Guía de Trabajos Prácticos 2023

Asignatura: Análisis Matemático 3
Guía de Trabajos Prácticos
Plan 2012 - Año 2023
Profesor: Mag. Ing. Leonel Jimenez Gamboa

Trabajo Práctico Grupal N° 1

DERIVADAS

1) Encuentre las primeras derivadas parciales:

   $a) f(x,y) = 3x - 2y^4$

   $b) f(x,y) = x.e^{3y}$

   $c) f(x,y) = xy^2z^3 + 3yz$

2) Halle la derivada de la función en el punto dado en la dirección del vector v:

   $a) f(x,y) = 1 + 2x\sqrt{y}$ $\quad (3,4) \quad v = <4,-3>$

   $b) g(s,t) = s^2e^t$ $\quad (2,0) \quad v = i + j$

   $c) f(x,y,z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ $\quad (1,2,-2) \quad v = <-6,6,-3>$

3) Encuentre la máxima razón de cambio de f f en el punto dado y la dirección en la que esta se verifica:

   $a) f(x,y) = xe^{-y} + 3y$ $\quad (1,0)$

   $b) f(x,y) = sen(xy)$ $\quad (1,0)$

   $c) f(x,y,z) = x + \frac{y}{z}$ $\quad (4,3,-1)$

4) Suponga que la temperatura en un punto (x,y,z) en el espacio está dada por:

   $T(x,y,z) = \frac{80}{1 + x^2 + 2y^2 + 3z^2}$. T se mide en grados Celsius y x,y,z en metros.

   - ¿En qué dirección aumenta la temperatura con más rapidez en el punto (1,1,-2)?

- ¿Cuál es la máxima razón de aumento?

5) Cuestionario:
   a) Explique que entendió por derivadas direccionales. Identifique en la gráfica de una función una derivada parcial y una derivada direccional. De ejemplos de su uso.
   b) Explique qué entiende por gradiente. De ejemplos de su uso en la práctica profesional y muestre gráficos o dibujos de su utilización.

Trabajo Práctico Grupal N° 2

INTEGRALES

1) Hallar una ecuación del plano tangente y hallar ecuaciones simétricas para la recta normal a la superficie en el punto dado.
   a) $x+y+z=9 \quad (3,3,3)$ $x+y+z=9 \quad (3,3,3)$
   b) $x^2+y^2+z=9 \quad (1,2,4)$ $x^2+y^2+z=9 \quad (1,2,4)$
   c) $z=x^2-y^2(3,2,5)$ $z=x^2-y^2(3,2,5)$

2) Hallar una ecuación del plano tangente a la superficie en el punto dado.
   a) $z=x^2+y^2+3 \quad (2,1,8)$ $z=x^2+y^2+3 \quad (2,1,8)$
   b) $z=\sqrt{x^2+y^2} \quad (3,4,5)$ $z=\sqrt{x^2+y^2} \quad (3,4,5)$
   c) $g(x,y)=x^2+y^2 \quad (1,-1,2)$ $g(x,y)=x^2+y^2 \quad (1,-1,2)$

3) Examinar la función para localizar los extremos relativos.
   a) $f(x,y)=3x^2+2y^2-6x-4y+16$

      $f(x,y)=3x^2+2y^2-6x-4y+16$
   b) $f(x,y)=-x^2-5y^2+10x-10y-28$

      $f(x,y)=-x^2-5y^2+10x-10y-28$

4) Utilizar algún software para graficar y localizar los extremos relativos y los puntos silla para las siguientes funciones.
   a) $z=-\frac{4x}{x^2+y^2+1}$ $z=-\frac{4x}{x^2+y^2+1}$
   b) $z=(x^2+4y^2)e^{1-x^2-y^2}$ $z=(x^2+4y^2)e^{1-x^2-y^2}$

