

模式识别引论

An Introduction to Pattern Recognition

主讲: 李春光

www.pris.net.cn/teacher/lichunguang

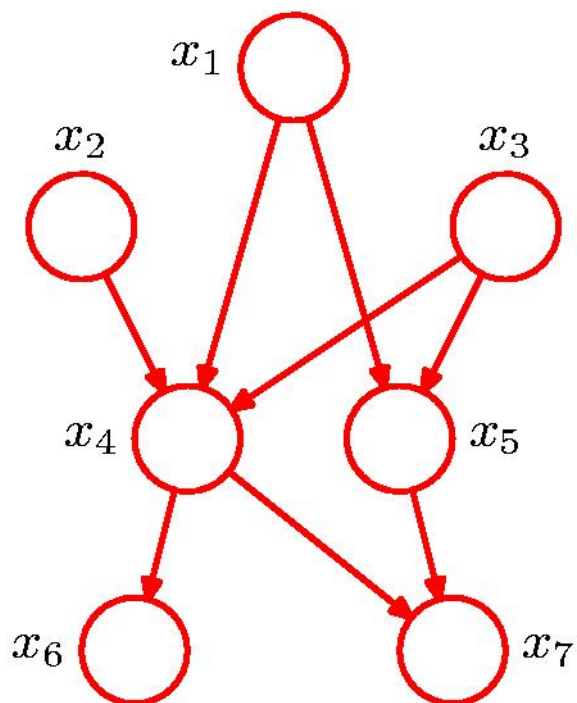
模式识别与智能系统实验室

网络搜索教研中心 信息与通信工程学院 北京邮电大学

本学期内容总结

- 引言
 - 模式识别中的基本问题
- 部分数学基础
 - 概率论\决策论\信息论
 - 贝叶斯公式\最大似然估计\最大后验概率估计\贝叶斯估计\最大熵原理
- 线性模型for回归
 - 最小二乘法 \ 正则化的最小二乘法 \ 贝叶斯线性回归
 - 几种常用分布 \ 共轭先验
- 线性模型 for 分类
 - 感知器 \ **Logistic**回归 \ 迭代再加权最小二乘法 \ 贝叶斯**Logistic**回归
- 神经网络
 - 多层感知器 \ 反向传播(**BP**)算法
- 核方法
 - 对偶表示 \ 核的构造方法 \ 高斯过程
- 支持向量机(SVM)
 - 最大间隔分类 \ **SVM** \ 二次规划
- 概率图模型 \ 降维技术 \ 聚类算法 等

Bayesian Networks

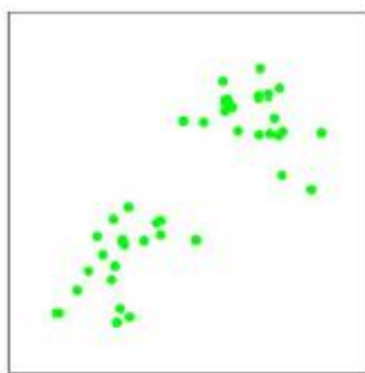


$$p(x_1, \dots, x_7) = p(x_1)p(x_2)p(x_3)p(x_4|x_1, x_2, x_3) \\ p(x_5|x_1, x_3)p(x_6|x_4)p(x_7|x_4, x_5)$$

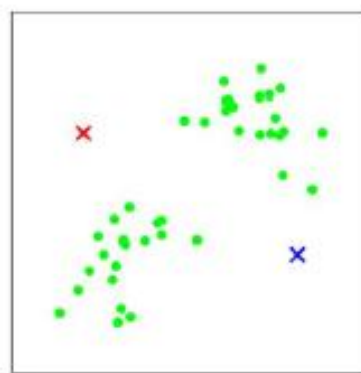
The absence of links conveys important information.

k-均值聚类(k-means clustering)

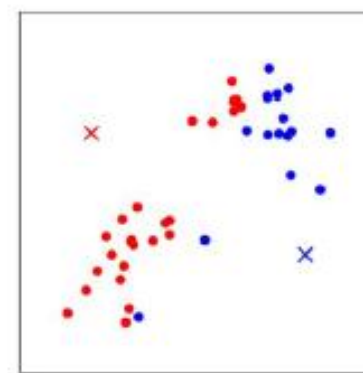
- $k > 1$ 是预先指定的聚类数目
 - 比如 $k=2$



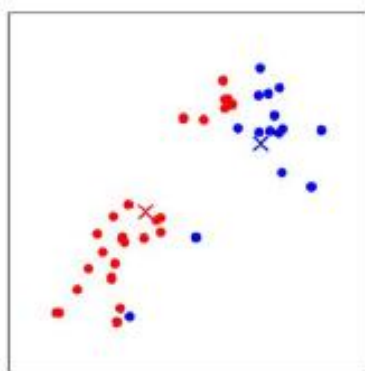
(a)



