

Лабораторная работа №6

Первая часть контрольной работы представляет собой подготовку выполненных на занятиях лабораторных работ. Вторая часть контрольной работы предполагает самостоятельное решение трех задач по изученным темам.

В рамках данной контрольной работы необходимо решить предложенные задачи на языке программирования высокого уровня из предложенного перечня. Варианты задач находятся в отдельном файле. В качестве результата выполнения практической работы необходимо приложить **архив с файлами решенных задач, а также отчет о выполнении работы**. Файлы решенных задач представляют собой файлы с исходным кодом с установленным расширением.

Отчет о выполнении практической работы должен содержать:

1. Титульный лист
2. Содержание

3. 3 параграфа, в которых раскрыто решение каждой задачи. По каждой задаче необходимо представить следующую информацию:

3.1. *Условие задачи*. Берется из файла.

3.2. *Ход решения задачи*. Студент описывает логику решения данной задачи. Какие алгоритмы и для чего использованы, как построена программа. Данная часть является описательной. Здесь следует говорить именно о построении алгоритма, опуская процессы ввода и вывода данных (если это не является основной сутью алгоритма).

3.3. *Листинг программы с комментариями*. Копируется весь программный код.

3.4. *Тестирование программы*. Составляется таблица, содержащая следующие поля: номер теста, входные данные, результат выполнения программы, корректность, время выполнения (мс), затраченная память (Мб). Составляется не менее 10-ти тестовых наборов данных согласно условию задачи. Тестовые наборы входных данных студент составляет самостоятельно. В обязательном порядке программа тестируется на граничных наборах входных данных (например, если N варьируется от 0 до 10^9 , то обязательно рассмотреть решение задачи при $N=0$ и при N близком к 10^9). Если написанная программа не позволяет решить задачу при граничных входных данных, все равно включить в тест и в качестве результата написать "Не решено". В столбце "входные данные" данные вносятся вручную, в столбце "результат..." представляется скриншот выполнения программы (если не влезает на одну страницу, делать несколько скриншотов).

Задачи по теме 6. Жадные алгоритмы

Задача 1. Сумма элементов подмассива

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Имеется массив V целых чисел, состоящий из $1 \leq N \leq 10^8$ элементов, $-2 \times 10^9 \leq V_i \leq 2 \times 10^9$.

Подмассивом называют непрерывное подмножество элементов массива, возможно, включающее в себя и полный массив.

Требуется найти наибольшую из возможных сумм всех подмассивов.

Формат входных данных:

N

V_1

V_2

...

V_N

Формат выходных данных:

MaximalSubarraysSum

Примеры:

Стандартный ввод	Стандартный вывод
10 -4 4 3 3 -4 1 2 1 -4 0	10

Задача 2. Маршрутка

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Вступление

Водитель маршрутки Сергей Александрович Жадных прославился своей феноменальной жадностью повсеместно. Он сам неоднократно заявлял, что за лишнюю копейку готов задушить родного брата и продать всех друзей. К сожалению, проверить эти слова не представлялось возможным, поскольку никакого брата, а также друзей, дома и семьи у Сергея Александровича не было. И что ещё хуже, денег у него тоже не было. Единственным достоянием г-на Жадных являлась старая маршрутка, на которой он и колесил по городу, подвозя редких пассажиров и время от времени осматривая краем глаза тротуары в поисках мелких монет...

В один из дней небеса сжалились на Сергеем Александровичем и решили прекратить его бесполезное существование в этом жестоком мире. С сей благой целью на голову ничего не подозревавшего г-на Жадных, вышедшего из маршрутки на призывный блеск 5-рублёвой монеты, свалился топор. Мечты о выгодной продаже бутылки мигом вылетели у него из головы, поскольку их место занял топор. В переносном смысле этого слова. Орудие небес не смогло пробить окостеневший череп г-на Жадных, однако, как выяснилось позднее, придало ему несколько весьма полезных свойств.

Вскоре после продажи топора Сергей Александрович обнаружил, что способен предвидеть будущее. Какие возможности, какие перспективы открылись незадачливому водителю маршрутки! Кто мы такие и куда идём? Чего бояться и на что надеяться? Ответы на эти вопросы г-на Жадных совершенно не интересовали. А вот на то, чтобы с помощью новых умений попытаться заработать немного денег, выполняя привычную работу, сообразительности у Сергея Александровича хватило.

Задача

Ежедневно маршрутка совершает один рейс от первой до N-й остановки. В маршрутке M мест для пассажиров. Вечером, просчитав линии вероятностей, г-н Жадных (между прочим, потенциальный Тёмный Иной шестого уровня) выяснил, что завтра на остановках маршрутку будут поджидать K человек. Для каждого человека были определены номер остановки $S[i]$, на которой он желает сесть в маршрутку, и номер остановки $F[i]$, на которой он собирается выйти. В соответствии с ценовой политикой Сергея Александровича, каждый пассажир должен заплатить P рублей за билет независимо от количества остановок. Более того, притормозив на остановке, г-н Жадных может выбирать, кого из желающих посадить в маршрутку, а кого нет. Ставя перед собой задачу максимизации прибыли, Сергей Александрович вполне разумно решил определить, каких именно людей нужно сажать в маршрутку. К сожалению, для этого его сил оказалось недостаточно. А Ваших?

