

経済学と反事実分析 接触篇

Economics and Counterfactual Analysis: A Contact

ill-identified

Tokyo.R 83rd, 2020/1/25

twitter: **ill-identified**



- (~2014): 学生 (経済学)
- (~2017): だいたい SAS エンジニア
- (2018~): アドテク, 機械学習エンジニア
- 詳しい経歴: **LinkedIn**

自己紹介

- 主語の**大きい**話をするのが好きです
 - 『計量経済学と機械学習の関係』 (80th Tokyo.R)
 - 『今更だが, ベイズ統計とは何なのか.』
- 主語の**変な**話をすることもあります
 - 『三国志で学ぶデータ分析』 (Japan.R '19)
 - 『飯野山は正規分布らしいのでパラメータを推定する』

【PR】 The Witcher を見る

- 「やつは真の男 …… すなわち *MAN OF STEEL* であることが完全に証明されている ……」 - 逆噴射聡一郎
 - ゲームや原作小説を知っている人 → 見る
 - GOT 等ハイファンタジー好きな人 → 見る
 - 俺はこれで締め切りを守れなかった



【PR】勤務先の求人

FANCOM

TOP

BLOG

RECRUITMENT

データサイエンティスト

インターネット広告配信システムのデータ分析、配信ロジックの考案、効果測定と改善まですべての工程に携わっていただきます。広告配信で蓄積された膨大なデータを活用し、ユーザーにとってはより最適な広告を、広告主にとってはより効果的な広告を配信できるようにすることがミッションです。

内容

- インターネット広告配信システムのデータ分析
- 配信ロジックの考案
- 広告効果の測定と改善

スキル

下記のいずれか

- プログラミングでの実装経験（言語問わず）
- 統計学の知識、経験
- 画像認識技術の知識、経験
- ディープラーニングの知見
- 機械学習やデータサイエンス関連知識、経験
- SQL、Python、R、SAS、SPSSの実務経験
- 関連論文の情報収集、実装経験

AGENDA

- 前は因果推論メインだったので構造推定も
- 結構昔の話なので知ってる人もいるかも

介入実験と反事実実験

生産関数の推定

構造推定の具体例

R でやる

まとめ

- スクリプトと原稿はここ

介入実験と反事実実験

構造推定とは 1

- 構造方程式モデリング (SEM, aka 共分散分析)
 - ダイアグラムを特定して $a_{ij} \neq 0$ を求める

$$X_1 = a_{1,1}X_1 + a_{1,2}X_2 + \cdots + a_{1,p}X_p + e_1$$

$$X_2 = a_{2,1}X_1 + a_{2,2}X_2 + \cdots + a_{2,p}X_p + e_2$$

\vdots

$$X_p = a_{p,1}X_1 + a_{p,2}X_2 + \cdots + a_{p,p}X_p + e_p$$

- ... ではない

構造推定とは 2

- 構造ベクトル自己回帰モデル (Structural VAR)
 - 同時決定を考慮した多変量時系列モデル

$$\mathbf{A}\mathbf{y}_t = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1\mathbf{y}_{t-1} + \cdots + \mathbf{B}_p\mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{e}_t$$

- ... でもない

構造推定とは 3

- 第 32 回 Tokyo.R (2012 年) での発表: 「構造型モデル」
- R で学ぶ『構造型モデル de 倒産確率推定』
- ... **これも違う**

構造推定とは 4

1. 経済理論に基づいてモデルを作る
2. 観察データからモデルの**構造パラメータ**を推定
3. モデルから**因果関係**を考えることができる
 - [13, 20, 19, 16] あたりが分かりやすい解説?
 - テクニカルな話:[22, 6, 17]

お前は構造推定じゃない

- 構造方程式: 経済理論に基づいてない
 - 参考: [21]
- 構造 VAR: 経済学だけど経済モデル明示してない
 - 参考: 沖本 [14] (沼: [8])
- 構造型モデル: 最適化行動だが均衡概念を考慮してない
 - 参考: Merton モデル [10]

反事実と介入

- 因果推論 (RCT, IV, DID, RDD...) との違いは?
 - 因果推論: 観察したデータのみに基づく (擬似的な反事実)
 - 構造推定: データモデルから**現実と異なる状況**を分析可能 (思考実験的?)
- 因果推論 = **介入** (intervention) または**プログラム評価**, 構造推定 = **反事実** (counterfactual)

構造形と誘導形

- 経済学では**構造形**・**誘導形**という言い方も
 - 構造 VAR と誘導形 (SUR)

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{y}_t &= \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1\mathbf{y}_{t-1} + \cdots + \mathbf{B}_p\mathbf{y}_{t-p} + \mathbf{e}_t \\ \mathbf{y}_t &= \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_0 + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_1\mathbf{y}_{t-1} + \cdots + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{e}_t \end{aligned}$$

