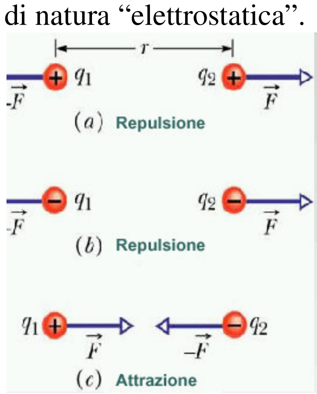
Appunti di Fisica 2

Elaborato da U patri

Ogni corpo è formato da materia che, a sua volta, è costituita da un aggregato di molecole formate da atomi. E' dimostrato che gli atomi sono formati da particelle dotate di massa e di carica elettrica. Nella rappresentazione classica un atomo è raffigurato come costituito da un nucleo centrale ,carico positivamente e da particelle, in numero variabile (numero atomico) in funzione dell'elemento di materia, che ruotano attorno al nucleo su orbite più o meno distanti da esso, che si chiamano elettroni. Gli elettroni sono dotati di carica negativa. Complessivamente il bilancio tra cariche positive e negative dell'atomo è tale da renderlo elettricamente neutro.
Gli elettroni si dispongono nelle orbite attorno al nucleo secondo un numero ben definito cioè fino a 2 elettroni nella prima orbita, fino a 8 nella seconda, fino a 18 nella terza, etc…
Il numero di elettroni caratterizza l'elemento ad esempio l'idrogeno a un solo elettrone, l'idrogeno due ….,il rame 29. Si capisce, da quanto detto, che il rame occuperà le prime tre orbite con 28 elettroni (2+8+18) e il rimanente 29° si verrà a trovare libero e solo, soletto nella quarta orbita. Ma un corpo in rame è costituito da diversi atomi per cui è possibile che questa particella lontana dal suo nucleo venga attirata dagli atomi vicini e complessivamente fra l'attrazione del nucleo di appartenenza e l'attrazione degli atomi vicini si può creare una situazione di equilibrio tra le forze agenti sull'elettrone tale che su di esso si avrà una forza di attrazione nulla. L'elettrone, e gli altri suoi compari, che si trovano nella stessa situazione, si ritroverà libero di muoversi e per agitazione termica potrà andare lontano dal nucleo di iniziale appartenenza. Questi elettroni liberi saranno quelli responsabili delle proprietà elettriche dei materiali.
La massa di un elettrone è uguale a $9{,}11*10^{-31}$ Kg mentre la sua carica elettrica è:
$q_e = 1{,}60*10^{-9}$Coulomb.
Un atomo che perde uno o più elettroni o che li acquista si chiama Ione.
Le cariche elettriche elementari sono costituite da elettroni con carica negativa e da ioni, positivi o negativi, la cui massa è notevolmente maggiore di quella degli elettroni.
Un corpo costituito da atomi che hanno perso o acquistato elettroni si dice che ha una " Carica elettrica".
Un movimento di cariche elettriche si definisce "corrente elettrica".
Si definisce "quantità di elettricità" la somma algebrica delle cariche elettriche. La quantità di elettricità che un corpo possiede è rappresentato dalla *carica* che manifesta.
La quantità di elettricità è una grandezza fisica e quindi misurabile, il suo simbolo è Q e la sua unità di misura il Coulomb "C" .
Un Coulomb è uguale alla carica elettrica di $6{,}25*10^{18}$ elettroni. Il coulomb può essere sia positivo che negativo.
Un corpo carico di elettricità influenza lo spazio circostante. Si dice che il corpo carico ha creato un campo elettrico. Se due corpi, carichi elettricamente, si trovano vicini si influenzano vicendevolmente con forze repulsive o attrattive in funzione del segno e della intensità delle cariche elettriche. Le forze agenti si dicono di natura "elettrostatica".



