NOM :

INTERRO DE COURS – SEMAINE 18

Exercice 1 – Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $a(x) = 8x^3 + 4x^2 - 12x + 5$

Solution : a est une fonction polynomiale donc je dérive terme à terme :

$$a'(x) = 8 \times 3x^2 + 4 \times 2x - 12 = 24x^2 + 8x - 12.$$

2. $b(x) = (2x^2 + x - 2)(3x + 2)$

Solution : b est de la forme uv avec $u(x) = 2x^2 + x - 2$ et $v(x) = 3x + 2$.
Comme $u'(x) = 4x + 1$ et $v'(x) = 3$, alors

$$\begin{aligned} b'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = (4x+1)(3x+2) + (2x^2 + x - 2) \times 3 \\ &= 12x^2 + 8x + 3x + 2 + 6x^2 + 3x - 6 = 18x^2 + 14x - 4. \end{aligned}$$

3. $c(x) = \dfrac{1}{3x - 2}$

Solution : c est de la forme $\dfrac{1}{u}$ avec $u(x) = 3x - 2$. Comme $u'(x) = 3$, alors

$$c'(x) = -\frac{u'(x)}{u^2(x)} = -\frac{3}{(3x-2)^2}.$$

4. $d(x) = \dfrac{2x^2 + x - 2}{3x + 2}$

Solution : d est de la forme $\dfrac{u}{v}$ avec $u(x) = 2x^2 + x - 2$ et $v(x) = 3x + 2$.
Comme $u'(x) = 4x + 1$ et $v'(x) = 3$, alors

$$\begin{aligned} d'(x) &= \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v^2(x)} = \frac{(4x+1)(3x+2) - (2x^2 + x - 2) \times 3}{(3x+2)^2} \\ &= \frac{12x^2 + 8x + 3x + 2 - 6x^2 - 3x + 6}{(3x+2)^2} = \frac{6x^2 + 8x + 8}{(3x+2)^2}. \end{aligned}$$

5. $e(x) = \sqrt{3x^2 - x - 1}$

Solution : e est de la forme $\sqrt{u}$ avec $u(x) = 3x^2 - x - 1$. Comme $u'(x) = 6x - 1$, alors

$$e'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} = \frac{6x-1}{2\sqrt{3x^2-x-1}}.$$

6. $f(x) = (x^2+1) \times \dfrac{1}{x}$

Solution : f est de la forme uv avec $u(x) = x^2 + 1$ et $v(x) = \dfrac{1}{x}$.
Comme $u'(x) = 2x$ et $v'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$, alors

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = 2x \times \frac{1}{x} + (x^2+1) \times \left(-\frac{1}{x^2}\right) \\ &= 2 - \frac{x^2+1}{x^2} = \frac{2x^2 - x^2 - 1}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2} \end{aligned}$$

7. $g(x) = x\sqrt{x} + x$

Solution : La fonction g est la somme de la fonction $x\sqrt{x}$ qui est un produit uv avec $u(x) = x$ et $v(x) = \sqrt{x}$ et qui se dérive donc comme un produit $(uv)' = u'v + uv'$, et de la fonction x dont la dérivée vaut 1.
Comme $u'(x) = 1$ et $v'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, alors, en remarquant que $\dfrac{x}{\sqrt{x}} = \sqrt{x}$,

$$g'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1 = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2} + 1 = \frac{3\sqrt{x}+2}{2}.$$