

APPLICATIONS AUX SUITES

Exercice 1 –

1. (a) Écrire un programme Python permettant d'afficher les 10 premiers termes de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{1}{u_n}$.

Solution : Il me suffit d'initialiser le terme u_0 dans une variable u puis d'utiliser une boucle `for` pour calculer les neuf termes suivants :

```
u=10
print(u)
for i in range(9):
    u=u/2+1/u
    print(u)
```

- (b) Que remarquez-vous quant aux valeurs prises par cette suite? Reconnaissez-vous ces valeurs?

Solution : Très vite, je m'aperçois que les termes de la suite deviennent égaux. Il s'agit là d'une suite convergente dont la limite semble être $\sqrt{2}$.
Je remarque aussi que la convergence est extrêmement rapide puisque avant même le dixième terme, la valeur approchée affichée est celle de l'approximation de $\sqrt{2}$.

2. (a) Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie pour tout $n \geq 1$ par $v_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. Afficher les premiers termes de la suite et estimer la limite de cette suite.

Solution : Cette fois, la suite est définie explicitement donc je n'ai plus besoin d'initialiser la variable u . Je dois faire attention à bien commencer à $n \geq 1$.

```
for n in range(1,11):
    u=(1+1/n)**n
    print(u)
```

La convergence est cette fois beaucoup plus lente et il me faut afficher plus d'un millier de termes pour remarquer que la limite de cette suite semble être e .

- (b) Écrire un programme Python permettant de calculer le rang du premier terme de la suite se trouvant à une distance inférieure à 0.001 de la limite.

Solution : Cette fois, je dois utiliser une boucle `while` pour que celle-ci s'arrête dès lors que $e - u_n < 0.001$.

```
from numpy import e
n=0
u=0
while e-u>0.001:
    n+=1
    u=(1+1/n)**n
print(n)
```

Il s'agit donc du 1359-ième terme.

3. 32k€ sont placés sur un compte rémunéré à un taux annuel de 1%. Écrire un programme Python permettant de savoir au bout de combien d'années le montant placé sur ce compte dépassera 40k€.

Solution : Cette fois encore, je dois utiliser une boucle `while`.

```
n=0
u=32000
while u<40000:
    n+=1
    u*=1.01
print(n)
```

Au bout de 23 années, le capital aura dépassé 40k€.