E' dimostrato che quando due corpi di carica q_1 e q_2, si trovano ad una certa distanza r, sono soggetti ad una forza F tale che:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

dove: $$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 8{,}99 * 10^9\, N * m^2 / C$$

ed: $$\varepsilon_0 = 8{,}85 * 10^{-12}\, C^2 / (N * m^2)$$

dove ε_0 è detta costante dielettrica del vuoto.
Esistono materiali in cui le cariche elettriche si possono muovere liberamente, sulla base della loro risposta ad un campo elettrico esterno, altri in cui la carica resta localizzata. Definiamo conduttori i primi e isolanti (o dielettrici) i secondi.
Nei conduttori, gli elettroni delle orbite esterne si muovono liberamente, passando da un atomo all'altro formando una nube elettronica che circonda i vari ioni positivi. Questi elettroni vengono chiamati elettroni di conduzione.
Nelle sostanze isolanti vi è un forte legame tra nucleo ed elettroni esterni. Gli altri atomi non possono alterare la posizione degli elettroni, che possono fare solo piccoli spostamenti.
Fra i conduttori e gli isolanti si collocano i semiconduttori.
Questi sono materiali che presentano una conducibilità intermedia fra isolanti e conduttori.
La conducibilità dei semiconduttori, al contrario dei conduttori, aumenta all'aumentare della temperatura.

CAMPO ELETTRICO

Come è noto la terra genera un campo gravitazionale che agisce con una forza di attrazione su ogni corpo.
Si può fare una analogia fra campo elettrico e campo gravitazionale.
La forza gravitazionale è :

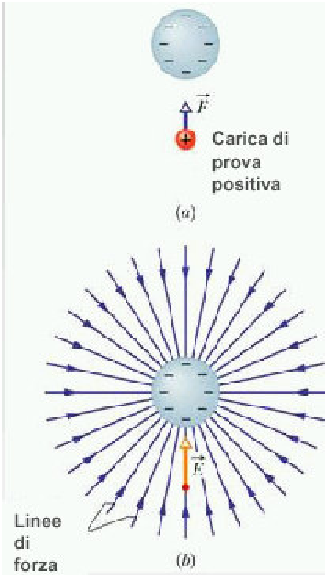
$$Fg = \frac{Gm_t m}{R_t^2}$$ (come si osserva immediatamente questa formula è simile alla legge di Coulomb)

G è una costante chiamata gravitazionale; m_t è la massa della terra; m la massa di un corpo sottoposto alla forza gravitazionale terrestre; R è la distanza fra i due centri di massa.

Viene definito campo gravitazionale $Cg = \frac{Fg}{m} = \frac{Gm_t}{R_t^2}$

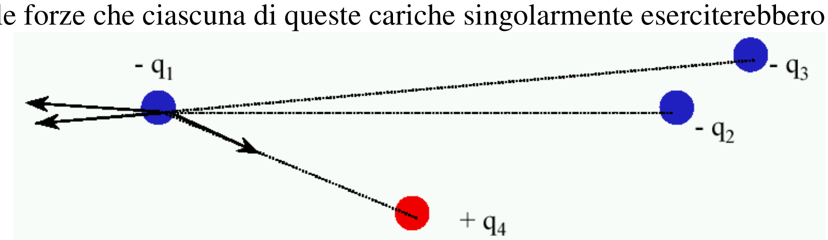
Ora poniamo un corpo carico elettricamente in uno spazio vuoto. Attorno al corpo si genera una influenza allo spazio circostante, si è creato un campo elettrico.
Per sentirne la presenza poniamo una piccola carica (unitaria) all'interno di questo campo (la carica deve essere sufficientemente piccola da non modificare il campo esistente). Sulla carica di prova agirà una forza che dipende dall'intensità del campo elettrico nel punto considerato e che sarà caratterizzata da una direzione e da un verso. Di conseguenza anche il campo elettrico sarà una grandezza fisica vettoriale coincidente con la direzione e il verso della forza che agisce sulla carica e il modulo sarà dato dal rapporto tra la forza infinitesima che agisce sulla carica infinitesima e la quantità di elettricità della stessa .

