts mW até megawatts MW (XIA, C. L., 2012). Pesquisas a respeito de motores elétricos permitem o desenvolvimento de novas tecnologias, estas, de acionamentos mais eficientes, mais baratos, além de propiciar maior eficiência, estabilidade e segurança na utilização dos motores, seja ele em veículos de locomoção, elevadores ou máquinas maiores e mais pesadas (BARATIERI, 2011).

Entre os motores conhecidos, os de corrente contínua sem escovas (*Inglês BLDC Brushless Direct Current Motor*, Motor de corrente contínua sem escovas) se encaixam na categoria de motores CC Corrente Contínua pela literatura, havendo duas distinções internas diferenciando-se pelo formato da Força contra eletromotriz , sendo elas, a de formato trapezoidal e a de formato senoidal (SCHMITZ, 2017). A popularização destas topologias de motores se deu pelo fato de não possuírem escovas, assim reduzindo ruídos elétricos e desgastes mecânicos, além de possuírem bom controle de velocidade e torque (LIU, X., 2017), porém com custo elevado de acionamento.

A popularização desta categoria de motor foi árdua, necessitando de vários outros avanços na área de eletrônica de potência, sensoriamento e controle para então ser possível a integração destes conhecimentos a um driver capaz de controlar eficientemente o motor brushless (LIU, X., 2017).

A literatura possui duas técnicas principais para realizar o acionamento do motor BLDC (*Inglês, Brushless DC Motor*), sendo estas, controle direto de torque (DTC, *Inglês Direct Torque Control*, Controle direto de torque) e controle orientado a campo (FOC, *Inglês, Field Oriented Control*, Controle de campo orientado) (LIU, X., 2017). Para a aplicação de ambas as técnicas se torna necessário saber a posição instantânea do rotor, acarretando um custo elevado na produção, tornando necessário o uso de *encoders* ou sensores de efeito de campo Hall que possibilitam conhecer a posição do rotor. Outra forma possível de acionamento é utilizar uma estrutura de

Tabela 1 – Características de motores de acordo com enrolamento e método de acionamento.

BLDC	Trapezoidal	Senoidal
Enrolamento	Concentrado	Distribuído
FCEM	Trapezoidal	Senoidal
Acionamento	FOC/DTC	FOC

controle que não necessita de um sensor de posição, utilizando, em vez disso, um estimador de posição ou velocidade, a partir dos sensores de corrente e tensão elétrica (BARATIERI, 2011). Deste método se deriva algumas técnicas como, por exemplo, método baseado na força contra eletromotriz, onde o princípio de funcionamento do método é a detecção do cruzamento por zero da Força eletromotriz, e deste conceito surgiu algumas técnicas como, a medição das tensões nos terminais do motor, o método de integração da força contra eletromotriz e o método da decomposição por Fourier da força contra eletromotriz (LIU, Y.; ZHU; HOWE, 2006).

Dado o atual avanço na área da microeletrônica, o custo dos microcontroladores tem reduzido e sua capacidade de cálculo cada vez mais elevada, assim se torna viável o emprego de estruturas mais complexas e modernas na estimação de parâmetros de sistemas. No campo da estimação o método do Filtro de Kalman se destaca por ser um dos algoritmos de estimação mais discutidos na literatura (NAIR; JAGADANAND; GEORGE, 2017), o qual produz estimativas de variáveis de um processo com base em medições de outras variáveis, estas mais fáceis de serem obtidas. Ainda, o Filtro de Kalman Estendido fornece uma previsão de estados futuros do processo, com base nas estimativas anteriores (XIA, K. *et al.*, 2020), por estas funções o Filtro de Kalman Estendido foi escolhido como método de estimação para este trabalho.

O trabalho investiga a literatura com objetivo de obter modelos apropriados de motores BLDC e utilizar Filtro de Kalman Estendido como estimador para a velocidade e a posição do estator. Desta forma, é proposta uma estrutura digital de controle para acionamento de um motor BLDC, utilizando um inversor trifásico e sensores de corrente e tensão. A partir desta estrutura são realizadas análises computacionais para avaliar o comportamento do sistema de acionamento em diferentes condições de operação em ambiente simulado, Filtro de Kalman Estendido é desenvolvido utilizando a linguagem PYTHON.

1.1 JUSTIFICATIVA

Os motores CC sem escovas possuem uma boa relação de torque por tamanho físico, porém devido a complexa eletrônica necessária no acionamento desta categoria de motor e nos custos com sensoriamento, ele pode ser pouco utilizado para determinadas tarefas. O objetivo do trabalho é modelar esta categoria de motor e desenvolver um script capaz de simular computacionalmente o comportamento do motor e avaliar o desempenho do algoritmo do Filtro de Kalman Estendido para estimar a velocidade e a posição do motor e utilizar estes valores estimados para fechar a malha no controlador assim conseguindo um controle eficiente sem

a necessidade de transdutores de velocidade e posição. A escolha pela estrutura do Filtro de Kalman Estendido foi realizada por esta ser uma técnica com grande crescimento nas aplicações deste gênero na indústria (AUGER *et al.*, 2013).

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Desenvolver e implementar através de simulação computacional um sistema de acionamento para motores sem escovas utilizando o algoritmo do Filtro de Kalman Estendido para estimar velocidade e posição do rotor.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Modelagem e análise do motor BLDC, utilizando a literatura científica como base teórica.
- Implementar uma simulação computacional a partir do modelo estudado e simular utilizando os métodos de acionamento da literatura científica.
- Investigar o conceito e a estrutura do Filtro de Kalman Estendido e desenvolver um algoritmo de implementação do mesmo.
- Aplicar o Filtro de Kalman Estendido como estimador para a posição e a velocidade do motor BLDC.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está divido em fundamentação teórica que é o capítulo 2 onde se concentra toda a análise teórica e matemática do problema, com uma breve seção de resultados parciais desta etapa do trabalho.

O capítulo 3 aborda a análise teórica e implementação da estrutura do Filtro de Kalman e do Filtro de Kalman Estendido.

O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos com o Filtro de Kalman Estendido, nos primeiros resultados os valores estimados estão apenas sendo comparados com os valores dos sensores emulados, em sequência os valores de posição e velocidade estimadas são realimentados

no controlador do sistema para avaliar o comportamento do motor.

Por fim o capítulo 5 possui a conclusão do autor sobre o trabalho.

2 MODELAGEM E ACIONAMENTO DE MOTORES BLDC

2.1 INTRODUÇÃO DO CAPÍTULO

O primeiro passo no trabalho é o estudo do funcionamento de motores BLDC. A partir dos trabalhos de (MILLER *et al.*, 2009) e (XIA, C. L., 2012) é possível compreender a estrutura dos motores BLDC, e assim obter o modelo matemático que representa o funcionamento desta categoria de motor.

Neste capítulo é feita a revisão da literatura e equacionamentos necessários para o desenvolvimento do trabalho, modelos utilizados, suas deduções e explicação do funcionamento dos métodos de acionamento utilizados, Controle Direto de Torque (*inglês*, DTC *Direct Torque Control*) e Controle de Campo Orientado (*inglês*, FOC *Field Oriented Control*).

2.2 MODELAGEM DE UM MOTOR BLDC

Nesta seção é discutida a modelagem matemática de um motor BLDC (XIA, C. L., 2012), duas técnicas de acionamento de motores BLDC e a modelagem matemática do inversor trifásico para a simulação. A figura 1 contém a representação elétrica de um motor BLDC, utilizado como base para o equacionamento da parte elétrica do motor, utilizado como referência o livro (XIA, C. L., 2012).

Na figura 1 as fases A, B e C possuem suas respectivas tensões, V_A , V_B e V_C estas tensões de saída do inversor trifásico, R a Resistência de linha da fase no motor, L_M a indutância

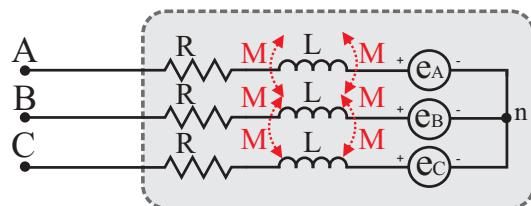


Figura 1 – Modelo Elétrico motor BLDC

$$\begin{aligned}
 V_A - V_n &= i_a R + (L_M) \frac{di_a}{dt} + e_A \\
 V_B - V_n &= i_b R + (L_M) \frac{di_b}{dt} + e_B \\
 V_C - V_n &= i_c R + (L_M) \frac{di_c}{dt} + e_C
 \end{aligned} \tag{1}$$

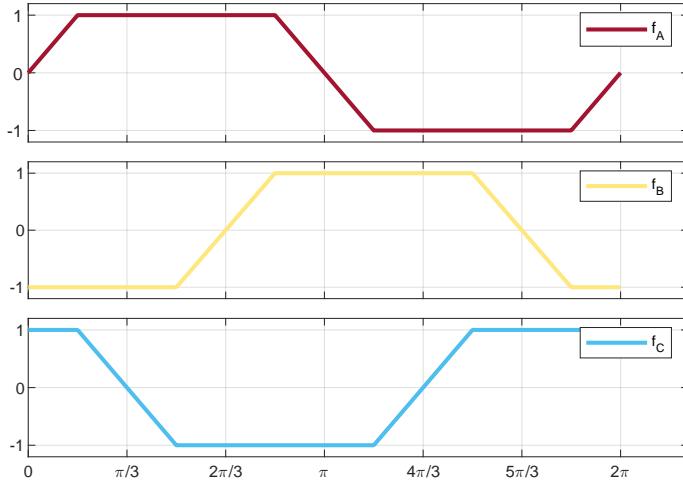


Figura 2 – Função normalizada da força Contra Eletromotriz trapezoidal pela posição angular do rotor.
Autoria própria



Figura 3 – Representação das forças mecânicas atuantes no motor

já considerando a indutância mutua (M) proveniente da proximidade com os outros indutores (L) em que $L_M = L - M$. As correntes de fase i_a , i_b e i_c , as forças eletromotrices geradas pela rotação do motor e_A , e_B , e_C , a tensão no ponto de interconexão das fases do motor V_n (XIA, C. L., 2012).

A função normalizada da FEM, Força Eletromotriz, pode ser visualizada na figura 2, é uma função que quando multiplicada pelo número de par de polos, constante elétrica do motor e velocidade angular mecânica do rotor, obtemos o valor aproximado da FEM naquele instante (SCHMITZ, 2017).

A força eletromotriz é uma tensão que depende da velocidade angular mecânica do motor ω_m , do número de par de polos P_p , da constante elétrica do motor ϕ_m e da função normalizada da força contra-eletromotriz que é dependente da posição do rotor (θ_e) (XIA, C. L., 2012).

$$e_{A,B,C} = P_p \omega_m \phi_m f_{A,B,C}(\theta) \quad (2)$$

O modelo mecânico do motor pode ser constatado na figura 3, onde T_e é o torque elétrico do motor, J é o momento de inércia, B_v é o coeficiente de atrito viscoso e T_l é o torque externo ao motor (XIA, C. L., 2012).

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e - T_l - B_v \omega_m \quad (3)$$

O torque elétrico pode ser reescrito em função das correntes, velocidade angular mecânica, constante elétrica e da função normalizada da FEM (XIA, C. L., 2012).

$$T_e = P_p \phi_m [i_a f_A(\theta_e) + i_b f_B(\theta_e) + i_c f_C(\theta_e)] \quad (4)$$

Substituindo 4 em 3 obtém-se a equação desejada para representar mecanicamente o sistema do motor.

