

第三节 微分方程数值解法的基本概念 – 微分方程数值解

笔记本： 我的第一个笔记本

创建时间： 2017/5/9 15:19

URL： https://iclass.bupt.edu.cn/webapps/blackboard/content/listContent.jsp?course_id=_11052_1&content_id=_52808_1

第三节 微分方程数值解法的基本概念



学习指导：A 课程导论 第三节



内容介绍：

本小节主要介绍数值求解方法的基本概念和数值算法的一些特性指标。

学习方法：这一节内容以自学为主，课堂上我们将进行简单介绍。



作业&思考：A 课程导论 第三节



讲义：A 课程导论 第三节

数值计算(Numerical Computation)是有效使用数字计算机求数学问题近似解的方法与过程, 以及由有关理论所构成的学科. 数值计算研究有效使用计算机数值求解各种数学问题, 包括离散型方程的数值求解和连续系统离散化的数值求解, 在数值求解数学问题时, 需要考虑误差、收敛性和稳定性等问题.

微分方程数值解法的基本思想为: 在初值问题存在唯一解的时间区间内, 在若干个时间离散点上, 用差分方程代替微分方程, 然后逐点求解差分方程, 得到各时间离散点处的函数的近似值.

本课程分“常微分方程数值解法”和“偏微分方程数值解法”来讨论微分方程的数值解法.

常微分方程数值解法包括初值问题与边值问题两类. 初值问题的基本算法是龙格库塔(Runge-Kutta)法和阿当姆斯(Adams)法. 边值问题的数值解法主要有两种, 一种是转化为初值问题的打靶法; 另一种是直接离散化的差分方法和变分方法. 此外, 还可以用积分方程数值方法, 直接将数值积分公式转化为离散化方程求解.

偏微分方程数值解法主要研究方程的离散化和对离散方程的求解, 以及有关适定性、收敛性、稳定性、误差和自适应性等理论问题. 偏微分方程数值解法按照问题类型来分有正演问题和反演问题两类. 正演问题是给定方程和定解条件求偏微分方程的解, 它主要是二维和三维的定常问题和非定常问题. 反演问题是在给定方程的模式下, 已知其解或解的某一部分, 要反推求该方程的系数和边界的形式等, 起着导果求因的作用. 这类问题在医疗卫生、无损探测、遥感遥测、地震勘探、地球物理等领域大量存在, 它们通常是不适定的、病态的, 有其特殊的难点. 反演问题数值解法是一个正在开拓的新领域. 本课程主要讨论正演问题的数值解法. 正演问题的离散化方法主要有差分法和有限元法两大类. 差分法以差商逼近导数, 将微分方程离散为差分方程, 这种方法简单, 适用于任何类型的方程, 同时便于机器实现. 有限元方法基于等价的变分原理的形式, 采取任意网格分片逼近的手段, 把传统对立的差分方法与里茨-伽辽金变分方法有机地结合起来, 发展成为解定常问题的主导方法, 并推广到非定常问题. 有限元法具有几何上灵活适应的突出优点, 特别适合于解决复杂性大的问题. 目前已有比较成熟的通用和专用有限元法计算软件, 这些软件在众多科技领域和工程设计中已得到普遍应用.