Формат входных данных:

Первая строка содержит целые числа N ($2 \leq N \leq 100000$), M ($1 \leq M \leq 1000$), K ($0 \leq K \leq 50000$) и P ($1 \leq P \leq 10000$). Каждая из следующих K строк содержит целые числа $S[i]$ и $F[i]$ ($1 \leq S[i] < F[i] \leq N$) для соответствующего человека.

Формат выходных данных:

В первую строку вывести максимальную прибыль. Во вторую строку вывести через пробел и в любом порядке номера людей, которых следует сажать в маршрутку для получения этой прибыли. Если задача имеет несколько решений, то вывести любое из них.

Примеры:

Стандартный ввод	Стандартный вывод
6 2 6 9 1 4 2 6 1 5 2 3 4 6 3 6	36 1 5 6 4

Задача 3. Танец точек.

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

На прямой располагается $1 \leq N \leq 10000$ точек с целочисленными координатами $-10^9 \leq V_i \leq 10^9$. Каждой из точек разрешается сделать ровно одно движение (танцевальное па) в любом направлении на расстояние не больше $0 \leq L \leq 10^8$ и остановиться на другой позиции. Какое минимальное количество точек может остаться на прямой после окончания танца (все точки после танца, оказывающиеся на одной позиции, сливаются в одну)?

Формат входных данных:

L N

V1 V2 ... VN

Формат выходных данных:

MinimalNumberOfPoints

Примеры:

Стандартный ввод	Стандартный вывод
10 5 30 3 14 19 21	2

Задача 4. Ровно М простых.

Ограничение по времени: 2 секунды

Ограничение по памяти: 24 мегабайта

Требуется найти такое наименьшее натуральное число $2 \leq K \leq 2 \times 10^7$, что, начиная с этого числа, среди N натуральных чисел имеется ровно M простых.

Если такого числа не существует или оно больше 2×10^7 , вывести -1.

Формат входных данных:

M N

Формат выходных данных:

K или -1

Примеры:

Стандартный ввод	Стандартный вывод
4 10	3
3 15	14

Задача 5. Периодическая дробь.

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Выведите десятичное представление рациональной правильной дроби. Если в представлении присутствует период, то нужно вывести первое его вхождение в круглых скобках.

Формат входных данных:

Два целых числа, введенных через пробел: $1 \leq N < M \leq 150000000$

Формат выходных данных:

Десятичное представление числа N/M

Примеры:

Стандартный ввод	Стандартный вывод
------------------	-------------------

6 70	0.0(857142)
17 250	0.068

Задача 6. Валютные махинации

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 16 мегабайт

Петя, изучая, как меняется курс рубля по отношению к доллару и евро, вывел закон, по которому происходят эти изменения (или думает, что вывел :)). По этому закону Петя рассчитал, каков будет курс рубля по отношению к доллару и евро в ближайшие N дней.

У Пети есть 100 рублей. В каждый из дней он может обменивать валюты друг на друга по текущему курсу без ограничения количества (при этом курс доллара по отношению к евро соответствует величине, которую можно получить, обменяв доллар на рубли, а потом эти рубли — на евро). Поскольку Петя будет оперировать не с наличной валютой, а со счетом в банке, то он может совершать операции обмена с любым (в том числе и нецелым) количеством единиц любой валюты.

Напишите программу, которая вычисляет, какое наибольшее количество рублей сможет получить Петя к исходу N -го дня.

Законы изменения курсов устроены так, что в течение указанного периода рублевый эквивалент той суммы, которая может оказаться у Пети, не превысит 10^8 рублей.

Формат входных данных:

Первая строка входного файла INPUT.TXT содержит одно число N ($1 \leq N \leq 5000$). В каждой из следующих N строк записано по 2 числа, вычисленных по Петиним законам для соответствующего дня — сколько рублей будет стоить 1 доллар, и сколько рублей будет стоить 1 евро. Все эти значения не меньше 0.01 и не больше 10000. Значения заданы точно и выражаются вещественными числами не более, чем с двумя знаками после десятичной точки.

Формат выходных данных:

В выходной файл OUTPUT.TXT выведите искомую величину с двумя знаками после десятичной точки.

Примеры:

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
4	4000.00
1 10	
10 5.53	
5.53 1.25	
6 5	

Задача 7. Плавающие числа

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 16 мегабайт

Дано N целых чисел. Каждое из них можно один раз изменить не более чем на целую величину L как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения или оставить без изменения. Если после такой операции некоторые из чисел оказываются равными, то они засчитываются за одно. С данными числами произвели указанную операцию таким

образом, что осталось минимально возможное количество чисел. Требуется написать программу для определения этого количества.