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = -B_v \omega_m + P_p \phi_m [i_a f_A(\theta_e) + i_b f_B(\theta_e) + i_c f_C(\theta_e)] - T_l \quad (5)$$

Em posse das equações 1 e 5 obtém-se o modelo completo que será utilizado nas simulações (XIA, C. L., 2012).

$$\begin{aligned} V_{An} &= i_a R L_M \frac{d}{dt} i_a + P_p \phi_m f_A(\theta_e) \\ V_{Bn} &= i_b R L_M \frac{d}{dt} i_b + P_p \phi_m f_B(\theta_e) \\ V_{Cn} &= i_c R L_M \frac{d}{dt} i_c + P_p \phi_m f_C(\theta_e) \\ J \frac{d\omega_m}{dt} &= -B_v \omega_m + P_p \phi_m [i_a f_A(\theta_e) + i_b f_B(\theta_e) + i_c f_C(\theta_e)] - T_l \end{aligned} \quad (6)$$

2.3 INVERSOR TRIFÁSICO

Uma vez que a tensão de entrada do modelo se refere a V_{An} , e o inversor utilizado no acionamento do motor fornece tensão V_{Ag} , é utilizada uma matriz de transformação que calcula os valores de V_{An} a partir dos valores fornecidos de V_{Ag} (LIU, X., 2017), de modo a tornar possível a simulação do sistema (BARATIERI, 2011), somado as 3 equações de 1, obtém-se:

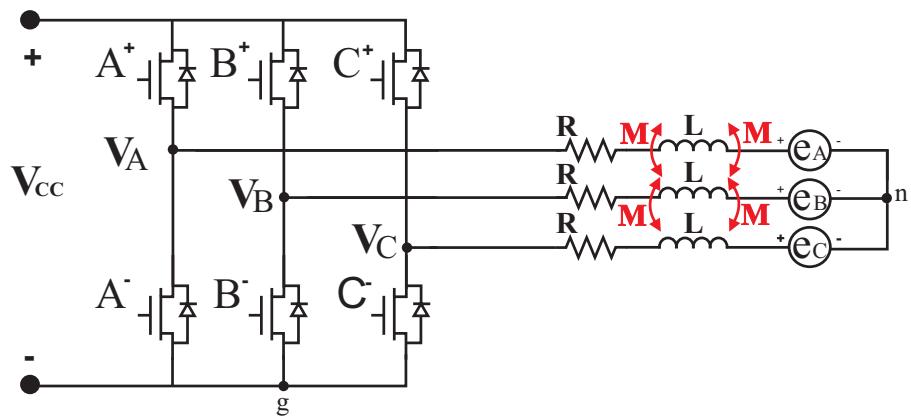


Figura 4 – Circuito elétrico de um inversor trifásico juntamente do modelo elétrico de um motor BLDC.

$$V_{Ag} + V_{Bg} + V_{Cg} - R(i_a + i_b + i_c) - (L_M) \frac{d}{dt}(i_a + i_b + i_c) - (e_A + e_B + e_C) = 3V_{ng} \quad (7)$$

Sabendo que $i_a + i_b + i_c = 0$ a equação pode ser simplificada para.

$$V_{Ag} + V_{Bg} + V_{Cg} - (e_A + e_B + e_C) = 3V_{ng} \quad (8)$$

Podemos representar $V_{An} = V_{Ag} - V_{ng}$, o mesmo pode ser feito para as 2 fases restantes, resultando em:

$$\begin{aligned} V_{An} &= V_{Ag} - \frac{1}{3}(V_{Ag} + V_{Bg} + V_{Cg} - e_A - e_B - e_C) \\ V_{Bn} &= V_{Bg} - \frac{1}{3}(V_{Ag} + V_{Bg} + V_{Cg} - e_A - e_B - e_C) \\ V_{Cn} &= V_{Cg} - \frac{1}{3}(V_{Ag} + V_{Bg} + V_{Cg} - e_A - e_B - e_C) \end{aligned} \quad (9)$$

Representando as equações de 9 na forma matricial em 10:

$$\begin{bmatrix} V_{An} \\ V_{Bn} \\ V_{Cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Ag} \\ V_{Bg} \\ V_{Cg} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_A \\ e_B \\ e_C \end{bmatrix} \quad (10)$$

A partir de 10 é possível simular o sistema com o inversor, obtendo uma simulação mais realista e próxima do que se espera encontrar na prática. Como o acionamento e controle do sistema está sendo efetuados por um microcontrolador, este atua no tempo discreto, portanto sendo necessário a discretização do sistema, com essa finalidade obtém-se as matrizes discretizadas do sistema utilizando o método de Euler, a frequência de discretização é de 10kHz, entretanto o sistema simulado foi super-discretizado à frequência de 2.56MHz, com o intuito de se obter um sinal “analógico” ao sinal discretizado, significando que a taxa de amostragem escolhida para o sistema é de 10Khz. Porém, é necessário utilizar a frequência de super-discretização na equação do método de Euler para a etapa da simulação do motor:

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= e^{At} = \mathbf{I} + At + \frac{1}{2!}\mathbf{A}^2t^2 + \dots + \frac{1}{n!}\mathbf{A}^nt^n \\ \theta(t) &= \int_0^T \Phi(\tau)Bd\tau \end{aligned} \quad (11)$$

em que:

- \mathbf{A} - Matriz,
- t - Período de amostragem.

Aplica-se a aproximação de Euler de segunda ordem:

$$\begin{cases} A_d = \mathbf{I} + \mathbf{A}T + \frac{1}{2!}\mathbf{A}^2T^2 \\ B_d = \mathbf{B}T + \frac{\mathbf{B}\mathbf{A}T^2}{2} \\ C_d = \mathbf{C} \\ D_d = 0 \end{cases} \quad (12)$$

O resultado é representado por um sistema matricial de equações de diferença:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \mathbf{A}_d(k) + \mathbf{B}_d u(k) \\ y(k+1) &= \mathbf{C}_d(k) + \mathbf{D}_d u(k) \end{aligned} \quad (13)$$

Para saber a posição do rotor, sendo esta uma informação necessária para o correto acionamento do motor, o rotor é inicialmente colocado em uma posição conhecida e integrado a velocidade a cada passo de simulação. Essa posição conhecida é obtida acionando-se duas das 3 fases e aguardando o rotor estabilizar na posição, então é integrado o valor da velocidade angular para se obter a posição angular.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\theta_e = P_p\omega_m(k) \\ \frac{\theta_e(k+1)-\theta_e(k)}{t(k+1)-t(k)} = P_p\omega_m(k) \\ \theta_e(k+1) = \theta_e(k) + P_p\omega_m(k)T \end{cases} \quad (14)$$

em que:

- θ_e - Ângulo elétrico do rotor;
- ω_m - Velocidade angular mecânica do rotor;
- T - Período de amostragem.

2.4 TÉCNICAS DE ACIONAMENTO DE MOTORES BLDC

O acionamento dos motores BLDC requer uma atenção especial devido à natureza trifásica do motor. A literatura referenciada no trabalho aborda dois principais métodos de acionamento para o motor: o método de controle de torque direto DTC e o método controle de campo orientado FOC, este segundo é um método desenvolvido para motores de indução, porém podendo também ser aplicado a motores BLDC.

2.4.1 Acionamento DTC (*Direct Torque Control*)

O método de acionamento de Controle Direto de Torque (*inglês*, DTC) consiste da utilização de uma tabela lógica de chaveamento para os MOSFETs, referenciada em 2, onde os mosfets podem ser constatados na figura 4 (MATLAB, 2018).

Uma característica especial do método DTC para o inversor, é que em determinados momentos uma das fases fica com ambas as chaves em aberto sem conduzir, e isso causa uma problemática para a simulação do método quando se deseja resultados considerando o inversor. A figura 5 contém um exemplo para quando a chave “C” está nesse estado. Analisando o circuito é possível obter uma equação elétrica que modela esta peculiaridade.

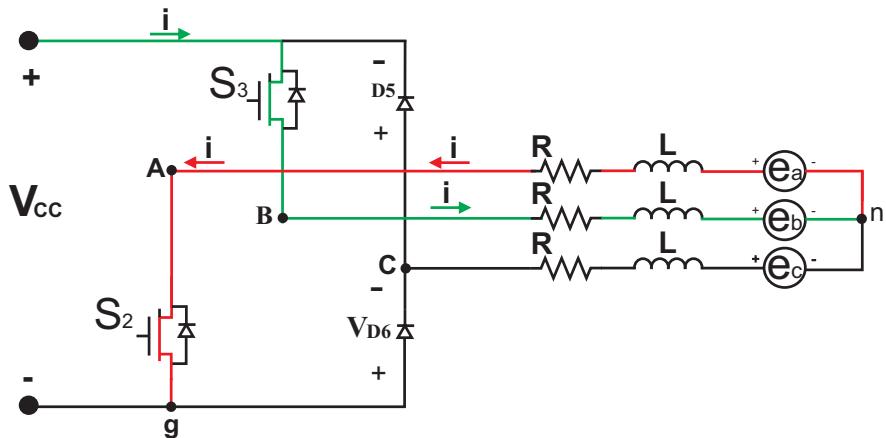


Figura 5 – Inversor trifásico com ambas as chaves da fase C em aberto.

Aplicamos a equação de malha em V_B e V_A :

$$V_A - Ri_a - L_M \frac{d}{dt} i_a - e_A + V_n = 0 \quad (15)$$

$$V_B - Ri_b - L_M \frac{d}{dt} i_b - e_B + V_n = 0 \quad (16)$$

Tabela 2 – Tabela com a lógica de comutação das fases do inversor trifásico.

