**NOM :**

# INTERRO DE COURS – SEMAINE 6

**Exercice 1 –** On considère le polynôme $P(x) = x^3 - 9x^2 + 11x + 21$.

1. Trouver une racine de $P(x)$.

**Solution :**

$$P(-1) = (-1)^3 - 9 \times (-1)^2 + 11 \times (-1) + 21 = -1 - 9 - 11 + 21 = 0$$

Donc $-1$ est une racine de $P(x)$.

2. En déduire une factorisation de $P(x)$.

**Solution :** Je raisonne par identification des coefficients.
Comme $-1$ est racine de $P(x)$, alors $P(x) = (x+1)Q(x)$ pour un polynôme $Q(x)$ de degré $3 - 1 = 2$ à déterminer. Je note $Q(x) = ax^2 + bx + c$. Alors

$$(x+1)Q(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + (b+a)x^2 + (c+b)x + c$$

et l'équation $P(x) = (x+1)Q(x)$ se réécrit, par identification des coefficients, comme

$$\begin{cases} a &= 1 \\ b + a &= -9 \\ c + b &= 11 \\ c &= 21 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 1 \\ b = -9 - 1 = -10 \\ c = 11 - (-10) = 21 \end{cases}$$

Finalement, $P(x) = (x+1)(x^2 - 10x + 21)$.

**Exercice 2 –** Résoudre les équations suivantes.

1. $\dfrac{5}{x-1} = \dfrac{2}{x-3}$

**Solution :**

$$\begin{aligned} \frac{5}{x-1} = \frac{2}{x-3} &\iff \frac{5}{x-1} - \frac{2}{x-3} = 0 \iff \frac{5(x-3)}{(x-1)(x-3)} - \frac{2(x-1)}{(x-1)(x-3)} = 0 \\ &\iff \frac{5x-15}{(x-1)(x-3)} - \frac{2x-2}{(x-1)(x-3)} = 0 \iff \frac{5x-15-2x+2}{(x-1)(x-3)} = 0 \\ &\iff \frac{3x-13}{(x-1)(x-3)} = 0 \end{aligned}$$

Je commence par chercher les valeurs interdites :

$$(x-1)(x-3) = 0 \iff x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 3 = 0 \iff x = 1 \quad \text{ou} \quad x = 3.$$

Je résous ensuite

$$3x - 13 = 0 \iff 3x = 13 \iff x = \frac{13}{3}.$$

Cette valeur ne fait pas partie des valeurs interdites donc $\mathcal{S} = \left\{\frac{13}{3}\right\}$.

2. $\dfrac{1}{x+2} = -\dfrac{x}{x+1}$

**Solution :**

$$\begin{aligned}
\frac{1}{x+2} = -\frac{x}{x+1} &\iff \frac{1}{x+2} + \frac{x}{x+1} = 0 \iff \frac{x+1}{(x+1)(x+2)} + \frac{x(x+2)}{(x+1)(x+2)} = 0 \\
&\iff \frac{x+1}{(x+1)(x+2)} + \frac{x^2+2x}{(x+1)(x+2)} = 0 \iff \frac{x+1+x^2+2x}{(x+1)(x+2)} = 0 \\
&\iff \frac{x^2+3x+1}{(x+1)(x+2)} = 0
\end{aligned}$$

Je commence par chercher les valeurs interdites :

$$(x+1)(x+2) = 0 \iff x+1 = 0 \quad \text{ou} \quad x+2 = 0 \iff x = -1 \quad \text{ou} \quad x = -2.$$

Je résous ensuite $x^2+3x+1$. Le discriminant vaut $\Delta = 9-4 = 5$. Il y a donc deux racines

$$x_1 = \frac{-3-\sqrt{5}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}.$$

Ces valeurs ne font pas partie des valeurs interdites donc $\mathcal{S} = \left\{\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}, \dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}\right\}$.

3. $\dfrac{x-1}{x+2} = \dfrac{x-4}{x+1}$

**Solution :**

$$\begin{aligned}
\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-4}{x+1} &\iff \frac{x-1}{x+2} - \frac{x-4}{x+1} = 0 \iff \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+2)} - \frac{(x-4)(x+2)}{(x-1)(x-4)} = 0 \\
&\iff \frac{x^2-1}{(x+1)(x+2)} - \frac{x^2+2x-4x-8}{(x-1)(x-4)} = 0 \\
&\iff \frac{x^2-1-x^2-2x+4x+8}{(x+1)(x+2)} = 0 \iff \frac{2x+7}{(x+1)(x+2)} = 0
\end{aligned}$$

Je commence par chercher les valeurs interdites :

$$(x+1)(x+2) = 0 \iff x+1 = 0 \quad \text{ou} \quad x+2 = 0 \iff x = -1 \quad \text{ou} \quad x = -2.$$

Je résous ensuite

$$2x+7 = 0 \iff 2x = -7 \iff x = -\frac{7}{2}.$$

Cette valeur ne fait pas partie des valeurs interdites donc $\mathcal{S} = \left\{-\dfrac{7}{2}\right\}$.