

Отчет по лабораторной работе

«Выметание пылинок давлением излучения звезд»

Осетрова Ангелина Александровна, 691 группа.

Цель:

1. Выбирая пылинки разных размеров, провести расчёты кривых $\bar{Q}_{pr}(a, T^*)$ в диапазоне $T^* = 1000 - 50000$ К для частиц, состоящих изо силикатов, аморфного улерода изо льда и кривых $\beta(a, T^*)$ для звёзд разных типов.
2. Аппроксимировать теоретические кривые $\bar{Q}_{pr}(a, T^*)$ какой-либо простой функциональной зависимостью.

Описание работы:

Работа выполнена на языке python с использованием пакета miepython https://miepython.readthedocs.io/en/latest/02_efficiencies.html были посчитаны. В нем были посчитаны $Q_{pr}(m_\lambda, \frac{2\pi a}{\lambda})$, где $m_\lambda = n - k j$ — показатель преломления на длине волны λ , a — размер пылинки. Необходимые функции из пакета приведены снизу:

```
qext, qsca, qback, g = miepython.mie(m, x)
q_pri = qext - g * qsca
```

Формула Планка для абсолютно черного тела:

$$B(\lambda, T^*) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k T^*}} - 1}$$

Планковские средние факторы рассчитываются по следующей формуле:

$$\bar{Q}_{pr}(a, T^*) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} Q_{pr}(m_\lambda, \frac{2\pi a}{\lambda}) \cdot B(\lambda, T^*) d\lambda}{\int_{-\infty}^{\infty} B(\lambda, T^*) d\lambda}$$

Интеграл в знаменателе берется аналитически и равен:

$$\int_{-\infty}^{\infty} B(\lambda, T^*) d\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k T^*}} - 1} d\lambda = \frac{2\pi^4 k^4 T^4}{15 c^2 h^3}$$

Таким образом,

$$\bar{Q}_{pr}(a, T^*) = \frac{15h^4 c^4}{\pi^4 k^4 T^4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q_{pr}(m_\lambda, \frac{2\pi a}{\lambda})}{e^{\frac{hc}{\lambda k T^*}} - 1} \frac{1}{\lambda^5} d\lambda$$

Постоянная Планка: $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ Дж с

Скорость света: $c = 2.96 \cdot 10^8$ м/с

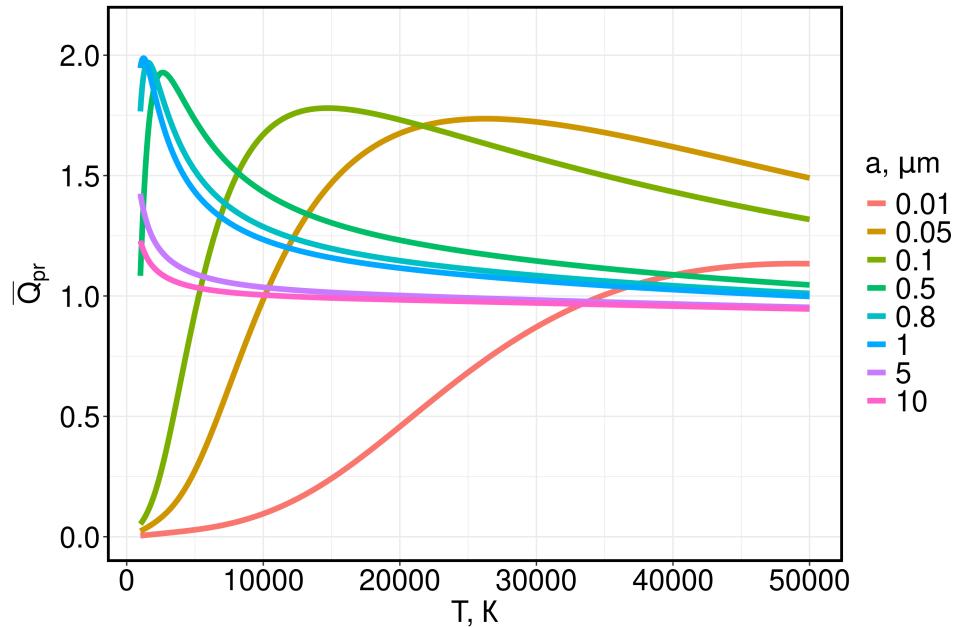
Постоянная Больцмана: $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

Удобно считать длину волны в микронах ($\lambda_{\text{метры}} = 10^{-6} \lambda_{\text{микроны}}$), а температуру в килокельвинах ($T_{\text{кК}} = 10^{-3} T_{\text{К}}$), чтобы избежать компьютерной ошибки.