θ	A^+	A^-	B^+	B^-	C^+	C^-
$0 \geq \theta > \frac{\pi}{6}$	Fechada	Aberta	Aberta	Aberta	Fechada	Aberta
$\frac{\pi}{6} \geq \theta > \frac{\pi}{2}$	Fechada	Aberta	Aberta	Aberta	Aberta	Fechada
$\frac{\pi}{2} \geq \theta > \frac{5\pi}{6}$	Fechada	Aberta	Aberta	Fechada	Aberta	Aberta
$\frac{5\pi}{6} \geq \theta > \frac{7\pi}{6}$	Aberta	Fechada	Fechada	Aberta	Aberta	Aberta
$\frac{7\pi}{6} \geq \theta > \frac{9\pi}{6}$	Aberta	Aberta	Fechada	Aberta	Aberta	Fechada
$\frac{9\pi}{6} \geq \theta > \frac{11\pi}{6}$	Aberta	Aberta	Aberta	Fechada	Fechada	Aberta
$\frac{11\pi}{6} \geq \theta \geq 2\pi$	Aberta	Fechada	Aberta	Aberta	Fechada	Aberta

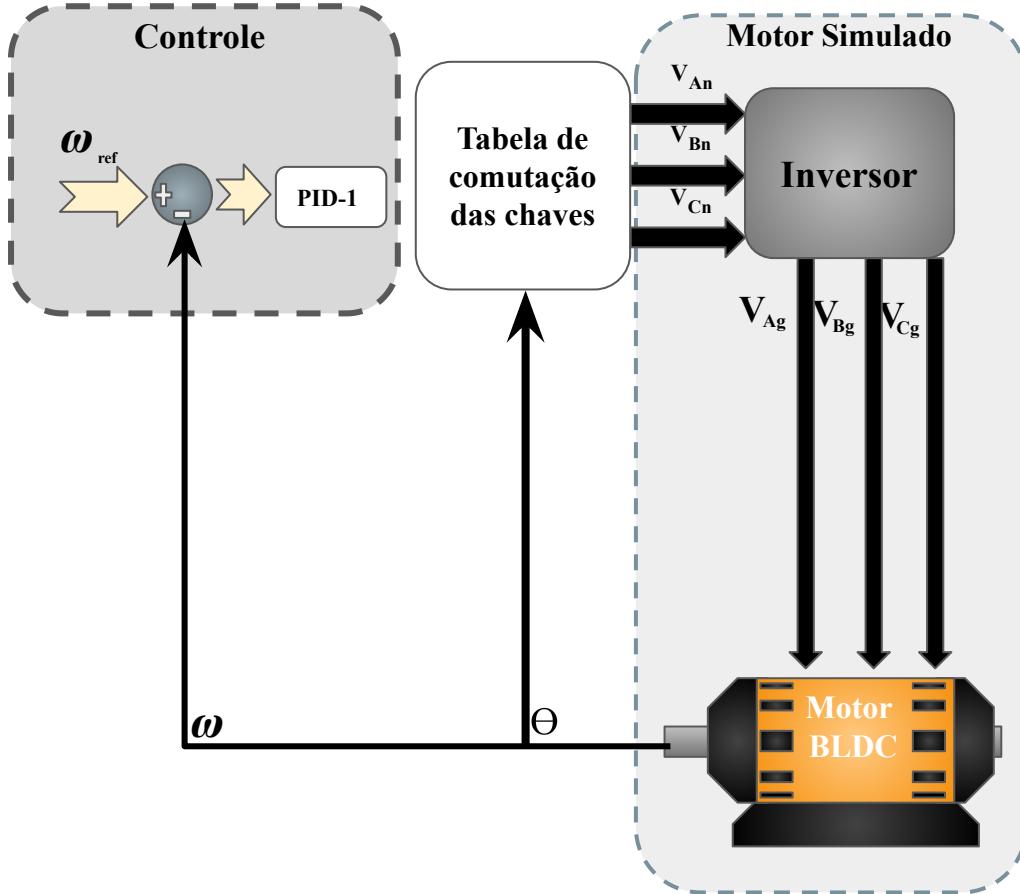


Figura 6 – Diagrama de blocos do método de acionamento DTC.

Como a corrente $i_b = -i_a$, $V_A = 0$ e $V_B = V_{CC}$ podemos somar às duas equações para obter a equação para V_n :

$$V_n = \frac{V_{CC} - e_A - e_B}{2} \quad (17)$$

A equação da malha para o valor de V_{Cn} é apenas $V_C - V_n$ pois não existe corrente na fase C, portanto não existe diferença de potencial no resistor e no indutor da fase, utilizando o valor de V_n obtido na equação 17 obtém-se:

$$V_{Cn} = \frac{V_{CC} - e_A - e_B}{2} + e_C \quad (18)$$

A figura 6 apresenta a representação em diagrama de blocos do método de acionamento DTC, onde a tabela 2 é usada na lógica de comutação das chaves do inversor, a partir da leitura da posição angular do motor.

2.4.2 Acionamento FOC (Field Oriented Control)

O método de acionamento de Controle Orientado de Campo (*inglês*, FOC) utiliza as transformadas de Park e Clarke (O'ROURKE *et al.*, 2019) para controlar o sentido e a força e o torque do motor. A técnica de controle de campo se baseia em manipular o vetor do estator para fazer com que ele fique 90° com o vetor do rotor, assim garantindo o maior torque possível. É possível obter esse comportamento controlando as componentes do vetor, diminuindo para 0 a componente d e para o valor desejado a componente q . Os valores dessas componentes podem ser obtidos aplicando as transformadas de Park e Clarke nas correntes do inversor.

A transformada de Clarke consiste em representar um sistema trifásico em 3 eixos estacionários, α , β e 0, caso o sistema esteja balanceado a terceira componente da transformada será nula, ela se chama componente homopolar.

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} & \sqrt{\frac{1}{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (19)$$

A transformada de Clarke inversa permite obter os valores em coordenadas abc a partir das componentes $\alpha\beta0$:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (20)$$

A transformada de Park consiste em rotacionar o sistema de referência, assim obtém-se um sinal contínuo de um sinal alternado, caso a frequência de rotação do sistema seja a mesma

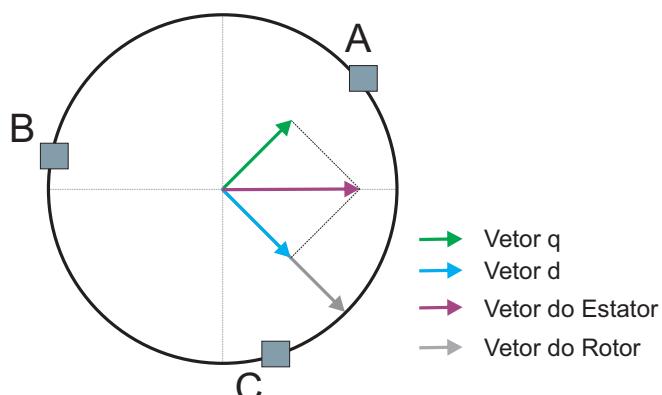


Figura 7 – Representação gráfica dos vetores no rotor.

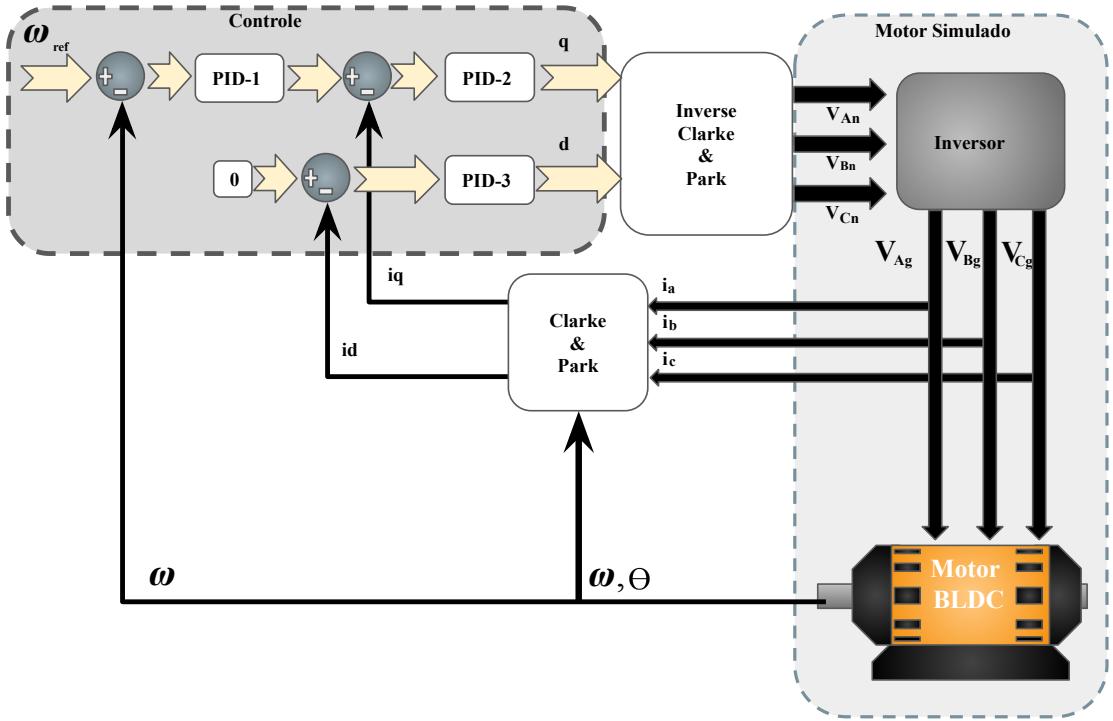


Figura 8 – Diagrama de blocos do método de acionamento FOC.

que a frequência do sinal.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ d \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (21)$$

A transformada inversa de Park permite calcular os valores $\alpha\beta0$ a partir dos valores d , q , 0.

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ d \\ q \end{bmatrix} \quad (22)$$

A figura 8 apresenta o diagrama de blocos utilizado para implementar o método FOC. Neste sistema aplicam-se as transformadas nos sinais de corrente, utilizando-se de dois controladores PID, um para zerar a componente d e o outro para colocar a componente q no valor desejado de torque, como visto na figura 7 o torque máximo é obtido quando o vetor do estator está a 90° graus com o vetor do rotor, estes são traduzidos na transformada de Park como os vetores q e d , respectivamente. Aplicado as transformadas inversas o resultado são sinais trifásicos de tensão modulados por PWM para comutar os MOSFETs do inversor.

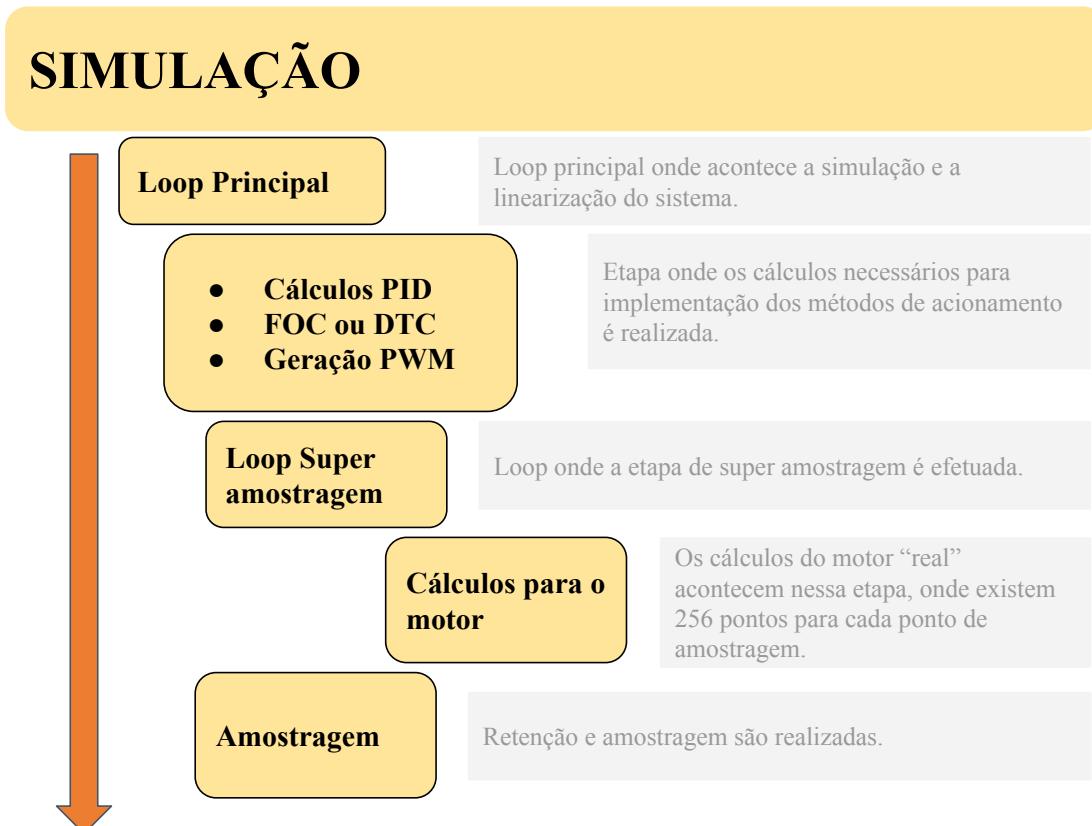
Tabela 3 – Tabela de parâmetros do motor obtida a partir de (BARATIERI, 2011).

