Compléments de cinématique

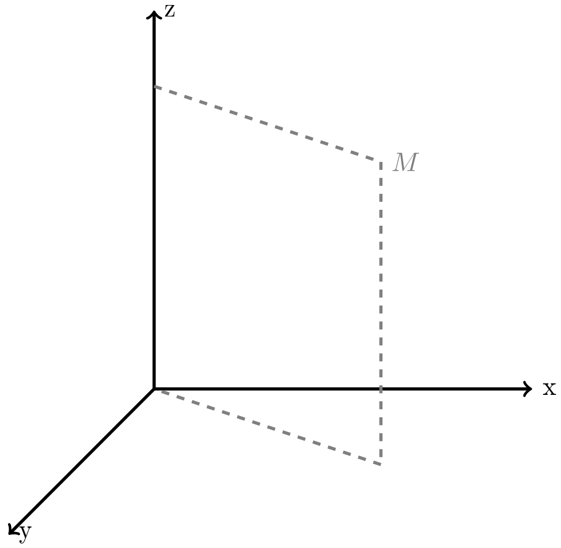
Maxime Muller

May 7, 2025

Ceci est une transcription des cours de cinématique Newtonienne donné par le professeur Xavier Ovido au lycée St Louis de Gonzague dans le cadre du club Phythème.

1 Différents systèmes de coordonnées

1.1 Coordonnées cartésiennes



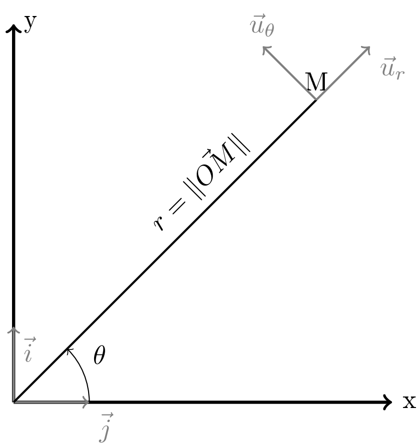
$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

$$\boxed{d\vec{OM} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}},$$

(Déplacement élémentaire)

1.2 Coordonnées cylindro-polaires

1.2.1 Coordonnées polaires



Coordonnées polaires : $M(r;\theta)$

$$\vec{OM} = r\vec{u}_r$$
$$d\vec{OM} = dr\vec{u}_r + rd\theta\vec{u}_\theta.$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{u}_r + r\frac{d\theta}{dt}\vec{u}_\theta$$
$$\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$$

.

Dans le repère d'étude, $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont constants, contrairement à $\vec{u}_\theta$ et $\vec{u}_r$. On peut passer de coordonnées polaires à cartésiennes et vice-versa :

- Si on connait les coordonnées cartésiennes :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$
$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

- Si on connait les coordonnées polaires :

$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\sin\theta$$

1.2.2 Vecteur vitesse en coordonnées polaires

Le repère $(O; \vec{u}_r; \vec{u}_\theta)$ est en mouvement avec θ :

$$\vec{u}_r = \cos\theta(t)\vec{i} + \sin\theta(t)\vec{j}$$
$$\vec{u}_\theta = -\sin\theta(t)\vec{i} + \cos\theta(t)\vec{j}.$$

Or on a : $\vec{OM} = r\vec{u}_r$
Donc :

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}r\vec{u}_r = \dot{r}\vec{u}_r + r\frac{d\vec{u}_r}{dt}$$

Or :

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{u}_r}{dt} &= \frac{d}{dt}(\cos\theta(t)\vec{i} + \sin\theta(t)\vec{j}) \\ &= \dot{\theta}(-\sin\theta)\vec{i} + \dot{\theta}\cos\theta\vec{j} \\ &= \dot{\theta}(-\sin\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j}) \\ &= \dot{\theta}\vec{u}_\theta.\end{aligned}$$

D'ou : $\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$

1.2.3 Vecteur accélération en coordonnées polaires

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta) = \ddot{r}\vec{u}_r + \dot{r}\frac{d\vec{u}_r}{dt} + r\ddot{\theta}\vec{u}_\theta + r\dot{\theta}\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}$$

Or : $\frac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$ (voir la partie sur la vitesse)
De plus, :

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{u}_\theta}{dt} &= \frac{d}{dt}(-\sin\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j}) \\ &= \dot{\theta}(-\cos\theta\vec{i} - \sin\theta\vec{j}) \\ &= -\dot{\theta}\vec{u}_r\end{aligned}$$

