NOM :

INTERRO DE COURS – SEMAINE 19

Exercice 1 – Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

1. $a(x) = 8x^3 + 4x^2 - 12x + 5$

Solution : a est une fonction polynomiale donc je dérive terme à terme :

$$a'(x) = 8 \times 3x^2 + 4 \times 2x - 12 = 24x^2 + 8x - 12.$$

2. $b(x) = \left(2x^2 + x - 2\right)(3x + 2)$

Solution : b est de la forme $u \times v$ avec $u(x) = 2x^2 + x - 2$ et $v(x) = 3x + 2$.
Comme $u'(x) = 4x + 1$ et $v'(x) = 3$, alors

$$\begin{aligned} b'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = (4x+1)(3x+2) + \left(2x^2 + x - 2\right) \times 3 \\ &= 12x^2 + 8x + 3x + 2 + 6x^2 + 3x - 6 = 18x^2 + 14x - 4. \end{aligned}$$

3. $c(x) = \dfrac{1}{3x - 2}$

Solution : c est de la forme $\dfrac{1}{u}$ avec $u(x) = 3x - 2$. Comme $u'(x) = 3$, alors

$$c'(x) = -\frac{u'(x)}{u^2(x)} = -\frac{3}{(3x-2)^2}.$$

4. $d(x)=\sqrt{3x^2-x-1}$

Solution : d est de la forme $\sqrt{u}$ avec $u(x)=3x^2-x-1$. Comme $u'(x)=6x-1$, alors

$$d'(x)=\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}=\frac{6x-1}{2\sqrt{3x^2-x-1}}.$$

5. $e(x)=\dfrac{2x^2+x-2}{3x+2}$

Solution : e est de la forme $\dfrac{u}{v}$ avec $u(x)=2x^2+x-2$ et $v(x)=3x+2$.
Comme $u'(x)=4x+1$ et $v'(x)=3$, alors

$$\begin{aligned} e'(x) &= \frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v^2(x)}=\frac{(4x+1)(3x+2)-\left(2x^2+x-2\right)\times 3}{(3x+2)^2} \\ &= \frac{12x^2+8x+3x+2-6x^2-3x+6}{(3x+2)^2}=\frac{6x^2+8x+8}{(3x+2)^2}. \end{aligned}$$

6. $f(x)=\left(x^2+1\right)\times\dfrac{1}{x}$

Solution : f est de la forme $u\times v$ avec $u(x)=x^2+1$ et $v(x)=\dfrac{1}{x}$.
Comme $u'(x)=2x$ et $v'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$, alors

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(x)v(x)+u(x)v'(x)=2x\times\frac{1}{x}+\left(x^2+1\right)\times\left(-\frac{1}{x^2}\right) \\ &= 2-\frac{x^2+1}{x^2}=\frac{2x^2-x^2-1}{x^2}=\frac{x^2-1}{x^2} \end{aligned}$$