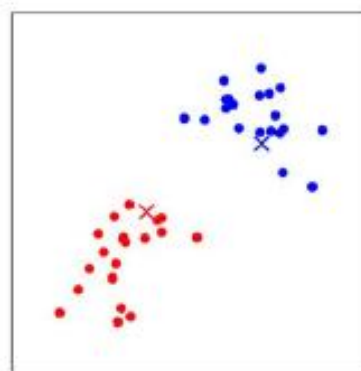
(b)



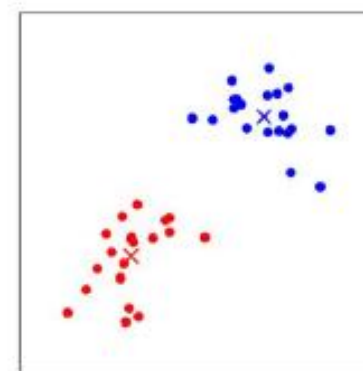
(c)



(d)



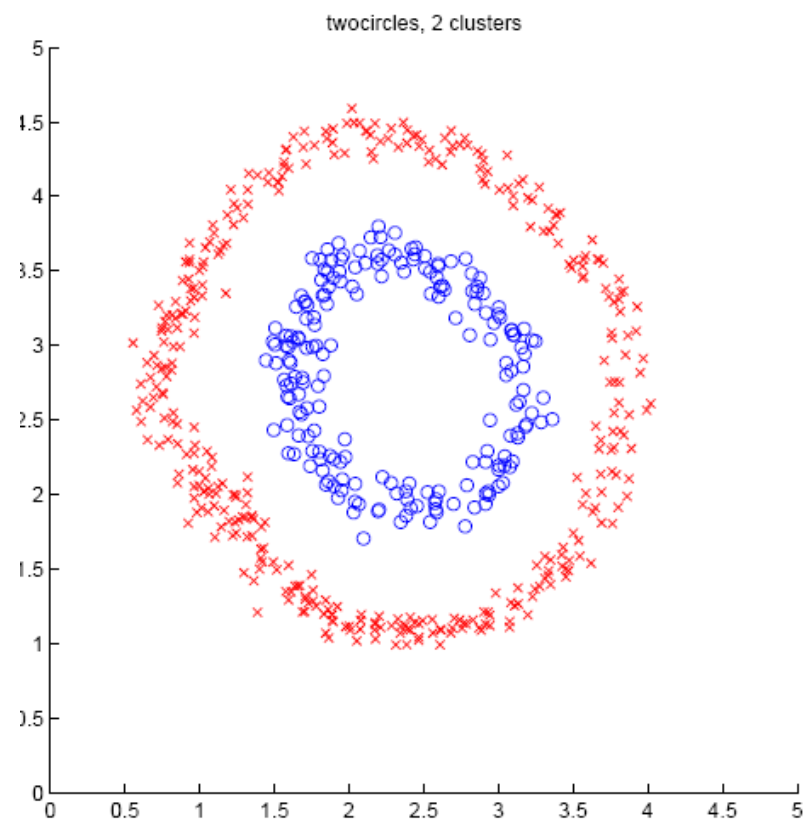
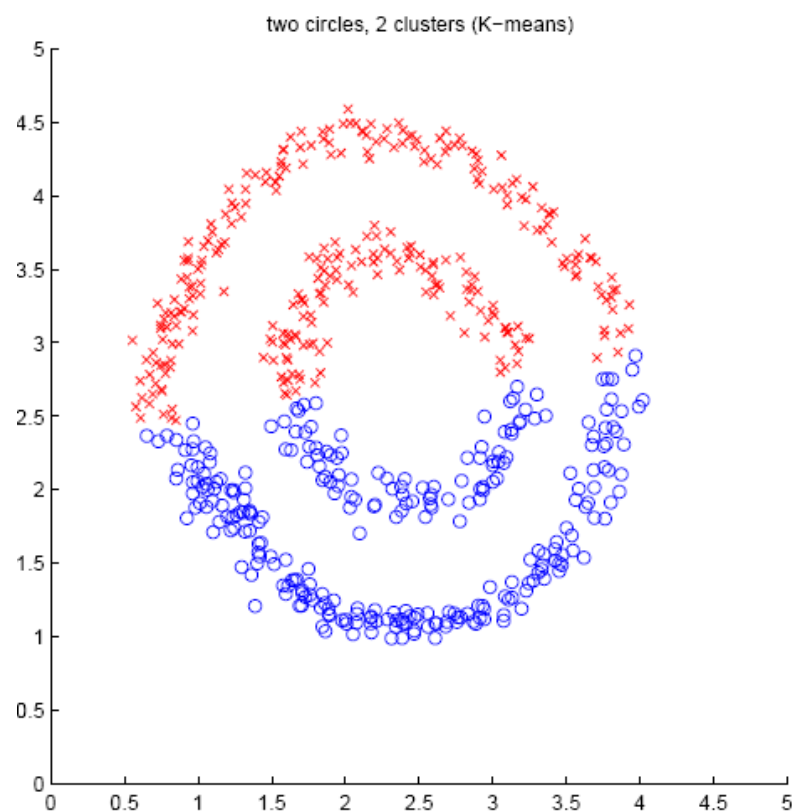
(e)