D'où : $\vec{a}(t) = \ddot{r}\vec{u}_r + \dot{r}\dot{\theta}\vec{u}_\theta + r\ddot{\theta}\vec{u}_\theta - r\dot{\theta}\dot{\theta}\vec{u}_\theta = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{u}_\theta$

1.2.4 Cas particulier du MCU

On a : $r = R = cste$ (donc $\dot{r} = 0$). Et : $\omega = \dot{\theta}$ (vitesse angulaire)

Mouvement circulaire non uniforme

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$$
$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{u}_\theta.$$

Donc :

$$\begin{cases} \vec{v} = R\omega\vec{u}_\theta \\ \vec{a} = -R\omega^2\vec{u}_r \end{cases}$$

MCU

$$\begin{cases} \vec{v} = R\omega\vec{u}_\theta = \text{cste} \\ \vec{a} = -R\omega^2\vec{u}_r \end{cases}.$$

1.2.5 Coordonnées cylindropolaires

On a : $\vec{OM} = \vec{OM'} + \vec{M'M} = r\vec{u}_r + h\vec{k}$ ($\vec{OM}$ est exprimé en coordonnées polaires)
Or : $\frac{dh\vec{k}}{dt} = \dot{h}\vec{k}$ et $\frac{d^2h\vec{k}}{dt^2} = \ddot{h}\vec{k}$
On a donc :

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{h}\vec{k}$$
$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{u}_\theta + \ddot{h}\vec{k}$$

1.2.6 Coordonnées sphériques

Coordonnées sphériques : $M(r;\theta;\phi)$. On a : $\vec{OM} = r\vec{u}_r$. On exprime $d\vec{OM}$: $d\vec{OM} = dr\vec{u}_r$.
On a :

$$\vec{v}(t) = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta + r\sin\theta\dot{\phi}\vec{u}_\phi$$

2 Grandeurs cinématiques

2.1 Quantité de mouvement

Par définition, la quantité de mouvement d'un point matériel M de masse m et animé d'un vitesse $\vec{v}$ dans le réferentiel d'étude est :

$$\vec{p}(t) = m\vec{v}(t).$$

Lien avec la dynamique : PFD : $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}(t)}{dt}$.
Si le système est isolé ou pseudoisolé, $\sum \vec{F}_{ext} = 0 \implies \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$ soit $\vec{p} = \text{cste}$

2.1.1 1ère application : chez les particules

La vitesse (et donc $\vec{p}$) dépend du réferentiel.
La Bille(1) a une vitesse initiale $\vec{v}_1$ et la bille(2) est immobile.
Hypothèses :

1. Toutes les billes sont identiques (elles ont la même masse)
2. on suppose le choc elastique (il y a donc conservation de l'énergie cinétique)

Référentiel : terrestre supposé galiléen.
Bilan des forces : $\vec{P} = m\vec{g}$ et $\vec{R}_n$(On a :$\vec{P} + \vec{R}_n = 0$)
D'après le principe d'inertie, $\sum \vec{F}_{ext} = 0$. Avant et après le choc, $\vec{P}_{tot}$ et E_c sont conservées :

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v'}_1 + m_2\vec{v'}_2 (\text{Or on a : } m_1 = m_2 = m \text{ et } \vec{v}_2 = 0).$$

D'ou : $\vec{v}_1 = \vec{v'}_1 + \vec{v'}_2$

Conservation de l'énergie cinétique :

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}mv_2'^2.$$

D'où : $v_1^2 = v_1'^2 + v_2^2$

Or : $\begin{cases} v_1^2 = \vec{v}_1^2 = (\vec{v}_1' + \vec{v}_2')^2 = v_1'^2 + v_2'^2 + 2\vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2' \\ v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 \end{cases}$

$\Longrightarrow$ il faut : $\vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2'^2 = 0$

2 solutions :

1. $\begin{cases} \vec{v'}_1 \neq 0 \\ \vec{v'}_2 = \vec{0} \end{cases}$ ou $\begin{cases} \vec{v'}_1 = \vec{0} \\ \vec{v'}_2 \neq \vec{0} \end{cases}$.
2. $\vec{v'}_1 \perp \vec{v'}_2$ (les deux billes forment un angle de $\frac{\pi}{2}$)

