Distribuzioni Congiunte e Indipendenza

Lorenzo Vaccarecci

4 Aprile 2024

1 Caso discreto

La distribuzione di una coppia di variabili congiunte (X, Y) con valori $\{x_1, \dots, x_N\}$ e $\{y_1, \dots, y_M\}$ è data da una *pmf*

$$P(X = x_i, Y = y_j) = p(x_i, y_j) \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, M$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} p(x_i, y_j) = 1$$

2 Distribuzioni marginali

Storiella

$$\begin{bmatrix} p(1,1) & p(1,2) & \dots & p(1,M) \\ p(2,1) & p(2,2) & \dots & p(2,M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p(N,1) & p(N,2) & \dots & p(N,M) \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cc} \begin{bmatrix} (x_1, y_1) & (x_1, y_2) & \dots & (x_1, y_M) \\ (x_2, y_1) & (x_2, y_2) & \dots & (x_2, y_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (x_N, y_1) & (x_N, y_2) & \dots & (x_N, y_M) \end{bmatrix} & \sum_{j=1}^{M} p(1, j) \\ \sum_{i=1}^{N} p(i, 1) & \end{array}$$

$$p_X(x_i) = P(X = x_i) = \sum_{j=1}^{M} p(x_i, y_j) \quad \text{e} \quad p_Y(y_j) = P(Y = y_j) = \sum_{i=1}^{N} p(x_i, y_j)$$

p_X è praticamente la somma di una riga, mentre p_Y è la somma di una colonna.

$$p_X + p_Y = 2$$

Funzione di distribuzione cumulata congiunta

$$F(a, b) = \sum_{i: x_i \leq a} \sum_{j: y_j \leq b} p(x_i, x_j)$$