

# Sprawozdanie

## Metody Numeryczne 2, laboratorium 6

Grzegorz Rozdzialik (D4, grupa lab. 2)

7 stycznia 2017

### 1 Zadanie

Temat **6**, zadanie **11**:

Metoda Rungego-Kutty rzędu 4-go (wzór "3/8") dla układu dwóch równań.

Niech  $x \in [a, b] \subset \mathbb{R}$ . Dane zagadnienie początkowe do rozwiązania:

$$\begin{cases} y_1' &= f_1(x, y_1, y_2) \\ y_2' &= f_2(x, y_1, y_2) \\ y_1(a) &= y_{1,a} \\ y_2(a) &= y_{2,a} \end{cases} \quad (1)$$

Niech  $n \in \mathbb{N}$  będzie liczbą oznaczającą ilość podprzedziałów, na jakie należy podzielić odcinek  $[a, b]$  tak, że:

$$\begin{aligned} h &= \frac{b-a}{n} \\ x_0 &= a \\ x_i &= x_{i-1} + h \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

## 2 Opis metody

Metoda Rungego-Kutty rzędu 4 dla pojedynczego równania różniczkowego określa się wzorem:

$$y_{n+1} = y_n + \sum_{i=1}^4 w_i K_i \quad (2)$$

gdzie:

$$K_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$K_i = hf(x_n + a_i h, y_n + \sum_{j=1}^{i-1} b_{i,j} K_j), \quad i > 1$$

$w_i, a_i, b_{i,j}$  - stałe.

Dla metody "trzech ósmych" te stałe wynoszą:

$$w = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \end{bmatrix}^T$$
$$a = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix}^T$$
$$b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 \\ -1/3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Licząc rozwiązanie w punkcie  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$  należy oddzielnie obliczać wektor  $K$  dla  $y_1$  oraz  $y_2$ .

## 3 Implementacja metody

Implementacja metody podzielona jest na następujące kroki:

1. `[x, y1, y2] = solveDifferentialSystem(f1, f2, a, b, n, y1a, y2a)` - podział odcinka  $[a, b]$  na  $n$  podprzedziałów, wykorzystanie zagadnienia początkowego do uzupełnienia  $y_{1,a}, y_{2,a}$ , iteracyjne obliczenie kolejnych rozwiązań funkcją `calculateSolutionValue`

2. `[y1n, y2n] = calculateSolutionValue(f1, f2, y1, y2, x, n)` - obliczenie rozwiązań  $y_{1,n}$  oraz  $y_{2,n}$  wykorzystując metodę Rungego Kuty rzędu 4 (wzór (2))
3. `plotResults(x, y1, y2, y1Exact, y2Exact, joinPlots)` - naniesienie wartości rozwiązania obliczonych metodą (2) oraz wartości dokładnych na wykres. Dodatkowo utworzenie wykresu z modułem błędów dla obu metod.

## 4 Poprawność metody

TODO

## 5 Przykłady

TODO

Przykład 1 TODO

## 6 Wnioski

1. TODO

## 7 Skrypt do testowania metody

Do testowania metody został utworzony skrypt znajdujący się w pliku `textScript.m`.

Pozwala on na wpisanie własnego zagadnienia początkowego, rozwiązania tego zagadnienia (w celu obliczenia wartości dokładnych oraz wektora błędów), a także określenie ilości podprzedziałów, na jakie ma zostać podzielony

odcinek  $[a, b]$  (parametr  $n$ , zazwyczaj im większy, tym lepsza dokładność i mniejszy błąd rozwiązania).

Dodatkowo można określić, czy rozwiązania mają zostać naniesione na dwóch oddzielnych wykresach, czy na jednym (parametr `joinPlots`, opis w skrypcie).

## 8 Bibliografia

1. Informacje z wykładu *Metod numerycznych 2* (wydział MiNI PW, dr Iwona Wróbel), w szczególności temat dotyczący *metody Rungego-Kutty* oraz *rozwiązywania układu równań różniczkowych*.
2. Z. Fortuna, B. Macukow, J. Wąsowski "Metody numeryczne" - rozdział 7 *Metody rozwiązywania zagadnień początkowych dla równań różniczkowych zwyczajnych*, podrozdział 7.4 *Metody typu Rungego-Kutty*.