Parâmetro	valor
Resistência	$5,75\Omega$
Indutância	$0,55mH$
Inércia	$0,87 \text{ m } Kgm^2$
Viscosidade	$0,362 \text{ m } Nm/s$
Constante Elétrica	$0,31 \text{ Vpk/rad/sec}$
Constante de Torque	$0,31 \text{ Nm/A}$
Número de Polos	4

2.5 SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS DO ACIONAMENTO DE MOTORES BLDC COM TÉCNICAS DTC E FOC

Esta etapa é dedicada a explicar os resultados obtidos com o algoritmo de simulação para os métodos de acionamento DTC e FOC e validar seu funcionamento.

Uma representação em diagrama de blocos do código pode ser visualizada na figura 9.

**Figura 9 – Diagrama de blocos representando o código utilizado na simulação do motor BLDC.**

A parametrização do motor foi baseada no trabalho de (BARATIERI, 2011) como forma de validação da simulação.

Com os dados do motor e o modelo matemático obtido anteriormente é possível simular computacionalmente seu comportamento. O acionamento do motor é efetuado em rampa, e após

um momento de operação em regime, aos 0,7 segundos de simulação uma carga extra entra em ação com a intenção de desestabilizar o sistema e avaliar o comportamento do controlador para corrigir o distúrbio, então aos 0,8s de simulação o motor é desacelerado em rampa até a parada completa do mesmo.

O primeiro gráfico da figura 10 contém a velocidade angular do motor durante a simulação para ambos os métodos de acionamento, DTC e FOC, e a referência, o segundo gráfico contém o erro em rad/s durante a simulação, até 0,2 segundo da simulação o erro é zero dado que é a etapa de alinhamento do rotor e não é considerado como acionamento. Também na figura 10 é possível observar os gráficos da posição angular para os métodos de acionamento, as tensões e as correntes, o gráfico das tensões está desta forma, pois foi simulado utilizando um inversor, e esta é a tensão de saída do inversor já modulada por PWM. Já as correntes, é possível observar o formato senoidal quando utilizado o método FOC e um trapézio no método DTC.

A figura 11 é uma aproximação do ponto de distúrbio dos gráficos da figura 10, de modo a permitir uma análise melhorada dos efeitos deste distúrbio nas correntes, tensões e erro do sistema. Nota-se que apesar do método FOC possuir correntes mais elevadas do que o método DTC, o método FOC consegue reagir melhor ao distúrbio e controlar o sistema de forma mais ágil.

2.5.1 Resumo do capítulo

Neste capítulo foi abordado a modelagem matemática do motor e do inversor trifásico, apresentado os métodos de acionamento FOC e DTC, e elaborada a análise necessária para implementação dos métodos. Na seção de simulação são apresentados os parâmetros utilizados para o motor e os resultados da simulação em ambiente MatLab. A partir dos resultados foi possível avaliar o comportamento de ambos os métodos simultaneamente para as mesmas condições de operação, e foi possível notar pontos interessantes de cada método, percebe-se que o método FOC possui uma corrente elevada quando comparado com o DTC, porém ele reage melhor a distúrbios do sistema.

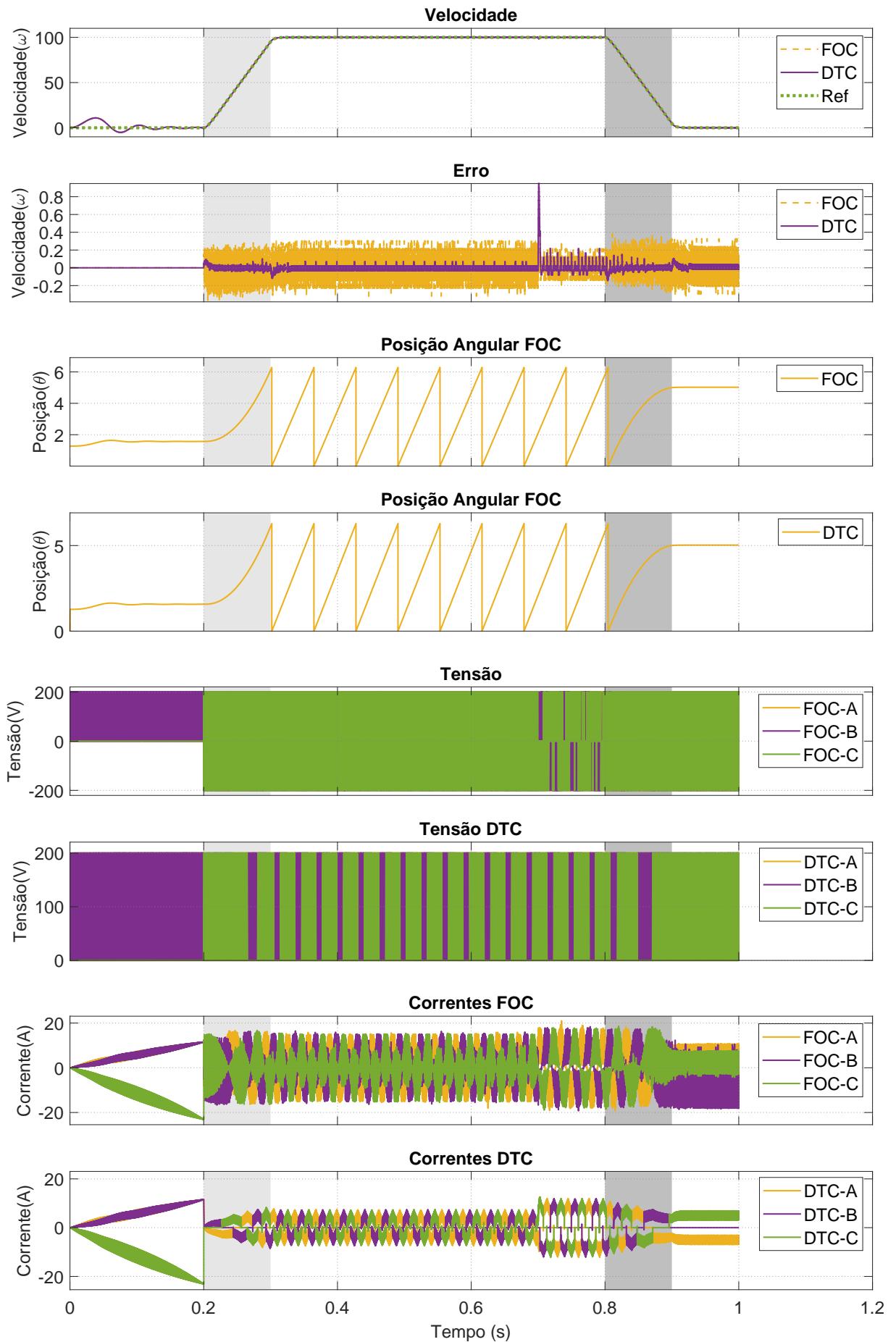


Figura 10 – Resultados da simulação, para velocidades, erro, posição angular e correntes durante o período de simulação.

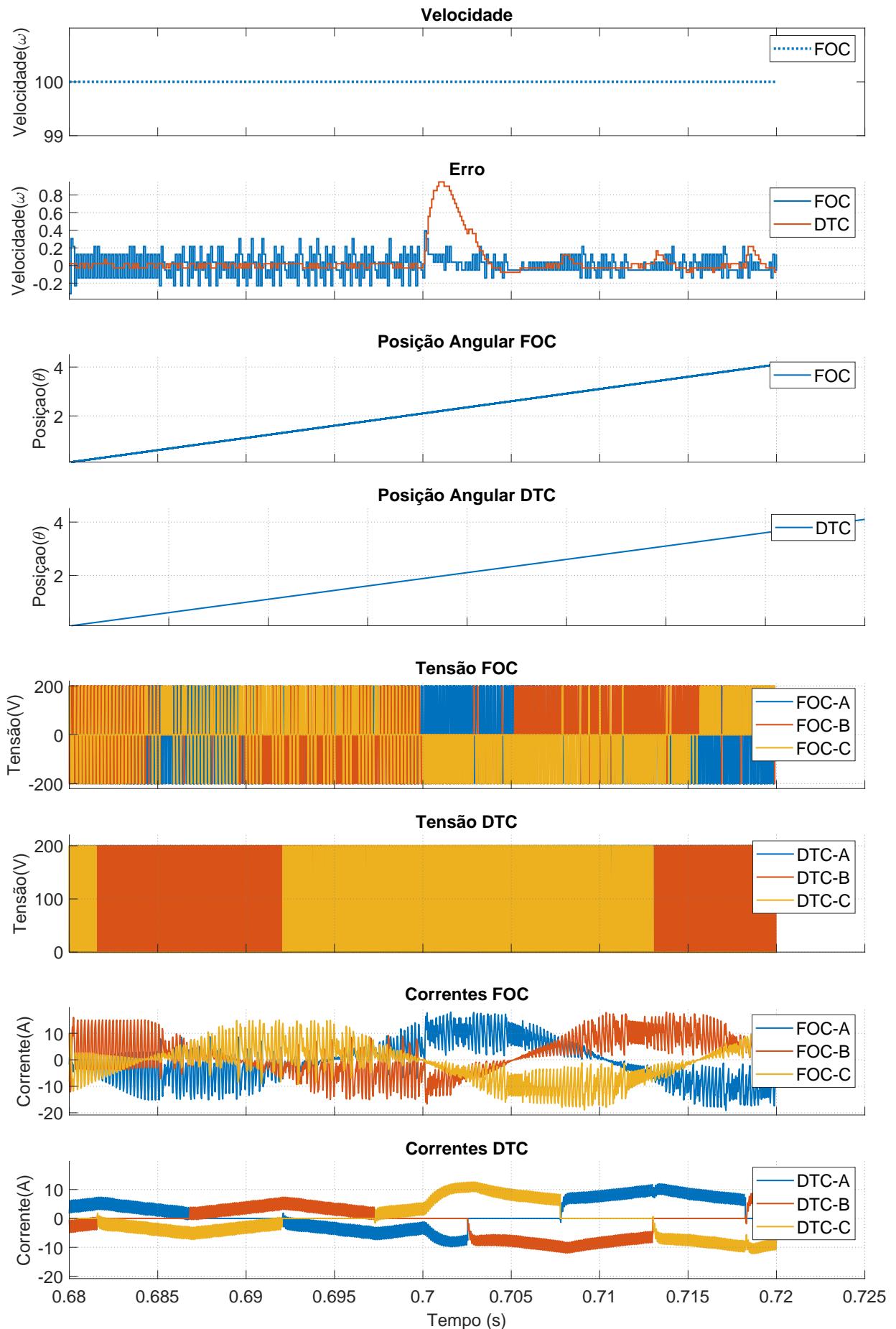


Figura 11 – Resultados da simulação, para velocidades, erro, posição angular e correntes durante o período de distúrbio.

3 FILTRO DE KALMAN

3.1 INTRODUÇÃO

O Filtro de Kalman pode ser utilizado para estimar parâmetros do sistema a partir de medições incertas, podendo também estimar estados futuros do sistema baseado em estados (BECKER, 2018).

