

INTERRO DE COURS 5

Exercice 1 – On considère les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

$$u_n = 2^n - 3 \quad \text{et} \quad v_n = \frac{4}{2n-1} + 1.$$

Calculer les quatre premiers termes de ces deux suites.

Solution :

On a

$$u_0 = 2^0 - 3 = 1 - 3 = -2,$$

$$u_1 = 2^1 - 3 = 2 - 3 = -1,$$

$$u_2 = 2^2 - 3 = 4 - 3 = 1,$$

$$u_3 = 2^3 - 3 = 8 - 3 = 5.$$

De même,

$$v_0 = \frac{4}{2 \times 0 - 1} + 1 = \frac{4}{-1} + 1 = -4 + 1 = -3,$$

$$v_1 = \frac{4}{2 \times 1 - 1} + 1 = \frac{4}{1} + 1 = 4 + 1 = 5,$$

$$v_2 = \frac{4}{2 \times 2 - 1} + 1 = \frac{4}{3} + 1 = \frac{4}{3} + \frac{3}{3} = \frac{7}{3},$$

$$v_3 = \frac{4}{2 \times 3 - 1} + 1 = \frac{4}{5} + 1 = \frac{4}{5} + \frac{5}{5} = \frac{9}{5}.$$

Exercice 2 – On considère les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par

$$u_{n+1} = 2u_n^2 + 1 \text{ avec } u_0 = 1 \quad \text{et} \quad v_{n+1} = v_n + n^2 - 1 \text{ avec } v_0 = 0.$$

Calculer les quatre premiers termes de ces deux suites.

Solution :

On a

$$u_0 = 1,$$

$$u_1 = 2u_0^2 + 1 = 2 \times 1^2 + 1 = 3,$$

$$u_2 = 2u_1^2 + 1 = 2 \times 3^2 + 1 = 19,$$

$$u_3 = 2u_2^2 + 1 = 2 \times 19^2 + 1 = 723.$$

De même,

$$v_0 = 0,$$

$$v_1 = v_0 + 0^2 - 1 = 0 + 0^2 - 1 = -1,$$

$$v_2 = v_1 + 1^2 - 1 = -1 + 1^2 - 1 = -1,$$

$$v_3 = v_2 + 2^2 - 1 = -1 + 2^2 - 1 = 2.$$

Exercice 3 – Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite arithmétique de raison $r = \frac{1}{3}$ et de premier terme $u_0 = 4$.

1. Exprimer u_n en fonction de n .

Solution : La suite (u_n) étant arithmétique, on a

$$u_n = u_0 + nr = 4 + \frac{1}{3} \times n.$$

2. Calculer u_{27} .

Solution : On a donc

$$u_{27} = 4 + \frac{1}{3} \times 27 = 4 + 9 = 13.$$

Exercice 4 – Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ et de premier terme $u_0 = 8$.

1. Exprimer u_n en fonction de n .

Solution : La suite (u_n) étant géométrique, on a

$$u_n = u_0 \times q^n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

2. Calculer u_4 .

Solution : On a donc

$$u_4 = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 8 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{2}.$$