## 关于概率本科生科研的经验

在讲述经验之前首先介绍一下自己。我是蔡格非,北大数院 2018 级本科、2022 级博士生,研究方向是概率论与统计物理的交叉,更准确地来说是主要集中于二维共形场论。这方面的介绍性知识可以参考孙鑫老师写的短文《概率论为什么也关心二维量子引力?》https://mp.weixin.qq.com/s/L8xo-DsiG bn66gE1CsTWQ,以及我和李欣意老师合写的短文《标度极限》https://mp.weixin.qq.com/s/y0wN6SJDP4ic6MaGbP18Cw。我的本研项目是与李欣意老师合作完成了论文《On the natural measures on SLE- and CLE-related fractals》,已经被期刊《Annales de l'Institut Henri Poincaré(B)Probabilités et Statistiques》接收待发表。

应当先介绍本研是什么。本研即本科生科研,分为"官方"和"非官方"两种。"官方"本研是学校资助,在大二下学期开始联系导师,且结题后能算进毕业学分。"非官方"本研则十分灵活,实际上就是随时找到一个愿意带你的导师,然后学讲义、读论文、上讨论班,从此进入科研之路。因此本研是一种非常"主动"的行为,关键在于自己要勇敢地迈出与导师联系这一步,这一点与数院同学平时习惯的上课、考试这类被动地接受知识不同。

关于本研,最常见的问题是什么时候开始,以及如何选择方向。在我看来,本研在自己认为"时机成熟"时即可开始,尤其重要的是不应当过于忐忑"前置知识不足"的问题。科研中用到的知识几乎都是在科研中现学的,而不应当是修够了十几门课才认为"有了足够的前置知识"。科研和上课还是很不同。为了应付考试,课本上往往角角落落的细节都要掌握,而科研中学知识则只需要会将它应用到自己的领域内即可。

关于选择方向问题, 我认为唯一的指标就是兴趣, 似乎也没有什么可以多说的 (笑)。这里简单介绍一下现代概率论的几个主要领域吧。第一当然是离散概率论, 和组合、理论计算机相关, 打过高中数学竞赛的同学可能会比较兴趣。第二是连续概率论, 也就是我现在做的方向, 它主要和理论物理联系紧密, 我们的很多工作也直接和物理上的猜想相关。在这个领域数学的严谨性和物理的直觉奇妙地结合在一起, 而我一直也对物理比较感兴趣, 这是我选择了这个研究方向的原因。第三是随机微分方程, 这个也是现代概率论十分重要的一部分, 也产生了菲尔兹奖级别的工作。可惜我并不懂这个领域, 因而不能多作评论。这三个方向北大概率都有相应的老师, 同学们可以浏览概率方向各位老师的主页来获取相关信息。

对于概率方向来说,除了本科《概率论》课程之外,后续的主要课程有《应用随机过程》

《高等概率论》《随机过程论》《随机分析》等等。《概率论》《应用随机过程》主要是培养概率的直观,如果这两门课能学好且比较感兴趣,那说明你可能很适合来学概率。后续的《高等概率论》《随机过程论》《随机分析》则专注于以测度论为基础严格构建大数定律、中心极限定理,以及鞅论、布朗运动、随机微分方程。但有必要提及的一点是,现代概率论有一个特点是"扁平"(李欣意老师语)。也就是说不同于一些深耕多年才能走向前沿的数学分支,现代概率论的很多领域(特别是离散概率论)对本科生来说足够上手。因此上面列出的这些成体系的概率课程绝非学完才能"进入概率本研"的;相反,往往在《应用随机过程》学完后,就足够一边继续深入学习《高等概率论》等后续课程,一边来听讨论班、开始上手本科生科研了。

这几年来概率方向本科生日益活跃,科研氛围十分浓厚,成果也很丰硕。概率方向每学期都会办本科生(以及研究生)讨论班,一般是学一些本科生容易读懂的前沿内容。讨论班后也常常有所谓"美食鉴赏"环节。总之,欢迎大家前来学习概率论(笑)。