Формат входных данных:

Входной файл INPUT.TXT содержит в первой строке натуральные числа L и N ($N \leq 100$, $L \leq 3200$), во второй строке N чисел (в диапазоне от -32768 до 32767), записанных через пробел.

Формат выходных данных:

В выходной файл OUTPUT.TXT выведите единственное число – ответ на задачу.

Примеры:

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
10 3 11 21 27	1
5 3 6 10 27	2

Задача 8. Интересная игра с числами

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 16 мегабайт

Рассмотрим следующую интересную игру для двух игроков. Для этой игры необходима таблица из 2-х строк и N столбцов, в клетках которой записаны натуральные числа, следующего вида:

A_1	A_2	A_3	...	A_N
B_1	B_2	B_3	...	B_N

Игроки делают ходы по очереди. Начинает игру 1-й игрок.

За один ход 1-й игрок выполняет следующие два действия:

- выбирает произвольный столбец (к примеру, j -й), который еще ни разу не был выбран одним из игроков на предыдущих ходах;
- прибавляет к своим очкам число A_j .

За один ход 2-й игрок выполняет следующие два действия:

- выбирает произвольный столбец (к примеру, j -й), который еще ни разу не был выбран одним из игроков на предыдущих ходах;
- прибавляет к своим очкам число B_j .

Игра заканчивается, когда какой-либо из игроков не сможет сделать ход (по той причине, что все столбцы уже были выбраны). Изначально, у каждого из игроков есть 0 очков.

После того, как игра закончилась, происходит взаиморасчет между игроками. К примеру, 1-й игрок набрал S_1 очков, а 2-й игрок - S_2 очков. В случае, когда $S_1 > S_2$, 2-й игрок отдает 1-му игроку $S_1 - S_2$ УДЕ (условных денежных единиц). В противном случае, 1-й игрок отдает 2-му игроку $S_2 - S_1$ УДЕ. С этих позиций, целью 1-го игрока является максимизация величины $S_1 - S_2$, а целью 2-го игрока - максимизация $S_2 - S_1$.

Назовем стоимостью игры величину $S_1 - S_2$ при оптимальной игре обоих игроков. Напишите программу, которая определяет стоимость игры.

Формат входных данных:

В первой строке входного файла INPUT.TXT записано натуральное число N - количество столбцов в таблице ($1 \leq N \leq 300000$). Следующие N строк описывают числа в

столбцах таблицы. i -я из этих строк содержит два натуральных числа A_i и B_i , разделенные одним пробелом ($1 \leq A_i, B_i \leq 3000$).

Формат выходных данных:

В выходной файл OUTPUT.TXT выведите одно целое число - стоимость игры.

Примеры:

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
1 1 1	1
2 1 1 1 1	0
3 1 2 3 4 5 6	2

Задача 9. Индикатор

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 16 мегабайт

Недавно Вася приобрел настольный калькулятор с жидкокристаллическим индикатором. Этот индикатор отображает N цифр с помощью N одинаковых элементов.



Отметим, что каждый элемент содержит семь полосок, каждая из которых может быть либо белой, либо черной. В частности, при отображении цифры «1» черными являются две полоски.

Вася — очень любознательный мальчик, поэтому он хочет узнать, какое максимальное и минимальное N -значное число могут быть отображены на индикаторе его нового калькулятора так, чтобы черными были ровно K полосок.

Напишите программу, которая найдет ответ на Васин вопрос. Учитывайте при этом, что числа не могут содержать ведущие нули.

Формат входных данных:

Входной файл INPUT.TXT содержит два натуральных числа N и K ($1 \leq N \leq 100$, $1 \leq K \leq 700$).

Формат выходных данных:

В первой строке выходного файла OUTPUT.TXT выведите минимальное число, во второй строке выходного файла выведите максимальное число. Если указанным образом не может быть представлено ни одно число, выходной файл должен содержать одну строку NO SOLUTION.

Примеры:

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
5 15	10117 97111

Задача 10. Коррозия металла

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 16 мегабайт

Для хранения двух агрессивных жидкостей А и В используется емкость с многослойной перегородкой, которая изготавливается из имеющихся N листов. Для каждого листа i ($i = 1, \dots, N$) известно время его растворения жидкостью А — a_i и жидкостью В — b_i . Растворение перегородки каждой из жидкостей происходит последовательно лист за листом, с постоянной скоростью по толщине листа.

Требуется написать программу проектирования такой перегородки, время растворения которой было бы максимальным.

Формат входных данных:

В первой строке входного файла INPUT.TXT записано число N ($1 \leq N \leq 256$). В каждой из последующих N строк содержатся два положительных вещественных числа a_i и b_i , разделенные пробелом (числа не превышают 10^6 и состоят не более чем из 11 значащих цифр).

Формат выходных данных:

В первую строку выходного файла OUTPUT.TXT записать время растворения перегородки с точностью, не меньшей 10^{-3} . В следующую строку файла записать номера листов в порядке их расположения от жидкости А к жидкости В, разделяя числа пробелами.

Примеры:

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
4	6.000
1 2	4 2 1 3
1 2	
0.5 1.5	
7 3.5	