

## EXERCICES — CHAPITRE 2

### Degré 1

**Exercice 1** – Parmi la liste de nombres  $\left\{0; 1; \frac{3}{2}; 4\right\}$ , lesquels sont solutions des équations suivantes.

- |                      |                    |
|----------------------|--------------------|
| 1. $-x + 1 = 0$      | 3. $x(2x - 3) = 0$ |
| 2. $3x + 4 = 6x - 8$ |                    |

**Exercice 2** – Résoudre les équations suivantes.

- |                        |                                      |
|------------------------|--------------------------------------|
| 1. $x - 9 = -4$        | 6. $5x - 9 = 3x + 4$                 |
| 2. $-x + 5 = 12$       | 7. $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$   |
| 3. $3x = -24$          | 8. $\frac{3x}{4} = \frac{2}{3}$      |
| 4. $3,7x = 0$          | 9. $\frac{4}{5}x + 4 = -\frac{2}{3}$ |
| 5. $\frac{1}{4}x = 16$ |                                      |

**Exercice 3** – Développer chaque membre, puis résoudre les équations obtenues.

1.  $4x - 5(3 - 2x) = 4 - (2x - 7)$
2.  $9x - 3(4 - 3x) = 2 - (35 - 3(4 - 2x))$
3.  $7 - 3(4 - 2x) - 5(2 - 3(x - 5)) = 4 - 3(x - 4)$
4.  $4(x - 2) - 3(6 - 2(3 - 4x)) + 3(7 - 2x) = 0$

**Exercice 4** – Résoudre dans  $\mathbf{R}$  les inéquations  $2x + 3 > 0$  et  $3 - 5x \leq 0$ .

### Degré 2

**Exercice 5** – Déterminer les solutions des équations suivantes.

- |                        |  |
|------------------------|--|
| 1. $x^2 - 2x + 1 = 0$  | 5. $3x^2 + x + 6 = 0$                                |
| 2. $x^2 - 1 = 0$       | 6. $\frac{4}{9}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{4} = 0$ |
| 3. $x^2 + 1 = 0$       | 7. $2x^2 - x - 4 = x^2 + 8$                          |
| 4. $4x^2 + 8x - 5 = 0$ | 8. $x(x - 1) = -2(3x + 7)$                           |

$$9. 2x^3 + 5x^2 - 3x = 0$$

**Exercice 6** – En effectuant le changement de variable  $X = x^2$ , résoudre les équations suivantes.

- |                             |                                  |
|-----------------------------|----------------------------------|
| 1. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$   | 4. $x^4 - x^2 - 2 = 0$           |
| 2. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$     | 5. $x^2 + \frac{1}{x^2} - 6 = 0$ |
| 3. $9x^4 - 85x^2 + 196 = 0$ |                                  |

**Exercice 7** – Soit  $m$  un nombre réel. On considère l'équation  $4x^2 + (m - 1)x + 1 = 0$ .

1. Cette équation admet-elle une solution lorsque  $m = 1$  ?
2. Déterminer  $m$  pour que cette équation admette une unique solution. Déterminer cette solution.
3. Préciser les cas, en fonction de  $m$ , où cette équation admet deux solutions distinctes, et où cette équation n'admet aucune solution.

**Exercice 8** – Étudier le signe des expressions suivantes.

- |                          |                           |
|--------------------------|---------------------------|
| 1. $P(x) = x^2 - 2x + 1$ | 4. $S(x) = 3x^2 - 5x + 2$ |
| 2. $Q(x) = x^2 - 1$      | 5. $T(x) = 2x^2 + x + 3$  |
| 3. $R(x) = x^2 + 1$      | 6. $U(x) = -x^2 + 4$      |

**Exercice 9** – Résoudre les inéquations suivantes.

- |                            |   |
|----------------------------|---|
| 1. $x^2 - 2x + 1 > 0$      | 6. $x(2x - 5) \geq x - 6$                 |
| 2. $-3x^2 + 5x - 2 \leq 0$ | 7. $\frac{-x^2}{3} + \frac{x}{3} \leq -1$ |
| 3. $x^2 - 4x - 4 \geq 0$   | 8. $4x^2 - 2x + 14 > 3x^2 + 4x + 5$       |
| 4. $-2x^2 + 5x \leq 2$     | 9. $4(x - 1) > x(3x - 4)$                 |
| 5. $3x^2 \geq 2x - 1$      |   |