2.1.2 Application : recul d'une arme à feu

m : masse du projectile et M : masse du cannon.
$\vec{P}_{\text{avant}} = \vec{0} = \vec{P}_{\text{après}} = m\vec{v} + M\vec{v}$
D'ou : $\vec{v}_1 = -\frac{m}{M}\vec{v}_2$

2.1.3 PFD pour un système ouvert (fusée)

$$\begin{cases} \vec{p}(t) & = m\vec{v} \\ \vec{p}(t+dt) & = (m-dm)(\vec{v}) + dm(\vec{v} + \vec{d}) \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} d\vec{p} &= \vec{p}(t+dt) - \vec{p}(t) \\ &= m\vec{v} + md\vec{v} - dmd\vec{v} + dm\vec{v} + dmd\vec{v} + dm\vec{v}_e - m\vec{v} \\ &= md\vec{v} + dm\vec{v}_e. \end{aligned}$$

Donc : $\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{dm}{dt}\vec{v}_e$

Donc : $m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} - \frac{dm}{dt}\vec{v}_e$

D'ou : $f_{\vec{p}} = -\frac{dm}{dt}\vec{v}_e$ (force de poussée de la fusée)

2.2 Moment cinétique

Maths :

$$\begin{aligned} \vec{i} \wedge \vec{j} &= \vec{k} \\ \vec{j} \wedge \vec{k} &= \vec{i} \\ \vec{k} \wedge \vec{i} &= \vec{j} \end{aligned}$$

Propriétés :

- $(\vec{u} \wedge \vec{v}) = -(\vec{v} \wedge \vec{u})$
- $\vec{u} \wedge \vec{u} = \vec{0}$
- $\vec{u} \wedge \vec{v} \wedge \vec{w} = (\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge \vec{w} = \vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w})$
- $\lambda\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{u} \wedge \lambda\vec{v} = \lambda(\vec{u} \wedge \vec{v})$
- $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \perp (\vec{u}, \vec{v})$

Par definition, le moment cinétique d'un point M de masse m et animé d'une vitesse $\vec{v}$ est :
$\vec{\sigma}_0 = \vec{L}_0 = O\vec{M} \wedge m\vec{v}$

2.2.1 En coordonnées cylindropolaires

$\vec{OM} = r\vec{u}_r$
$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$.

$$\begin{aligned}\vec{L}_0 &= \vec{OM} \wedge m\vec{v} \\ &= r\vec{u}_r \wedge m(\dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta) \\ &= rm(\dot{r}\vec{u}_r \wedge \vec{u}_r + \vec{u}_r \wedge r\dot{\theta}\vec{u}_\theta) \\ &= rm \cdot r\dot{\theta}\vec{u}_z \\ \vec{L}_0 &= mr^2\dot{\theta}\vec{u}_z.\end{aligned}$$

Quand est ce que $\vec{L}_0 = cste$?

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{L}_0}{dt} &= \frac{d}{dt}(\vec{OM} \wedge m\vec{v}) \\ &= \frac{d\vec{OM}}{dt} \wedge m\vec{v} + \vec{OM} \wedge \frac{dm\vec{v}}{dt}\end{aligned}$$

Or $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$ et $m = cste$ donc,

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{v} \wedge m\vec{v} + \vec{OM} \wedge m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Or $\vec{u} \wedge \vec{u} = \vec{0}$ et $m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f}$ donc,

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{OM} \wedge \vec{f} = M_0(\vec{f})\text{théorème du moment cinétique}$$

.

Ainsi, on a : $\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{OM} \wedge \vec{f} = \vec{0} \iff \vec{OM} \propto \vec{f}$

$$\begin{cases}\vec{F}_G &= -\frac{GmM}{r^2}\vec{u}_r \text{ et } \vec{OM} = r\vec{u}_r \\ \vec{F}_e &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq'}{r^2}\vec{u}_r \text{ et } \vec{OM} = r\vec{u}_r\end{cases}.$$

Ainsi, dans un champ, le moment cinétique est constant.
Le moment cinétique est a chaque instant dirigé perpendiculairement au plan défini par $\vec{u}_\theta$ et $\vec{u}_r$. Le mouvement est dans ce plan. On a :
$\|\vec{L}_0\| = L_0 = mr^2\dot{\theta} = cste$ or, $m = cste$. Donc $r^2\dot{\theta} = cste$. On a montré la deuxième loi de Kepler.

