UNIVERSITÀ DEGLI STUDI
DI GENOVA

Università degli Studi di Genova

Fondamenti dell'Elaborazione di Segnali e Immagini

Lorenzo Vaccarecci

Anno Accademico 2024/2025

Indice

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Segnali 1D e 2D

1.1.1 Segnali 1D

Un segnale 1D descrive una grandezza fisica che varia nel tempo, e può essere visto come una funzione di una variabile indipendente:

$$g = f(t)$$

dove g è il valore della grandezza fisica (variabile **dipendente**), f è la funzione (continua o discreta) e t è la variabile indipendente.
Esempi di segnali 1D sono:

- Segnali audio: come ad esempio la musica o il parlato.
- Segnali ECG
- Segnali EEG
- Sensori inerziali
- ...

1.1.2 Segnali 2D

Un segnale 2D descrive una grandezza fisica che varia nello spazio, e può essere visto come una funzione di due variabili indipendenti.
Esempi di segnali 2D sono:

- Immagini: utilizzeremo questo termine per indicare una foto a colori o a scala di grigi (ci concentreremo su queste).
- Immagini biomediche: come ad esempio le radiografie, le ecografie oppure quelle di una risonanza.
- Immagini termiche
- Immagini satellitari
- Immagini microscopiche
- ...

Ciò che hanno in comunque tutte queste immagini è che hanno una matrice di pixel che rappresenta qualcosa, nel nostro caso ogni pixel rappresenta l'intensità luminosa nella posizione (r, c) della matrice.

1.2 Segnali a tempo continuo o discreto

$$g = f(t)$$

1.2.1 Segnali a tempo continuo

Nei segnali a tempo continuo t assume valori reali

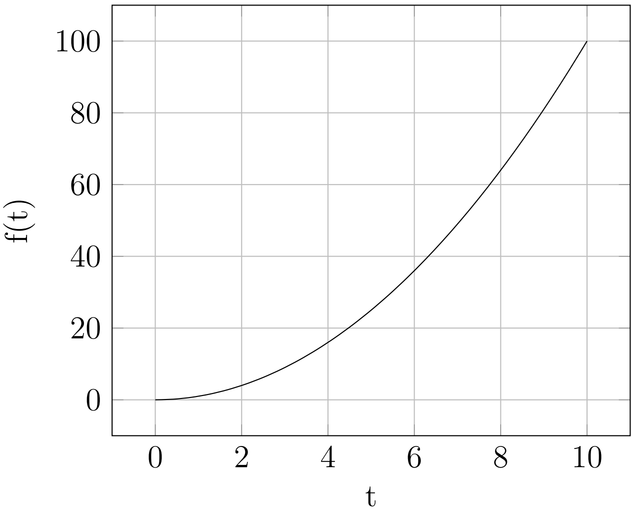


Figura 1.1: Posso conoscere il valore del segnale in ogni istante di tempo

1.2.2 Segnali a tempo discreto

Nei segnali a tempo discreto t assume valori in un sottoinsieme discreto dei numeri reali, come risultato di un'operazione chiamata **campionamento**.

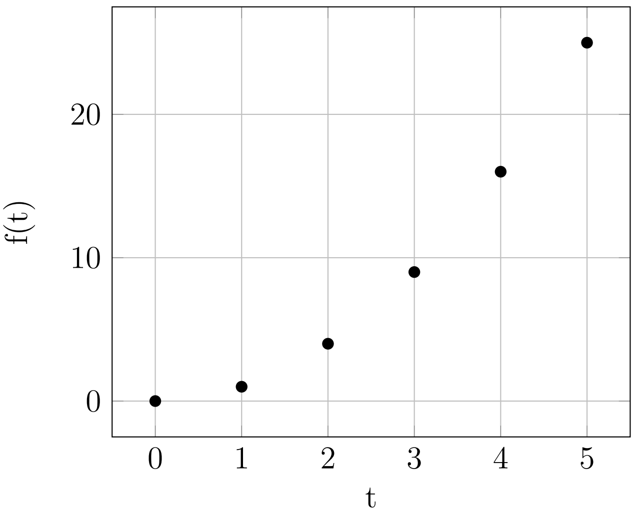


Figura 1.2: Posso conoscere il valore del segnale in certi istanti di tempo

1.3 Segnali a valori continui o discreti

1.3.1 Segnali a valori continui

Nei segnali a valori continui g assume valori reali.

1.3.2 Segnali a valori discreti

Nei segnali a valori discreti g assume valori in un sottoinsieme discreto dei numeri reali, come risultato di un'operazione chiamata **quantizzazione**.

