

Filtraggio nelle Frequenze (segnali 1D)

Fondamenti Elaborazione dei Segnali e Immagini
(FESI)

Francesca Odone francesca.odone@unige.it

Filtri

Un filtro è una funzione che lascia passare alcune componenti del segnale e ne elimina altre

Il concetto di filtro risulta molto chiaro nel dominio delle frequenze, qui possiamo parlare di

- **Filtri passa basso:** lasciano passare (immodificate le basse frequenze), eliminano le alte frequenze
- **Filtri passa alto:** lasciano passare le alte frequenze
- **Filtri passa banda:** lasciano passare le frequenze comprese tra due valori

Frequenze “nel mondo”

Suono: Frequenze alte (suono acuto) frequenze basse (suono grave)

Immagini: Frequenze alte (dettagli e cambi veloci) frequenze basse (strutture “macro” e cambi lenti)



Filtrare nel dominio delle frequenze

Filtrare un segnale corrisponde a moltiplicare un filtro H con la Trasformata di Fourier del segnale f

$$F_{filt}(\omega) = H(\omega)F(\omega)$$

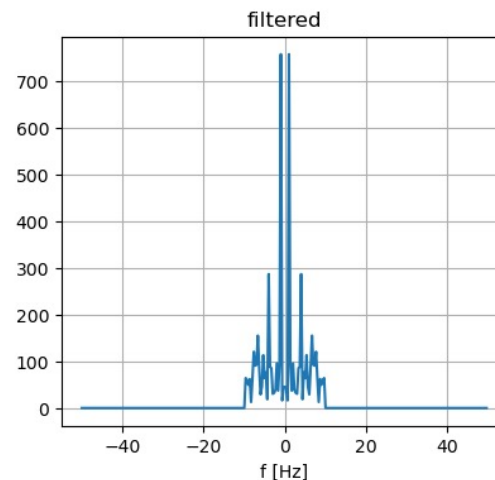
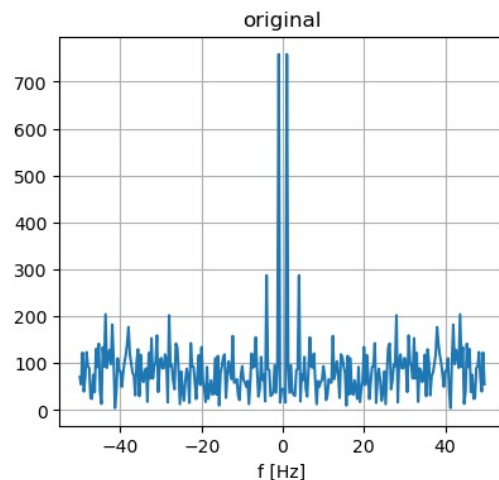
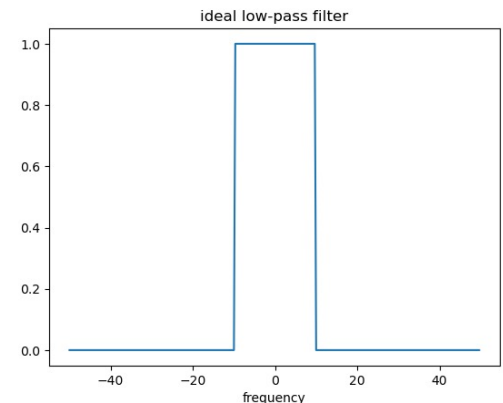
Filtraggio nelle frequenze: filtro ideale

Un sistema che annulla “perfettamente” le armoniche in determinati intervalli di frequenza si chiama filtro ideale

Ecco un esempio di filtro passa-basso ideale

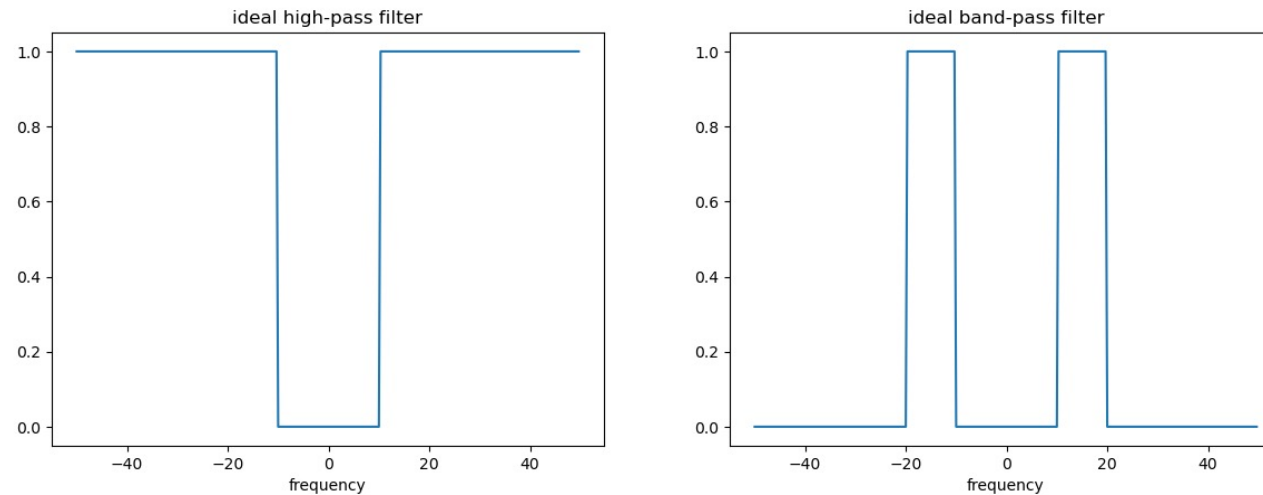
Nota: lo esprimiamo direttamente in Fourier