Pelo fato do Filtro de Kalman utilizar da distribuição Gaussiana, isso o torna apto para funcionar apenas com sistemas lineares ou linearizados, e como modelo obtido para o motor neste trabalho é não linear, assim torna-se necessário o emprego do Filtro de Kalman Estendido, que será melhor analisado na seção seguinte deste capítulo (GREWAL; ANDREWS, 2001).

O Filtro de Kalman pode ser dividido em duas etapas distintas, a etapa de atualização e a etapa de predição (MELDA ULUSOY; MATHWORKS, 2017),(DAUM, 2005). A primeira etapa, a de predição consiste em duas equações, sendo a primeira:

$$\hat{x}_{k|k+1} = \mathbf{F}\hat{x}_{k|k} + \mathbf{G}u_k + \omega_k \quad (23)$$

em que:

- $\hat{x}_{k|k+1}$ é o vetor de estados do sistema com um passo a frente;
- \mathbf{F} é a matriz de transição de estados;
- \mathbf{G} é a matriz de controle;
- u_k é o vetor de controle;
- ω_k é o ruído de processo.

A matriz de covariância para $k|k + 1$ é calculada por:

$$\mathbf{P}_{k|k+1} = \mathbf{F}\mathbf{P}_{k|k}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q} \quad (24)$$

em que:

- $\mathbf{P}_{k|k+1}$ é a matriz de covariância do passo seguinte;
- \mathbf{Q} é a matriz de ruído do processo.

Para a etapa de atualização do Filtro, o algoritmo foi dividido em 5 equações para facilitar a compreensão, a primeira equação é responsável por obter o valor proveniente da matriz de observação do sistema:

$$\hat{y}_{k|k} = \mathbf{H}\hat{x}_{k|k} + v_n \quad (25)$$

em que:

- $\hat{y}_{k|k}$ é o vetor de medidas;
- \mathbf{H} é a matriz de observação;
- v_n é um vetor de ruídos aleatórios.

Na segunda equação o valor proveniente do observador do sistema é subtraído do valor dos sensores:

$$\tilde{y}_k = y_k - \hat{y}_{k|k-1} \quad (26)$$

A matriz dos ganhos de Kalman é dada por:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_n)^{-1} \quad (27)$$

em que:

- \mathbf{K}_k é a matriz de ganhos de Kalman;
- \mathbf{R}_n é a matriz de covariância do ruído de medição.

Então é possível estimar os valores não medidos, utilizando a diferença entre os medidos e os observados multiplicado pelo ganho de Kalman:

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{y}_k \quad (28)$$

em que:

- $\hat{x}_{k|k}$ é o vetor estimado do sistema no passo k.

A matriz de covariância do sistema é atualizada pela seguinte equação:

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (29)$$

A matriz \mathbf{Q} é a covariância do ruído de processo e a matriz \mathbf{R} é a covariância do ruído de medição. Estas matrizes determinam o comportamento do Filtro quanto a “confiança” do Filtro em relação aos valores obtidos do modelo do sistema para a matriz \mathbf{Q} e quanto aos valores medidos para a matriz \mathbf{R} (MELDA ULUSOY; MATHWORKS, 2017). Os valores podem ser

obtidos através do cálculo da covariância do erro de medições e estimação (TERZIC; JADRIC, 2001)

A matriz \mathbf{R} é obtida através da equação:

$$\mathbf{R} = E(vv^T) \quad (30)$$

A matriz \mathbf{Q} é obtida a partir da expressão que segue onde ω é o vetor de ruídos do processo:

$$\mathbf{Q} = E(\omega\omega^T) \quad (31)$$

Podemos analisar o comportamento da matriz \mathbf{R} avaliando o valor da equação 27 quando \mathbf{R} tende a 0, e também para quando \mathbf{R} tende ao infinito.

$$\lim_{R \rightarrow 0} \mathbf{K}_k = \lim_{R \rightarrow 0} \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_n)^{-1} = \mathbf{C}_d^{-1} \quad (32)$$

O valor estimado terá peso 0 significando que o resultado do cálculo do Filtro virá apenas do valor medido:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \mathbf{K}_k = \lim_{R \rightarrow \infty} \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_n)^{-1} = 0 \quad (33)$$

Neste caso, o valor de \mathbf{K}_k tenderá a 0, o que resultará em que apenas o valor estimado será considerado no cálculo da equação 28. O meio-termo entre os 2 extremos é um valor que utiliza uma porcentagem baseada nos valores medidos, e outra dos valores estimados.

3.2 FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO

O Filtro de Kalman Estendido (*Inglês*, EKF) é a extensão do Filtro de Kalman para sistemas não lineares, através da linearização local do modelo utilizando derivada parcial no intervalo desejado (CHOJOWSKI, 2018). Para o Filtro de Kalman Estendido, apenas a equação 24 é alterada do algoritmo, utilizando a jacobiana do sistema (HRBAC, 2014):

$$\mathbf{P}_{k|k+1} = \mathbf{F}_d \mathbf{P}_{k|k} \mathbf{F}_d^T + \mathbf{Q} \quad (34)$$

em que F_d é a Jacobiana dos estados, discutida na sequência.

A figura 12 contém uma summarização das equações utilizadas para o cálculo do Filtro de Kalman e da versão estendida dele:

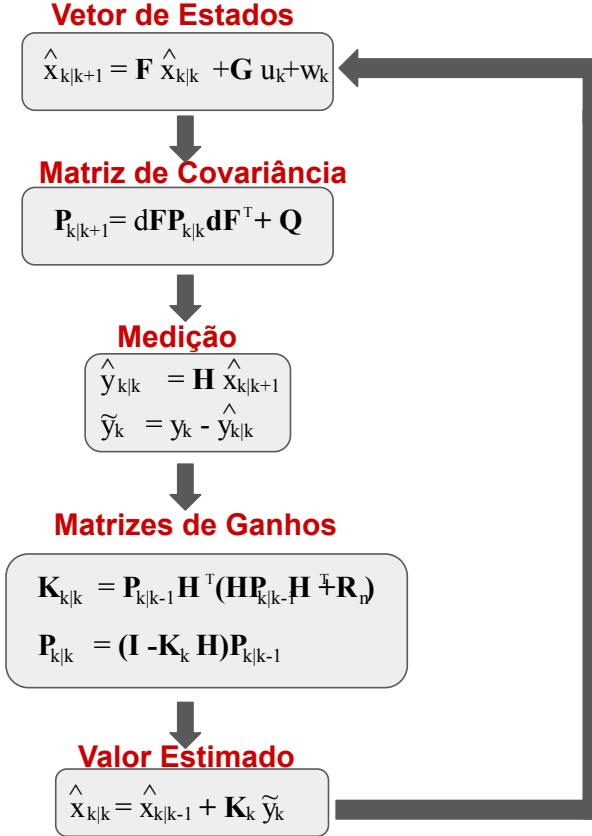


Figura 12 – Diagrama de blocos representando a ordem de implementação das equações do Filtro de Kalman Estendido.

$$\mathbf{F} \mathbf{d} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial i_a} \frac{\partial f_1}{\partial i_b} \frac{\partial f_1}{\partial i_c} \frac{\partial f_1}{\partial \omega_r} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_e} \\ \frac{\partial f_2}{\partial i_a} \frac{\partial f_2}{\partial i_b} \frac{\partial f_2}{\partial i_c} \frac{\partial f_2}{\partial \omega_r} \frac{\partial f_2}{\partial \theta_e} \\ \frac{\partial f_3}{\partial i_a} \frac{\partial f_3}{\partial i_b} \frac{\partial f_3}{\partial i_c} \frac{\partial f_3}{\partial \omega_r} \frac{\partial f_3}{\partial \theta_e} \\ \frac{\partial f_4}{\partial i_a} \frac{\partial f_4}{\partial i_b} \frac{\partial f_4}{\partial i_c} \frac{\partial f_4}{\partial \omega_r} \frac{\partial f_4}{\partial \theta_e} \\ \frac{\partial f_5}{\partial i_a} \frac{\partial f_5}{\partial i_b} \frac{\partial f_5}{\partial i_c} \frac{\partial f_5}{\partial \omega_r} \frac{\partial f_5}{\partial \theta_e} \end{bmatrix} \quad (35)$$

em que:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{L_M} V_{An} - \frac{R}{L_M} i_a - \frac{P_p \phi_m f_A(\theta_e)}{L_M} \omega_m \\ f_2 &= \frac{1}{L_M} V_{An} - \frac{R}{L_M} i_b - \frac{P_p \phi_m f_B(\theta_e)}{L_M} \omega_m \\ f_3 &= \frac{1}{L_M} V_{An} - \frac{R}{L_M} i_c - \frac{P_p \phi_m f_C(\theta_e)}{L_M} \omega_m \\ f_4 &= \frac{P_p \phi_m}{J} (i_a f_A(\theta_e) + i_b f_B(\theta_e) + i_c f_C(\theta_e)) - \frac{1}{J} (B_v \omega_m + T_c) \\ f_5 &= P_p \omega_m \end{aligned} \quad (36)$$

A matriz linearizada do sistema é obtida a partir da solução da equação 35 utilizando as

funções da equação 36, A linearização ocorre a cada ponto de operação, em que:

$$a_{45} = \frac{P_p \phi_m}{J} \left(\frac{d}{d\theta_e} f_A(\theta_e) i_a + \frac{d}{d\theta_e} f_B(\theta_e) i_b + \frac{d}{d\theta_e} f_C(\theta_e) i_c \right)$$

$$\mathbf{F}\mathbf{d}(x,t) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_M} & 0 & 0 & -\frac{P_p \phi_m f_A(\theta_e)}{L_M} & -\frac{P_p \phi_m \omega_m}{L_M} \frac{df_A(\theta_e)}{d\theta_e} \\ 0 & -\frac{R}{L_M} & 0 & -\frac{P_p \phi_m f_B(\theta_e)}{L_M} & -\frac{P_p \phi_m \omega_m}{L_M} \frac{df_B(\theta_e)}{d\theta_e} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L_M} & -\frac{P_p \phi_m f_C(\theta_e)}{L_M} & -\frac{P_p \phi_m \omega_m}{L_M} \frac{df_C(\theta_e)}{d\theta_e} \\ \frac{P_p \phi_m f_A(\theta_e)}{J} & \frac{P_p \phi_m f_B(\theta_e)}{J} & \frac{P_p \phi_m f_C(\theta_e)}{J} & -\frac{B_V}{J} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & P_p & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

Para a simulação computacional é necessário discretizar todas as matrizes do sistema, (TERZIC; JADRIC, 2001).

$$\begin{aligned} \mathbf{F}\mathbf{d}_{dis} &= \mathbf{I} + \mathbf{F}\mathbf{d}T_s + \frac{\mathbf{F}\mathbf{d}^2}{2!} T_s^2 \\ \mathbf{G}_{dis} &= \mathbf{G}T_s + \frac{\mathbf{G}\mathbf{F}T_s^2}{2!} \end{aligned} \quad (38)$$

em que:

- \mathbf{I} é a matriz identidade;
- $\mathbf{F}\mathbf{d}$ é a matriz linearizada do sistema;
- T_s é o período de amostragem do sistema.

