

**INTERRO DE COURS 7**

**Exercice 1** – On considère quatre évènements  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ . Exprimer en terme ensembliste les évènements suivants.

1.  $A$  et  $B$  sont réalisés mais  $C$  et  $D$  ne sont pas réalisés.

**Solution :**  $A \cap B \cap \bar{C} \cap \bar{D}$

2. Seulement  $C$  est réalisé.

**Solution :**  $\bar{A} \cap \bar{B} \cap C \cap \bar{D}$

3. Exactement deux des quatre évènements sont réalisés.

**Solution :**

$$\begin{aligned} & (A \cap B \cap \bar{C} \cap \bar{D}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C \cap \bar{D}) \cup (A \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cap D) \cup (\bar{A} \cap B \cap C \cap \bar{D}) \\ & \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C} \cap D) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C \cap D) \end{aligned}$$

4. Aucun des quatre évènements n'est réalisé.

**Solution :**  $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cap \bar{D}$

5. Pas plus de trois des quatre évènements  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ou  $D$  sont réalisés.

**Solution :**  $\overline{A \cap B \cap C \cap D}$

**Exercice 2** – On considère une urne contenant 3 boules rouges, 4 boules vertes, et 6 boules noires. On tire deux boules simultanément. On considère les évènements suivants.

- $A$  : "les deux boules tirées sont rouges",
- $B$  : "au moins une des deux boules tirées est verte",
- $C$  : "les deux boules tirées sont de la même couleur".

1. Que représentent les ensembles suivants?

- (a)  $\bar{A}$ ,

**Solution :** Au moins une des deux boules tirées n'est pas rouge.

- (b)  $B \cap C$ ,

**Solution :** Les deux boules tirées sont vertes.

- (c)  $A \cap \bar{B} \cap C$ ,

**Solution :** Les deux boules tirées sont rouges.

(d)  $A \cap B$ .

**Solution :** Évènement impossible.

2. Écrire à l'aide des évènements  $A$ ,  $B$  et  $C$  les ensembles suivants.

- $F$  : "les deux boules tirées sont vertes",

**Solution :**  $B \cap C$

- $G$  : "les deux boules tirées sont noires".

**Solution :**  $\bar{A} \cap \bar{B} \cap C$

**Exercice 3** – Une entreprise produit en grande quantité des stylos. La probabilité qu'un stylo présente un défaut est égale à 0,1. En vue d'améliorer la qualité du produit vendu, on décide de mettre en place un contrôle qui accepte tous les stylos sans défaut et 20% des stylos avec défaut. On prend au hasard un stylo dans la production. On note  $D$  l'évènement "le stylo présente un défaut" et  $A$  l'évènement "le stylo est accepté".

1. (a) Donner les valeurs de

$$P(D), \quad P(\bar{D}), \quad P_D(A), \quad P_D(\bar{A}), \quad P_{\bar{D}}(A) \quad \text{et} \quad P_{\bar{D}}(\bar{A}).$$

**Solution :** On a

$$P(D) = 0,1; \quad P(\bar{D}) = 0,9; \quad P_D(A) = 0,2; \quad P_D(\bar{A}) = 0,8, \quad P_{\bar{D}}(A) = 1 \quad \text{et} \quad P_{\bar{D}}(\bar{A}) = 0.$$

(b) À l'aide de la formule des probabilités totales, montrer que la probabilité qu'un stylo soit accepté au contrôle est de 0,92.

**Solution :** D'après la formule des probabilités totales,

$$P(A) = P(D) \times P_D(A) + P(\bar{D}) \times P_{\bar{D}}(A) = 0,1 \times 0,2 + 0,9 \times 1 = 0,92.$$

(c) Montrer que la probabilité qu'un stylo ait un défaut sachant qu'il a été accepté au contrôle est égale à 0,022 à 0,001 près.

**Solution :** D'après la formule des probabilités conditionnelles,

$$P_A(D) = \frac{P(A \cap D)}{P(A)} = \frac{0,1 \times 0,2}{0,92} \simeq 0,022.$$