

NOM :

INTERRO DE NOËL – SEMAINE 14

Exercice 1 – Dans un magasin de CD, 5% des boîtes sont en mauvais état, 60% des boîtes abîmées contiennent un CD défectueux et 98% des boîtes en bon état contiennent un CD en bon état.

Un client achète un CD. On note A l'événement : "la boîte achetée est abîmée"

et D l'événement : "le CD acheté est défectueux".

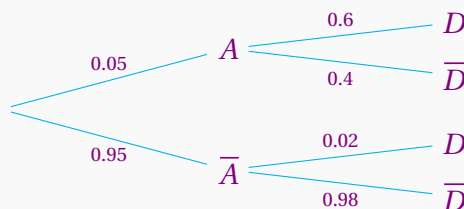
1. Donner les valeurs de $P(A)$, $P(\bar{A})$, $P_A(D)$, $P_A(\bar{D})$, $P_{\bar{A}}(D)$ et $P_{\bar{A}}(\bar{D})$.

2. Calculer $P(D)$.

3. Le client constate que son CD est défectueux.

Quelle est la probabilité qu'il ait acheté une boîte abîmée?

Solution : Je réalise un arbre pondéré au brouillon pour modéliser la situation.



1. D'après l'énoncé,

$$P(A) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}, \quad P_A(D) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}, \quad P_{\bar{A}}(\bar{D}) = \frac{98}{100} = \frac{49}{50},$$

$$P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}, \quad P_A(\bar{D}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \quad \text{et} \quad P_{\bar{A}}(D) = 1 - \frac{49}{50} = \frac{1}{50}.$$

2. D'après la formule des probabilités totales, comme $\{A, \bar{A}\}$ forme un système complet d'événements,

$$\begin{aligned} P(D) &= P(A \cap D) + P(\bar{A} \cap D) = P(A) \times P_A(D) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(D) \\ &= \frac{1}{20} \times \frac{3}{5} + \frac{19}{20} \times \frac{1}{50} = \frac{3}{100} + \frac{19}{1000} \\ &= \frac{30}{1000} + \frac{19}{1000} = \frac{49}{1000} = 0.049. \end{aligned}$$

Donc 4.9% des CD achetés sont défectueux.

3. Je cherche $P_D(A)$. D'après la formule des probabilités conditionnelles,

$$P_D(A) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{3}{100} \times \frac{1000}{49} = \frac{30}{49}.$$

Le client a acheté une boîte abîmée avec une probabilité égale à $\frac{30}{49}$.