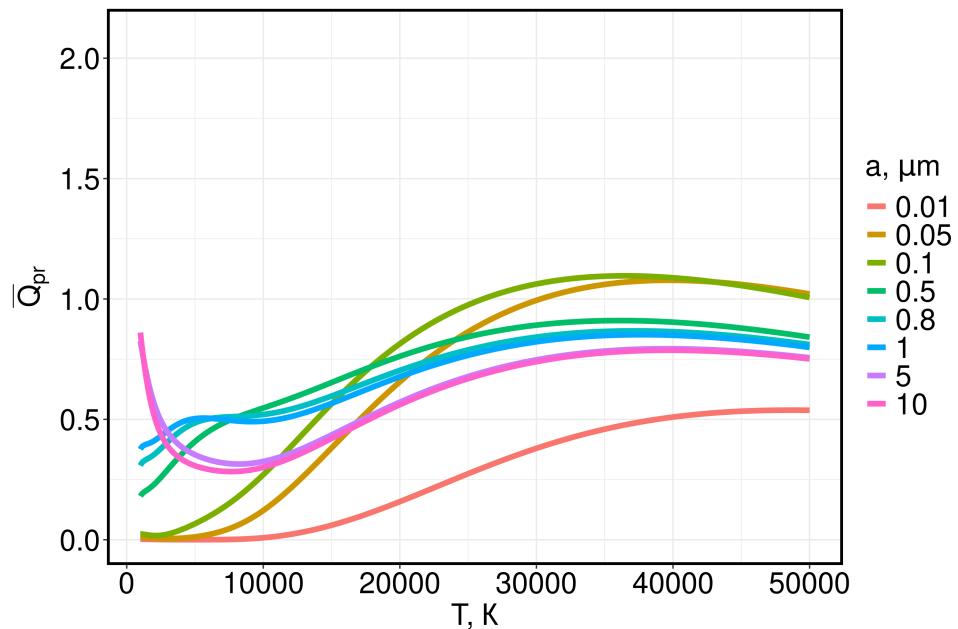
$$\bar{Q}_{pr}(a, T^*) = 15 \frac{6.626^4 \cdot 2.96^4}{\pi^4 1.38^4 T_{\text{кК}}^4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q_{pr}(m_\lambda, \frac{2\pi a}{\lambda})}{e^{\frac{hc}{\lambda_{\text{микроны}} k T^*}} - 1} \frac{1}{\lambda_{\text{микроны}}^5} d\lambda_{\text{микроны}}$$

Интеграл в выражении численно вычислен численно с помощью библиотеки numPy методом трапеций (np.trapezoid). Графики для разных размеров пылинок построены на языке R в библиотеке ggplot2 и приведены на рисунке 1.

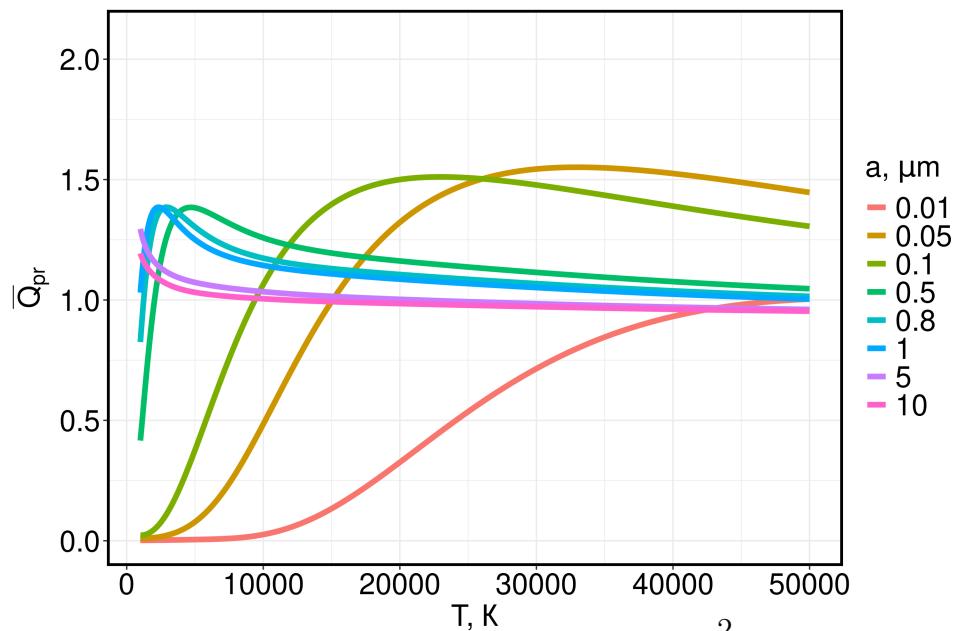
Пылинки из аморфного углерода



Пылинки изо льда



Пылинки из силикатов



Эффективности выметания пылинок β для звезд разных типов (главная последовательность, гиганты, сверхгиганты) вычисляется по этой формуле.

$$\beta(a) = 2.12 \cdot 10^{-8} \frac{R_*^2 T_*^4}{M_*} \frac{\bar{Q}_{pr}(a, T^*)}{a \rho_d}$$

Поскольку в книге Аллена R_* , M_* приведены в $\log(R/R_{\text{Sun}})$, $\log(M/M_{\text{Sun}})$, то для удобства был посчитан коэффициент для перевода:

$$\beta(a) = 51.9 \cdot 10^{-19} \frac{R_* [R_{\text{Sun}}]^2 T_*^4}{M_* [M_{\text{Sun}}]} \frac{\bar{Q}_{pr}(a, T^*)}{a [\mu\text{m}] \rho_d [\Gamma/\text{m}^3]}$$

Плотности для пылинок для льда, аморфного углерода и силикатов были выбраны такими: $\rho_{ice} = 0.9 \text{ г}/\text{cm}^3$, $\rho_{si} = \frac{2.5+3.5}{2} = 3 \text{ г}/\text{cm}^3$, $\rho_{ac} = \frac{1.8+2.2}{2} = 2.0 \text{ г}/\text{cm}^3$. Ниже приведены графики для величины β .

спектральный класс	T (K)	$\log(M/M_{\text{Sun}})$	$\log(R/R_{\text{Sun}})$
O5	40000	1.6	5.8
B0	28000	1.25	4.3
B5	15500	0.81	2.9
A0	9900	0.51	1.9
A5	8500	0.32	1.3
F0	7400	0.23	0.8
G0	6030	0.004	0.1
G5	5220	-0.03	-0.1
K0	4900	-0.11	-0.4
K5	4130	-0.16	-0.8
M0	3480	-0.33	-1.2
M5	2800	-0.67	-2.1
M8	2400	-1.0	-3.1

Таблица 1: Характеристики звезд Главной Последовательности

спектральный класс	T (K)	$\log(M/M_{\text{Sun}})$	$\log(R/R_{\text{Sun}})$
B0	30000	1.7	1.3
A0	12000	1.2	1.6
F0	7000	1.1	1.8
G0	5700	1.0	2.0
G5	4850	1.1	2.1
K0	4100	1.1	2.3
K5	3500	1.2	2.6

Таблица 2: Характеристики звезд Сверхгигантов

спектральный класс	T (K)	$\log(M/M_{\text{Sun}})$	$\log(R/R_{\text{Sun}})$
G0	5600	0.4	0.8
G5	5000	0.5	1.0
K0	4500	0.6	1.2
K5	3800	0.7	1.4
M05	3200	0.8	1.6

Таблица 3: Характеристики звезд Гигантов

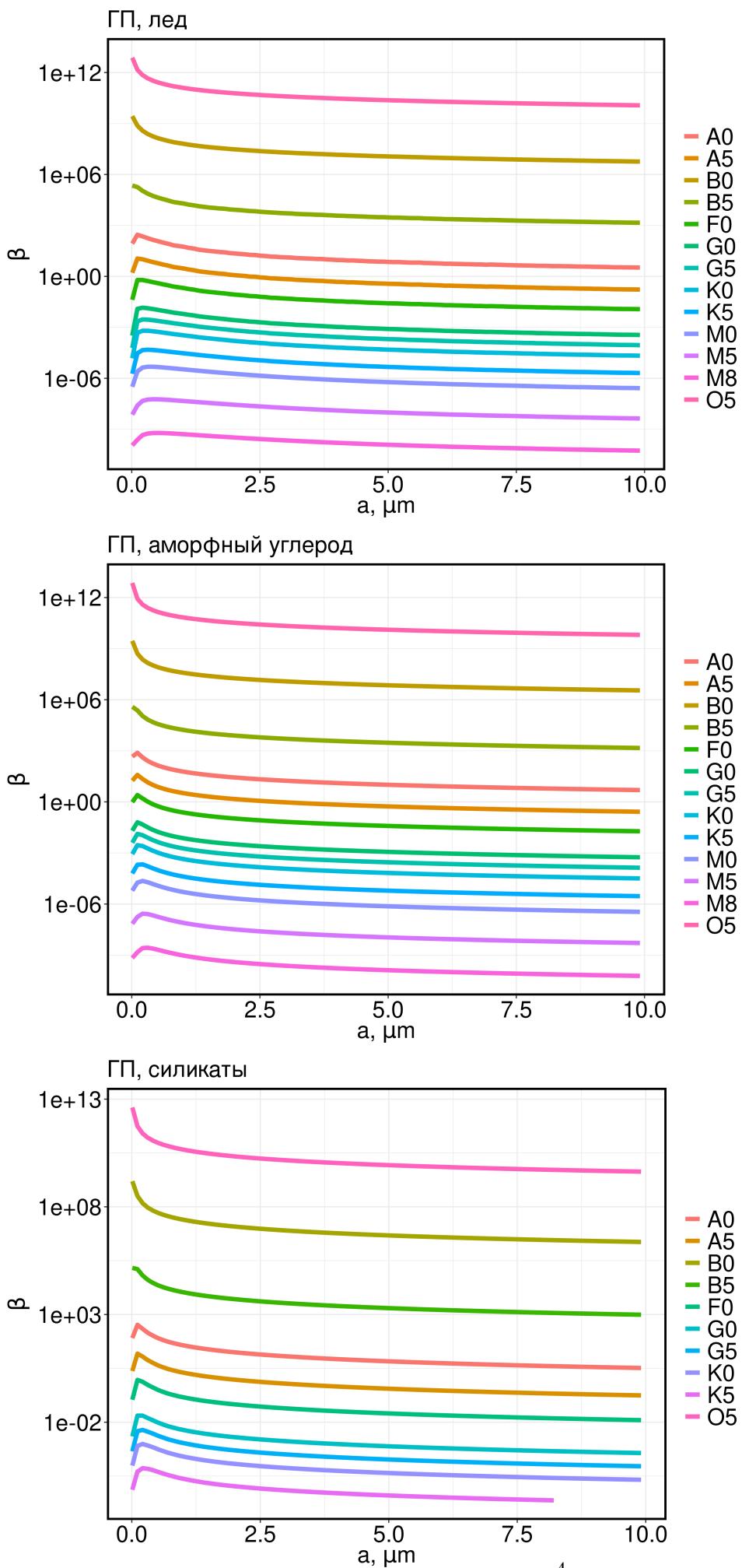
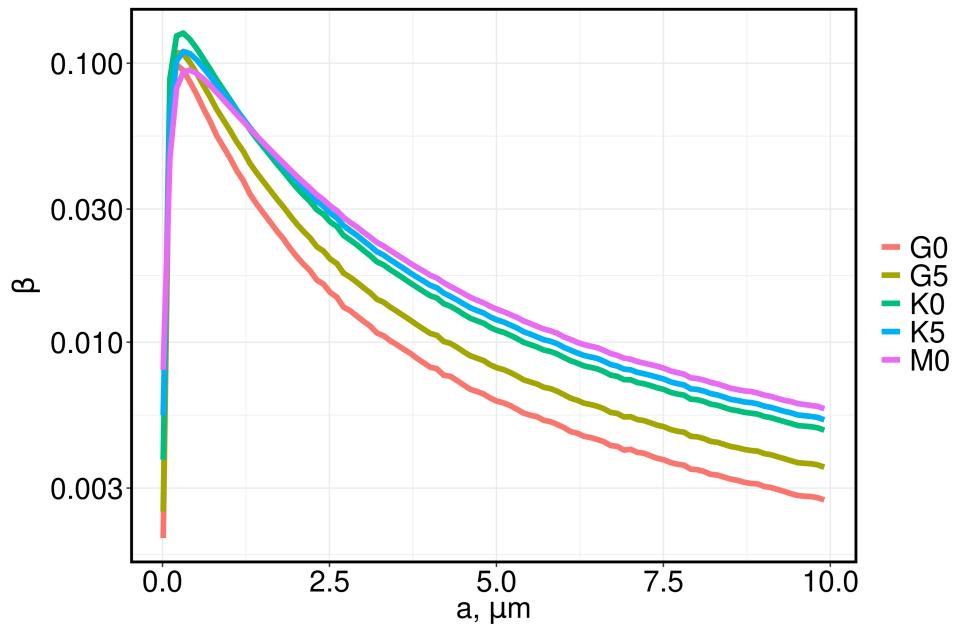
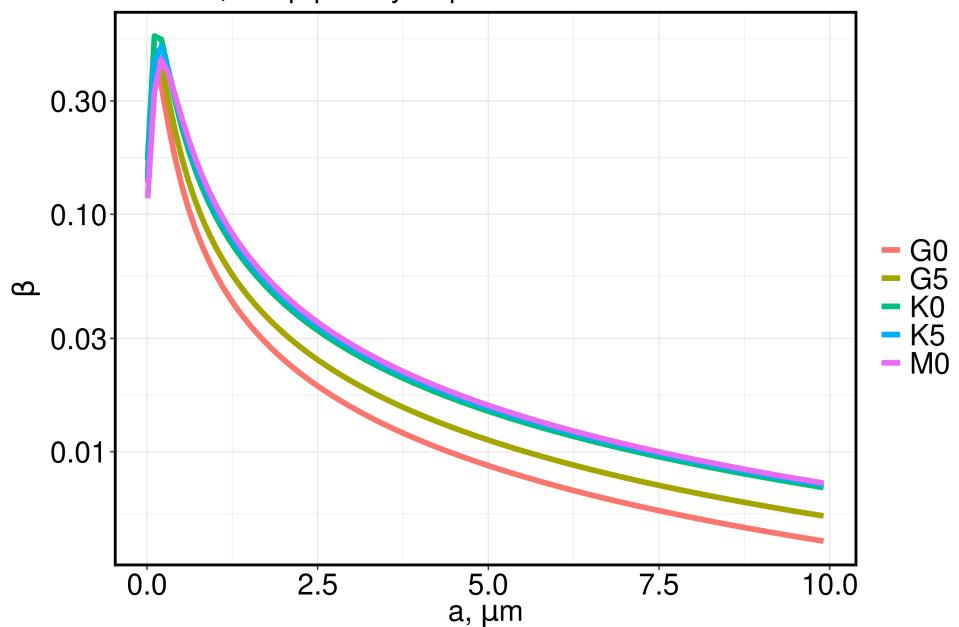


Рис. 2: Эффективность выметания пылинок для звезд главной последовательности.

Гиганты, лед



Гиганты, аморфный углерод



Гиганты, силикаты

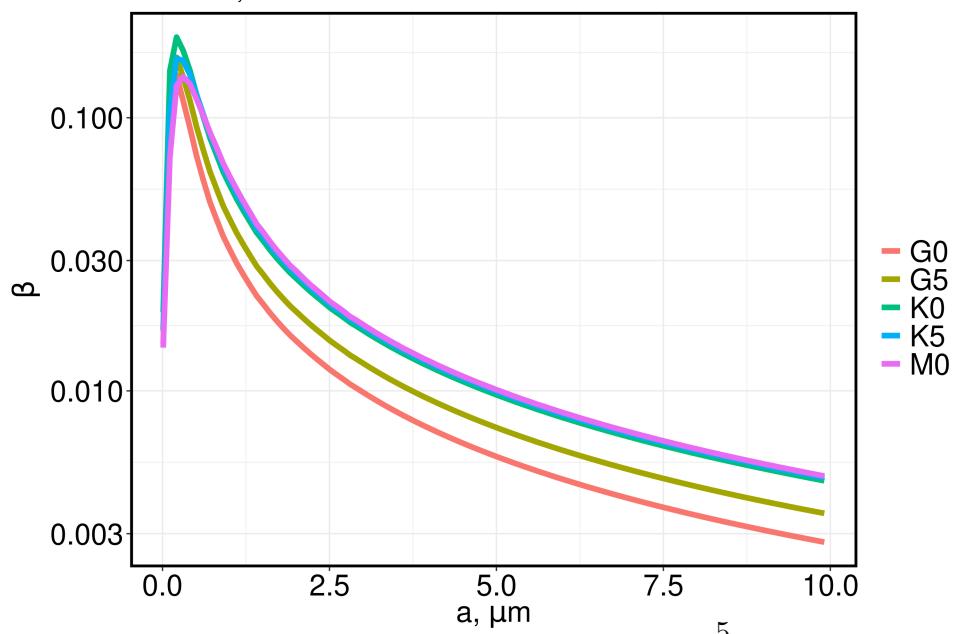


Рис. 3: Эффективность выметания пылинок для звезд гигантов.