(f)

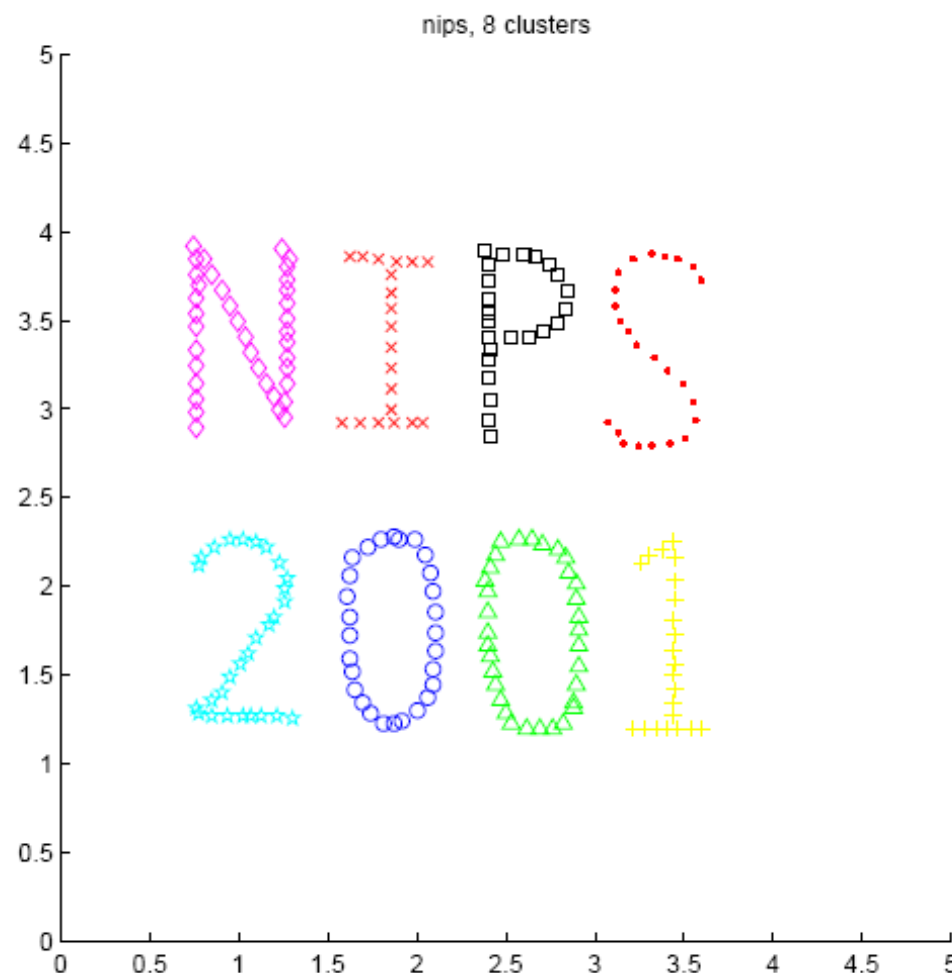
如果数据中的聚类结构是non-convex...

●



如果数据中的聚类结构是non-convex...

