1. 解：直线段的参数方程为$z=(1+i)t, 0\le t\le 1$
则$\int_0^{1+i}(x+y+ix^2)dz=\int_0^1 it^2(1+i)dt=-\frac{1}{3}+\frac{i}{3}$
2. 解：记$\Gamma=c_1+c_2+c_3+c_4$，其中c_1的参数方程：
$z=3e^{it}(0\le t\le\pi)$，c_2的参数方程: $z=t(-3\le t\le -2)$，
c_3 的参数方程: $z=2e^{it}(t从\pi到0)$，c_4的参数方程: $z=t(2\le t\le 3)$.
则$I=\int_\Gamma \frac{z}{\bar z}dz=\int_{c_1+c_2+c_3+c_4}\frac{z^2}{|z|^2}dz=\int_0^\pi \frac{(3e^{it})^2}{9}3ie^{it}dt$
$+\int_{-3}^{-2}dt+\int_\pi^0\frac{(2e^{it})^2}{4}2ie^{it}dt+\int_2^3 dt=\frac{4}{3}$
3. 证明：设$z=re^{i\theta}$，$I_r=\int_{c_r}\frac{e^{iz}}{z}=\int_0^\pi \frac{e^{ire^{i\theta}}}{re^{i\theta}}ire^{i\theta}d\theta=i\int_0^\pi e^{ir\cos\theta-r\sin\theta}d\theta$
$|I_r|=|i\int_0^\pi e^{ir\cos\theta-r\sin\theta}d\theta|\le\int_0^\pi\frac{1}{e^{r\sin\theta}}d\theta=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{e^{r\sin\theta}}d\theta$
又$\frac{2\theta}{\pi}\le\sin\theta\le\theta\Rightarrow e^{-r\sin\theta}\le e^{-\frac{2\theta r}{\pi}}$，
则$|I_r|\le 2\int_0^\pi e^{-\frac{2r\theta}{\pi}}d\theta\to 0(r\to\infty)$，故$\lim\limits_{r\to\infty}I_r=0$.
4. (1) 解：因为$\frac{e^z}{z^2-9}$ 在$|z|=2$ 内处处解析，由柯西积分定理可得上述积分为零.
(2) 解：因为$\frac{\cos z}{z^2-6z+10}$ 在$|z|=2$ 内处处解析，由柯西积分定理可得上述积分为零.
5. 证明：因为$\frac{1}{z+2}$ 在$|z|=1$ 内处处解析，由柯西积分定理知$\int_C\frac{1}{z+2}dz=0$.
$\int_C\frac{1}{z+2}dz=\int_0^{2\pi}\frac{ie^{i\theta}}{e^{i\theta}+2}d\theta=\int_0^{2\pi}\frac{i(\cos\theta+i\sin\theta)}{(\cos\theta+i\sin\theta)+2}d\theta=\int_0^{2\pi}\frac{i(1+2\cos\theta)-2\sin\theta}{5+4\cos\theta}d\theta$
$\Rightarrow\int_0^{2\pi}\frac{1+2\cos\theta}{5+4\cos\theta}d\theta=0$.
又$\int_0^{2\pi}\frac{1+2\cos\theta}{5+4\cos\theta}d\theta=2\int_0^\pi\frac{1+2\cos\theta}{5+4\cos\theta}d\theta$，故$\int_0^\pi\frac{1+2\cos\theta}{5+4\cos\theta}d\theta=0$.
6. (1) 解：$2z^2-z+1$在$|z|=2$内解析，且$\frac{2z^2-z+1}{z-1}$在$|z|=2$内有唯一奇点$z=1$. 由柯西积分公式得$\int_{|z|=2}\frac{2z^2-z+1}{z-1}dz=2\pi i(2z^2-z+1)|_{z=1}=4\pi i$.
(2) 解：$\frac{z^2e^z}{2}$在$|z|=1$内解析，且$\frac{\frac{z^2e^z}{2}}{z+\frac{i}{2}}$在$|z|=1$内有唯一奇点$z=-\frac{i}{2}$.
