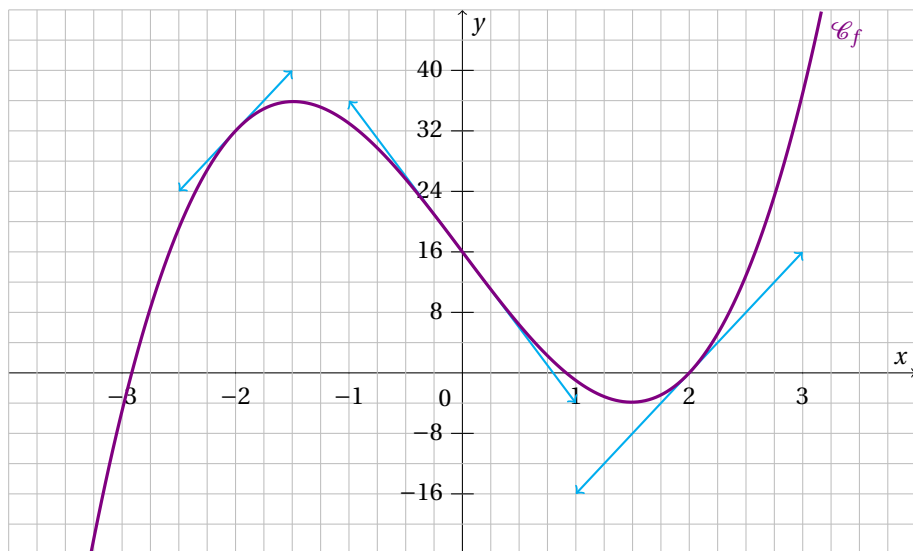


EXERCICES — CHAPITRE 8

Exercice 1 – Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe représentative \mathcal{C}_f d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbf{R} . Certaines tangentes à la courbe ont aussi été représentées.



Partie A : On note f' la dérivée de la fonction f . À partir du graphique,

- déterminer $f'(-2)$, $f'(0)$ et $f'(2)$,
- donner une estimation des solutions de l'équation $f'(x) = 0$.

Partie B : La fonction f est définie pour tout réel x par $f(x) = 3x^3 - 20x + 16$.

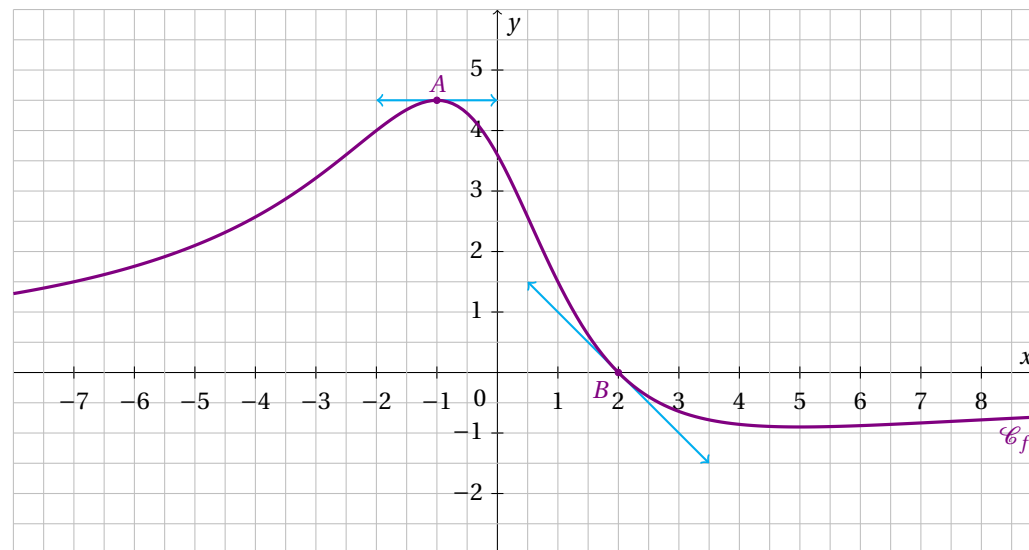
- Calculer $f'(x)$.
- Calculer $f'(-2)$, $f'(0)$ et $f'(1,5)$, puis comparer ces résultats avec les valeurs obtenues dans la partie A.
- Déterminer les abscisses des points en lesquels la tangente à la courbe \mathcal{C}_f est parallèle à l'axe des abscisses.
- Donner le tableau de variation de la fonction f .

Exercice 2 –

Partie A : Sur le graphique ci-contre, on a tracé la courbe représentative \mathcal{C}_f d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbf{R} . On sait que

- la tangente au point $A\left(-1; \frac{9}{2}\right)$ à la courbe \mathcal{C}_f est parallèle à l'axe des abscisses,

- la tangente au point $B(2;0)$ à la courbe \mathcal{C}_f passe par le point de coordonnées $(0;2)$.



On note f' la dérivée de la fonction f . À partir du graphique et des renseignements fournis,

- Déterminer $f'(-1)$ et $f'(2)$.

La tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1 a pour équation $y = -2x + \frac{7}{2}$.

- Déterminer $f(1)$ et $f'(1)$.
- Pour chacune des affirmations ci-dessous, dire si elle est vraie ou si elle est fausse en justifiant votre choix.

$$(a) \quad f'(0) \times f'(3) \leq 0. \quad \quad \quad (b) \quad f'(-3) \times f'(1) \leq 0.$$

Partie B : La fonction f est définie pour tout réel x par $f(x) = \frac{18 - 9x}{x^2 + 5}$.

- Montrer que pour tout réel x , $f'(x) = \frac{9(x^2 - 4x - 5)}{(x^2 + 5)^2}$.
- Étudier le signe de $f'(x)$.
 - Donner le tableau de variation de la fonction f .
- Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse (-2) .

Exercice 3 – Calculer les dérivées des fonctions suivantes (sans donner de justification concernant l'existence de cette dérivée).

- | | |
|---|--|
| 1. $a(x) = 8x^3 + 4x^2 - 12x + 5$ | 6. $f(x) = (x^2 + 1) \times \frac{1}{x}$ |
| 2. $b(x) = (2x^2 + x - 2)(3x + 2)$ | 7. $g(x) = x\sqrt{x} + x$ |
| 3. $c(x) = \frac{1}{3x-2}$ | 8. $h(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$ |
| 4. $d(x) = \frac{2x^2 + x - 2}{3x + 2}$ | 9. $i(x) = (\sqrt{x} + 1)^2$ |
| 5. $e(x) = \sqrt{3x^2 - x - 1}$ | 10. $j(x) = (2x^2 - 4x + 3)^7$ |

Exercice 4 – Étudier les fonctions suivantes.

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1. $a(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$ | 3. $c(x) = \frac{x^4 + 2x - 3}{x^3 - 1}$ |
| 2. $b(x) = \frac{x}{x^2 + 3x + 2}$ | 4. $d(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$ |

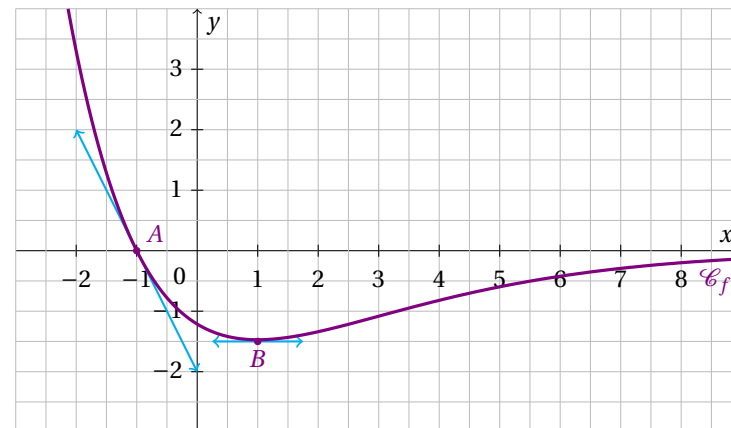
Exercice 5 – Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par $f(x) = \frac{15x + 60}{x^2 + 9}$. On note f' la dérivée de la fonction f .

- Calculer $f'(x)$.
- Étudier le signe de $f'(x)$.
- Donner le tableau des variations de f .
- Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse -4 .

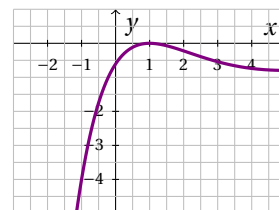
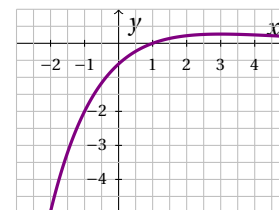
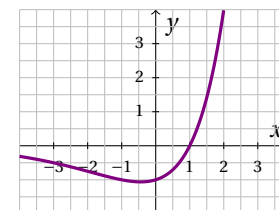
Exercice 6 – La courbe C_f ci-contre représente une fonction f définie et dérivable sur \mathbf{R} . On note f' la fonction dérivée de la fonction f . On sait que

- la courbe coupe l'axe des abscisses au point A d'abscisse -1 et la tangente à la courbe au point A passe par le point de coordonnées $(0; -2)$,
- la courbe admet au point B d'abscisse 1 une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

- À partir du graphique et des renseignements fournis, déterminer $f'(-1)$ et $f'(1)$.



- Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' . Déterminer laquelle.

Courbe \mathcal{C}_1 Courbe \mathcal{C}_2 Courbe \mathcal{C}_3

Exercice 7 – Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\left]-\frac{3}{2}; +\infty\right[$ par $f(x) = 8x^2 - 2x - \frac{9}{2x+3}$.

- On note f' la dérivée de la fonction f . Montrer que $f'(x) = \frac{8x(8x^2 + 23x + 15)}{(2x+3)^2}$.
- Étudier les variations de la fonction f .

Exercice 8 – Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par $f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{x^2 + 3}$. On note C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

- Calculer la dérivée de la fonction f .
- Étudier les variations de f .
- Donner une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 1 .

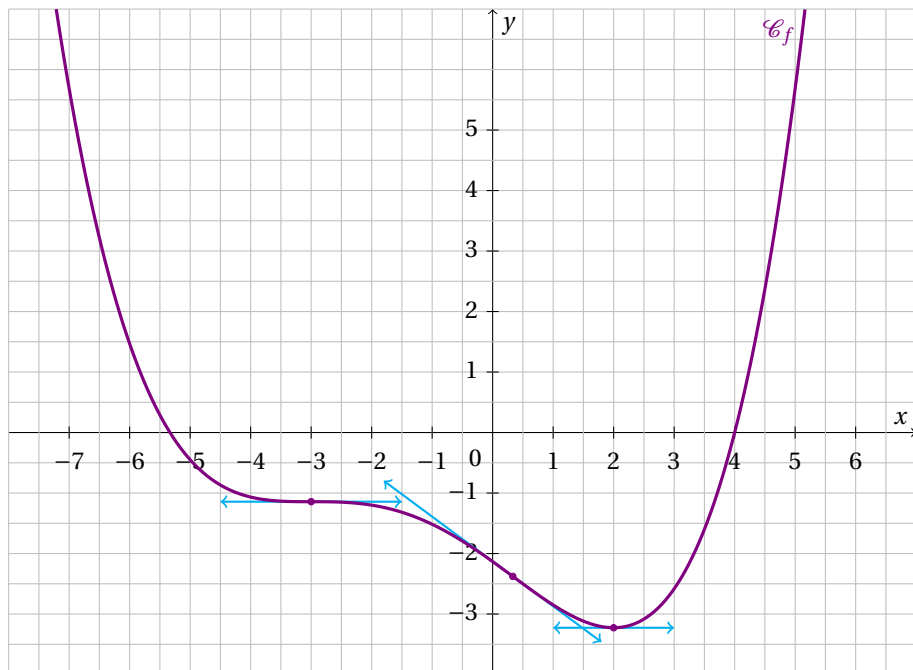
Exercice 9 – Étudier la convexité des fonctions définies par

1. $f(x) = 6x^5 - 15x^4 + 10x^3 + 1$

2. $g(x) = \frac{x^2}{x+1}$

3. $h(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 4$

Exercice 10 – Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe représentative \mathcal{C}_f d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbf{R} .



On note f' la dérivée de la fonction f et f'' la dérivée seconde de la fonction f . À partir du graphique, déterminer dans chacun des cas, lequel des trois symboles $<$, $=$ ou $>$ est approprié.

$f(-6) \dots 0$	$f'(-6) \dots 0$	$f(-1) \dots f(3)$	$f'(-1) \dots f'(3)$
$f'(-6) \dots f'(-1)$	$f'(-3) \dots 0$	$f'(2) \dots 0$	$f'(-7) \dots f'(3)$
$f''(-6) \dots f''(-1)$	$f''(-3) \dots 0$	$f''(2) \dots 0$	$f''(-1) \dots f''(1)$

Exercice 11 – Soit f la fonction définie pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x^2}.$$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

- Déterminer les coordonnées des points d'intersection éventuels de la courbe \mathcal{C}_f avec l'axe des abscisses.
- On note f' la dérivée de la fonction f .
 - Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{2-x}{x^3}$.
 - Donner le tableau de variation de la fonction f .
- Étudier la convexité de la fonction f .
 - La courbe représentative de la fonction f a-t-elle un point d'inflexion?

Exercice 12 – Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = -x^3 + 16,5x^2 - 30x + 110$. On note f' la dérivée de la fonction f et f'' la dérivée seconde.

- Déterminer $f'(x)$.
 - Étudier les variations de la fonction f .
- Déterminer $f''(x)$.
 - Étudier la convexité de la fonction f .