2.3 Application des théorèmes de la physique

On considère un pendule de longueur l constitué d'un fil inextensible de longueur l, de masse négligeable, et de l'objet M de masse m assimilé à un point matériel.
A $t = 0s$, on l'écarte d'un angle θ_0 et on le lâche sans vitesse initiale. On néglige les frottements.
$\leftarrow$ Etablir l'équation du mouvement $\iff \theta(t)$

2.3.1 1ère Méthode : le PFD

Réferentiel : terrestre supposé galiléen
Système : objet (M)
BDF : Le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la tension du fil $\vec{T}$.

On projette les vecteurs :

$$\vec{P}\begin{pmatrix} mg\cos\theta \\ -mg\sin\theta \end{pmatrix} \text{ et } \vec{T}\begin{pmatrix} -T \\ 0 \end{pmatrix}$$

D'après le PFD : $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$
Or en coordonnées polaires :

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$$
$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (r\dot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{u}_\theta.$$

Or le fil étant inextensible, on a : $r = l = cste$ (donc $\dot{r} = \ddot{r} = 0$)
D'où :

$$\vec{v} = l\dot{\theta}\vec{u}_\theta$$
$$\vec{a} = -l\dot{\theta}\vec{u}_r + l\ddot{\theta}\vec{u}_\theta.$$

Or : $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$
D'ou :

$$\begin{cases} -ml\dot{\theta} = mg\cos\theta - T = 0 \\ ml\ddot{\theta} = -mg\sin\theta \end{cases}.$$

$$\implies \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0.$$

2.3.2 2e méthode, conservation de l'énergie mécanique

$\Delta E_m = \Sigma\vec{F}_{nc} = 0$ car à tout instant, $W\vec{T} = \vec{T}\cdot dl = 0$.

$$\implies E_m = \frac{1}{2}mv^2 + E_{pp}$$

Or : $(\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_{8\theta}) = l\dot{\theta}\vec{u}_\theta$

$$= \frac{1}{2}m(l\dot{\theta})^2 + mgl(1 - \cos\theta)$$
.

Or :

$$\frac{dE_m}{dt} = 0$$
$$= \frac{1}{2}ml^2 \cdot 2\dot{\theta}\ddot{\theta} + mgl(-1)\dot{\theta}(-\sin\theta)$$
$$\implies 0 = ml^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + mgl\dot{\theta}\sin\theta$$
$$\iff 0 = ml^2\dot{\theta}\left[\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta\right]$$
$$\iff 0 = \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta.$$

2.3.3 3e méthode : TMC

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{OM} \wedge \vec{f}$$
$$= \vec{OM} \wedge \vec{P} + \vec{OM} \wedge \vec{T}$$
.

$$
\begin{aligned}
\vec{L}_0 &= O\vec{M} \wedge m\vec{v} \\
&= l\vec{u}_r \wedge m(l\dot{\theta}\vec{u}_\theta) \\
&= ml^2\dot{\theta}\vec{u}_z
\end{aligned}
$$

.

$$
\begin{aligned}
\vec{\mathcal{M}}_0(\vec{P}) &= l\vec{u}_r \wedge (mg\cos\theta\vec{u}_r - mg\sin\theta\vec{u}_\theta) \\
&= -mgl\sin\theta\vec{u}_z \\
\implies \frac{d\vec{L}_0}{dt} &= \vec{\mathcal{M}}_0(\vec{P}) \\
&= ml^2\ddot{\theta} \\
&= -mgl\sin\theta \\
\implies 0 &= \ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta.
\end{aligned}
$$

3 Energie mécanique d'un point matériel. Petits mouvements au voisinage d'un point déquilibre stable

3.1 $\mathrm{E_m}$ d'un point en mouvement

3.1.1 Théorème de l'énergie cinétique

Def : La puissance P d'une force $\vec{f}$ qui s'applique à un point matériel de masse m évoluant à la vitesse $\vec{v}$ dans le réferentiel d'étude est :

$$P = \vec{f} \cdot \vec{v}(M).$$

Remaques :

- $1N = 1\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
- $1\mathrm{W} = 1\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2\mathrm{s}^{-3}$
- $P = \|\vec{f}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos(\vec{f}, \vec{v})$
  si $P > 0 \implies \vec{f}$ motrice
  si $P < 0 \implies \vec{f}$ resistante

