Variabili Casuali Continue

Lorenzo Vaccarecci

21 Marzo 2024

1 Funzione densità di probabilità

Una variabile casuale X è continua se esiste una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ tale che

$$P(X \in B) = \int_B f(x)dx$$

e.g.

$$B = [-\epsilon, \epsilon] \quad P(X \in B) = \int_{-\epsilon}^{\epsilon} f(x)dx$$

su ogni sottoinsieme misurabile $B \subset \mathbb{R}$. La funzione f è la *densità di probabilità, o pdf*. La *pdf* è parente stretta della *pmf*
Se prendiamo tutto:

$$\int f(x)dx = 1$$

$$\mathbb{E}[X] = \int xf(x)dx$$

$$\mathbb{E}[g(x)] = \int g(x)f(x)dx$$

$$Var(X) = \int (x - \mathbb{E}[X])^2 f(x)$$

* La x equivale alla i delle variabili discrete e la $f(x)$ equivale a p_i, infatti le formule sono molto simili solo che al posto della sommatoria c'è l'integrale.

2 Funzione di distribuzione cumulata

La *funzione di distribuzione cumulata* $F : \mathbb{R} \to [0, 1]$, o cdf, è definita $\forall a \in \mathbb{R}$ come

$$F(x) = \int_{-\infty}^{a} f(t)dt$$

Per il teorema fondamentale del calcolo integrale:

$$\frac{d}{dx}(F(x)) = f(x)$$