# Sprawozdanie
# Metody Numeryczne 2, laboratorium 4

Grzegorz Rozdzialik (D4, grupa lab. 2)

30 listopada 2016

## 1 Zadanie

### Temat **4**, zadanie **46**:

Wzory empiryczne. Baza: 1, $x$, $x^2$, $\sin x$. Graficzne przedstawienie punktów pomiarowych i funkcji przybliżającej.

Niech $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ będzie funkcją aproksymowaną, $m \in \mathbb{R}$, $x_1, x_2, \ldots, x_m \in \mathbb{R}$ oraz $f_1, f_2, \ldots, f_m \in \mathbb{R}$ będą wartościami funkcji aproksymowanej w punktach $x_i$ ($f_i = f(x_i), i = 1, 2, \ldots, m$).

Niech $g_1, g_2, \ldots, g_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ będą funkcjami z bazy.

Należy znaleźć element optymalny

$$f^* = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x) + \cdots + \alpha_n g_n(x)$$

, który minimalizuje wyrażenie

$$H(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n) = \sum_{i=1}^{m} \Big( f_i - f^*(x_i) \Big)^2$$

Zakładamy $m \geqslant n$.

Po obliczeniu pochodnej funkcji $H$ ze względu na dowolną zmienną i przyrównaniu jej do zera (ponieważ szukamy ekstremum) otrzymujemy następującą równość:

$$\forall_{k=1,\ldots,n} \quad \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \sum_{i=1}^{m} g_j(x_i) g_k(x_i) = \sum_{i=1}^{m} f_i g_k(x_i) \tag{1}$$

Zauważmy, że $\sum_{i=1}^{m} g_j(x_i) g_k(x_i) = \langle g_j, g_k \rangle$ oraz $\sum_{i=1}^{m} f_i g_k(x_i) = \langle f_i, g_k \rangle$. Zatem równość (2) można zapisać jako:

$$\forall_{k=1,\ldots,n} \quad \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \langle g_j, g_k \rangle = \langle f_i, g_k \rangle \tag{2}$$

Otrzymaliśmy więc układ równań normalnych $G\alpha = F$, gdzie

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \langle g_1, g_1 \rangle & \langle g_1, g_2 \rangle & \ldots & \langle g_1, g_n \rangle \\ \langle g_2, g_1 \rangle & \langle g_2, g_2 \rangle & \ldots & \langle g_2, g_n \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle g_n, g_1 \rangle & \langle g_n, g_2 \rangle & \ldots & \langle g_n, g_n \rangle \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} \langle f_1, g_1 \rangle \\ \langle f_2, g_2 \rangle \\ \vdots \\ \langle f_n, g_n \rangle \end{bmatrix}$$

Po jego rozwiązaniu otrzymujemy współczynniki $\alpha_i$, a mamy całą postać elementu optymalnego $f^*$.

W przypadku naszego zadania mamy:

$$\begin{aligned} g_1(x) &= 1 \\ g_2(x) &= x \\ g_3(x) &= x^2 \\ g_4(x) &= \sin x \end{aligned}$$

Ilość punktów pomiarowych $n$ nie może być mniejsza niż 4 ($n \geqslant 4$). Wtedy element optymalny $f^*$ ma postać:

$$f^*(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 \sin x$$

## 2 Opis metody

**TODO**

## 3 Implementacja metody

**TODO**

## 4 Poprawność metody

**TODO**

## 5 Przykłady

**TODO**

**Przykład 1** **TODO**

## 6 Wnioski

1. **TODO**

# 7 Skrypt do testowania

**TODO**

# 8 Bibliografia


1. Informacje z wykładu *Metod numerycznych 2* (wydział MiNI PW, dr Iwona Wróbel) **TODO** (dodać więcej informacji)