Def : Le travail élémentaire δW entre deux instants t et $t + dt$d'une force $\vec{f}$ s'exercant sur le point Mest :

$$\delta W(\vec{f}) = p \cdot dt.$$

$$
\begin{aligned}
\text{Or : } \delta W(\vec{f}) &= p \cdot dt \\
&= \vec{f} \cdot \vec{v}dt \\
&= \vec{f} \cdot \frac{dO\vec{M}}{dt} \cdot dt \\
&= \vec{f} \cdot dO\vec{M} \\
\delta W(\vec{f}) &= \vec{f} \cdot d\vec{l} \text{ où } dO\vec{M} = d\vec{l}.
\end{aligned}
$$

Remarque : $1\mathrm{J} = 1\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}$
$\implies$ entre deux instants t_1 et t_2 ou deux positions M_1 et M_2, le travail de la force est :

$$W^{\vec{f}}_{1\to 2} = \int_{t_1}^{t_2} P \cdot dt \text{ ou } W^{\vec{f}}_{1\to 2} = \int_{M_1}^{M_2} P \cdot dt.$$

Théorème de l'énergie cinétique Dans un réferentiel, d'après la deuxième loi de Newton :

$$\vec{f} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}m\vec{v}.$$

Pour un point matériel, la masse st constante. On a donc :

$$\vec{f} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}.$$

$$\begin{aligned}\text{Or,} P(\vec{f}) &= \vec{f} \cdot \vec{v} \\ &= m\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \\ &= \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}mv^2)\end{aligned}$$

en effet, $v^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$

$$\begin{aligned}\implies \frac{dv^2}{dt} &= \frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{v}) \\ &= \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \\ &= 2 \cdot \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}.\end{aligned}$$

D'où on a :

$$P(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{v} = \frac{dE_c}{dt}\text{(Avec P la puissance cinétique).}$$

Théorème de l'énergie cinétique :

$$E_c(t_1) - E_c(t_2) = \int_{t_1}^{t_2} P(\vec{f})dt = \int_{M_1}^{M_2} \vec{f}d\vec{l} = W_{M_1 \to M_2}^{\vec{f}}.$$

3.1.2 Forces conservatives et énergie potentielle

Définitions : Une force est dite conservative si son travail est indépendant du chemin pris.
Ex : $\vec{P} = m\vec{g}$

$$\begin{aligned}W_{M_1 \to M_2}^{\vec{P}} &= \int_{M_1}^{M_2} \vec{P}d\vec{OM} \\ &= \int_{M_1}^{M_2} -mg\vec{k} \cdot (dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}) \\ &= \int_{M_1}^{M-2} -mg \cdot dz \\ &= -mg(z_2 - z_1) \\ &= mg(z_1 - z_2).\end{aligned}$$

Ex : Interaction électrostatique, Loi de Coulomb : $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1q_2}{r^2} \cdot \vec{u}_r$
$\vec{u}_r = \frac{\vec{OM}}{\|\vec{OM}\|}$

$$W_{M_1 \to M_2}^{\vec{F}_e} = \int_{M_1}^{M_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2} \cdot \vec{u}_r \cdot d\vec{OM}.$$

En coordonnées sphériques:

$$d\vec{OM} = dr\vec{u}_r + rd\theta\vec{u}_\theta + r\sin\theta d\phi\vec{u}_\phi.$$

Or $(\vec{u}_r;\vec{u}_\theta;\vec{u}_\phi)$ forment une base orthonormée, $\implies \vec{u}_r \cdot \vec{u}_\theta = \vec{u}_r \cdot \vec{u}_\phi = 0$ D'ou :

$$W_{M_1 \to M_2}^{\vec{F}_e} = \int_{M_1}^{M_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} dr \tag{1}$$

Or $(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$

$$\tag{2}$$

$$W_{M_1 \to M_2}^{\vec{F}_e} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{M_2}^{M_1} \tag{3}$$

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right] \tag{4}$$

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right] \tag{5}$$

Il apparait dans ces exemples qu'il existe une fonction E_p apelée énergie potentielle définie en tout point de l'espace telle que :

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = -W_{1\to 2}^{\vec{f}}$$

A toute force conservative on peut associer une énergie potentielle dépendant que des coordonnées et de la position.

Relation entre force et E_p associée: On définit un opérateur mathématique : le quotient noté $\vec{grad}$ ou tel que :

$$df = f \cdot d\vec{l},\ f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix}$$