

NOM :

INTERRO DE COURS – SEMAINE 28

Exercice 1 – Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln(x^2 - 7x + 12)$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f .

Solution : La fonction f est définie lorsque $x^2 - 7x + 12 > 0$.

Je résous l'inéquation $x^2 - 7x + 12 > 0$.

Le discriminant vaut $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 12 = 49 - 48 = 1 = 1^2 > 0$.

Il y a donc deux racines

$$x_1 = \frac{7-1}{2} = 3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{7+1}{2} = 4.$$

J'en déduis le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$	
$x^2 - 7x + 12$	+	0	-	0	+

Et donc la fonction f est définie sur $] -\infty, 3[\cup] 4, +\infty[$.

2. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

Solution : Je dois calculer les limites de f en $-\infty, 3^-, 4^+$ et $+\infty$.

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 7x + 12 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty \\ \lim_{X \rightarrow +\infty} \ln(X) = +\infty \end{array} \right\} \text{Par composition, } \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x^2 - 7x + 12) = +\infty.$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 3^-} x^2 - 7x + 12 = 0^+ \\ \lim_{X \rightarrow 0^+} \ln(X) = -\infty \end{array} \right\} \text{Par composition, } \lim_{x \rightarrow 3^-} \ln(x^2 - 7x + 12) = -\infty.$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 4^+} x^2 - 7x + 12 = 0^+ \\ \lim_{X \rightarrow 0^+} \ln(X) = -\infty \end{array} \right\} \text{Par composition, } \lim_{x \rightarrow 4^+} \ln(x^2 - 7x + 12) = -\infty.$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 7x + 12 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty \\ \lim_{X \rightarrow +\infty} \ln(X) = +\infty \end{array} \right\} \text{Par composition, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x^2 - 7x + 12) = +\infty.$$

3. Étudier les variations de la fonction f .

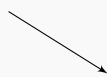
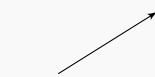
Solution : Pour étudier les variations de la fonction f , il faut connaître la dérivée f' puis étudier son signe. La fonction f est de la forme $f = \ln(u)$ avec $u(x) = x^2 - 7x + 12$. Alors $u'(x) = 2x - 7$ et donc

$$f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)} = \frac{2x-7}{x^2-7x+12}.$$

Je connais déjà le signe de $x^2 - 7x + 12$, positif sur tout l'ensemble de définition.

J'étudie maintenant le signe de $2x - 7$: $2x - 7 \geq 0 \iff 2x \geq 7 \iff x \geq \frac{7}{2}$.

J'en déduis alors le tableau de signe de $f'(x)$ et le tableau de variation de f :

x	$-\infty$	3	$\frac{7}{2}$	4	$+\infty$	
$2x-7$	-	-	0	+	+	
$x^2-7x+12$	+	0	-	-	0	+
$f'(x)$	-				+	
f	$+\infty$  $-\infty$				$-\infty$  $+\infty$	

4. Tracer l'allure de la courbe de la fonction f .

Solution :

