ANALISIS MATEMATICO III

INGENIERIA EN INFORMATICA – 2° AÑO – PROF. KARINA DI FAZIO

PRÁCTICA N° 5 Integradora

Actividades:

1) Determinar y representar gráficamente el dominio de las siguientes funciones:
   a) f(x,y)= $\sqrt{x^2+y^2}$ b) f(x,y)= $\sqrt{x+2y}$

2) Analizar la continuidad analíticamente de las siguientes funciones:

a) $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{3xy}{x^2+y^2} \ldots\ldots si(x,y)\neq(0,0) \\ 0 \ldots\ldots\ldots\ldots si(x,y)=(0,0) \end{cases}$ b) f(x,y)=$\begin{cases} 4x+y^2 \ldots\ldots si(x,y)=(1,2) \\ 5x+2y \ldots\ldots si(x,y)\neq(1,2) \end{cases}$

3) Calcular: $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, siendo z = x.e $^{x.y^5}$

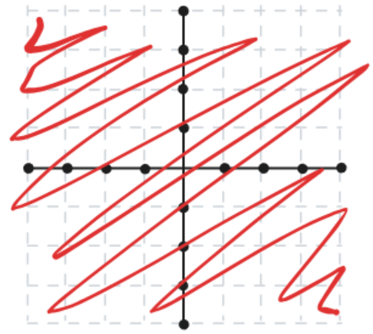
4) Una empresa produce dos tipos de productos A y B . El costo de producir ambos artículos , esta dado por:C(x,y)= 200-3x-7y+0.3x²+0.1y² Determinar el número de unidades (x de A , y de B) de cada producto que debe producir la empresa a fines de obtener el mínimo costo total.

01 Determinar y representar gráficamente el dominio de las siguientes funciones:

a $f(x,y) = \sqrt{(x^2 + y^2)}$

$x^2 + y^2 \geq 0$

$\boxed{D(f) = \{(x,y)\ E\ R^2\}}$

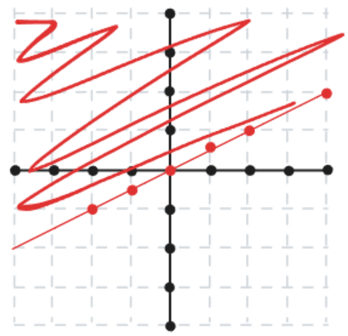


b $f(x,y) = \sqrt{(x + 2y)}$

$x + 2y \geq 0$
$y \geq x/2$

x	y = x/2
-2	-1
-1	-0.5
0	0
1	0.5
2	1
4	2

$\boxed{D(f) = \{(x,y)\ /\ y \geq x/2\}}$



02 Analizar la continuidad analíticamente de las siguientes funciones:

a $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{3xy}{x^2+y^2}\text{......}si(x,y)\neq(0,0)\\ 0\text{..................}si(x,y)=(0,0)\end{cases}$

01. VERIFICAR LÍMITE

lím
(x,y)→(0,0) 3*0*0 / (0^2 + 0^2) = $\boxed{0}$

02. APROXIMACIÓN EJE x (y = 0)

lím
(x,0)→(0,0) 3*x*0 / (x^2 + 0^2) = 0/x^2 = $\boxed{0}$

03. APROXIMACIÓN EJE y (x = 0)

lím
(0,y)→(0,0) 3*0*y / (0^2 + y^2) = 0/y^2 = $\boxed{0}$

04. APROXIMACIÓN EJE x = y

lím
(y,y)→(0,0) 3*y*y / (y^2 + y^2)
3*y^2 / 2*y^2 = $\boxed{3/2}$

∴f(x,y) no es continua en (0,0)

b f(x,y)= $\begin{cases}4x+y^2\text{.......}si(x,y)=(1,2)\\ 5x+2y\text{.......}si(x,y)\neq(1,2)\end{cases}$

01. VERIFICAR LÍMITE

lím
(x,y)→(1,2) 5*1 + 2*2 = $\boxed{9}$

02. CALCULAR IMAGEN

f(1,2) = 5*1 + 2*2 = $\boxed{9}$

∴f(x,y) es continua en (1,2)