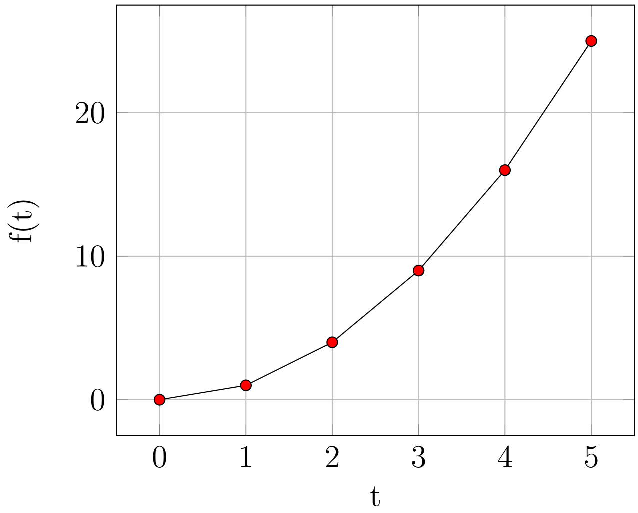


Figura 1.3: In rosso i valori **discreti** di g

1.4 Analogico e digitale

- **Segnali analogici**: sono continui sia nel tempo che nei valori.
- **Segnali digitali**: sono discreti sia nel tempo che nei valori.

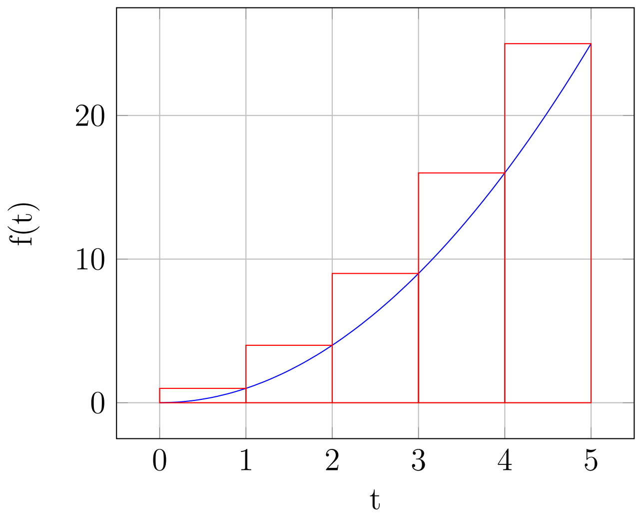


Figura 1.4: Segnale analogico in blu e segnale digitale in rosso

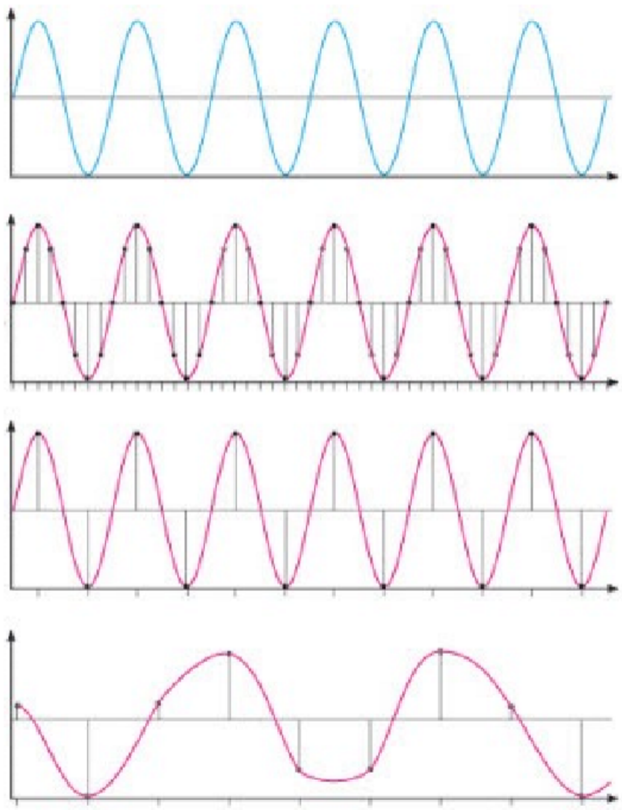
1.5 Campionamento

$$v_s = \frac{1}{\tau}$$

Dove v_s è la frequenza di campionamento e τ è l'ampiezza dell'intervallo di campionamento. Ovviamente se τ si avvicina a 0 allora il grafico risultante $f(n\tau)$ sarà più preciso (e vicino a quello continuo) ma userà più risorse per memorizzare i dati.