A matriz de observação do sistema é dada por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

A figura 13 é a representação por diagrama de blocos da estrutura utilizada na simulação do sistema com o Filtro de Kalman Estendido. O Filtro recebe como entradas as correntes e as tensões de cada fase, e retorna na saída a velocidade angular mecânica estimada e a posição angular estimada. Com a velocidade, a posição e as correntes de fase, são calculadas as transformadas de Park e Clarke. Estas serão subtraídas pelas referências dos controladores e multiplicados em seguida pelos ganhos dos controladores PID-2 e PID-3, estes valores são entradas para as transformadas inversas de Parque e Clarke, assim resultando em valores de referência de tensão, modulado pelo PWM do inversor trifásico, e a saída do inversor alimenta o motor BLDC.

Os valores da tabela 3.2 foram definidos experimentalmente com ensaios de simulação até se obter um resultado aceitável.

3.3 PREPARAÇÃO PARA A SIMULAÇÃO

Para a simulação do Filtro de Kalman foi utilizado a linguagem *PYTHON*, visto sua versatilidade em lidar com tipos de variáveis e por ser uma linguagem aberta, assim facilitando o acesso ao algoritmo desenvolvido.

3.3.1 Algoritmo em Python

Como o método de modelagem abordado no trabalho foi o da modelagem da força eletro-motriz, é preciso criar uma estrutura para conter os valores da FCEM nos pontos necessários para a simulação.

Para a FCEM, foram obtidas equações matemáticas que retornam o valor normalizado da FCEM para o valor de ângulo desejado, foram obtidas quatro funções, uma para a FCEM

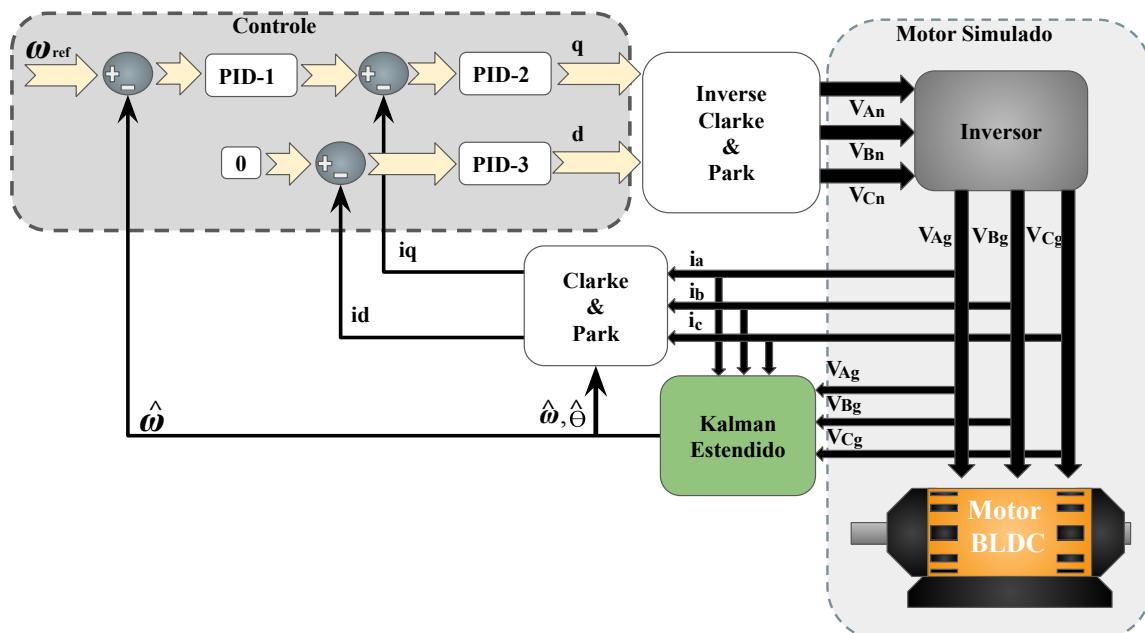


Figura 13 – Diagrama de blocos da estrutura do Filtro de Kalman

	P	I	D
PID-1	40	3	6
PID-2	0,1	0,0018	0,001
PID-3	0,1	0,0018	0,001

Figura 14 – Tabela com os ganhos para os controladores PID utilizados na simulação.

Código-fonte 1 – Código que retorna o valor da FCEM trapezoidal.

```

1 def FEM_sqr(ang):
2     pi = math.pi
3     ang=ang%(2*pi)
4     if ang < (90/180)*pi:
5         return 1
6     elif ang < (150/180)*pi:
7         return ang**-6/pi+4
8     elif ang < (270/180)*pi:
9         return -1
10    elif ang < (330/180)*pi:
11        return ang*(6/(pi)) -10
12    else:
13        return 1

```

Fonte: Autoria própria (2022).

Código-fonte 2 – Código que retorna o valor da derivada da FCEM trapezoidal.

```

1 def DFEM_sqr(ang):
2     pi = math.pi
3     ang=ang%(2*pi)
4     if ang < (90/180)*pi:
5         return 0
6     elif ang < (150/180)*pi:
7         return -6/pi
8     elif ang < (270/180)*pi:
9         return 0
10    elif ang < (330/180)*pi:
11        return 6/pi
12    else:
13        return 0

```

Fonte: Autoria própria (2022).

Código-fonte 3 – Código que retorna o valor da FCEM senoidal.

```

1 def FEM_sin(ang):
2     pi = math.pi
3     ang=ang%(2*pi)
4     pi = math.pi
5     return math.sin(ang+pi/3.0)

```

Fonte: Autoria própria (2022).

trapezoidal, outra para a derivada da FCEM trapezoidal, uma para a FCEM senoidal e outra para sua derivada.

Para a FCEM trapezoidal e sua derivada, foram desenvolvidas às duas funções Código-fonte 1 e Código-fonte 2.

Para a FCEM senoidal e sua derivada, foram desenvolvidas as funções, Código-fonte 3 e Código-fonte 4.

Com as funções descritas a cima, é possível obter os valores normalizados da FCEM para a simulação, como visto no modelo do motor estes valores são necessários para a simulação

Código-fonte 4 – Código que retorna o valor da derivada da FCEM senoidal.

```

1 def DFEM_sin(ang):
2     pi = math.pi
3     ang=ang%(2*pi)
4     return math.cos(ang + math.pi/3.0)

```

Fonte: Autoria própria (2022).

Código-fonte 5 – Código implementa o Filtro Estendido de Kalman.

```

1 x_pri[:,k+1] = Ad_kal@x_pri[:,k]+(Bd_kal@[V_kal[0],V_kal[1],V_kal[2],0.02*
   x_pos[3,k]+T1])
2 P_pri          = dFd@P_pos@dFd.transpose() + Qn
3
4 yk             = C_kal@x_pri[:,k+1]
5 y_kal          = ym[:,k+1] - yk
6 Sk              = C_kal@P_pri@C_kal.transpose() + Rn
7 K_kal          = P_pri@C_kal.transpose()@np.linalg.inv(Sk)
8 x_pos[:,k+1]   = x_pri[:,k+1] + (K_kal@y_kal)
9 P_pos          = (I5 -(K_kal)@(C_kal))@(P_pri)

```

Fonte: Autoria própria (2022).

do motor Código-fonte 5.

Sobre a discretização e os cálculos, o Filtro de Kalman Estendido utiliza a frequência de amostragem na discretização, 10 Khz, porém o motor simulado utiliza uma frequência maior, com a intenção de se obter um sinal com muito mais pontos por ponto de amostragem, assim se assemelhando mais a um sinal contínuo e amostrado. O motor simulado possui sua dinâmica devido ao sinal modulado por PWM, e a leitura pelos sensores de corrente passa pelo processo de discretização e amostragem como seria em um sistema real, para então servir de entrada no Filtro de Kalman Estendido e no controlador do sistema.

3.3.2 Resumo do capítulo

Neste capítulo foi apresentado o Filtro de Kalman clássico, explicado as equações que compõem o Filtro e então apresentado a versão do Filtro de Kalman Estendido. Neste caso utilizando um método de linearização local através da jacobiana o Filtro consegue operar com sistemas não lineares, considerando que sua linearização local seja satisfatória. Em sequência é apresentado como aplicar o Filtro de Kalman Estendido para o problema de estimar velocidade e a posição no motor brushless, apresentando as matrizes de estado e o método utilizado para discretização, após é demonstrado os algoritmos em *PYTHON* para a parametrização das FCEM para os enrolamentos concentrado e distribuídos.

4 RESULTADOS

A simulação é separada em duas etapas, a primeira onde o Filtro de Kalman Estendido é utilizado apenas como observador do sistema, o controle do motor é efetuado simulando a aquisição da velocidade através de um encoder e um conversor analógico digital, e a posição obtida através da integração do valor da velocidade real, então comparado os resultados de velocidade estimada pelo Filtro com a velocidade obtida do sensor e posição.

A segunda etapa é utilizado os valores estimados do Filtro no controle do motor, e utilizado o valor real da velocidade do sistema simulado para comparar com o valor obtido do estimador, e gerado gráficos para a visualização dos dados e do comportamento do motor nestas condições propostas.

4.1 RESULTADOS PARA O FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO SEM AÇÃO NO CONTROLE DO SISTEMA.

Nesta seção o sistema é simulado com o Filtro de Kalman Estendido atuando apenas como observador do sistema, sem utilizar os valores estimados pelo Filtro no controle do sistema, de modo a avaliar a capacidade do Filtro em estimar corretamente a velocidade e a posição do sistema. O primeiro gráfico da figura 15 compara a posição real do rotor do motor simulado com a posição que o Filtro de Kalman Estendido obteve, podemos notar que ambas estão muito próximas demonstrando o correto funcionamento do Filtro.

O segundo gráfico da figura 15 compara a velocidade real do motor com a velocidade estimada e a referência, demonstrando que o observador conseguiu seguir corretamente os valores reais do motor. O terceiro gráfico contém o valor da diferença entre o valor real e o estimado de velocidade, em valores absolutos, com diferença menor que 1% entre estes. O último gráfico contém o erro angular entre a posição real e a estimada do rotor, sendo um valor muito pequeno, cerca de 0,05 radianos de erro.

4.2 FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO COM VALORES ESTIMADOS NO CONTROLE DO SISTEMA.

Nesta seção os resultados foram coletados com o Filtro de Kalman Estendido atuando como estimador do sistema, assim o valor da velocidade angular e da posição angular estimadas

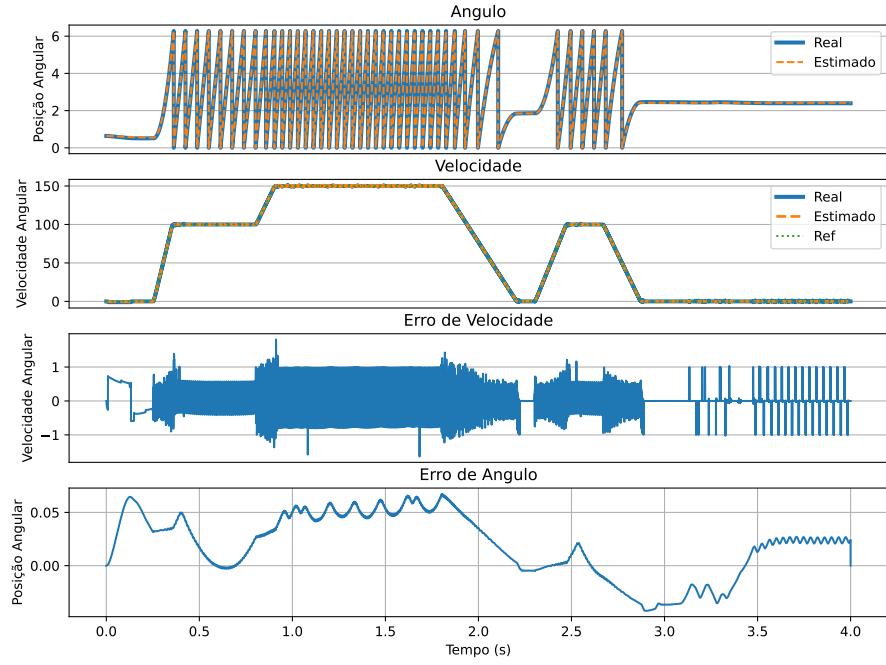


Figura 15 – Filtro de Kalman como observador.

são utilizadas pelo controlador do sistema. Os valores de posição e velocidade estimados são comparados com os valores obtidos do motor simulado, podendo mensurar o erro entre o estimador do sistema e os valores reais do sistema.