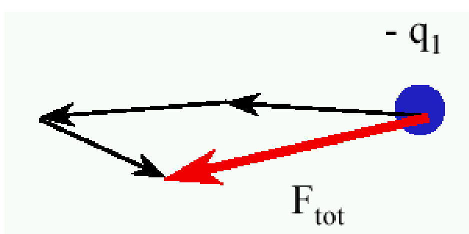
Possiamo scrivere che il campo elettrico $\vec{E}$ è uguale a $\frac{\vec{F}}{q} = k\frac{Qq}{r^2} * \frac{1}{q} = k\frac{Q}{r^2}$ dove Q è il sistema che genera il campo elettrico.



Per rappresentare graficamente l'andamento del campo elettrostatico in una regione di spazio si usano le linee di forza.
Le linee di forza sono delle curve che hanno in ogni punto per tangente il vettore campo elettrico.
La linea di forza è la traiettoria che seguirebbe la carica di prova se fosse libera di muoversi..
La distanza delle linee di campo in una regione è proporzionale all'intensità del campo elettrico in quella regione.
Le linee di campo hanno un verso che va dalla carica positiva a quella negativa
La direzione di **E** è uscente dalla carica puntiforme se la carica è positiva ed entrante se la carica è negativa.
L'intensità del campo elettrico è distribuita con simmetria sferica attorno alla carica puntiforme (campo radiale).

Per calcolare il campo causato da una distribuzione di cariche discreta si applica il " principio di sovrapposizione": La forza che più cariche puntiformi esercitano su una carica q è pari alla somma vettoriale delle forze che ciascuna di queste cariche singolarmente eserciterebbero :





$\vec{E}_i = k\frac{Q_i}{r_i^2}$ $\qquad$ $\vec{E}t = \sum_i$ $\qquad$ $\vec{E}_i = \sum_i k\frac{Q_i}{r_i^2}$

Supponiamo che vi siano un'infinità di cariche distribuite uniformemente. Si consideri un volume infinitesimo contenente una carica infinitesima. Si calcoli il contributo infinitesimo di questa carica, detto $d\vec{E}$, al campo totale $\vec{E}$: $d\vec{E} = k\frac{dq}{r^2}$.
Reiterando il procedimento considerato per tutti i contributi infinitesimali delle particelle di carica avremo:

$$E = \int \frac{k}{r^2} dq$$

DISTRIBUZIONE CONTINUA

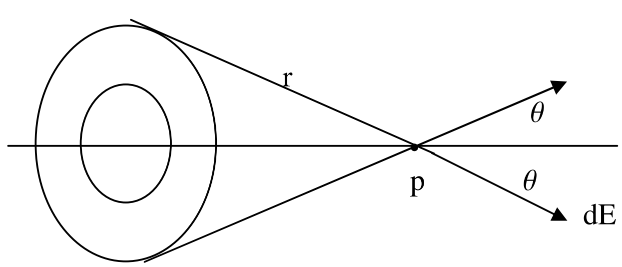
Definiamo:

- Distribuzione lineare, su una linea, anche spezzata, e chiamiamo "densità di carica lineare" λ : $\lambda = \frac{dq}{dl}$; se la distribuzione è uniforme ed omogenea su tutti i punti $\lambda_c = \frac{q}{l}$
- Distribuzione superficiale, chiamiamo"densità superficiale di carica" δ: $\delta = \frac{dq}{ds}$; su una superficie piatta con carica distribuita uniformemente, abbiamo $\delta_c = \frac{q}{s}$
- Distribuzione volumetrica, chiamiamo "densità volumetrica" ρ: $\rho = \frac{dq}{dv}$ e sul volume abbiamo: $\rho_c = \frac{q}{v}$.

Esaminiamo il campo elettrico creato da un anello:

Se la carica di prova è un punto qualsiasi dello spazio, il calcolo della intensità di campo risulta difficile in quanto occorre tenete conto dell'influenza della quantità di elettricità dell'anello punto per punto.