3) Calcular: $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, siendo $z = x.e^{x.y^5}$

```
z = x * e^(x*y^5)
```

```
fx

x * e^(x*y^5)
e^(x*y^5) + xy^5 * e^(x*y^5)

fxx

e^(x*y^5) + xy^5 * e^(x*y^5)
e^(x*y^5) * y^5 + xy^5 * e^(x*y^5)
y^5 * e^(x*y^5) + xy^10 * e^(x*y^5)

fxy

e^(x*y^5) + xy^5 * e^(x*y^5)
e^(x*y^5) * x*5y^4 + xy^5 * e^(x*y^5)
x*5y^4 * e^(x*y^5) + 5 * x^2y^9 * e^(x*y^5)
```

```
fy

x * e^(x*y^5)
x^2*5y^4 * e^(x*y^5)

fyy

x^2*5y^4 * e^(x*y^5)
x^2*20y^3 * e^(x*y^5) + x^2*25y^8 * e^(x*y^5)

fyx

x^2*5y^4 * e^(x*y^5)
2x*5y^4 * e^(x*y^5) + x^2*5y^9 * e^(x*y^5)
```

```
CA

(f * g)' = f' * g + f * g'

- fx
f = x
g = e^(x*y^5)

1 * e^(x*y^5) + x * e^(x*y^5) * y^5
e^(x*y^5) + xy^5 * e^(x*y^5)

(f * g)' = f' * g + f * g'

- fxx
xy^5 * e^(x*y^5)

f = xy^5
g = e^(x*y^5)

y^5 * e^(x*y^5) + xy^5 * e^(x*y^5) * y^5
y^5 * e^(x*y^5) + xy^10 * e^(x*y^5)

(f * g)' = f' * g + f * g'

- fxy
xy^5 * e^(x*y^5)

f = xy^5
g = e^(x*y^5)

x*5y^4 * e^(x*y^5) + xy^5 * e^(x*y^5) * x*5y^4
x*5y^4 * e^(x*y^5) + 5 * x^2y^9 * e^(x*y^5)
```

```
CA

(f * g)' = f' * g + f * g'

- fy
f = x
g = e^(x*y^5)

0 * e^(x*y^5) + x * e^(x*y^5) * x*5y^4
x^2*5y^4 * e^(x*y^5)

(f * g)' = f' * g + f * g'

- fyy
x^2*5y^4 * e^(x*y^5)

f = x^2*5y^4
g = e^(x*y^5)

x^2*20y^3 * e^(x*y^5) + x^2*5y^4 * e^(x*y^5) * 5y^4
x^2*20y^3 * e^(x*y^5) + x^2*25y^8 * e^(x*y^5)

(f * g)' = f' * g + f * g'

- fyx
x^2*5y^4 * e^(x*y^5)

f = x^2*5y^4
g = e^(x*y^5)

2x*5y^4 * e^(x*y^5) + x^2*5y^4 * e^(x*y^5) * y^5
2x*5y^4 * e^(x*y^5) + x^2*5y^9 * e^(x*y^5)
```

4) Una empresa produce dos tipos de productos A y B . El costo de producir ambos artículos , esta dado por:C(x,y)= 200-3x-7y+0.3x²+0.1y² Determinar el número de unidades (x de A , y de B) de cada producto que debe producir la empresa a fines de obtener el mínimo costo total.

Para averiguar los puntos críticos, se calculan las derivadas de x e y.

C(x,y) = 200 - 3x - 7y + 0.3x^2 + 0.1y^2

Derivadas fx fy

01. CALCULAR dc/dx

dx = 200 - 3x - 7y + 3/10x^2 + 1/10y^2

$\boxed{\text{dx = 3/5x - 3}}$

02. CALCULAR dc/dy

dy = 200 - 3x - 7y + 3/10x^2 + 1/10y^2

$\boxed{\text{dy = 1/5y - 7}}$

Despejar x (f=0)

0 = 3/5x - 3

3 = 3/5x

$\boxed{\text{x = 5}}$

Despejar y (f=0)

dy = 1/5y - 7

$\boxed{\text{y = 35}}$

Definir punto/s crítico/s

$\boxed{\text{PC = (5,35)}}$

03. MATRIZ HESSIANA (determinante) - MIN/MAX O PUNTO SILLA EN PC

$$D = \begin{vmatrix} 3/5 & 0 \\ 0 & 1/5 \end{vmatrix}$$

D = 3/5 * 1/5 = $\boxed{3/25}$

→ Dado que ambas derivadas son mayores a 0 (1/5 > 0 ^ 1/5 > 0) y el Det(H) > 0; el punto crítico (5,35) corresponde a un mínimo local. Por lo tanto, se necesitan 5 unidades de A y 35 unidades de B para cubrir el costo mínimo.