由柯西积分公式得$\int_{|z|=1}\frac{z^2e^z}{2z+i}dz=2\pi i(\frac{z^2e^z}{2})|_{z=-\frac{i}{2}}=-\frac{\pi i}{4}e^{-\frac{i}{2}}$.
7. 解：e^z在$|z|=1$内解析，且$\frac{e^z}{z}$ 在$|z|=1$内有唯一奇点$z=0$. 由柯西积分公式得$\int_{|z|=1}\frac{e^z}{z}dz=2\pi ie^z|z=0=2\pi i$.
证明：$\int_C\frac{e^z}{z}dz=\int_0^{2\pi}\frac{e^{e^{i\theta}}}{e^{i\theta}}ie^{i\theta}d\theta=i\int_0^{2\pi}e^{\cos\theta+i\sin\theta}d\theta$
$=-\int_0^{2\pi}e^{\cos\theta}\sin(\sin\theta)d\theta+i\int_0^{2\pi}e^{\cos\theta}\cos(\sin\theta)d\theta=2\pi i$,
则$\int_0^{2\pi}e^{\cos\theta}\cos(\sin\theta)d\theta=2\pi$，又
$\int_0^{2\pi}e^{\cos\theta}\cos(\sin\theta)d\theta=2\int_0^\pi e^{\cos\theta}\cos(\sin\theta)d\theta$，故$\int_0^\pi e^{\cos\theta}\cos(\sin\theta)d\theta=\pi$.
8. 证明：令$F(z)=\frac{1}{f(z)}$，由$|f(z)|$ 恒大于一正的常数，则$|F(z)|<M$由刘维尔定理可知$F(z)$为常数，故$f(z)$为常数.
9. 解：$u_x=xe^x\cos y-e^xy\sin y+e^x\cos y$, $u_y=-xe^x\sin y-e^x\sin y$
$-e^xy\cos y$, $v=\int u_xdy=xe^x\sin y+e^xy\cos y+\varphi(x)$
$v_x=xe^x\sin y+e^x\sin y+e^xy\cos y+\varphi'(x)=-u_y$.
则$\varphi'(x)=0,\varphi(x)=c$, 又$f(0)=0$, 则$c=0$.
故$f(z)=e^x(x\cos y-y\sin y)+ie^x(x\sin y+y\cos y)=ze^z$.
10. 证明：$f(z)$在闭域$|z|\le 1$上解析，则$f(z)$ 一定在包含$|z|\le 1$的某区域内解析，设此区域为D，即$f(z)$在D内解析，以$z=0$为圆心，作圆周$C:$

$|z|=1$,则C及其内部均含于D. 由柯西不等式得$|f'(0)| \le \max\limits_{|z|=1}|f(z)|=1$，即$|f'(0)|\le 1$成立.
思考题：
1：解：否，如：$f(z)=\frac{1}{z^2}$满足$\int_C \frac{1}{z^2}dz=0$，但$f(z)$在$z=0$不解析.
2：解：(1) $g(1)=\int_{|\xi|=2}\frac{2\xi^2-\xi+1}{\xi-1}d\xi$，$2\xi^2-\xi+1$在$|\xi|=2$内解析，且$\frac{2\xi^2-\xi+1}{\xi-1}$ 在$|\xi|=2$ 内有唯一奇点$\xi=1$. 由柯西积分公式得
$g(1)=2\pi i(2\xi^2-\xi+1)|_{\xi=1}=4\pi i$.
(2) $\frac{2\xi^2-\xi+1}{\xi-z_0}$在$|\xi|\le 2$ 内解析，由柯西积分公式得$g(z_0)=\int_{|\xi|=2}\frac{2\xi^2-\xi+1}{\xi-z_0}d\xi$ $=0$.
(3)当$z=2$时，$\xi=2$恰在区域$|\xi|<2$的圆周上，则不能用柯西积分公式得到$g(2)$. 对于$\frac{2\xi^2-\xi+1}{\xi-2}$也不能作一个以$z=2$为圆心$\rho$为半径的圆周使其完全含于$|\xi|<2$内，故也不能利用复闭路定理得$g(2)$.