

EXERCICES — CHAPITRE 7

Exercice 1 (★★) – Calculer les limites suivantes.

- | | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 3} 8x^2 - 2x + 4$
2. $\lim_{t \rightarrow 5} \frac{3t+2}{6t-4}$
3. $\lim_{x \rightarrow 3} (2x-1)(8x-4)$
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x-4)(x-7)$
5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x+2)(-6x+4)$ | 6. $\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{1}{x-7}$
7. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2}{-x+3}$
8. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x^2-7x+10}$
9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{-x+4}$ | 10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4}{x^4-7}$
11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$
12. $\lim_{x \rightarrow 0^-} 4 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$
13. $\lim_{x \rightarrow 0^+} 4 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$ |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Exercice 2 (★★) – Calculer les limites suivantes.

- | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3x^3 - 2x^2 + 6x - 1$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4 - 8x^2 + 3}{7x^3 - 5x + 4}$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8x^4 - 6x + 7}{-5x^7 - 8x + 4}$ | 4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^4 - 8x^2 + 7}{2x^2 - 3x^4 + 6x}$
5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7 + 8x^3 + 5}{7x^3 - 8x + 12}$
6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^2 - 8x + 2)(-8x^3 - 2x + 7)$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Exercice 3 (★★) – Calculer les limites suivantes.

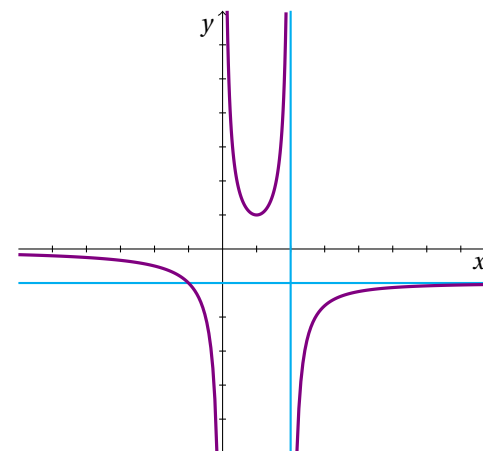
- | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{4x+5}{x-2}}$
2. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{4x+5}{x-2}}$ | 3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{x}} + x^3 \right)^2$
4. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(-3\sqrt{\frac{1}{x}} + 2 \right)^2$ |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Exercice 4 (★) – La courbe ci-contre, représentative d'une fonction f , admet les quatre asymptotes suivantes :

- deux asymptotes horizontales d'équations respectives $y = -1$ et $y = 0$,
- deux asymptotes verticales d'équations respectives $x = 0$ et $x = 2$.

Déterminer graphiquement les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$



Exercice 5 (★★★) – Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{2-x}{x^3}$. On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

1. À l'aide d'un tableau, étudier le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du réel x .
2. a) Déterminer, en justifiant avec soin, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 b) La courbe \mathcal{C}_f admet-elle des asymptotes?

Exercice 6 (★★★) –

1. Soient $P(x) = x^2 + x - 6$ et $Q(x) = 2x^2 - 3x - 2$ deux polynômes.
 a) Résoudre $P(x) = 0$ et $Q(x) = 0$.
 b) En déduire une factorisation de $P(x)$ et de $Q(x)$.
2. Soit f la fonction définie sur $]2, +\infty[$ par $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$.
 a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 b) La courbe représentative de la fonction f admet-elle des asymptotes?

Exercice 7 (★★★) – Soit f la fonction définie sur l'intervalle $] -1, +\infty[$ par $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$. On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

1. À l'aide d'un tableau, étudier le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du réel x .
2. a) Déterminer, en justifiant avec soin, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 b) La courbe \mathcal{C}_f admet-elle des asymptotes?

Exercice 8 (★★) – Soit f la fonction définie sur $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$ par $f(x) = \frac{2x^2 - 13x + 7}{4x - 2}$.

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

1. Déterminer $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x)$. Qu'en déduit-on pour la courbe \mathcal{C}_f ?

2. a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{4x - 2}$.

c) En déduire que la courbe \mathcal{C}_f admet pour asymptote la droite Δ d'équation

$$y = \frac{x}{2} - 3.$$

Exercice 9 (★) – Tracer l'allure de la courbe représentative \mathcal{C}_f d'une fonction f dont le tableau de variation est donnée ci-dessous.

x	$-\infty$	-4	-3	$+\infty$
f	5		2	1
		$-\infty$	$-\infty$	

Exercice 10 (★★) – Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 4, \\ 8\sqrt{x} & \text{si } x > 4. \end{cases}$$

1. La fonction f est-elle continue ?

2. Tracer le graphe de la fonction f .