

## EXERCICES — CHAPITRE 7

**Exercice 1 (★★)** – Calculer les limites suivantes.

- |  |   |   |
|--|---|---|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 3} 8x^2 - 2x + 4$<br>2. $\lim_{t \rightarrow 5} \frac{3t+2}{6t-4}$<br>3. $\lim_{x \rightarrow 3} (2x-1)(8x-4)$<br>4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x-4)(x-7)$<br>5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x+2)(-6x+4)$ | 6. $\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{1}{x-7}$<br>7. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2}{-x+3}$<br>8. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x^2-7x+10}$<br>9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{-x+4}$ | 10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4}{x^4-7}$<br>11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$<br>12. $\lim_{x \rightarrow 0^-} 4 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$<br>13. $\lim_{x \rightarrow 0^+} 4 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$ |
|--|---|---|

**Exercice 2 (★★)** – Calculer les limites suivantes.

- |   |  |
|---|--|
| 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^3 - 2x^2 + 6x - 1$<br>2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4 - 8x^2 + 3}{7x^3 - 5x + 4}$<br>3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^4 - 6x + 7}{-5x^7 - 8x + 4}$ | 4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^4 - 8x^2 + 7}{2x^2 - 3x^4 + 6x}$<br>5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7 + 8x^3 + 5}{7x^3 - 8x + 12}$<br>6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^2 - 8x + 2)(-8x^3 - 2x + 7)$ |
|---|--|

**Exercice 3 (★★)** – Calculer les limites suivantes.

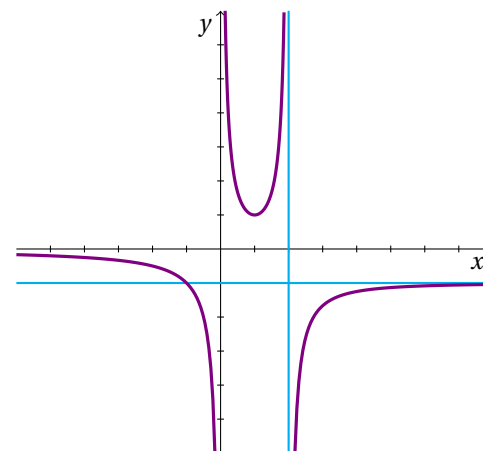
- |  |  |
|--|--|
| 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{4x+5}{x-2}}$<br>2. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{4x+5}{x-2}}$ | 3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{\frac{1}{x}} + x^3 \right)^2$<br>4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( -3\sqrt{\frac{1}{x}} + 2 \right)^2$ |
|--|--|

**Exercice 4 (★)** – La courbe ci-contre, représentative d'une fonction  $f$ , admet les quatre asymptotes suivantes :

- deux asymptotes horizontales d'équations respectives  $y = -1$  et  $y = 0$ ,
- deux asymptotes verticales d'équations respectives  $x = 0$  et  $x = 2$ .

Déterminer graphiquement les limites

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$



**Exercice 5 (★★★)** – Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2-x}{x^3}$ . On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

1. À l'aide d'un tableau, étudier le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs du réel  $x$ .
2. (a) Déterminer, en justifiant avec soin,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .  
 (b) La courbe  $\mathcal{C}_f$  admet-elle des asymptotes?

**Exercice 6 (★★★)** –

1. Soit  $P(x) = x^2 + x - 6$  et  $Q(x) = 2x^2 - 3x - 2$  deux polynômes.  
 (a) Résoudre  $P(x) = 0$  et  $Q(x) = 0$ .  
 (b) En déduire une factorisation de  $P(x)$  et de  $Q(x)$ .
2. Soit  $f$  la fonction définie sur  $]2, +\infty[$  par  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ .  
 (a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .  
 (b) La courbe représentative de la fonction  $f$  admet-elle des asymptotes?

**Exercice 7 (★★★)** – Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $] -1, +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ . On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

1. À l'aide d'un tableau, étudier le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs du réel  $x$ .
2. (a) Déterminer, en justifiant avec soin,  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .  
 (b) La courbe  $\mathcal{C}_f$  admet-elle des asymptotes?

**Exercice 8** (★ ★ ★) – Soit  $f$  la fonction définie sur  $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$  par  $f(x) = \frac{2x^2 - 13x + 7}{4x - 2}$ .

On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

1. Déterminer  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x)$ . Qu'en déduit-on pour la courbe  $\mathcal{C}_f$  ?
2. (a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .  
 (b) Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{4x - 2}$ .  
 (c) En déduire que la courbe  $\mathcal{C}_f$  admet pour asymptote la droite  $\Delta$  d'équation  $y = \frac{x}{2} - 3$ .

**Exercice 9** (★) – Tracer l'allure de la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$  dont le tableau de variation est donnée ci-dessous.

$x$	$-\infty$	$-4$	$-3$	$+\infty$	
$f$	5	$-\infty$	$-\infty$	2	1

**Exercice 10** (★★) – Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 4, \\ 8\sqrt{x} & \text{si } x > 4. \end{cases}$$

1. Tracer le graphe de la fonction  $f$ .
2. La fonction  $f$  est-elle continue ?