5) Hallar puntos críticos, determinar los extremos relativos, indicar dónde el criterio de las segundas derivadas no es concluyente y

graficar con un software los puntos extremos y sillas de las siguientes funciones:

a) $f(x,y) = x^3 + y^3$ $f(x,y) = x^3 + y^3$

b) $f(x,y) = (x-1)^2(y+4)^2$ $f(x,y) = (x-1)^2(y+4)^2$

c) $f(x,y) = x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}}$ $f(x,y) = x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}}$

6) Evaluar las siguientes integrales:

a) $\int_0^{\pi}\int_0^{sen\,x}(1+\cos x)dy\,dx$ $\int_0^{\pi}\int_0^{sen\,x}(1+\cos x)dy\,dx$

b) $\int_0^1\int_0^x\sqrt{1-x^2}\,dy\,dx$ $\int_0^1\int_0^x\sqrt{1-x^2}\,dy\,dx$

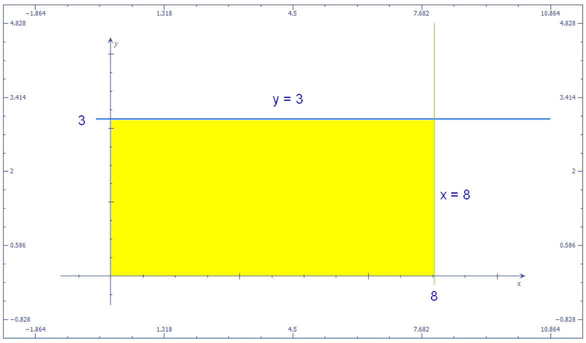
c) $\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-y^2}}(x+y)dx\,dy$ $\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-y^2}}(x+y)dx\,dy$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{2cos\theta} r\,dr\,d\theta$ $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{2cos\theta} r\,dr\,d\theta$

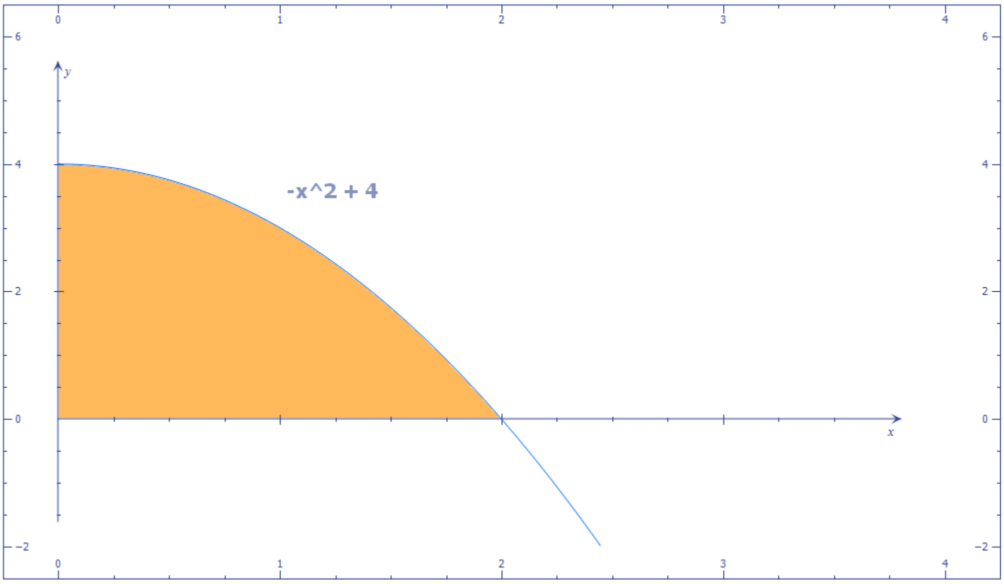
e) $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\int_0^{\cos(\theta)} 3r^2 \sin\theta\,dr\,d\theta$ $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\int_0^{\cos(\theta)} 3r^2 \sin\theta\,dr\,d\theta$