### Équations et inéquations produit

**Exercice 10** – Résoudre les équations suivantes.

- |                           |  |
|---------------------------|--|
| 1. $(x - 1)(x + 2) = 0$   | 4. $-3(x - 1) = 0$                                   |
| 2. $(2x + 4)(3x - 1) = 0$ | 5. $(x + 1)(3x - 4)(2x - 3) = 0$                     |
| 3. $(2 + x)(2 - 3x) = 0$  | 6. $\sqrt{2}(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5) = 0$ |

**Exercice 11** – Factoriser, puis résoudre les équations suivantes.

1. $(5x-2)(x+7) + (5x-2)^2 = 0$	3. $(2x+3)^2 - (x+5)(2x+3) = 0$
2. $-2(3x-5) + (x+7)(3x-5) = 0$	4. $(3x-2)^2 - 81 = 0$

**Exercice 12** – Résoudre dans  $\mathbf{R}$  les inéquations suivantes.

1. $(x-1)(-2x+4) \geq 0$	3. $(x-1)(x^2 - 10x + 21) \geq 0$
2. $(2x-1)(x+3) < 0$	4. $(-3x-1)(x^2 - 2x + 1) < 0$

## Degré supérieur

**Exercice 13** – Soit  $P$  le polynôme défini par

$$\forall x \in \mathbf{R}, \quad P(x) = x^3 - 7x^2 + 11x - 2.$$

- Déterminer une racine évidente du polynôme  $P$ .
- En déduire une factorisation du polynôme  $P$ .

**Exercice 14** – Soit  $P$  le polynôme défini par

$$\forall x \in \mathbf{R}, \quad P(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 4.$$

- Déterminer une racine évidente du polynôme  $P$ .
- En déduire une factorisation du polynôme  $P$ .

**Exercice 15** – Factoriser au maximum les polynômes suivants.

1. $P(x) = x^3 + 7x^2 - 7x - 15$	5. $T(x) = -x^3 + x^2 + 16x + 20$
2. $Q(x) = 6x^3 + 7x^2 - x - 2$	6. $U(x) = x^5 - 2x^4 + 5x^3 - 8x^2 + 4x$
3. $R(x) = x^3 - 2x^2 - 11x + 12$	7. $V(x) = 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$
4. $S(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$	

**Exercice 16** – Résoudre dans  $\mathbf{R}$  l'équation

$$2x^3 - 3x^2 + 5x - 4 = 0.$$

**Exercice 17** – Soit  $f$  le polynôme défini par

$$\forall x \in \mathbf{R}, \quad f(x) = x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 4x + 30.$$

- Montrer qu'il existe deux réels  $a$  et  $b$  à déterminer tels que

$$\forall x \in \mathbf{R}, \quad f(x) = (x^2 - 2)(x^2 + ax + b).$$

- En déduire les racines de  $f$ .

**Exercice 18** – Soit  $f$  le polynôme défini par

$$\forall x \in \mathbf{R}, \quad f(x) = x^4 + 12x^3 + 18x^2 - 140x - 147.$$

- Vérifier que  $-1$  et  $3$  sont des racines de  $f$ . En déduire qu'il existe un polynôme  $g$  tel que

$$\forall x \in \mathbf{R}, \quad f(x) = (x+1)(x-3)g(x).$$

- Déterminer  $g(x)$  et résoudre l'équation  $f(x) = 0$ .

## Fractions rationnelles

**Exercice 19** – Résoudre les équations suivantes.

1. $\frac{7}{x+1} = \frac{2}{x}$	4. $\frac{3}{x} = \frac{x-1}{x+1}$
2. $\frac{x+1}{x+2} + \frac{3}{x-2} = \frac{4}{x^2-4}$	5. $2x = \frac{3x-5}{x-2}$
3. $\frac{-2x-1}{x+1} = \frac{2x-3}{1-x}$	6. $\frac{3}{x} + \frac{4}{x^2} = \frac{1}{4}$

**Exercice 20** – Soit  $f(x) = x + \frac{16}{x}$ . Montrer que  $f(x) \leq 8$  pour tout  $x \in \mathbf{R}_+^*$ .

**Exercice 21** – Résoudre les inéquations suivantes.

1. $\frac{2x+3}{-x+1} \leq 0$	2. $\frac{x^2-6x+8}{-x+3} \geq 0$
-------------------------------	-----------------------------------

**Exercice 22** – Soit  $f$  la fonction rationnelle définie par

$$\forall x \in \mathbf{R} \setminus \{-3; 0; 2\}, \quad f(x) = \frac{2x^2 - 16x - 6}{x^3 + x^2 - 6x}.$$

Déterminer trois réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que

$$\forall x \in \mathbf{R} \setminus \{-3; 0; 2\}, \quad f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x+3}.$$