- SUR 推定では $\mathbf{A}, \{\mathbf{B}_i\}$, が不明 (予測結果は同じ)
- 因果推論も構造形を変形した誘導形
 - 例: 操作変数法, 2 段階最小二乗法

どっちが強いのか

- 2010 年前後に学会で**激論** [19]
 - 誘導形派「因果推論はエビデンスベースド, 構造推定は恣意的な仮定」
 - 構造形派「因果推論は仮定をごまかしているだけ, 結果を一般化できない」
- 現在は各々できることの限界がより明確に
- 構造推定は**事前評価**, 因果推論は**事後評価** (山口 [22])

いろいろな構造推定

- 経済モデル次第でやり方は不定形
 - 経済学の数学テクニックを総動員する
- 以下は便宜的な分類
- **動学的**構造推定
 - 伊神 [5]「**構造推定 = AI**」(勝手な解説1, 2)
 - 時間的な変化を考慮するため計算が多く大変
- **静学的**構造推定
 - **需要関数の推定** [4], **生産関数の推定** [11], [7]
 - 時間変化を意識せず計算できることが多い

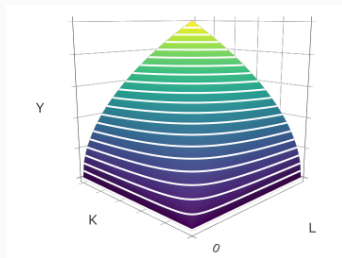
生産関数の推定

生産関数の推定

- コブ = ダグラス型生産関数
-

$$Y = f(K, L) := \alpha K^{\beta_K} L^{\beta_L}$$

- 資本 (K) と労働力 (L) と生産量 (Y) の関係



どう推定するか

- 対数を取ればただの重回帰:

$$\ln Y_i = \ln \alpha + \beta_K \ln K_i + \beta_L \ln L_i + u_i$$
$$\Leftrightarrow y_i = \beta_A + \beta_K k_i + \beta_L l_i + \varepsilon_i$$

- ... **ではない**

経済学・統計学的に見てだめな理由

1. 企業特有の効果が存在する
 - ・ 結果にバイアス
2. 需要要因を考慮していない
 - ・ もし需要が変化しても同じこと言えんの？
3. セレクションバイアス
 - ・ 企業は立ち上がったたり倒産したり

企業特有の効果とパネルデータ

- 企業固有の生産性 (企業文化, 謎の超技術 etc.) ω_i はデータとして**観測不可**

$$y_i = \beta_A + \beta_K k_i + \beta_L l_i + \omega_i + \varepsilon_i$$

- 各企業を追跡調査した**パネルデータ**を使う

企業 ID	時期	生産量	資本	労働力
001	2019Q1	100	10	10
001	2019Q2	110	11	10
001	2019Q3	90	12	12
001	2019Q4	120	14	13
002	2019Q1	80	5	5

パネルデータ分析の教科書

- (昔アイコンに使っていた赤いやつは初版)

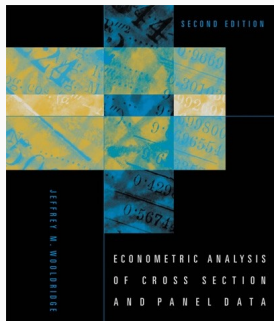


図 2: Wooldridge の教科書 [12]

パネルデータの個別効果モデル

- 企業ごとにダミー変数 (LSDV)

$$y_{i,t} = \beta_A + \beta_K k_{i,t} + \beta_L l_{i,t} + d(1)_i + \cdots + d(N)_i + \varepsilon_{i,t}$$

- 企業毎平均を引く (Fixed Effect, Within)

$$y_{i,t} - \bar{y}_i = \beta_A + \beta_K (k_{i,t} - \bar{k}_i) + \beta_L (l_{i,t} - \bar{l}_i) + \cdots$$

- [12] の Ch. 10, 講義スライド [15] が参考に

補足: GLMM と個別効果

- 久保 [18] の一般化線形混合モデル (GLMM)
 - 個別効果モデルの一般形
 - 線形モデルなので平均を引くだけで推定可



図 3: 久保本の表紙

個別効果の限界

- 個別効果 ω は他の変数と**無相関**という前提
(**内生性**の問題)
- 生産関数の推定には不十分と指摘 [9]
- **動学パネルデータモデル**

$$y_{i,t} = \beta_A + \beta_K k_{i,t} + \beta_L l_{i,t} + \rho y_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t}$$

- Anderson-Hsiao[1, 2], Arellano-Bond[3]
 - より過去の $y_{i,t-2}, \dots$ なら無相関なので操作変数に
- ... **雑すぎない?**

構造推定の具体例

生産関数の構造推定

- ω と説明変数の相関は企業経営者の意思決定メカニズム (内生性)
- Olley と Pakes[11] の構造推定を紹介
- ... **ここからが本題**

モデルの仮定

- 一旦 t の変化だけ考える

$$y_t = \beta_A + \beta_K k_t + \beta_L l_t + \omega + \varepsilon_t$$

- ω_t は企業固有の効果だが, 外部要因の影響も (一般均衡)

$$\omega_t \sim P(\omega \mid \omega_{t-1})$$

- 経営者は ω_t を見て今期経営計画を決定
 - 設備投資 (inv_t) をどうするか (k_t に影響)
 - 事業を撤退すべきか**
 - 労働力 (l_t) は独立

動学最適化

- 経営者は将来を見越して再帰的に意思決定
- OP 法は最適化問題 (ベルマン方程式) を計算せずにモデルを推定

$$V_t(\omega_t, k_t, l_t) = \max_{k_t, l_t} \left\{ \begin{array}{c} \Phi, \\ \sup_{i_t \geq 0} (\pi_t(\omega_t, k_t, l_t) \\ - c(inv_t) + \delta E[V_{t+1}(\cdots)]) \end{array} \right\}$$

- この式は覚えなくてもいい

推定方法

1. $\beta_K k_t + \omega_t$ が相関するなら ϕ_t で 1 まとめにして $\hat{\beta}_L$ だけ求める

$$y_t = \beta_L l_t + \phi_t(k_t, inv_t) + \varepsilon_t$$

- ϕ_t には多項式回帰, カーネル回帰などを使う

2. 撤退確率 p_t をプロビットで推定
3. ϕ_t から ω を取り除く. $\hat{\phi}_t, \hat{p}_t, \hat{\beta}_L$ を使って β_K を推定 (t のズレに注意)

$$(y_{t+1} - \hat{\beta}_L l_{t+1}) = \beta_K k_{t+1} + g(\hat{p}_t, \hat{\phi}_t, k_t) + \xi_{t+1} + \eta_{t+1}$$

- $g(\cdot)$ もノンパラメトリック回帰

統計モデル的な意味

- k_t の内生性に対処
 - コントロール関数アプローチ
- p_t の計算
 - サンプルセレクションバイアスを傾向スコアで補正
 - パネルデータの欠測を補正

R でやる

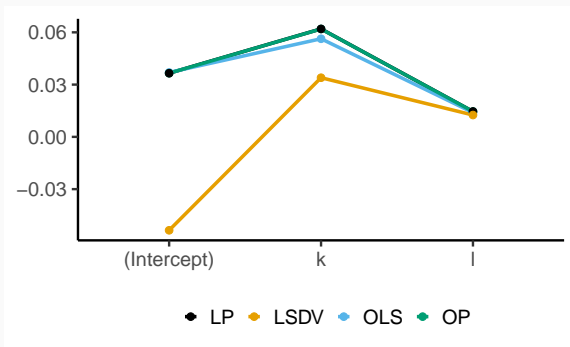
R でやる

- パネルデータは **AER**, **plm** がある (参考)
 - 最近使っていないのでよくわからん
- ... **自作する時間がない**
- **estprod** パッケージがある
 - 現状使い勝手は良くない

```
1 olley_pakes(y ~ l | k | inv, data = df,  
2   exit = ~exit, id = "id", time = "year",  
3   bootstrap = T)
```

推定結果

- OLS, 個別効果モデル (LSDV), OP, OP の改良版 Levinsohn-Petrin 法 [7] 比較
- 個別効果モデルズレすぎ



まとめ

構造推定を計算した後...

- 構造推定は計算して終わりではない
- 仮定の正しさ確認 (ロバストネス分析)
 - データを分割して推定
 - **仮説と矛盾するモデル**もあえて推定する (特定化テスト)
- 上記をパスしたら反事実的な主張をする

ところで...

- 香港科技大の博士課程向け授業の講義ノート
 - (川口先生作)[6]
 - 課題 2 に LP 法をやれというものがある
 - 課題の数的に猶予は 1 週間くらい?
 - 挑戦してみてください

まとめ

- 構造推定は経済理論モデルとデータの融合
- 構造推定は反事实的分析ができる
- 因果推論と構造推定に各々の向き不向き
- **estprod** で OP 法の基本部分は計算できる
- ... **じかんがない**
- 次回から簡単で実用的な話を増やす

経済学と反事実分析 接触遅刻篇

完

参考文献 i

- [1] Anderson, T. W. and Cheng Hsiao (1981)
“Estimation of Dynamic Models with Error
Components,” *Journal of the American
Statistical Association*, Vol. 76, No. 375,
pp. 598–606, September, DOI:
[10.1080/01621459.1981.10477691](https://doi.org/10.1080/01621459.1981.10477691).