7) Utilizar una integral iterada para hallar el área de la región:

a)



b)



8) Dibujar la región R de integración y cambiar el orden de integración (si $\iint dxdy \rightarrow \iint dxdy \rightarrow$ cambiar por: $\iint dydx \iint dydx$

a) $\int_0^4 \int_0^y f(x,y)dx\,dy \int_0^4 \int_0^y f(x,y)dx\,dy$

b) $\int_{-2}^{2} \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy\,dx \int_{-2}^{2} \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy\,dx$

9) Dibujar la región R y evaluar la integral iterada $\int \int_R f(x,y)dA$ $\int \int_R f(x,y)dA$

a) $\int_0^2 \int_0^1 (1+2x+2y)dy\,dx \int_0^2 \int_0^1 (1+2x+2y)dy\,dx$

b) $\int_0^6 \int_{\frac{y}{2}}^3 (x+y)dx\,dy \int_0^6 \int_{\frac{y}{2}}^3 (x+y)dx\,dy$

10) Utilizar una integral doble para hallar el volumen del sólido.

a) $z = \frac{y}{2}\, 0 \le y \le 2, \quad 0 \le x \le 4 \; z = \frac{y}{2}\, 0 \le y \le 2, \quad 0 \le x \le 4$

(sacar imagen del libro pag. 1001 ejer. 21)

b) $z = 4 - x - y\; z = 4 - x - y$, y=X ; y=2 (sacar imagen del libro pag. 1001 ejer. 23)

11) Dar una integral para cada orden de integración y utilizar el orden más conveniente para evaluar la integral en la región R.

$\int \int_R xy\,dA \rightarrow$

$R: rectángulo\ con\ vértices\ (0,0),(0,5),(3,5),(3,0)$

$\int\int_R xy\ dA$â†’$R: rect$Ã¡$ngulo\ con\ v$Ã©$rtices\ (0,\ 0),\ (0,\ 5),\ (3,\ 5),\ (3,\ 0)$

$\int \int_R \frac{y}{x^2+y^2} dA \rightarrow R: acotada\, por\; y = x, y = 2x, x = 1, x = 2$

$\int \int_R \frac{y}{x^2+y^2} dA \rightarrow R: acotada\, por\; y = x, y = 2x, x = 1, x = 2$

12) Utilizar el teorema de Green para evaluar la integral de línea

a) $\int_c 2xydx + (x+y)dy$ $\int_c 2xydx + (x+y)dy$, C → → frontera de la región comprendida entre las gráficas de $y = 0$ $y = 0$, $y = 1 - x^2$ $y = 1 - x^2$

b) $\int_c (x^2 - y^2)dx + 2xydy$ $\int_c (x^2 - y^2)dx + 2xydy$, C: $x^2 + y^2 = 16$ $x^2 + y^2 = 16$

Considerando coordenadas polares ($x = rcos\theta, y = rsen\theta$ $x = rcos\theta, y = rsen\theta$)

13) Utilizar el teorema de la divergencia para evaluar y hallar el flujo de F dirigido hacia el exterior a través de la superficie del sólido limitado y acotado por las gráficas indicadas.

a) $f(x,y,z) = x^2i + y^2j + z^2k$ $f(x,y,z) = x^2i + y^2j + z^2k$

Superficie: $x = 0, x = a, y = 0, y = a, z = 0, z = a$ $x = 0, x = a, y = 0, y = a, z = 0, z = a$

b) $f(x,y,z) = x^2i - 2xyj + xyz^2k$

$f(x,y,z) = x^2i - 2xyj + xyz^2k$

Superficie = $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}, z = 0$ $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}, z = 0$

14) Utilizar el teorema de Stokes para evaluar:

â$_c F\, dr$

C está orientada en sentido contrario a las manecillas del reloj.