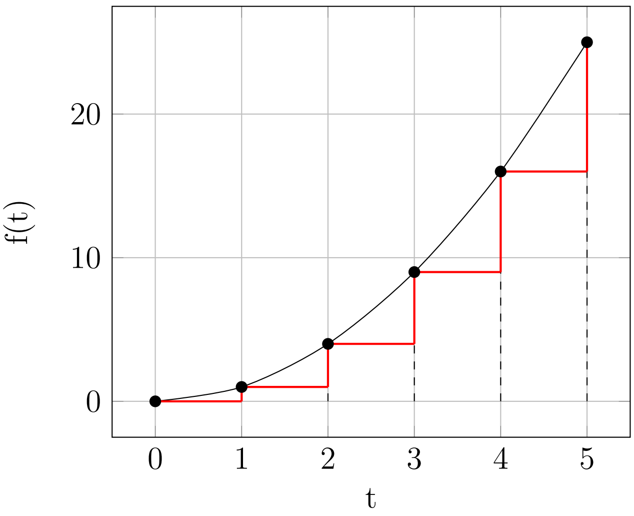
1.5.1 Frequenza ideale di campionamento

Bisogna stare attenti a non campionare a frequenze troppo basse, altrimenti si incorre nel fenomeno chiamato **punto di rottura** ossia il grafico risultante apparirà diverso da quello originale.



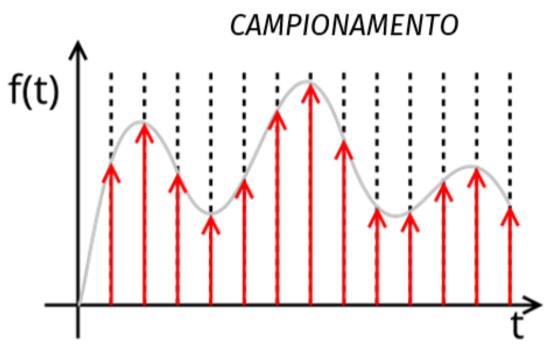
Come possiamo vedere dalla figura l'ultimo grafico risulta essere diverso da quello azzurro (originale), questo perché la frequenza di campionamento non è sufficientemente alta in questo caso si è verificato un punto di rottura.

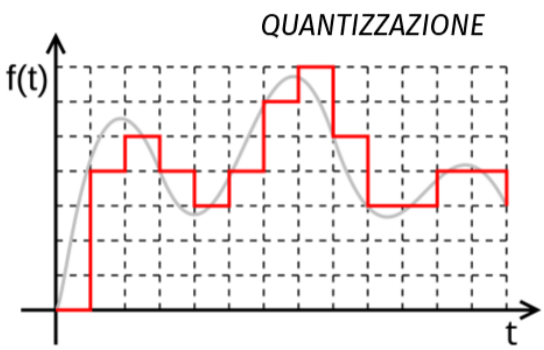
1.6 Quantizzazione

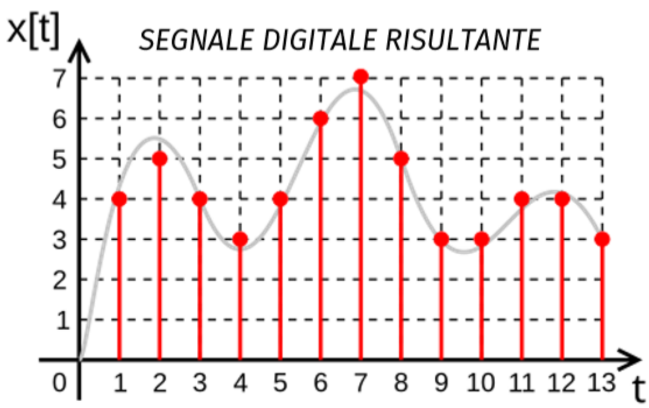


Partendo da una funzione $f(n\tau)$ quantizziamo i valori associando ad ogni valore x il valore numerico xk che è più vicino ad x.

1.7 Riepilogo digitalizzazione







1.8 Ripasso: trasformazioni di segnali (1D)

1.8.1 Traslazione

$$f(t - t_0)$$

1.8.2 Scalatura

$$f(\alpha t)$$

- $\alpha > 1$: compressione
- $0 < \alpha < 1$: rilassamento

1.8.3 Segnali "notevoli"

- **Segnale rettangolare**:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \frac{1}{2} \\ 0 & |t| > \frac{1}{2} \end{cases}$$

- **Segnale gradino**:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

- **Segnale impulsivo (o delta di Dirac)**:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

1.8.4 Treno di impulsi equispaziati

$$\delta_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - n\tau)$$

Campionamento

Moltiplichiamo il segnale $f(t)$ per il treno di impulsi equispaziati e otteniamo:

$$f_s(t) = f(t) \cdot \delta_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n\tau)\delta(t - n\tau)$$

Capitolo 2

La trasformata di Fourier