参考文献 ii

- [2] ——— (1982) “Formulation and Estimation of Dynamic Models Using Panel Data,” *Journal of Econometrics*, Vol. 18, No. 1, pp. 47–82, DOI: [10.1016/0304-4076\(82\)90095-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(82)90095-1).

- [3] Arellano, Manuel and Stephen Bond (1991) “Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations,” *The Review of Economic Studies*, Vol. 58, No. 2, p. 277, April, DOI: [10.2307/2297968](https://doi.org/10.2307/2297968).

- [4] Berry, Steven, James Levinsohn, and Ariel Pakes (1995) “Automobile Prices in Market Equilibrium,” *Econometrica*, Vol. 63, No. 4, p. 841, July, DOI: [10.2307/2171802](https://doi.org/10.2307/2171802).
- [5] Igami, Mitsuru (2018) “Artificial Intelligence as Structural Estimation: Economic Interpretations of Deep Blue, Bonanza, and AlphaGo,” March, arXiv: [1710.10967](https://arxiv.org/abs/1710.10967).

参考文献 v

- [6] Kawaguchi, Kohei (2019) “ECON 6120I Topics in Empirical Industrial Organization,” retrieved from [here](#).
- [7] Levinsohn, James and Amil Petrin (2003) “Estimating Production Functions Using Inputs to Control for Unobservables,” *Review of Economic Studies*, Vol. 70, No. 2, pp. 317–341, April, DOI: [10.1111/1467-937X.00246](#).

- [8] Lütkepohl, Helmut (2007) *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Berlin: Springer, 1st edition, OCLC: 254802195.
- [9] Mairesse, Jacques (1990) “Time-Series and Cross-Sectional Estimates on Panel Data: Why Are They Different and Why Should They Be Equal?” in Hartog, Joop, Geert Ridder, and Jules Theeuwes eds.

Panel Data and Labor Market Studies,
North-Holland: Elsevier Science
Publishers B.V., pp. 81–95.

- [10] Merton, Robert C. (1974) “On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates,” *The Journal of Finance*, Vol. 29, No. 2, p. 449, May, DOI: [10.2307/2978814](https://doi.org/10.2307/2978814).

参考文献 viii

- [11] Olley, G. Steven and Ariel Pakes (1996)
“The Dynamics of Productivity in the
Telecommunications Equipment Industry,”
Econometrica, Vol. 64, No. 6, pp.
1263–1297, DOI: [10.2307/2171831](https://doi.org/10.2307/2171831).
- [12] Wooldridge, Jeffrey M (2010)
*Econometric Analysis of Cross Section
and Panel Data*: The MIT Press, 2nd
edition, retrieved from [here](#).

参考文献 ix

- [13] 今井晋・有村俊秀・片山東 (2001) 「労働政策の評価: 「構造推定アプローチ」と「実験的アプローチ」」, 『日本労働研究雑誌』, 第 497 号, retrieved from [here](#).
- [14] 沖本竜義 (2010) 『経済・ファイナンスデータの計量時系列分析』, 朝倉書店.
- [15] 奥井亮 (2016) 「動学的パネルデータモデル」, retrieved from [here](#).

参考文献 x

- [16] 北村行伸 (2016) 「応用ミクロ計量経済学の手法と論点」, 『経済セミナー増刊進化する経済学の実証分析』, 日本評論社, 28–36 頁, retrieved from [here](#), 個人サイトにリンクないんだけど落として良かったのか?.
- [17] 楠田康之 (2019) 『経済分析のための構造推定アルゴリズム』, 三恵社, 名古屋, retrieved from [here](#), OCLC: 1129899352.

参考文献 xi

- [18] 久保拓哉 (2012) 『データ解析のための統計モデリング入門』, 岩波書店.
- [19] 中嶋亮 (2016) 「「誘導型推定」 v.s. 「構造推定」」, 『経済セミナー増刊進化する経済学の実証分析』, 日本評論社, 52–62 頁.
- [20] 楡井誠 (2010) 「構造推定・一般均衡と政策評価」, retrieved from [here](#).

参考文献 xii

- [21] 宮川雅巳 (2004) 『統計的因果推論-回帰分析の新しい枠組み-』, シリーズ予測と発見の科学, 第 1 号, 朝倉書店, Tokyo, retrieved from [here](#).
- [22] 山口慎太郎 (2017) 「動学的離散選択モデルの構造推定」, 『第 20 回労働経済学カンファレンス』, 東京, 9 月, retrieved from [here](#).