– k-均值聚类 → 谱聚类(Spectral Clustering)



拉普拉斯特征映射

- 理论来源
 - 特征图理论(**Spectral Graph Theory**)
- 定义目标函数
 - 保证相似的点在投影之后保持相似，不相似的点在投影之后相互远离

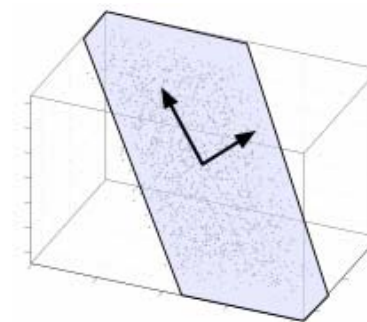
$$\arg \min_Y \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} \|z_i - z_j\|^2 = \arg \min_Y \text{tr}(Y^T L Y) \text{ s.t. } Y^T D Y = I$$

- $L = D - W$: Laplacian of $G(V, E, W)$, $Y_{N \times d} = (\mathbf{y}_1 \mathbf{y}_2 \dots \mathbf{y}_d)$,

$$w_{ij} = \exp\left(-\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2 / t\right)$$

Belkin M., Niyogi P., “Laplacian Eigenmaps and Spectral Techniques for Embedding and Clustering”, NIPS 14, 2002.

主成分分析 (PCA)



- 主成分分析是一种线性降维技术
 - 在几何上看，是进行坐标系变换
 - 使用样本协方差矩阵的主特征向量作为坐标轴，定义一个新坐标系，然后把数据投影到这个新坐标系中
- 给定数据矩阵 \mathbf{X} $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$, 其中 $\mathbf{x}_i \in R^m$
 - 计算样本协方差矩阵 \mathbf{S}
$$\mathbf{S} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu})^T$$
 - 对矩阵 \mathbf{S} 进行特征值分解 $\mathbf{S} \cdot \mathbf{p}_i = \lambda_i \mathbf{p}_i$, $\mathbf{p}_i \in R^m, i = 1, \dots, r$
 - 取前 r 个最大特征值对应的特征向量定义投影矩阵 \mathbf{P} , 低维特征可以获得

$$\mathbf{Y} = \mathbf{P}^T \mathbf{X}$$

其中 $\mathbf{P} = (\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_r)$, $\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n)$, $\mathbf{y}_i \in R^r$

