Distribuzione di probabilità

Lorenzo Vaccarecci

22 Marzo 2024

1 Distribuzione di una funzione di variabile casuale

Esempio

Abbiamo X distribuita uniformemementre tra 0 e 1,abbiamo $f(x) = 1$ e $F(x) = x$. Se $Y = X^n$:
$F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X?n \leq y) = P(X \leq y^{\frac{1}{n}}) = F(y^{\frac{1}{n}}) = y^{\frac{1}{n}}$

Dall'esempio possiamo ricavare le formule generali per $Y(g(x))$:

$$F_Y(y) = F(g^{-1}(y))$$

$$f_Y(y) = f(y) \cdot \frac{d}{dy}(g^{-1}(y))^*$$

**Derivata della funzione composta.*

2 Distribuzione normale (o Gaussiana)

$X = \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \quad \mu$ e $\sigma > 0$

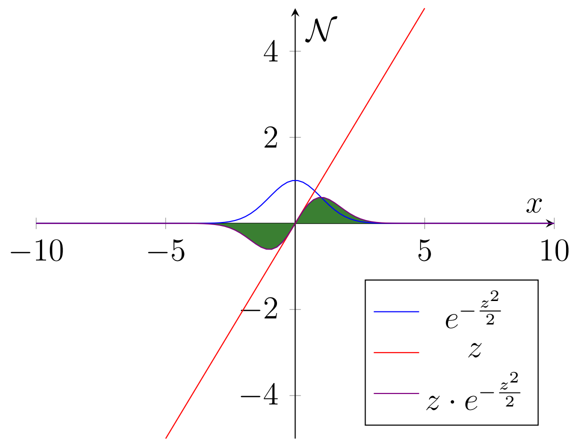
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

2.1 Valore atteso e varianza

Il valore atteso (di una normale standard $Z = \mathcal{N}(0, 1)$) è:

$$\mathbb{E}[Z] = \int z f(x) dz = \int z \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \int z \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dz = 0$$

L'area in verde è nulla, quindi il valore atteso è 0.



La varianza è (per parti):

$$Var(Z) = \int \frac{z^2 e^{\frac{-z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dz = \cdots = 1$$