INTERRO DE COURS 8

Exercice 1 – Calculer les limites suivantes.

1. $\lim\limits_{x\to-1} x^2-5x+6$

Solution : $\lim\limits_{x\to-1} x^2-5x+6=(-1)^2-5\times(-1)+6=1+5+6=12.$

2. $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{2x-1}{x+6}$

Solution : $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{2x-1}{x+6}=\dfrac{2\times3-1}{3+6}=\dfrac{5}{9}.$

3. $\lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{3x-1}{2x-4}$

Solution :

$$\lim_{x\to2^+} 3x-1=5 \quad \text{et} \quad \lim_{x\to2^+} 2x-4=0^+,$$

donc, par quotient, $\lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{3x-1}{2x-4}=+\infty.$

4. $\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{2x+1}{-x+1}$

Solution :

$$\lim_{x\to1^-} 2x+1=3 \quad \text{et} \quad \lim_{x\to1^-} -x+1=0^+,$$

donc, par quotient, $\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{2x+1}{-x+1}=+\infty.$

5. $\lim\limits_{x\to-\infty} 1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{x^3}$

Solution :

$$\lim_{x\to-\infty} 1=1, \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x}=0^- \quad \text{et} \quad \lim_{x\to-\infty} \frac{3}{x^3}=0^-,$$

donc, par somme, $\lim\limits_{x\to-\infty} 1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{x^3}=1.$

6. $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3-5x^2+4x-7$

Solution : $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3-5x^2+4x-7=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty.$

7. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x^2-2x+1}{-4x^3+2x-5}$

Solution : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x^2-2x+1}{-4x^3+2x-5} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x^2}{-4x^3} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3}{-4x} = 0^-$.

8. $\lim\limits_{x\to-\infty} (2x^2+1) \times \dfrac{2x^2+3x-1}{x^2+5}$

Solution :

$$\lim_{x\to-\infty} 2x^2+1 = \lim_{x\to-\infty} 2x^2 = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x\to-\infty} \frac{2x^2+3x-1}{x^2+5} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x^2}{x^2} = \lim_{x\to-\infty} 2 = 2,$$

donc, par quotient, $\lim\limits_{x\to-\infty} (2x^2+1) \times \dfrac{2x^2+3x-1}{x^2+5} = +\infty$.

9. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{\dfrac{2}{x^2}+4}$

Solution : On a $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2}{x^2} = 0^+$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2}{x^2}+4 = 4$ et donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{\dfrac{2}{x^2}+4} = \sqrt{4} = 2$.

10. $\lim\limits_{x\to2^+} \left(\sqrt{\dfrac{1}{x-2}}+3\right)^2$

Solution : On a $\lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{1}{x-2} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to2^+} \sqrt{\dfrac{1}{x-2}} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x\to2^+} \sqrt{\dfrac{1}{x-2}}+3 = +\infty$ et donc $\lim\limits_{x\to2^+} \left(\sqrt{\dfrac{1}{x-2}}+3\right)^2 = +\infty$.