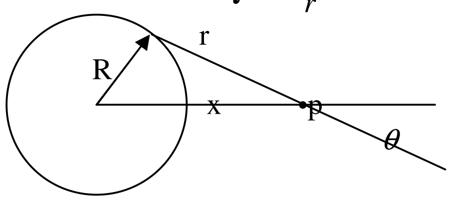
Tuttavia se noi mettiamo p sull'asse che passa per il centro dell'anello esiste una formula ben precisa.



$$dE = k\frac{dq}{r^2} = k\frac{\lambda dl}{r^2} \qquad dE_x = k\frac{\lambda dl}{r^2}\cos\theta$$

ma ogni punto della circonferenza dista r da p, considerando tutti i punti della circonferenza si ottengono tanti vettori disposti su una superficie conica con vertice p.
Considerando punti diametralmente opposti si ottengono vettori tali che la componente perpendicolare all'asse si annullerà , mentre le proiezioni lungo l'asse x si sommano fra loro in definitiva :

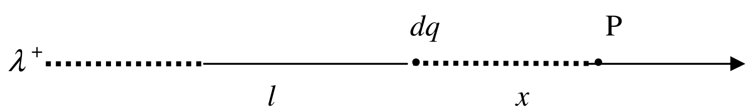
$$E_t = Ex_t = \int k\frac{\lambda dl}{r^2}\cos\theta \quad \text{essendo } \cos\theta = \frac{x}{r}$$



avremo :

$$E_t = \int k\frac{\lambda dl x}{r^3} = k\frac{\lambda x}{r^3}\int dl = \frac{kx}{r^3}Q \quad \text{perché } \int dl \text{ è la circonferenza e } \lambda\int dl = Q$$

Distribuzione di carica su un segmento l : densità lineare λ



Per i punti che appartengono alla retta sulla quale giace il segmento è semplice calcolare il campo elettrico:

$$dE = k\frac{dq}{x^2} = k\frac{\lambda dx}{x^2} \qquad E\int_d^{d+l} k\frac{\lambda dx}{x^2} = k\lambda\left[-\frac{1}{x}\right]_d^{d+l} = k\lambda\left[\frac{1}{d} - \frac{1}{d+l}\right] = \frac{k\lambda l}{d(d+l)}$$

TEOREMA DI GAUSS o legge di Gauss per distribuzioni continue con gradi di simmetria.

Pensiamo di avere un certo numero di linee di campo e di intercettare tali linee di forza con una superficie, chiameremo "Flusso" il prodotto : ϕ_E (s)=E*S dove S è la superficie.
Se ruotiamo la superficie fino a renderla complanare con le linee di campo il flusso sarà 0.
Considerando angoli compresi fra 0° e 90° si considera la proiezione della superficie sul piano perpendicolare alle linee di forza.

Concetto di superficie vettoriale:
Si fa coincidere il modulo con l'area., la direzione è la normale (perpendicolare) alla superficie, il verso è "indifferente".
Il prodotto scalare ϕ_E (s)= $\vec{E} * \vec{S}$ è valido se il campo elettrico è uniforme .
In presenza di disuniformità si considera un'area molto piccola $d\phi_E = \vec{E} * d\vec{S}$ considerando l'integrale si ricava $\phi_E = \int_S d\ \phi_E$

Legge di Gauss

Si abbia una superficie sferica centrata nella carica generatrice del campo. Vogliamo calcolarci il flusso passante per questa sfera. Consideriamo un elemento infinitesimo di superficie e calcoliamo il flusso $d\phi_E$ = E*dS, tuttavia non consideriamo il prodotto scalare perché in questo caso coincide con il prodotto aritmetico: $d\phi_E = \mathrm{k}\frac{QdS}{r^2}$; $\phi_E = \oint \mathrm{k}\frac{QdS}{r^2} = \frac{kQ}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi \mathrm{k}Q$.

(Si ricorda che $4\pi r^2$ è la superficie della sfera)

Pensando k = $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ avremo $\phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$. Questo risultato vale per qualsiasi sfera.

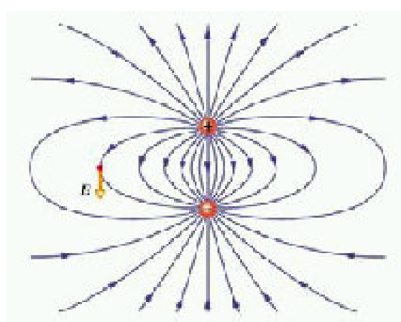
Deformando la superficie e considerando una superficie cubica, il flusso è il numero di linee di forza che attraversano una superficie qualsiasi ossia sempre $\phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$. Concludiamo dicendo che la legge di Gauss recita:

"Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa è uguale alla carica ivi racchiusa su (diviso) ε_0 *".*

Il simbolo $\oint$ indica l'integrale nei casi in cui la superficie è chiusa.

Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa dipende solo dalla carica elettrica all'interno di tale superficie. Le cariche elettriche presenti all'esterno della superficie in esame non contribuiscono al flusso.

In caso di presenza di più cariche dello stesso segno le linee di forza non si incontrano mai. I punti di congiunzione delle linee di forza, in presenza di cariche di segno opposto, sono le cariche stesse.

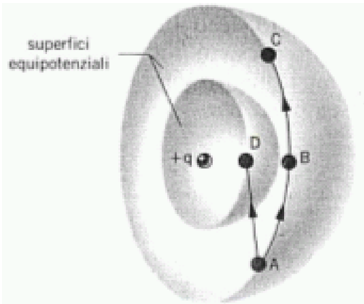


Esaminiamo il caso della distribuzione uniforme di cariche in una sfera Q^+, R.

Introducendo nello spazio circostante esterno una carica infinitesima di prova , senza il teorema di Gauss si dovrebbero considerare elementi infinitesimi di questo volume e poi integrare. Questa soluzione è piuttosto complessa. Con il Teorema di Gauss abbiamo visto che per una sfera di raggio r il flusso è uguale a $\phi_E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$, dove Q è la somma di tutte le cariche dentro la superficie delle sfera. Ricordiamo che $\int \vec{E} * d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$, per il criterio di simmetria in ogni punto della superficie della sfera di raggio r, il campo elettrico è lo stesso quindi : $\int EdS = E\int dS = E4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ da cui:

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 4\pi r^2}.$$

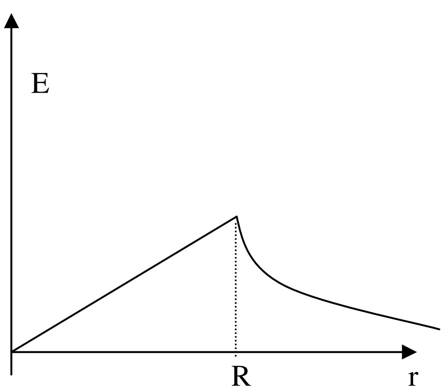
E se la carica di prova e dentro la sfera ? Scelgo r<R



Mi calcolo la densità di carica come $\rho = \frac{Q}{\frac{4\pi R^3}{3}}$; considero Q = $\rho \frac{4}{3}\pi r^3$ sostituendo con la precedente espressione di ρ e semplificando Q = $\frac{Qr^3}{R^3}$.

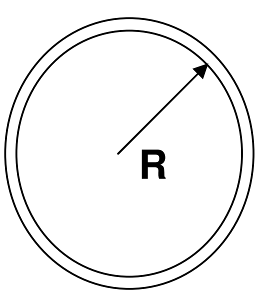
Per il teorema di Gauss $\int \vec{E} * d\vec{S} = \frac{Qr^3}{\varepsilon_0 R^3}$; per il criterio di simmetria in ogni punto si risente della stessa forza quindi: $E\int ds = \frac{Qr^3}{\varepsilon_0 R^3}$; $E4\pi R^2 = \frac{Qr^3}{\varepsilon_0 R^3}$ da cui dividendo entrambi i membri per $4\pi r^2$ avremo $E = \frac{Qr^3}{\varepsilon_0 4\pi r^2 R^3} = \frac{Qr}{\varepsilon_0 4\pi R^3}$.

Quindi E è proporzionale ad r cioè aumenta all'aumentare di r fino a $r \le R$.



