

EXERCICES — CHAPITRE 2

Exercice 1 (★) – Parmi la liste de nombres $\left\{0, 1, \frac{3}{2}, 4\right\}$, lesquels sont solutions des équations suivantes?

1. $-x + 1 = 0$	2. $3x + 4 = 6x - 8$	3. $x(2x - 3) = 0$
-----------------	----------------------	--------------------

Exercice 2 (★) – Résoudre les équations suivantes.

1. $x - 9 = -4$	5. $\frac{1}{4}x = 16$	8. $\frac{3x}{4} = \frac{2}{3}$
2. $-x + 5 = 12$	6. $5x - 9 = 3x + 4$	9. $\frac{4}{5}x + 4 = -\frac{2}{3}$
3. $3x = -24$	7. $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$	
4. $3.7x = 0$		

Exercice 3 (★★) – Développer chaque membre, puis résoudre les équations obtenues.

1. $4x - 5(3 - 2x) = 4 - (2x - 7)$	3. $7 - 3(4 - 2x) - 5(2 - 3(x - 5)) = 4 - 3(x - 4)$
2. $9x - 3(4 - 3x) = 2 - (35 - 3(4 - 2x))$	4. $4(x - 2) - 3(6 - 2(3 - 4x)) + 3(7 - 2x) = 0$

Exercice 4 (★★) – Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes.

1. $2x + 3 > 0$	3. $2x - 1 \geq -2x + 3$
2. $3 - 5x \leq 0$	4. $x - 2 < 2x + 1$

Exercice 5 (★★) – Déterminer les solutions des équations suivantes.

1. $x^2 - 2x + 1 = 0$	4. $4x^2 + 8x - 5 = 0$	7. $2x^2 - x - 4 = x^2 + 8$
2. $x^2 - 1 = 0$	5. $3x^2 + x + 6 = 0$	8. $x(x - 1) = -2(3x + 7)$
3. $x^2 + 1 = 0$	6. $\frac{4}{9}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{4} = 0$	

Exercice 6 (★★) – Étudier le signe des expressions suivantes.

1. $x^2 - 2x + 1$	3. $x^2 + 1$	5. $2x^2 + x + 3$
2. $x^2 - 1$	4. $3x^2 - 5x + 2$	6. $-x^2 + 4$

Exercice 7 (★★) – Résoudre les inéquations suivantes.

1. $x^2 - 2x + 1 > 0$	6. $x(2x - 5) \geq x - 6$
2. $-3x^2 + 5x - 2 \leq 0$	7. $\frac{-x^2}{3} + \frac{x}{3} \leq -1$
3. $x^2 - 4x - 4 \geq 0$	8. $4x^2 - 2x + 14 > 3x^2 + 4x + 5$
4. $-2x^2 + 5x \leq 2$	9. $4(x - 1) > x(3x - 4)$
5. $3x^2 \geq 2x - 1$	

Exercice 8 (★★★) – En effectuant le changement de variable $X = x^2$, résoudre les équations suivantes.

1. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$	3. $9x^4 - 85x^2 + 196 = 0$	5. $x^2 + \frac{1}{x^2} - 6 = 0$
2. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$	4. $x^4 - x^2 - 2 = 0$	

Exercice 9 (★★★) – Soit m un nombre réel. On considère l'équation $4x^2 + (m - 1)x + 1 = 0$.

1. Cette équation admet-elle une solution lorsque $m = 1$?
2. Déterminer m pour que cette équation admette une unique solution. Déterminer cette solution.
3. Préciser les cas, en fonction de m , où cette équation admet deux solutions distinctes, et où cette équation n'admet aucune solution.

Exercice 10 (★★) – Soit $P(x)$ le polynôme défini par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad P(x) = x^3 - 7x^2 + 11x - 2.$$

1. Déterminer une racine évidente du polynôme $P(x)$.
2. En déduire une factorisation du polynôme $P(x)$.

Exercice 11 (★★) – Soit $P(x)$ le polynôme défini par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad P(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 4.$$

1. Déterminer une racine évidente du polynôme $P(x)$.
2. En déduire une factorisation du polynôme $P(x)$.

Exercice 12 (★★★) – Factoriser au maximum les polynômes suivants.

1. $P(x) = x^3 + 7x^2 + 7x - 15$	5. $T(x) = -x^3 + x^2 + 16x + 20$
2. $Q(x) = 6x^3 + 7x^2 - x - 2$	6. $U(x) = x^5 - 2x^4 + 5x^3 - 8x^2 + 4x$
3. $R(x) = x^3 - 2x^2 - 11x + 12$	7. $V(x) = 6x^3 + 5x^2 - 2x - 1$
4. $S(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$	

Exercice 13 (★★) – Résoudre dans \mathbb{R} l'équation

$$2x^3 - 3x^2 + 5x - 4 = 0.$$

Exercice 14 (★★★) – Soit $f(x)$ le polynôme défini par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 4x + 30.$$

1. Montrer qu'il existe deux réels a et b à déterminer tels que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = (x^2 - 2)(x^2 + ax + b).$$

2. En déduire les racines de $f(x)$.

Exercice 15 (★★★★) – Soit $f(x)$ le polynôme défini par

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = x^4 + 12x^3 + 18x^2 - 140x - 147.$$

1. Vérifier que -1 et 3 sont des racines de f . En déduire qu'il existe un polynôme $h(x)$ tel que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = (x+1)(x-3)h(x).$$

2. Déterminer $h(x)$ et résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 16 (★) – Résoudre les équations suivantes.

- | | |
|-----------------------|--|
| 1. $(x-1)(x+2) = 0$ | 4. $-3(x-1) = 0$ |
| 2. $(2x+4)(3x-1) = 0$ | 5. $(x+1)(3x-4)(2x-3) = 0$ |
| 3. $(2+x)(2-3x) = 0$ | 6. $\sqrt{2}(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) = 0$ |

Exercice 17 (★★) – Factoriser, puis résoudre les équations suivantes.

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| 1. $(5x-2)(x+7) + (5x-2)^2 = 0$ | 3. $(2x+3)^2 - (x+5)(2x+3) = 0$ |
| 2. $-2(3x-5) + (x+7)(3x-5) = 0$ | 4. $(3x-2)^2 - 81 = 0$ |

Exercice 18 (★★) – Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes.

- | | |
|--------------------------|-------------------------------|
| 1. $(x-1)(-2x+4) \geq 0$ | 3. $(x-1)(x^2-10x+21) \geq 0$ |
| 2. $(2x-1)(x+3) < 0$ | 4. $(-3x-1)(x^2-2x+1) < 0$ |

Exercice 19 (★★★) – Résoudre les équations suivantes.

- | | |
|--|--|
| 1. $\frac{7}{x+1} = \frac{2}{x}$ | 4. $\frac{3}{x} = \frac{x-1}{x+1}$ |
| 2. $\frac{x+1}{x+2} + \frac{3}{x-2} = \frac{4}{x^2-4}$ | 5. $2x = \frac{3x-5}{x-2}$ |
| 3. $\frac{-2x-1}{x+1} = \frac{2x-3}{1-x}$ | 6. $\frac{3}{x} + \frac{4}{x^2} = \frac{1}{x}$ |

Exercice 20 (★★) – Soit $f(x) = x + \frac{16}{x}$. Montrer que $f(x) \geq 8$ pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$.

Exercice 21 (★★) – Résoudre les inéquations suivantes.

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1. $\frac{2x+3}{-x+1} \leq 0$ | 2. $\frac{x^2-6x+8}{-x+3} \geq 0$ |
|-------------------------------|-----------------------------------|