O primeiro gráfico da figura 16 apresenta a etapa de alinhamento do rotor, quando duas das fases são alimentadas fazendo com que o rotor gire até uma posição conhecida, nota-se um erro considerável entre a velocidade real e a velocidade estimada pelo Filtro, visto que a velocidade é baixa se comparado ao valor de 100 (rad/s) da etapa de regime, porém o valor da posição real e estimada estão próximos, assim não prejudicando o sistema de controle do motor. O salto aparente que a posição real efetua até aproximadamente 6,28 rad ocorreu, pois, a medida é obtida em radianos e quando o valor da posição real foi menor que 0 o sistema retorna para o valor de 2π .

A figura 17 apresenta a etapa de aceleração do motor, seguindo a referência em rampa, nota-se um pequeno erro entre a velocidade real e a estimada pelo Filtro, que logo é compensado pelo mesmo. É possível perceber também duas componentes de frequência no erro, uma de alta frequência e com amplitude constante e uma de menor frequência que é proveniente da velocidade angular do motor, a primeira não foi possível identificar a sua origem, exigindo uma análise mais aprofundada e com mais testes.

Durante a etapa da figura 18 o motor encontra-se em regime de operação, com um

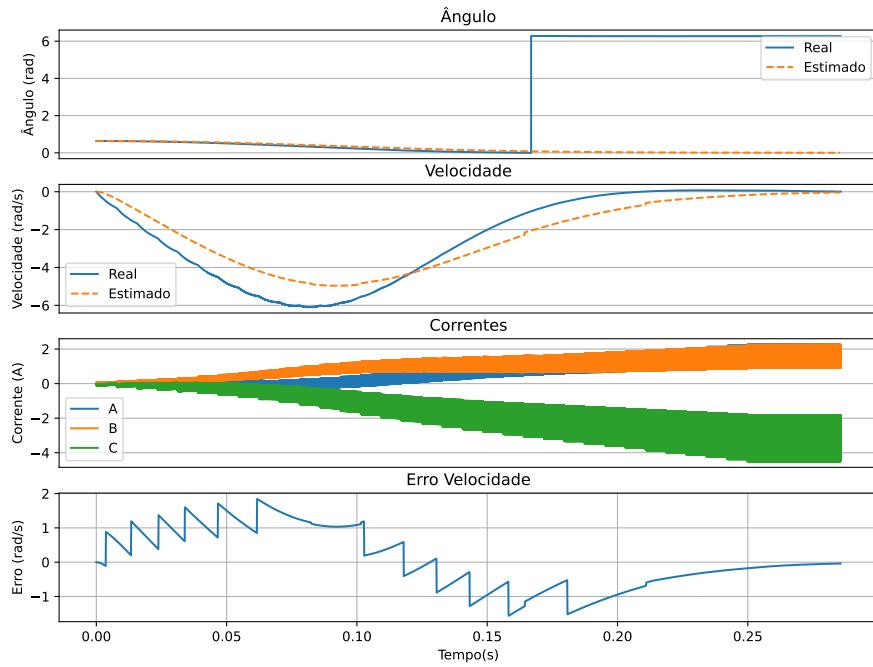


Figura 16 – Etapa de alinhamento do rotor.

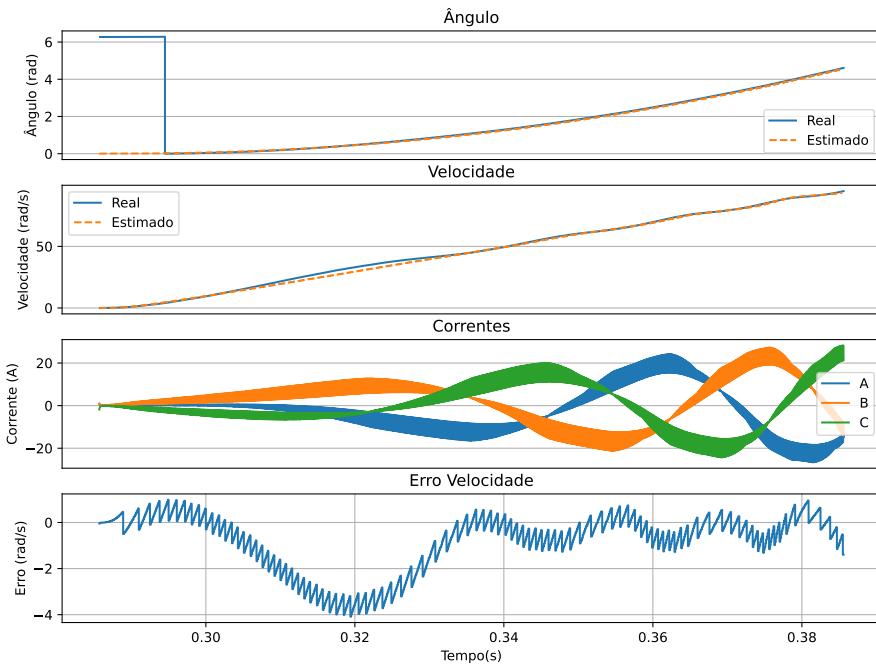


Figura 17 – Etapa de aceleração.

pequeno erro entre os valores de velocidade estimados e o real, com a média do erro muito próxima de zero, porém não nulo, resultando em um valor médio de erro de velocidade integrado pelo cálculo da posição angular, este valor pequeno, porém constante pode resultar em um erro

acumulativo considerável dado um período longo de operação.

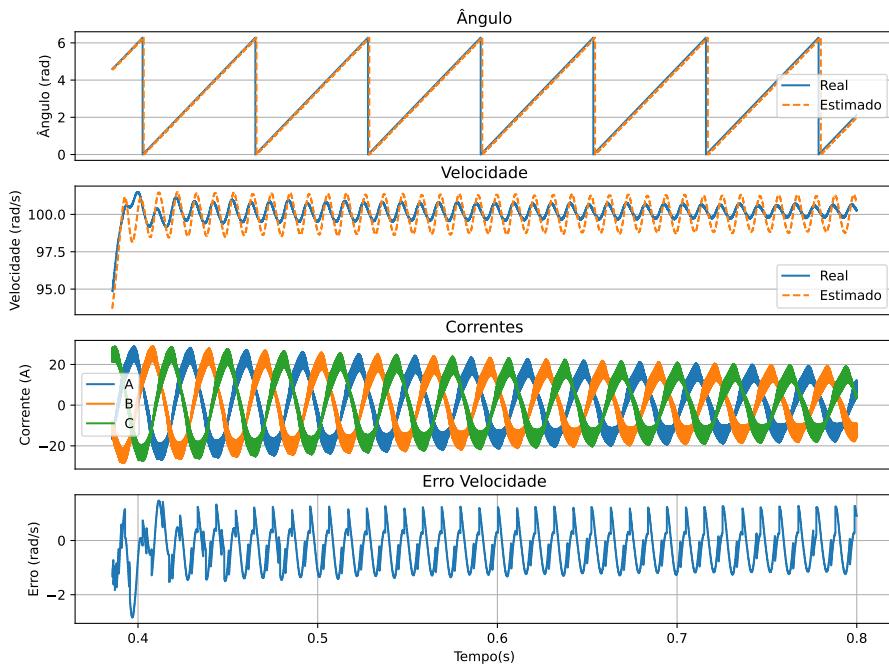


Figura 18 – Etapa de estabilização.

Conforme a velocidade vai diminuindo durante a etapa de desaceleração, 19, o erro de velocidade aumenta, levando a um desalinhamento entre a posição angular do rotor e do estimador.

Com o propósito de verificar como o sistema se comportaria partindo de um desalinhamento angular, o motor foi acionado novamente em rampa partindo do ponto anterior, onde ele parou com um certo erro angular entre a posição real do rotor e a posição estimada pelo Filtro. Nota-se que rapidamente o sistema recupera a posição correta e retorna a operar normalmente, demonstrando capacidade de lidar com está adversidade. Porém, mais estudos são necessários para validar este comportamento em um motor real.

Por fim a figura 21 apresenta o período inteiro de simulação, e os últimos 2 gráficos possuem o erro de velocidade e o erro angular respectivamente, dando uma ideia geral do comportamento do motor quando utilizado os valores estimados do Filtro. Nota-se um erro crescente conforme o motor aproxima da estagnação, possuindo um erro de velocidade negativo na frenagem e positivo na aceleração. Outro ponto interessante foi que mesmo desacelerando de velocidades distintas, o erro de posição angular foi o mesmo, quase 90º graus, possivelmente relacionado com a quantidade de par de polos do motor, necessário mais estudo para avaliar corretamente a origem desse fenômeno.

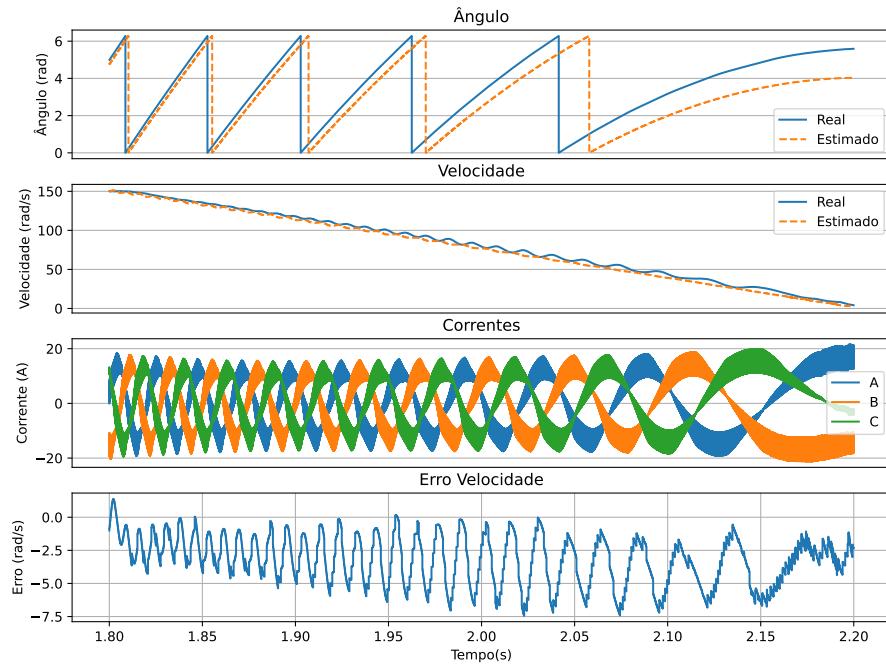


Figura 19 – Etapa de desaceleração.

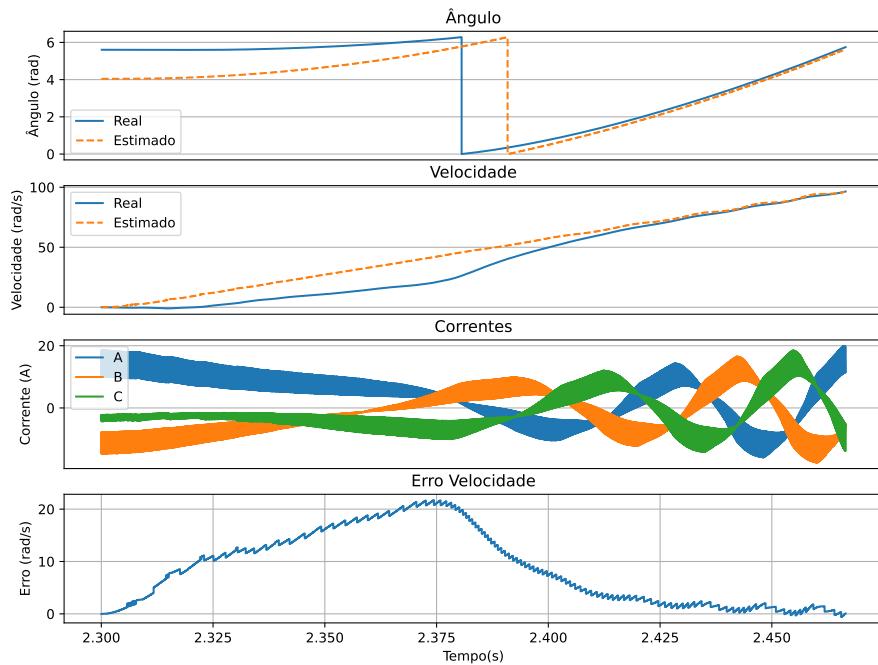


Figura 20 – Segunda etapa de aceleração.

Neste capítulo foi apresentado os resultados da simulação do Filtro de Kalman Estendido primeiramente atuando apenas como observador do sistema, em malha aberta e avaliado a capacidade do método estimar corretamente a velocidade e a posição angular do rotor, após é

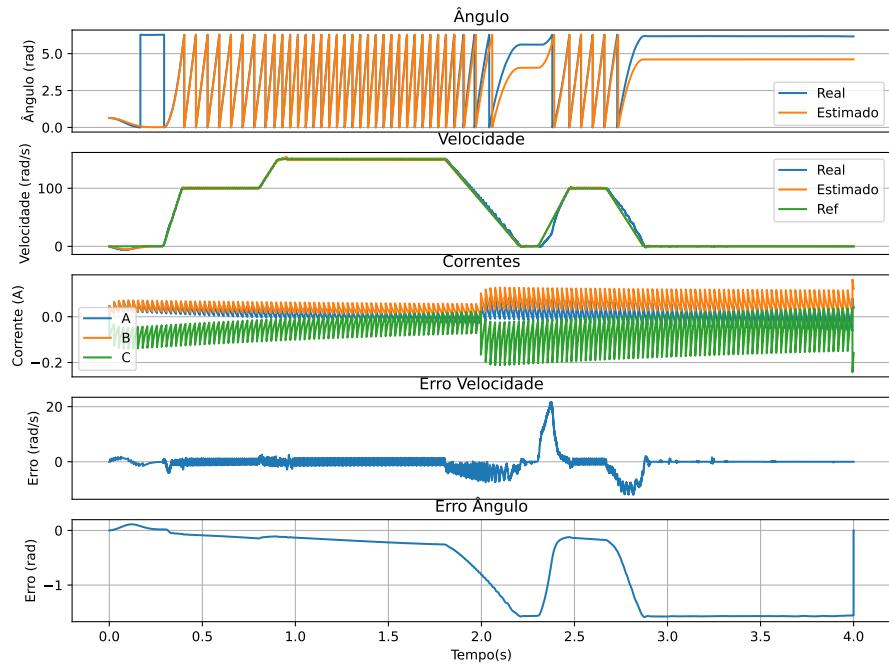


Figura 21 – Período completo de simulação.

fechado a malha no sistema com o Filtro e utilizado os valores estimados na realimentação do controle, nota-se um aumento no erro do sistema quando comparado com apenas o observador, porém ainda assim capaz de acionar o motor na simulação.

5 CONCLUSÃO

O trabalho abordou desde a modelagem matemática até a obtenção de um script de simulação com implementação do Filtro de Kalman Estendido. Partindo da literatura científica vigente foi obtido um script capaz de simular o motor brushless e os métodos de acionamento FOC e DTC, esta simulação parte do princípio de que informações como posição angular do rotor e velocidade eram conhecidas. A velocidade e a posição foram discretizadas e avaliadas como se estivessem presentes a partir de um transdutor eletrônico com ruído, escala e período de amostragem, com intenção de obter uma simulação próxima da realidade, estes valores foram discretizados e utilizados na simulação como seriam utilizados em um microcontrolador. Obtido os resultados desta etapa, o próximo passo estudou o Filtro de Kalman Estendido e obteve um algoritmo para implementar computacionalmente o Filtro ao sistema e avaliar seu comportamento, em um primeiro momento com o sistema sem fechar a malha de controle com o Filtro, e os resultados seguintes com os valores estimados pelo Filtro atuando no sistema de controle do motor.

O Filtro de Kalman Estendido foi desenvolvido em *Python* de modo a tornar o acesso mais simples já que esta é uma linguagem de código aberto e amplamente conhecida (INDEX, 2021). A simulação mostrou conseguir estimar os parâmetros do motor, sendo uma vantagem não necessitar de sensores de posição ou velocidade, por estes serem mais caros que os sensores de corrente e tensão. A possibilidade de estimar os parâmetros de velocidade e posição e obter um controle próximo do que seria obtido com um transdutor de velocidade foi o foco do estudo, a análise matemática e a simulação computacional demonstraram ser possível obter estes resultados no mundo real, porém, ainda são necessários mais estudos em cima dos resultados obtidos e realizar experimentos em bancada para coletar dados reais e utilizar métricas de desempenho para o motor com intenção de avaliar a viabilidade da utilização deste método em motores reais.

5.0.1 Trabalhos futuros

Dos resultados obtidos notou-se um erro de velocidade que se torna cumulativo na posição, mostrando a necessidade de alguma técnica de correção para a posição, uma sugestão pode ser a utilização de métodos matemáticos de detecção do cruzamento por zero da FCEM para o método DTC, ou um encoder mesmo que de baixíssima resolução apenas para identificar

uma rotação completa do motor e obter mais um parâmetro de correção para o sistema. A implementação em bancada deste sistema também é interessante de modo a validar mais profundamente os resultados obtidos neste trabalho e melhorar a estrutura de modelagem matemática do motor.

REFERÊNCIAS

- AUGER, F. *et al.* Industrial Applications of the Kalman Filter: A Review. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 60, n. 12, p. 5458–5471, 2013. DOI: [10.1109/TIE.2012.2236994](https://doi.org/10.1109/TIE.2012.2236994).
- BARATIERI, C. L. Universidade Federal De Santa Maria Centro De Tecnologia Programa De Pós-Graduação Em Engenharia Elétrica, 2011.
- BECKER, A. **Kalman Filter tutorial**. [S. l.: s. n.], 2018. P. 8. Disponível em: <https://www.kalmanfilter.net>.
- CHOJOWSKI, M. Simulation Analysis of Extended Kalman Filter Applied for Estimating Position and Speed of a Brushless DC Motor. **Power Electronics and Drives**, v. 3, n. 1, p. 145–155, 2018. ISSN 2451-0262. DOI: [10.2478/pead-2018-0008](https://doi.org/10.2478/pead-2018-0008).
- DAUM, F. Nonlinear filters: Beyond the kalman filter. **IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine**, Institute of Electrical e Electronics Engineers Inc., v. 20, p. 57–68, 8 II 2005. ISSN 08858985. DOI: [10.1109/MAES.2005.1499276](https://doi.org/10.1109/MAES.2005.1499276).
- GREWAL, M. S.; ANDREWS, A. P. **Kalman filtering : theory and practice using MATLAB**. [S. l.]: Wiley, 2001. P. 401. ISBN 0471392545.
- HRBAC, Z. 2014_D*P*_{HrbacZbynek}₁₂₅₄₅₃, 2014. Disponível em: <https://www.vut.cz/en/students/final-thesis/detail/68710>.
- INDEX, T. **languages popularity**. [S. l.: s. n.], 2021.
- LIU, X. IMPROVEMENTS IN INVERTER MODELING AND CONTROL, 2017.
- LIU, Y.; ZHU, Z. Q.; HOWE, D. Instantaneous torque estimation in sensorless direct-torque-controlled brushless DC motors. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 42, n. 5, p. 1275–1283, 2006. ISSN 00939994. DOI: [10.1109/TIA.2006.880854](https://doi.org/10.1109/TIA.2006.880854).
- MATLAB. **Generate switching sequence for six-step commutation of brushless DC (BLDC) motor**. [S. l.: s. n.], 2018. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/mcb/ref/sixstepcommutation.html>.
- MELDA ULUSOY; MATHWORKS. **Understanding Kalman Filters**. [S. l.: s. n.], 2017. Disponível em: <https://www.mathworks.com/videos/series/understanding-kalman-filters.html>.
- MILLER, T. J. E. *et al.* **Máquinas Elétricas**. [S. l.: s. n.], 2009. v. 46, p. 226. ISBN 9781118188330. DOI: [10.1002/9781118188347](https://doi.org/10.1002/9781118188347).
- NAIR, D. S.; JAGADANAND, G.; GEORGE, S. Sensorless direct torque controlled BLDC motor drive with Kalman filter algorithm. **Proceedings IECON 2017 - 43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society**, 2017-Janua, p. 2160–2165, 2017. DOI: [10.1109/IECON.2017.8216363](https://doi.org/10.1109/IECON.2017.8216363).

O'ROURKE, C. J. *et al.* A Geometric Interpretation of Reference Frames and Transformations: Dq0, Clarke, and Park. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 34, n. 4, p. 2070–2083, 2019. ISSN 15580059. DOI: [10.1109/TEC.2019.2941175](https://doi.org/10.1109/TEC.2019.2941175).

SCHMITZ, C. Projeto E Otimização De Motores Bldc De Imãs Permanentes Superficiais. **Dissertação de Mestrado**, UFSC, 2017.

TERZIC, B.; JADRIC, M. Design and implementation of the extended Kalman filter for the speed and rotor position estimation of brushless dc motor. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 48, n. 6, p. 1065–1073, 2001. ISSN 02780046. DOI: [10.1109/41.969385](https://doi.org/10.1109/41.969385).

XIA, C. L. **Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives and Controls**. [S. l.: s. n.], 2012. ISBN 9781118188330. DOI: [10.1002/9781118188347](https://doi.org/10.1002/9781118188347).

XIA, K. *et al.* Model predictive control method of torque ripple reduction for BLDC Motor. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 56, n. 1, p. 1–6, 2020. ISSN 19410069. DOI: [10.1109/TMAG.2019.2950953](https://doi.org/10.1109/TMAG.2019.2950953).