La pendenza del primo tratto dipende da $\frac{Qr}{\varepsilon_0 4\pi R^3}$

Sottocaso: Consideriamo la carica distribuita su una superficie sferica



Q⁺, $\delta = \frac{Q}{4\pi r^2}$

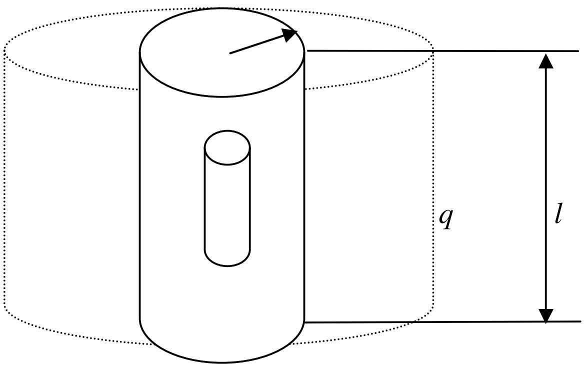
Quanto è il campo ?

Per r<R considerando una sfera centrata di raggio r avremo $E\int dS = 0$ per cui E=0 ,dentro la sfera non c'è carica.

Per r>R avremo $E\int dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$; $E\int 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$; E=$\frac{Q}{4\varepsilon_0 \pi r^2}$.

Altre simmetrie:

Consideriamo un cilindro pieno R, ρ :



Per r>R

Consideriamo un cilindro infinito così da avere una simmetria intorno a una circonferenza di raggio r>R.

Volume del cilindro di altezza l e raggio R

$$\oint \vec{E} * d\vec{S} = \rho \frac{\pi R^2 l}{\varepsilon_0}$$

La superficie del cilindro da considerare è solo quella laterale in quanto le due superfici di base sono perpendicolari al campo (il prodotto scalare è uguale a zero).

$$E\int_l^{dS} 0 = \rho \frac{\pi R^2 l}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E 2\pi r l = \rho \pi R^2 l \quad \Rightarrow \quad E = \rho \frac{R^2}{2\varepsilon_0 r}$$

Il campo è inversamente proporzionale alla distanza.

Analizziamo il caso in cui la distanza r<R.

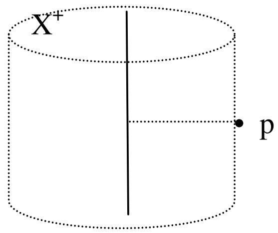
$$\oint \vec{E} * d\vec{S} = \rho \frac{2\pi r l}{\varepsilon_0} \qquad \int_l EdS \cancel{+ \int_B} \cancel{+ \int_B} \longrightarrow E\int_l dS = \delta \frac{\pi r^2 l}{\varepsilon_0} \quad ;$$

$E 2\pi rl = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\pi r^2 l \longrightarrow$ semplificando $E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$

Tutto ciò vale per punti vicini al cilindro non infinito o quantomeno vale per tutti quei punti per cui posso trascurare gli effetti di bordo.

Ipotizziamo di ridurre il cilindro a un filo portando il raggio r del cilindro a zero.
In questo caso è evidente che posso considerare solo punti esterni .

Considero una superficie cilindrica esterna passante per **p :**

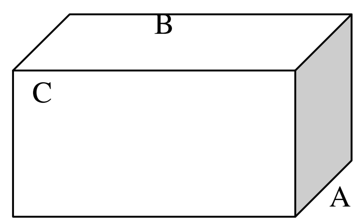


$\oint \vec{E} * d\vec{S} = \frac{Q_i}{\varepsilon_o}$; E$\frac{Q_i}{\varepsilon_o} = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$; $E 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$ ($2\pi r l$ superficie laterale del cilindro senza considerare le basi in quanto al campo quindi prodotto scalare uguale a zero.

$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ (come per il cilindro E è inversamente proporzionale ad r.)

Un'altra distribuzione simmetrica sta su un piano infinito con distribuzione continua e omogenea delle cariche.
Dal momento che su un piano infinito la quantità di carica è infinita prenderemo in considerazione la densità di carica σ^+.

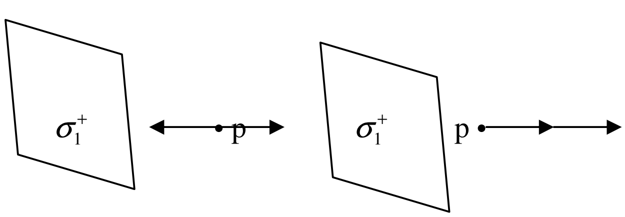
Consideriamo due cariche sul piano e una carica di prova ad una certa distanza da esso.
Queste due cariche sul piano sono giacenti su due lati opposti, in alto e in basso rispetto a p.
Prese individualmente le cariche sul piano generano dei campi radiali mentre se si considera l'interazione globale delle cariche si avrà che il campo elettrico si disporrà con le sue linee di forza ortogonali al piano. Infatti ogni singola carica sul piano sarà caratterizzata da linee di forza che avranno proiezione sull'asse y uguali e opposte, per cui il loro effetto sarà nullo, mentre le proiezioni sull'asse x saranno uguali e concordi e si sommeranno.
Analogo discorso può essere fatto per una coppia di cariche giacenti su un piano orizzontale, una a destra e una a sinistra. In definitiva il campo è diretto unicamente verso x.
Dimostreremo che su un piano infinito il campo elettrico è costante , non dipende dalla distanza del punto dal piano.
Pensiamo a dei piani disposti a formare un parallelepipedo



$\oint \vec{E} * d\vec{S} = \frac{Q_i}{\varepsilon_0}$ Pensiamo al flusso gaussiano, questo attraversa la superficie A(per due volte) mentre non ha effetto sulle superfici B e C in quanto complanari alle linee di flusso.

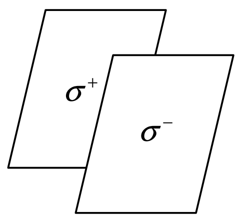
$2\int_A EdS = \frac{Q_i}{\varepsilon_0}$; $2\,EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$; $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

Consideriamo due piani paralleli sui quali si abbiano due differenti densità di carica $\sigma_1^+ \neq \sigma_2^+$ e una carica di prova esterna ai due piani. Per il principio della sovrapposizione degli effetti su p agirà la somma algebrica degli effetti dei due campi:



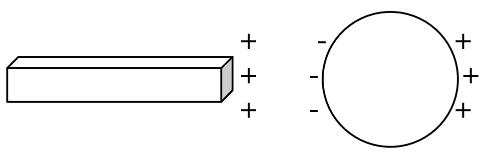
Se il punto p è interno ai due piani, sempre per lo stesso principio, si avrà la differenza.

Nel caso in cui si abbiano due piani paralleli con densità di carica di uguale intensità e segno opposto si realizza un condensatore piano. Il campo all'esterno dei due piani è zero.
All'interno dei due piani il campo è: $E_i = \frac{2\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$



Induzione elettrostatica

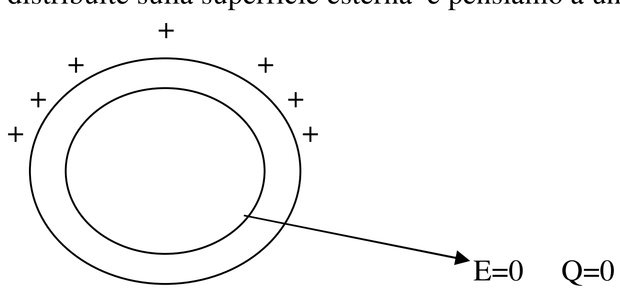
Se ad un corpo conduttore , isolato e scarico, si avvicina un corpo carico di elettricità avviene che all'interno del corpo avviene un movimento di elettroni cosicché si manifesta una carica di segno opposto alla carica del corpo inducente nella parte più vicina ad esso.



Distribuzione omogenea in un conduttore all'equilibrio elettrostatico.

Supponiamo di avere cariche positive concentrate nella parte centrale di un corpo conduttore , queste tenderanno ad allontanarsi per repulsione e si avrà la massima concentrazione sulla superficie esterna
Per il teorema di Gauss $\oint \vec{E} * d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ risultando E$\neq 0$ le cariche, qualunque sia la loro polarità, si allontaneranno verso la superficie.

