

Note TAC

Indice

1	Preliminari	2
1.1	Alfabeti, stringhe, linguaggi	2
1.1.1	Operazioni su stringhe	3
1.1.2	Operazioni su linguaggi	3

Capitolo 1

Preliminari

1.1 Alfabeti, stringhe, linguaggi

Definizione 1.1.1: Alfabeto

Un *alfabeto* (Σ) è un insieme finito **non vuoto** di oggetti detti *simboli* (σ)

Definizione 1.1.2: Stringa

Un stringa u su un alfabeto Σ è una funzione totale da $[1, n]$ in Σ per qualche $n \in \mathbb{N}$; n si dice lunghezza di u e si indica con $|u|$.

Approfondimento:

- Funzione totale: funzione che per ogni input c'è sempre un output;
- Funzione stringa: $i \rightarrow \sigma$ con $i \in \mathbb{N}$ posizione nella stringa.

L'unica stringa u con $|u| = 0$ si chiama stringa vuota e si indica con ε .

L'insieme di tutte le possibili stringhe su Σ si indica con Σ^* e l'insieme di tutte le possibili stringhe non vuote su Σ si indica con Σ^+ . Notiamo che Σ^* è sempre un insieme infinito perchè non si ha un limite di lunghezza delle stringhe.

Definizione 1.1.3: Linguaggio

Un linguaggio L è un insieme di stringhe selezionate da Σ^* (ovvero è sottoinsieme di Σ^*).

L'insieme vuoto \emptyset e l'insieme costituito solo dalla stringa vuota $\{\varepsilon\}$ sono linguaggi su **qualsunque** alfabeto.

1.1.1 Operazioni su stringhe

Siano u e v stringhe di lunghezza n ed m rispettivamente

Definizione 1.1.4: Concatenazione

$u \cdot v$ è la stringa di lunghezza $n + m$ definita da:

$$(u \cdot v)(k) = \begin{cases} u(k) & \text{se } 1 \leq k \leq n \\ v(k - n) & \text{se } n < k \leq n + m \end{cases}$$

E' un'operazione associativa e ha come identità la stringa vuota ($u \cdot \varepsilon = u$), si tratta quindi di un monoide.

Definizione 1.1.5: Ripetizione

u^n (stringa u ripetuta n volte) per $n \geq 0$ è definita induttivamente da $u^0 = \varepsilon$, $u^{n+1} = u \cdot u^n$

1.1.2 Operazioni su linguaggi

Siano L e L' linguaggi

Definizione 1.1.6: Concatenazione

$L \cdot L' = \{u \cdot v \mid u \in L, v \in L'\}$, ovvero: la concatenazione è l'insieme di tutte le possibili combinazioni di stringhe.

Questa operazione è associativa e ha come identità l'insieme $\{\varepsilon\}$ mentre l'insieme vuoto costituisce uno zero dell'operazione ($L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$)

Esempio

- $L = \{a, ab\}$
- $L' = \{b, ba\}$

$$LL' = \{ab, aba, abb, abba\}$$

Definizione 1.1.7: Ripetizione

L^n per $n \geq 0$ è definito induttivamente da $L^0 = \{\varepsilon\}$, $L^{n+1} = L \cdot L^n$.

La chiusura di Kleene L^* è definita da $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$, e la chiusura positiva L^+ da $L^+ = \bigcup_{n > 0} L^n$.