$$H(\omega) = \begin{cases} A & |\omega| < \omega_c \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$



$$F_{filt}(\omega) = H(\omega)F(\omega)$$

Filtraggio nelle frequenze: filtro ideale



Il modello del filtro ideale è molto adatto a descrivere l'azione di filtraggio

Nei casi reali un'implementazione del filtro ideale è impossibile (ne ripareremo in seguito)

Alternative al filtro ideale: Filtro Gaussiano

Nel tempo

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-t^2/(2\sigma^2)}$$

Nelle frequenze

$$G(\omega) = e^{-\omega^2/(2\sigma_f^2)}$$

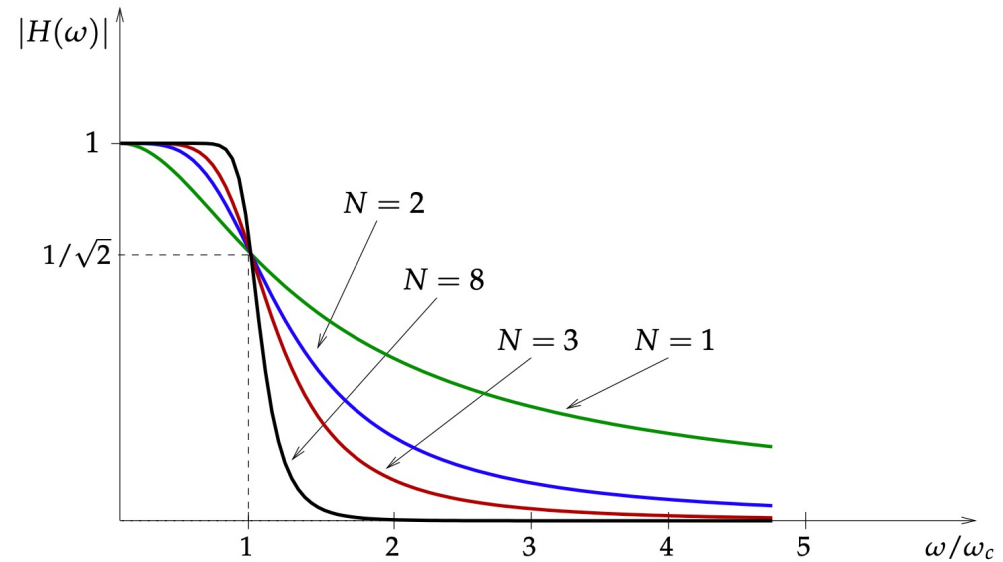
Relazione inversa tra le due deviazioni standard

$$\sigma_f = \frac{1}{2\pi\sigma}$$

Molto utilizzato per varie ottime proprietà matematiche ma non produce un taglio “netto” delle frequenze indesiderate

Alternative al filtro ideale: Filtro di Butterworth

Una scelta di compromesso:
un filtro “liscio” ma con un
cut-off più deciso



$$|H(\omega)| = \frac{1}{|B_N(i\frac{\omega}{\omega_c})|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2N}}}$$

ordine

cutoff

Rumore

Un termine incognito, imprevedibile (non deterministico) e non desiderato che si aggiunge al segnale

Il rumore può essere “ambientale”

- Rumore di fondo nell’acquisizione di un suono
- Una luce al neon nello scattare una foto

Altrimenti può essere dovuto all’acquisizione, la digitalizzazione (campionamento e quantizzazione), la trasmissione, l’elaborazione (compresa la compressione o la conversione tra formati) del segnale stesso

La riduzione del rumore avviene tramite filtraggio.

Rumore

Possiamo identificare molti modelli di rumore che possono essere adatti a descrivere diversi tipi di segnali rumorosi (rumori additivi, tra i quali il rumore bianco e il rumore gaussiano, modelli moltiplicativi, ...)

La riduzione del rumore avviene tramite filtraggio del segnale

UniGe