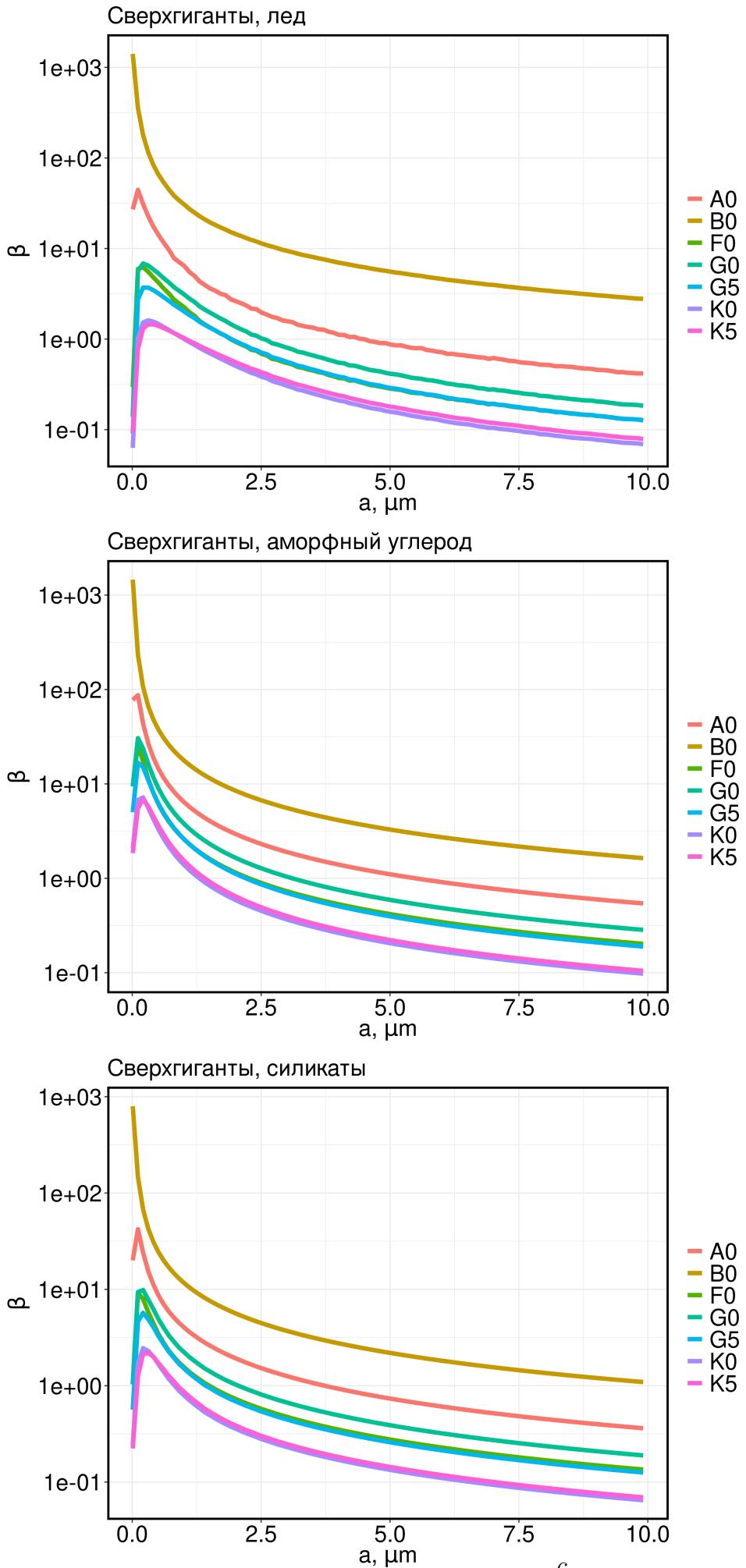


Рис. 4: Эффективность выметания пылинок для звезд сверхгигантов.

