NOM :

INTERRO DE COURS – SEMAINE 6

Exercice 1 – Résoudre les (in)équations suivantes en précisant bien l'ensemble des solutions.

1. $x^2 - 10x + 21 = 0$
2. $x^2 - 4x + 6 = 2x + 1$
3. $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0$

Solution :

1. Je calcule le discriminant : $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 21 = 100 - 84 = 16 = 4^2 > 0$.
   Le polynôme a donc deux racines
   $$x_1 = \frac{-(-10) - \sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{10-4}{2} = 3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{10+4}{2} = 7.$$
   Ainsi $\mathcal{S} = \{3, 7\}$.
2. $x^2 - 4x + 6 = 2x + 1 \iff x^2 - 6x + 5 = 0$
   Je calcule le discriminant : $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 36 - 20 = 16 = 4^2 > 0$.
   Le polynôme a donc deux racines
   $$x_1 = \frac{6-4}{2} = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{6+4}{2} = 5.$$
   Ainsi $\mathcal{S} = \{1, 5\}$.
3. Je calcule le discriminant : $\Delta = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \times 1 \times \frac{1}{9} = \frac{4}{9} - \frac{4}{9} = 0$.
   Le polynôme a donc une racine unique
   $$x_0 = -\frac{\frac{2}{3}}{2} = -\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}.$$
   Ainsi $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

4. $x^2-5x+6<0$ 5. $x(x-2)<-1$ 6. $x(x-10)\geqslant x-10$

Solution :

4. Je calcule le discriminant : $\Delta=(-5)^2-4\times1\times6=25-24=1>0$.
Le polynôme a donc deux racines
$$x_1=\frac{5-1}{2}=2 \quad \text{et} \quad x_2=\frac{5+1}{2}=3.$$
J'en déduis le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
x^2-5x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	

Finalement $\mathcal{S}=\left]2,3\right[$.

5.
$$x(x-2)<-1 \iff x^2-2x<-1 \iff x^2-2x+1<0$$
Je calcule le discriminant : $\Delta=(-2)^2-4\times1\times1=4-4=0$.
Le polynôme a donc une racine unique
$$x_0=-\frac{(-2)}{2\times1}=1.$$
J'en déduis le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
x^2-2x+1		$+$	0	$+$	

Finalement $\mathcal{S}=\emptyset$.

6.
$$x(x-10)\geqslant x-10 \iff x^2-10x\geqslant x-10 \iff x^2-11x+10\geqslant 0.$$
Je calcule le discriminant : $\Delta=(-11)^2-4\times1\times10=121-40=81=9^2>0$.
Le polynôme a donc deux racines
$$x_1=\frac{11-9}{2}=1 \quad \text{et} \quad x_2=\frac{11+9}{2}=10.$$
J'en déduis le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		1		10		$+\infty$
$x^2-11x+10$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Finalement $\mathcal{S}=\left]-\infty,1\right]\cup\left[10,+\infty\right[$.