a) $f(x,y,z) = 2yi + 3zj + xk$ $f(x,y,z) = 2yi + 3zj + xk$, C = triángulo cuyos vértices son $(2,0,0), (0,2,0), (0,0,2)$ $(2,0,0), (0,2,0), (0,0,2)$

b) $f(x,y,z) = z^2 i + 2xj + y^2 k$ $f(x,y,z) = z^2 i + 2xj + y^2 k$, S: $z = 1 - x^2 - y^2, z \geq 0$ $z = 1 - x^2 - y^2, z \geq 0$

Trabajo Práctico Grupal N° 3

ECUACIONES DIFERENCIALES

1) Hallar la solución general de la ecuación diferencial y´´-6y´+8y=0
2) Sabiendo que y´´=y´ tiene como SG (solución general) $y = C_1 e^{x-1} + C_2$ $y = C_1 e^{x-1} + C_2$, hallar la SP (solución particular) que en (1,2) tiene por recta tangente a y=3x-1.
3) Hallar la ecuación diferencial correspondiente a la siguiente familia de curva:

$xy + Cx^2 = 1$

4) Resolver la siguiente ecuación diferencial $y' = ye^{-x}$ $y' = ye^{-x}$, hallar la SP si y(0)= e^{-1} e^{-1}
5) Hallar las ecuaciones diferenciales correspondientes a las siguientes familias de curvas:

   a) $y = Cx^3$ $y = Cx^3$

   b) $y = C_1 + C_2 e^x + x$ $y = C_1 + C_2 e^x + x$

   c) $y = Ax + Bx^{-1}$ $y = Ax + Bx^{-1}$
6) Hallar la solución particular de: $\frac{dy}{dx} = e^{2x+3y}$ $\frac{dy}{dx} = e^{2x+3y}$ y(0)=0
7) Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

   a) $x' = e^t - \frac{2t}{t^2-1}$ $x' = e^t - \frac{2t}{t^2-1}$

   b) $(x^2+9)y' + xy = 0$ $(x^2+9)y' + xy = 0$
8) 9) Si xy+y=c es la familia de curvas equipotenciales de un campo de fuerzas F halle la ecuación de la línea de fuerza que pasa por el punto (1,1).
9) Obtenga la solución particular de la ecuación diferencial y´´-3y´+2y= e^x e^x que pasa por el punto ($x_0, y_0) = (0,1)$ $x_0, y_0) = (0,1)$ con y´(0)=-1

Trabajo Práctico Grupal N° 4

TRANSFROMADA DE LAPLACE

10) Determine la función del tiempo $f(t)$ correspondiente a cada función $F(s)$

a. $F(s)=\dfrac{10(s+5)}{s(s+10)}$

b. $F(s)=\dfrac{10s+20}{s^2(s+4)}$

c. $F(s)=\dfrac{25}{s^2+6s+25}$

d. $F(s)=\dfrac{5s+5}{s(s+4)^2}$

e. $F(s)=\dfrac{s-1}{s^2(s+1)}$

f. $F(s)=\dfrac{5(s+1)}{(s+2)(s+3)}$

g. $F(s)=\dfrac{6}{(s+1)(s+5)}$

h. $F(s)=\dfrac{1}{s(s-2)}$

i. $F(s)=\dfrac{1}{s(s^2-1)}$

j. $F(s)=\dfrac{2s+3}{s^2-4}$

k. $F(s)=\dfrac{s^3+5s^2+9s+7}{s^2+3s+2}$

l. $F(s)=\dfrac{1}{s(s^2+4)}$

m. $F(s)=\dfrac{1}{s^2(s^2+1)}$

n. $F(s)=\dfrac{1}{(s+1)^2+2}$

11) Resuelva cada una de las ecuaciones diferenciales:

a. $y''(t)+y'(t)-2y(t)=0$
$Cond.Iniciales: y(0)=0; y`(0)=3$

12). Obtener la función de transferencia total $\frac{C(s)}{R(s)}$ de los sistemas representados por los siguientes diagramas de bloques: