#1 2005

PROBLEMA A

A1) m

A2) [L]

A3) M metri
K chilogrammi
S secondi

A4) [L] metri, lunghezze
[M] chilogrammi, masse
[T] secondi, tempo

PROBLEMA B

B1) Lo spostamento è il cambiamento di posizione da un punto x_1 ad un punto x_2, si identifica con Δx e vale $\Delta x = x_2 - x_1$
E' una grandezza vettoriale con direzione, verso e modulo.

B2) La velocità media $\bar{v}$ è il rapporto dello spostamento Δx sull'intervallo di tempo Δt in cui tale spostamento è avvenut

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

E' una grandezza vettoriale.

B3) La velocità istantanea ~~a~~ indica la velocità di spostamento di una data particella in un istante di tempo

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

E' una grandezza vettoriale.

B4) L'accelerazione media $\bar{a}$ è il rapporto della variazione di velocità di una particella sull'intervallo considerato

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

B5) L'accelerazione istantanea a è la variazione di velocità di una particella in un istante dato

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

PROBLEMA C

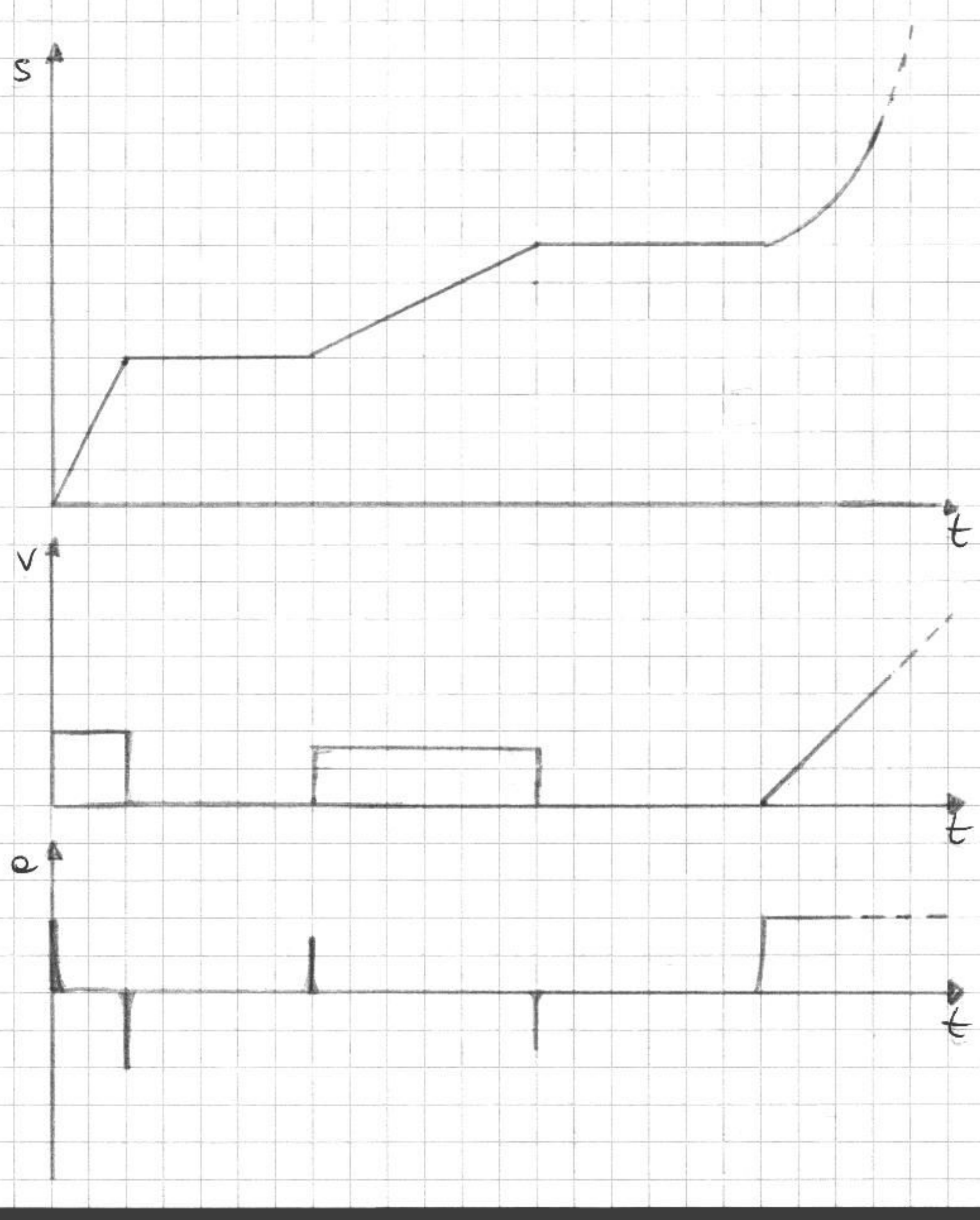
C1) $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{m}{s}$

C2) $[L]\cdot[T]^{-1}$

C3) $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{m}{s}$ $\quad [L]\cdot[T]^{-1}$

C4) $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{m}{s^2}$ $\quad [L]\cdot[T]^{-2}$

C5)

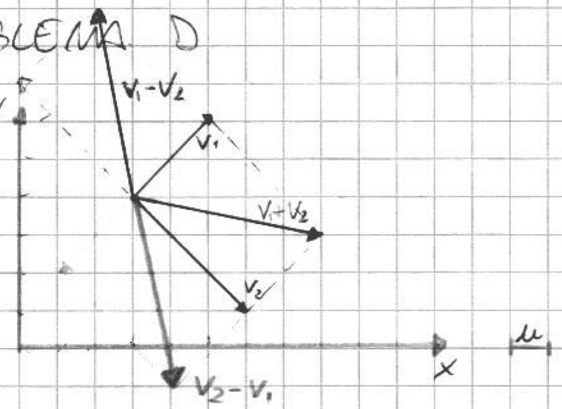


PROBLEMA D

D1)

D2)

D3)



$V_2 - V_1$ è un'operazione plausibile anche se il modulo di V_1 è minore di quello di V_2.

D4) $V_{1x} = (5-3)u = 2u$

$V_{1y} = (6-4)u = 2u$

$V_{2x} = (6-3)u = 3$

$V_{2y} = (1-4)u = -3u$

D5) $V_s = V_1 + V_2 = (2u, 2u) + (3u, -3u) = (5u, -u)$

D6) $V_d = V_1 - V_2 = (2u, 2u) - (3u, -3u) = (-u, 5u)$

PROBLEMA E

E1) Moto rettilineo uniforme

E2) Non si fermerà mai

E3) $x(t) = v_0 \cdot t$

E4) $v(t) = V_0$ con V_0 costante

$a(t) = 0$ nulla

E5) Moto uniformemente accelerato con $a = -g$

E6) $y(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

E7) $v(t) = V_0 - gt$

$a(t) = -g$

E8) Quando raggiunge l'altezza massima $v=0$

$$\begin{cases} v_0 - gt = 0 \\ y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad \begin{cases} t = \frac{v_0}{g} \\ y = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} t = \frac{v_0}{g} \\ y = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} \end{cases}$$

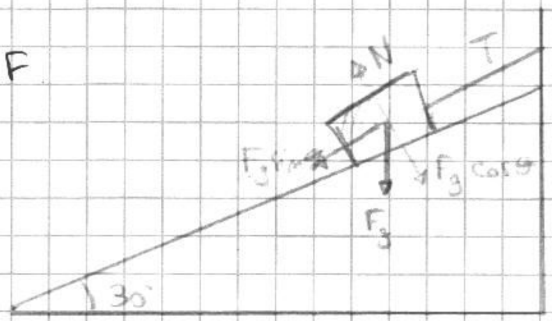
E9)

$$\begin{cases} x - x_0 = v_0 t \cos\theta \\ y - y_0 = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$R = x - x_0 \quad \theta = 90°$

$R = 0$ + non avverrà spostamento lungo l'asse x.

PROBLEMA F



F1) $T = mg \sin 30° = 4.905\ N$

F2) $T = 4.905\ N$

$F_{gx} = -mg \sin 30° = -4.905\ N$

$F_{gy} = -mg \cos 30° = -8.5\ N$

$N = -F_{gy} = 8.5\ N$

F3) $F_a = \mu \cdot N = 0.981\ N$

$F = F_{gx} + F_a + T$ con $F = 0$

$\Rightarrow T = -F_{gx} - F_a = 4.905\ N - 0.981\ N = 3.924\ N$

F4) a parte la tensione che diminuisce e che compare F_a, il resto non cambia

G1)

$M_T = M + M + m = 5\,Kg$

$T_1 = 10\,N$

$F = T_1$

$M_T \cdot a = T_1$

$\Rightarrow \quad a = \dfrac{T_1}{M_T} = \dfrac{10\,N}{5\,Kg} = 2\,\dfrac{m}{s^2}$

G2) Sul corpo 1:

$T_1 = 10\,N$ e $T_2 = (M+M)\,a = 8\,N$

$F_1 = T_1 - T_2$ $\quad 2\,N$

Sul corpo 2

$F_2 = T_2 - T_3 = (8N - (M \cdot a)) = 8N - 4N = 4\,N$

Sul corpo 3

$F_3 = T_3 = 4\,N$

G3) se $\mu = 0.1$

$F_{a_1} = -\mu \cdot m \cdot g = -0.981\,N$

$F_{a_2} = -\mu \cdot M \cdot g = -1.962\,N$

$F_{a_3} = -\mu \cdot M \cdot g = -1.962\,N$

$F_1 = T_1 - T_2 + F_{a_1} = 10\,N - 8N - 0.981\,N = 1{,}019\,N$

$F_2 = T_2 - T_3 + F_{a_2} = 8N - 4N - 1.962\,N = 2{,}038\,N$

$F_3 = T_3 + F_{a_3} = 4N - 1.962 = 2{,}038\,N$

PROBLEMA H

H1) Presi due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ il loro prodotto scolare è uguale ad uno scalare

$$c = a \cdot b = a \cdot b \cos \theta$$

dove a e b sono i moduli dei due vettori e θ è l'angolo tra loro compreso.

H2) Il prodotto vettoriale di due vettori a e b restituisce un vettore

$$\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b} = ab \sin \theta$$

- il modulo è uguale al prodotto dei moduli per il seno dell'angolo minore compreso
- la direzione è perpendicolare al piano individuato da a e b
- il verso si ricava con la regola della mano destra

H3 Il prodotto vettoriale dipende dall'ordine dei vettori nel prodotto.

H4 Nel prodotto scalare invertendo l'ordine dei vettori non cambia, nel prodotto vettoriale scambiando l'ordine dei vettori si inverte il verso.

H5) $V_1 \cdot V_2 = (V_{1x}\hat{i} + V_{1y}\hat{j}) \cdot (V_{2x}\hat{i} + V_{2y}\hat{j}) = (V_{1x}V_{2x})\hat{i}\hat{i} + (V_{1y}V_{2y})\hat{j}\hat{j} = (2 \cdot 3)u + (2 \cdot (-3))u = 0$

H6) $V_1 \times V_2 = (V_{1x}\hat{i} + V_{1y}\hat{j}) \times (V_{2x}\hat{i} + V_{2y}\hat{j}) = (V_{1x}V_{2y})\hat{k} + (V_{1y}V_{2x})\hat{k} =$

$$= (V_{1x}V_{2y} - V_{2x}V_{1y})\hat{k} = -12\,\hat{k}$$

• PROBLEMA I

I1) Il moto è identico, rettilineo uniforme

I2) Anche in questo caso non cambia, uniformemente accelerato

I3) $x(t) = V_0 \cos\theta \cdot t$

$v(t) = V_0 \cos\theta$

$a(t) = 0$

I4) $y(t) = V_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2} g t^2$

$v(t) = V_0 \sin\theta - gt$

$a(t) = -g$

I5) $$\begin{cases} x - x_0 = V_0 \cos\theta\, t \\ y - y_0 = V_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{x - x_0}{V_0 \cos\theta} \\ y - y_0 = \dfrac{V_0 \sin\theta}{V_0 \cos\theta} \cdot (x - x_0) - \dfrac{1}{2} g \left(\dfrac{x - x_0}{V_0 \cos\theta}\right)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{x - x_0}{V_0 \cos\theta} \\ y - x_0 = tg\theta\,(x - x_0) - \dfrac{1}{2} g \dfrac{(x - x_0)^2}{V_0^2 \cos^2\theta} \end{cases}$$ ← TRAIETTORIA

$$\begin{cases} R = V_0 \cos\theta\, t \\ \text{poniamo } y - y_0 = 0 \\ 0 = V_0 \sin\theta\, t - 1/2\, g t^2 \end{cases}$$

$\frac{1}{2} g t^2 - V_0 \sin\theta\, t = 0$ $\qquad \dfrac{+V_0 \sin\theta \pm \sqrt{V_0^2 \sin^2\theta}}{g} = \begin{cases} - & 0 \\ + & \dfrac{2 V_0 \sin\theta}{g} \end{cases}$

$$R = V_0 \cos\theta \left(\frac{2 V_0 \sin\theta}{g}\right) = \frac{2 V_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g}$$

siccome $2 \sin\theta \cos\theta = \sin 2\theta$

$\Rightarrow R = \dfrac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$ ← GITTATA