矩阵的低秩近似

- 如果矩阵 X 的秩是 r ，则可以采用紧凑SVD表示

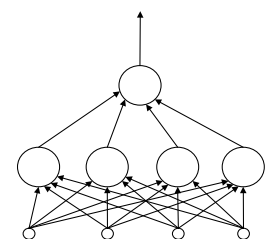
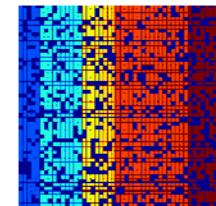
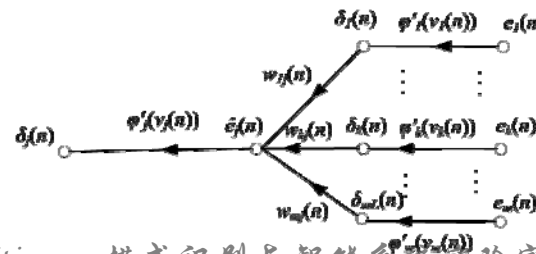
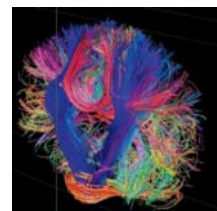
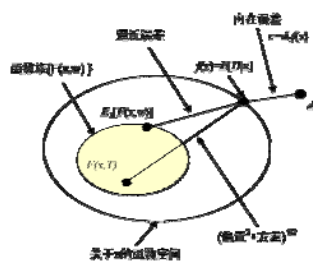
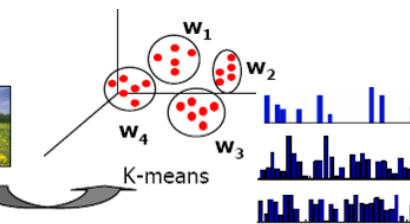
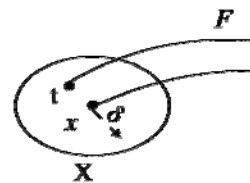
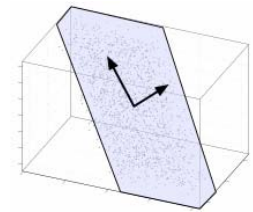
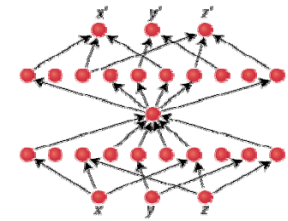
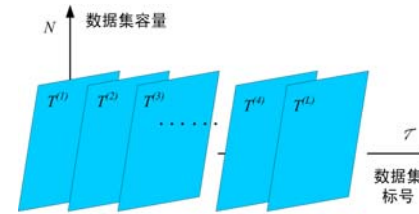
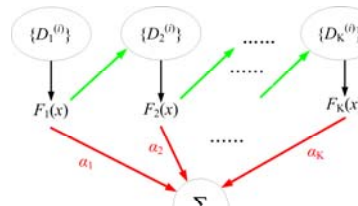
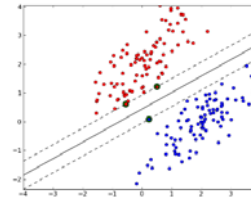
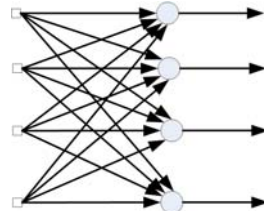
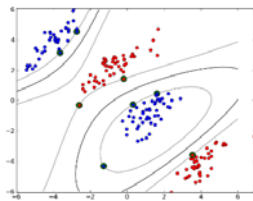
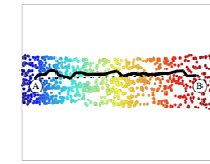
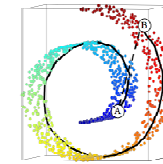
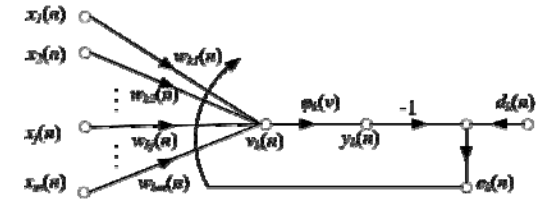
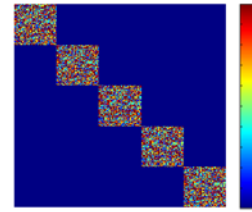
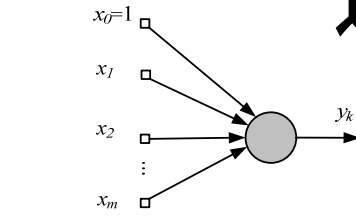
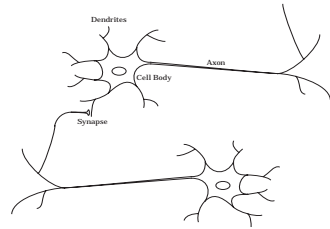
$$X = U_{m \times r} \Sigma_{r \times r} V_{n \times r}^T$$

- 若 X 的秩大于 r ，我们仍可使用秩 r 矩阵去近似矩阵 X (其中 r 远小于 m 和 n)

$$\begin{array}{c} \text{X} \\ m \times n \end{array} = \begin{array}{c} \text{U} \\ m \times r \end{array} \times \begin{array}{c} \Sigma \\ r \times r \end{array} \times \begin{array}{c} \text{V}^T \\ r \times n \end{array}$$

- 若要压缩空间来表示原矩阵 X ，只需存储 U, Σ 和 V

连连看?

