

NOM :

**INTERRO DE COURS – SEMAINE 5****Exercice 1** – Résoudre les (in)équations suivantes en précisant bien l'ensemble des solutions.

1.  $x^2 - 10x + 21 = 0$

2.  $x^2 - 4x + 6 = 2x + 1$

3.  $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0$

**Solution :**

1. Je calcule le discriminant :  $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 21 = 100 - 84 = 16 = 4^2 > 0$ .  
Le polynôme a donc deux racines

$$x_1 = \frac{-(-10) - \sqrt{16}}{2 \times 1} = \frac{10 - 4}{2} = 3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{10 + 4}{2} = 7.$$

Ainsi  $\mathcal{S} = \{3, 7\}$ .

2.  $x^2 - 4x + 6 = 2x + 1 \iff x^2 - 6x + 5 = 0$

Je calcule le discriminant :  $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 36 - 20 = 16 = 4^2 > 0$ .

Le polynôme a donc deux racines

$$x_1 = \frac{6 - 4}{2} = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{6 + 4}{2} = 5.$$

Ainsi  $\mathcal{S} = \{1, 5\}$ .

3. Je calcule le discriminant :  $\Delta = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \times 1 \times \frac{1}{9} = \frac{4}{9} - \frac{4}{9} = 0$ .

Le polynôme a donc une racine unique

$$x_0 = -\frac{\frac{2}{3}}{2} = -\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}.$$

Ainsi  $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$ .

4.  $x^2 - 5x + 6 < 0$

5.  $x(x-2) < -1$

6.  $x(x-10) \geq x-10$

**Solution :**

4. Je calcule le discriminant :  $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 25 - 24 = 1 > 0$ .

Le polynôme a donc deux racines

$$x_1 = \frac{5-1}{2} = 2 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{5+1}{2} = 3.$$

J'en déduis le tableau de signe suivant :

$x$	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
$x^2-5x+6$	+	0	-	0	+

Finalement  $\mathcal{S} = ]2, 3[$ .

5.

$$x(x-2) < -1 \iff x^2 - 2x < -1 \iff x^2 - 2x + 1 < 0$$

Je calcule le discriminant :  $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 4 - 4 = 0$ .

Le polynôme a donc une racine unique

$$x_0 = -\frac{(-2)}{2 \times 1} = 1.$$

J'en déduis le tableau de signe suivant :

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$x^2 - 2x + 1$	+	0	+

Finalement  $\mathcal{S} = \emptyset$ .

6.

$$x(x-10) \geq x-10 \iff x^2 - 10x \geq x-10 \iff x^2 - 11x + 10 \geq 0.$$

Je calcule le discriminant :  $\Delta = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 121 - 40 = 81 = 9^2 > 0$ .

Le polynôme a donc deux racines

$$x_1 = \frac{11-9}{2} = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{11+9}{2} = 10.$$

J'en déduis le tableau de signe suivant :

$x$	$-\infty$	1	10	$+\infty$	
$x^2-11x+10$	+	0	-	0	+

Finalement  $\mathcal{S} = ]-\infty, 1] \cup [10, +\infty[$ .