

## EXERCICES — CHAPITRE 7

**Exercice 1** – Calculer les limites suivantes.

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} 8x^2 - 2x + 4$$

$$2. \lim_{t \rightarrow 5} \frac{3t+2}{6t-4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} (2x-1)(8x-4)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} (3x-4)(x-7)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x+2)(-6x+4)$$

**Exercice 2** – Calculer les limites suivantes.

$$1. \lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{1}{x-7}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2}{-x+3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{-x+4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4}{x^4-7}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} 4 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$$

**Exercice 3** – Calculer les limites suivantes.

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^3 - 2x^2 + 6x - 1$$

$$2. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4 - 8x^2 + 3}{7x^3 - 5x + 4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^4 - 6x + 7}{-5x^7 - 8x + 4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^4 - 8x^2 + 7}{2x^2 - 3x^4 + 6x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7 + 8x^3 + 5}{7x^3 - 8x + 12}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^2 - 8x + 2)(-8x^3 - 2x + 7)$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0^-} 4 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0^+} 4 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$$

**Exercice 4** – Calculer les limites des fonctions suivantes.

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{4x+5}{x-2}}$$

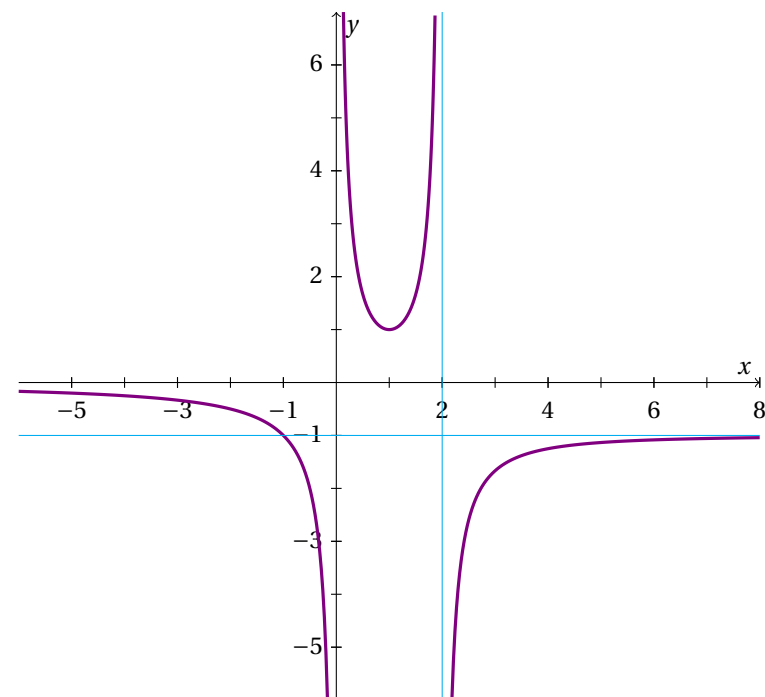
$$2. \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{4x+5}{x-2}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{\frac{1}{x}} + x^3 \right)^2$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( -3\sqrt{\frac{1}{x}} + 2 \right)^2$$

**Exercice 5** – La courbe ci-dessous, représentative d'une fonction  $f$ , admet les quatre asymptotes suivantes :

- deux asymptotes horizontales d'équations respectives  $y = -1$  et  $y = 0$ ,
- deux asymptotes verticales d'équations respectives  $x = 0$  et  $x = 2$ .



Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ .

**Exercice 6** – Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2-x}{x^3}$ . On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère du plan.

- À l'aide d'un tableau, étudier le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs du réel  $x$ .
- (a) Déterminer, en justifiant avec soin,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .  
(b) La courbe  $\mathcal{C}_f$  admet-elle des asymptotes?

**Exercice 7 –**

- Soit  $P(x) = x^2 + x - 6$  et  $Q(x) = 2x^2 - 3x - 2$  deux polynômes.
  - Résoudre  $P(x) = 0$  et  $Q(x) = 0$ .
  - En déduire une factorisation de  $P(x)$  et  $Q(x)$ .
- Soit  $f$  la fonction définie sur  $]2; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ .
  - Déterminer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
  - La courbe représentative de la fonction  $f$  admet-elle des asymptotes?

**Exercice 8 –** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$  par  $f(x) = \frac{2x^2 - 13x + 7}{4x - 2}$ . On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

- Déterminer  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x)$ . Qu'en déduit-on pour la courbe  $\mathcal{C}_f$ ?
- Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
  - Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que  $f(x) = ax + b + \frac{c}{4x - 2}$ .
  - En déduire que la courbe  $\mathcal{C}_f$  admet pour asymptote la droite  $\Delta$  d'équation  $y = \frac{x}{2} - 3$ .

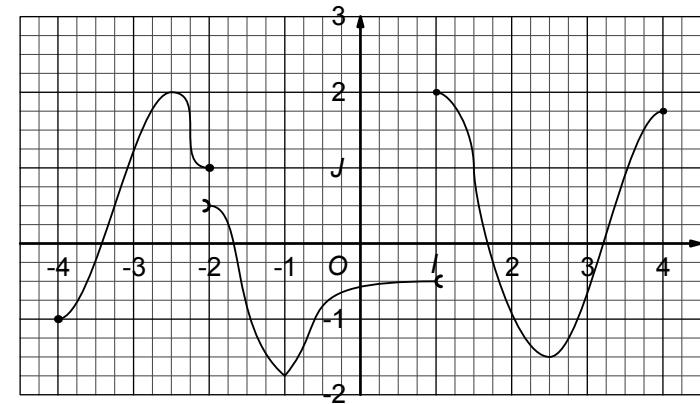
**Exercice 9 –** Tracer l'allure de la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  de la fonction  $f$  dont le tableau de variation est donnée ci-dessous.

| $x$ | $-\infty$ | $-4$      | $2$       | $+\infty$ |
|-----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $f$ | 5         | $+\infty$ | $-\infty$ | 1         |

**Exercice 10 –** Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $] -1; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$ . On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère du plan.

- À l'aide d'un tableau, étudier le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs du réel  $x$ .
- Déterminer, en justifiant avec soin,  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
  - La courbe  $\mathcal{C}_f$  admet-elle des asymptotes?

**Exercice 11 –** Ci-dessous est donnée la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  de la fonction  $f$ .



Donner les intervalles sur lesquelles la fonction  $f$  est continue.