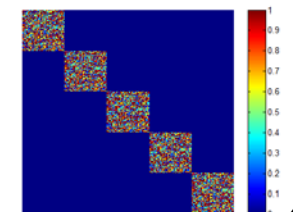
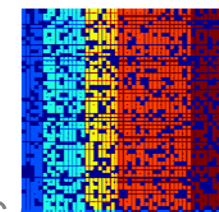
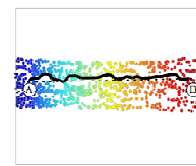
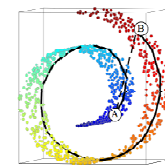
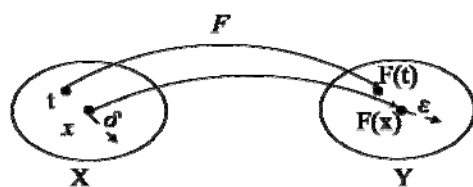
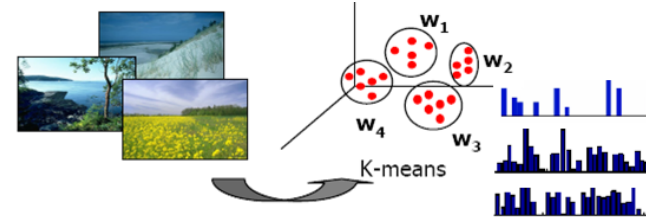
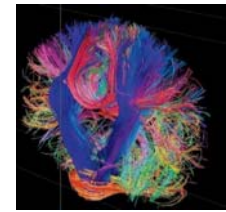
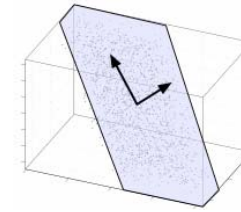
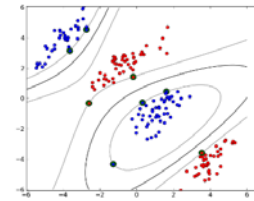
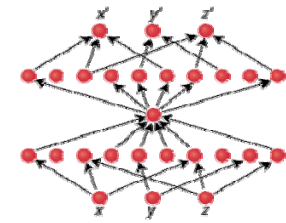
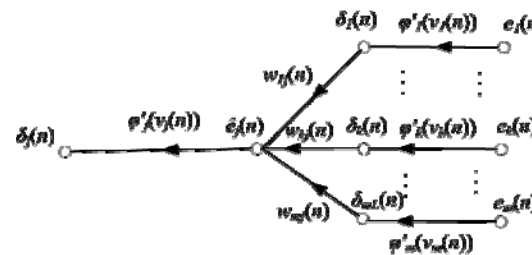
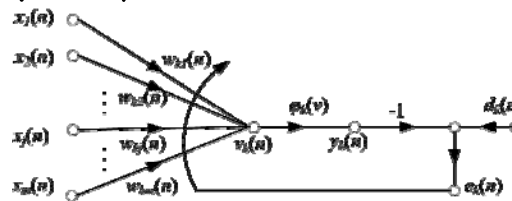
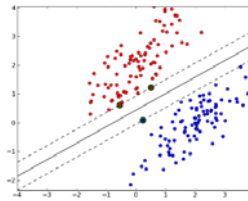
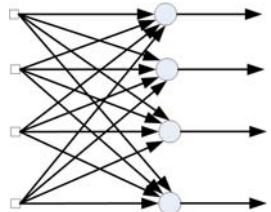
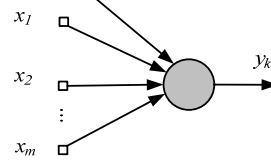
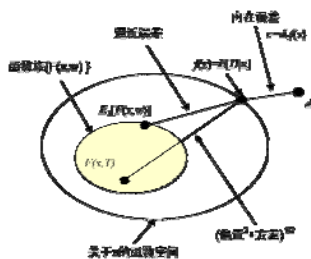
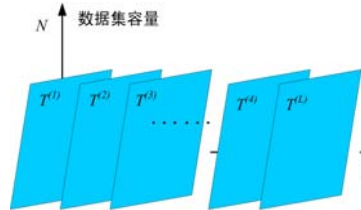
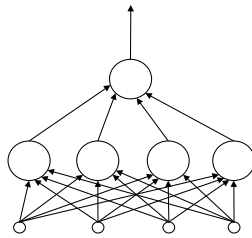
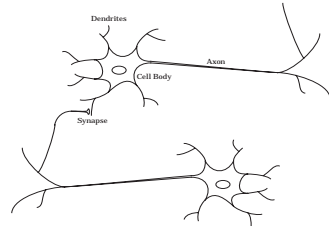


神经计算：学习机器入门

Neural Computation : An Introduction to Learning
Machines

主讲：李春光

图说神经计算 2015



课程结束语

- 统计学习理论与人生轨迹

- 在学习专业知识的同时, 要学习如何做人、做事、做学问。学习**专业知识**相当于**经验误差最小项**, **做人做事做学问的道理**相当于今后人生轨迹的**正则化项**。

- 无论将来遇到什么情况, 都要对未来保持一个**美好的希望**; 无论将来在什么工作岗位, 要保持**正直与诚实**, 要追求一种**专业精神**。

“No matter what you do, your attitude determines your altitude”. (**无论做什么事情, 你的态度决定你的高度**)









• 谢谢大家！