Аппроксимация

На первый взгляд кажется, что $\bar{Q}_{pr}(a, T^*)$ должно как-то зависеть от e^T , $\log T^{-1}$, T . Поэтому для аппроксимации была выбрана модель $\bar{Q}_{pr}(a, T^*) = AT + B \log 1/T^2 + Ce^{1/T} + D \log 1/T^2 e^{1/T} + ET \log 1/T^2 + F$. На рисунке 5 синем приведена аппроксимационная кривая, черным — исходная.

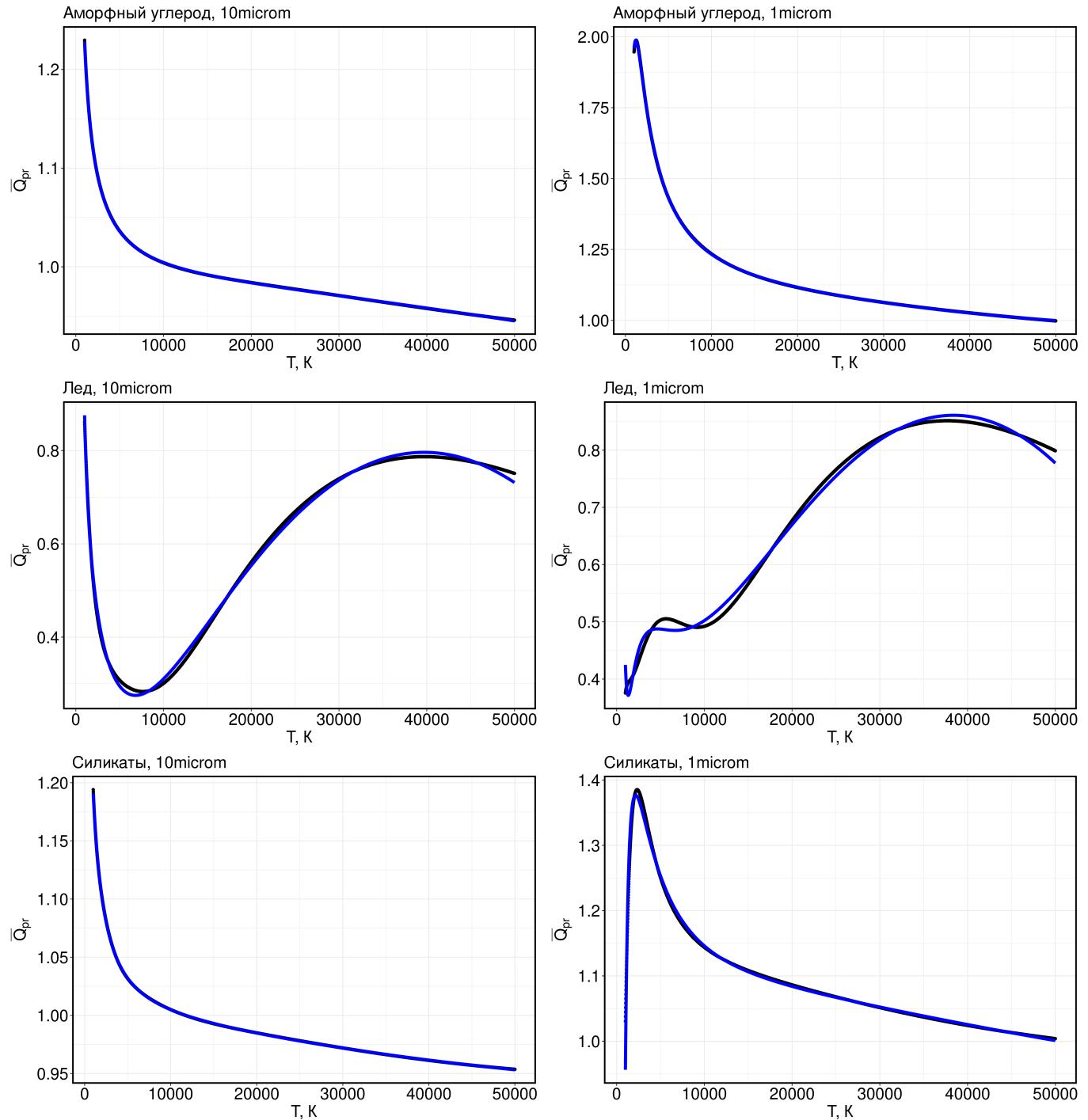


Рис. 5