Formulario per l'esame di Calculus 1

N.B. Conoscere le condizioni sotto le quali le formule qui contenute sono valide è cura del lettore.

Limiti notevoli

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$
$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$$
$$\lim_{x\to +\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$$
$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$$
$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$$
$$\lim_{x\to 0^+}x^\alpha\ln(x)=0,\quad \alpha>0$$
$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin x}{x}=1$$
$$\lim_{x\to +\infty}\frac{\ln(x)}{x^\alpha}=0,\quad \alpha>0$$
$$\lim_{x\to +\infty}\frac{x^\alpha}{e^{\beta x}}=0,\quad \alpha>0,\,\beta>0$$

Regole di integrazione

$$\int f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx$$
$$\int f(\varphi(x))\varphi'(x)dx=\left[\int f(t)dt\right]_{t=\varphi(x)}$$

Derivate di funzioni elementari

$$D(x^\alpha)=\alpha x^{\alpha-1},\quad \alpha\in\mathbb{R}$$
$$D(\sin x)=\cos x$$
$$D(\cos x)=-\sin x$$
$$D(\tan x)=1+\tan^2(x)=\frac{1}{\cos^2 x}$$
$$D(e^x)=e^x$$
$$D(\ln(x))=\frac{1}{x}$$
$$D(\arctan(x))=\frac{1}{1+x^2}$$
$$D(\arcsin(x))=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$D(\arccos(x))=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Regole di derivazione

$$(f\cdot g)'(x)=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x)=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$$
$$(g\circ f)'(x)=g'(f(x))\cdot f'(x)$$
$$(f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))},\quad \text{(funzione inversa)}$$

Primitive

$$\int x^\alpha dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+c,\quad \alpha\neq -1$$
$$\int \frac{1}{x}dx=\ln|x|+c$$
$$\int \sin(x)dx=-\cos(x)+c$$
$$\int \cos(x)dx=\sin(x)+c$$
$$\int \frac{1}{1+x^2}dx=\arctan(x)+c$$
$$\int e^x dx=e^x+c$$
$$\int \frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan(x)+c$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=\arcsin(x)+c$$
$$\int \frac{2ax+b}{ax^2+bx+q}dx=\ln|ax^2+bx+q|+c$$
$$\int \frac{1}{ax^2+bx+q}dx=\frac{2a}{\sqrt{-\Delta}}\arctan\left(\frac{2ax+b}{\sqrt{-\Delta}}\right)+c,\quad \Delta<0$$