

Évolution

1 – Rappels

Proposition 1.1

Lorsqu'une quantité passe d'une valeur de départ V_D à une valeur d'arrivée V_A , on définit

- la variation globale : $\Delta = V_A - V_D$,
- le taux d'évolution (ou variation relative (ou taux d'accroissement)) : $t = \frac{\Delta}{V_D} = \frac{V_A - V_D}{V_D}$,
- le coefficient multiplicateur : $c = \frac{V_A}{V_D} = 1 + t$.

Exemple 1.2 – Dans chacun des exemples, déterminer la variation globale, le taux d'évolution et le coefficient multiplicateur.

1. De 2018 à 2023, le SMIC horaire brut est passé de 9.88 euros à 11.27 euros.

- variation globale : $\Delta = V_A - V_D = 11.27 - 9.88 = 1.39$
- taux d'évolution : $t = \frac{\Delta}{V_D} = \frac{1.39}{9.88} \approx 0.14$
- coefficient multiplicateur : $c = 1 + t \approx 1 + 0.14 = 1.14$

2. Pendant les soldes, une chemise passe de 55 euros à 38.50 euros.

- variation globale : $\Delta = V_A - V_D = 38.5 - 55 = -16.50$
- taux d'évolution : $t = \frac{\Delta}{V_D} = \frac{-16.50}{55} = -0.3$
- coefficient multiplicateur : $c = 1 + t = 1 - 0.3 = 0.7$

Remarque 1.3 –

- Pour une augmentation de $a\%$, alors $t = \frac{a}{100}$ et $c = 1 + t = \frac{100 + a}{100}$.
- Pour une baisse de $a\%$, alors $t = -\frac{a}{100}$ et $c = 1 + t = \frac{100 - a}{100}$.

Exemple 1.4 – Une baisse de 15% de l'effectif est intervenue dans un lycée qui comptait 1020 élèves. Quel est le nouvel effectif?

$$15\% \text{ de l'effectif antérieur représente } 1020 \times \frac{15}{100} = \frac{102 \times 15}{10} = \frac{1530}{10} = 153.$$

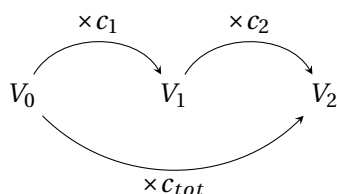
Alors le nouvel effectif est de $1020 - 153 = 867$ élèves.

2 – Évolutions successives

Si un article dans un magasin subit une hausse de 20% en juin puis une baisse de 20% en juillet, est-ce que l'article revient au même prix?

Proposition 1.5

Lorsqu'une grandeur subit des évolutions successives, le **coefficient multiplicateur** de l'évolution totale est le **produit** des coefficients multiplicateurs de chacune de ces évolutions.



1. On opère les calculs à l'aide des coefficients multiplicateurs : $c_{tot} = c_1 \times c_2$.

2. On en déduit le taux d'évolution global :

$$t_{tot} = c_{tot} - 1.$$

Exemple 1.6 – Une entreprise a vu son chiffre d'affaires augmenter de 13% en 2021 puis baisser de 20% en 2022. Calculer le taux d'évolution global correspondant à ces deux évolutions successives.

1. Je commence par calculer les coefficients multiplicateurs associés à chaque évolution :

$$c_1 = 1 + 0.13 = 1.13 \quad \text{et} \quad c_2 = 1 - 0.20 = 0.8.$$

2. Je multiplie ces coefficients multiplicateurs pour obtenir le coefficient multiplicateur global :

$$c_{tot} = c_1 \times c_2 = 1.13 \times 0.8 = 0.904.$$

3. Je détermine alors le taux d'évolution global :

$$t_{tot} = c_{tot} - 1 = 0.904 - 1 = -0.096.$$

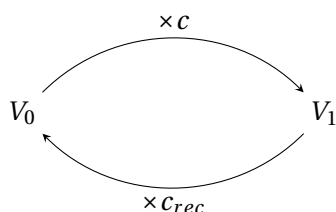
Soit une évolution globale de -9.6%.

3– Évolution réciproque

Si un article dans un magasin subit une hausse de 20% en septembre, quel pourcentage d'évolution doit-on appliquer pour qu'il retrouve son prix initial le mois suivant ?

Proposition 1.7

Pour qu'une grandeur revienne à sa valeur initiale après avoir subi une évolution, il faut **diviser** par le coefficient multiplicateur, c'est-à-dire multiplier par l'inverse de ce coefficient multiplicateur.



1. On opère les calculs à l'aide des coefficients multiplicateurs : $c_{rec} = \frac{1}{c}$.

2. On en déduit le taux d'évolution global :

$$t_{rec} = c_{rec} - 1.$$

Exemple 1.8 – Une année, un paludier de Guérande a récolté 200 tonnes de sel. Suite à un été pluvieux, sa production chute de 40% l'année suivante. Quel doit être le taux d'évolution de sa production l'été d'après pour retrouver une production de 200 tonnes de sel ?

1. Je commence par calculer le coefficient multiplicateur associé à la première évolution :

$$c = 1 - 0.40 = 0.6.$$

2. J'inverse ce coefficient multiplicateur pour obtenir le coefficient multiplicateur réciproque :

$$c_{rec} = \frac{1}{c} = \frac{1}{0.6} = \frac{5}{3} \approx 1.667.$$

3. Je détermine alors le taux d'évolution réciproque :

$$t_{rec} = c_{rec} - 1 = 1.667 - 1 = 0.667.$$

Il faut augmenter la production de 66.7% pour retrouver une production de 200 tonnes de sel.