Laboratorio Errori

Samuele Barrago, Daniele Sacco, Lorenzo Livio Vaccarecci

1 Primo esercizio

In questo esercizio vogliamo calcolare tramite la matricola del primo componente in ordine alfabetico, due semplici operazioni aritmetiche: $a+(b+c)$ e $(a+b)+c$ utilizzando variabili di tipo double.

1.1 Calcolo di a, b, c

Usando la matricola 5703117, indichiamo con d_0 l'ultima cifra della matricola e con d_1 la penultima.

$$
\begin{aligned}
&a = (d_0 + 1) \cdot 10^i \text{ con } i = 0, 1, \dots, 6\\
&b = (d_1 + 1) \cdot 10^{20}\\
&c = -b
\end{aligned}
$$

1.2 Analisi dei risultati

I risultati ottenuti sono i seguenti: $a = 6.66667 \cdot 10^6$, $b = 8 \cdot 10^{20}$ e $c = -8 \cdot 10^{20}$.

$$
\begin{aligned}
(a + b) + c &= 6.68467 \cdot 10^6\\
a + (b + c) &= 6.66667 \cdot 10^6
\end{aligned}
$$

Come si può notare, i risultati sono diversi, ma non di molto.
Sappiamo che usando il tipo double, abbiamo la precisione di macchina: $u = 2^{-52} \simeq 2.2 \cdot 10^{-16}$ e questo è l'errore massimo che si può commettere.
Procediamo al calcolo dell'errore relativo:

$$
\varepsilon_{relativo} = \left| \frac{6.68467 \cdot 10^6 - 6.66667 \cdot 10^6}{6.68467 \cdot 10^6} \right| = \frac{1.8 \cdot 10^4}{6.68467 \cdot 10^6} = 0.2693 \cdot 10^{-2}
$$

2 Secondo esercizio

Consideriamo come valore "corretto" il valore restituito dalla funzione `exp()` della libreria standard di C++.

- Errore assoluto: $|Taylor - exp|$
- Errore relativo: $\left|\frac{Taylor-exp}{exp}\right|$

Alg	x	N	**Taylor**	**exp()**	**Errore assoluto**	**Errore relativo**
1	0.5	3	1.64583	1.64872	0.00289	0.00175
1	0.5	10	1.64872	1.64872	0	0
1	0.5	50	1.64872	1.64872	0	0
1	0.5	100	1.64872	1.64872	0	0
1	0.5	150	1.64872	1.64872	0	0
1	30	3	4981	1.06865e+13	4978.62938	2100.14087
1	30	10	2.3883e+08	1.06865e+13	1056.17854	445.5289
1	30	50	1.06833e+13	1.06865e+13	0.00921	0.00389
1	30	100	1.06865e+13	1.06865e+13	0	0
1	30	150	1.06865e+13	1.06865e+13	0	0
1	-0.5	3	0.604167	0.606531	0.00236	0.00390
1	-0.5	10	0.606531	0.606531	0	0
1	-0.5	50	0.606531	0.606531	0	0
1	-0.5	100	0.606531	0.606531	0	0
1	-0.5	150	0.606531	0.606531	0	0
1	-30	3	-4079	9.35762e-14	4079	1.61016×10^{17}
1	-30	10	1.21255e+08	9.35762e-14	4.67302	1.84465×10^{14}
1	-30	50	8.78229e+08	9.35762e-14	35388502.93	1.39694×10^{21}
1	-30	100	-3.42134e-05	9.35762e-14	0.00213	8.42043×10^{10}
1	-30	150	-3.42134e-05	9.35762e-14	0.00213	8.42043×10^{10}
2	-0.5	3	0.607595	1.64872	1.04113	0.63147
2	-0.5	10	0.606531	1.64872	1.04219	0.63212
2	-0.5	50	0.606531	1.64872	1.04219	0.63212
2	-0.5	100	0.606531	1.64872	1.04219	0.63212
2	-0.5	150	0.606531	1.64872	1.04219	0.63212
2	-30	3	0.000201	1.06865e+13	2.37042	0.99992
2	-30	10	1.31395e-08	1.06865e+13	2.25806	0.95252
2	-30	50	9.36248e-14	1.06865e+13	2.37062	1
2	-30	100	9.35762e-14	1.06865e+13	2.37062	1
2	-30	150	9.35762e-14	1.06865e+13	2.37062	1

3 Terzo esercizio

Il più grande numero intero positivo d tale che

$$1 + 2^{-d} > 1$$

è:

- Doppia precisione: $d = 53$
- Singola precisione: $d = 24$