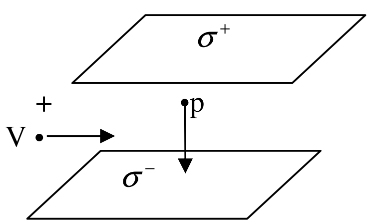
Pensiamo adesso al caso che le cariche sono in condizioni elettrostatiche (cioè all'equilibrio) e distribuite sulla superficie esterna e pensiamo a una superficie interna ad essa:



In condizioni statiche il campo interno sarà nullo perché se così non fosse si avrebbe movimento di cariche.
All'equilibrio, in condizioni elettrostatiche (cioè con tutte le cariche ferme), la carica in eccesso di qualunque polarità sia risiede sulla superficie esterna del conduttore.

Che succede in un conduttore carico di forma qualsiasi con densità di carica distribuita in modo non omogeneo? Quale sarà il campo in ogni punto della superficie ? All'interno del conduttore sarà zero e fuori?
Il campo elettrico in prossimità della superficie di un conduttore in equilibrio è sempre perpendicolare al conduttore stesso. Se cosi' non fosse allora la componente non perpendicolare indurrebbe un moto nelle cariche presenti sulla superficie.
Per quanto attiene al modulo considero un cilindretto ortogonale alla superficie. Di questo mi interessa solo la superficie esterna perché nella superficie laterale e in quella di base interna il campo è zero: $\oint \vec{E} * d\vec{S} = \frac{Qi}{\varepsilon_0}$; ES=$\frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$; E=$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Esaminiamo il caso in cui abbiamo un condensatore piano:



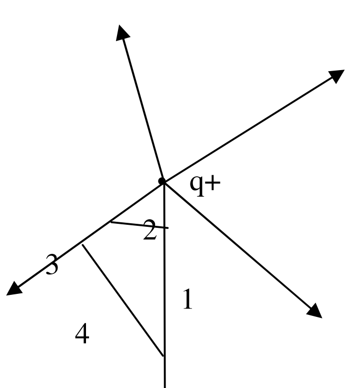
Su p il campo elettrico E=$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ è diretto verso il basso ed è uguale in tutti i punti tranne che ai bordi.

Pensiamo ad una carica positiva che si muove a velocità costante. Su questa non agisce alcuna forza fino a quando entra all'interno del condensatore. Una volta dentro la carica in movimento subisce l'effetto di una forza $F=qE=ma$ da cui $a=\frac{qE}{m}$.

Scomponendo il vettore V secondo le sue componenti Vx=V e Vy=$at=\frac{qSt}{\varepsilon_0 m}$ avremo uno spostamento per $x=vt$ e per $y=\frac{1}{2}\frac{qst^2}{\varepsilon_0 m}$.

Potenziale elettrico

Il campo elettrico e il campo gravitazionale sono matematicamente simili e il campo elettrico come quello gravitazionale è di tipo conservativo.
Si può definire la funzione energia potenziale elettrica le cui proprietà sono le stesse di quella gravitazionale.



Nella figura abbiamo una carica q+ che genera il campo elettrico. Pensiamo ad una carica di prova che percorre il cammino 1-2-3-4. Per effettuare questo spostamento si compierà un lavoro dato da: $\oint qE * dl$

$\int_1 + \int_2 + \int_3 + \int_4$ Si osserva che nello spostamento lungo il cammino 2 e 4 ci si muove ortogonalmente alle linee di forza per cui, trattandosi di prodotto scalare, il lavoro sarà nullo lungo queste direzioni. Invece si avrà lavoro nello spostamento in direzione della linea di forza 1 e 3, con il verso concorde oppure no, a seconda se ci muoviamo con il verso della linea di forza o meno.

Se avessimo fatto un cammino diverso, ad esempio di tipo ondulato per spostare la carica di prova lungo il tragitto, il lavoro sarebbe stato lo stesso in quanto si devono sempre considerare le proiezioni sui due assi. Come per ogni forza conservativa il calcolo del lavoro non dipende dalla traiettoria che viene percorsa.

Noi già conosciamo, in meccanica, l'energia cinetica ($E = \frac{1}{2}mv^2$) e l'energia potenziale, la similitudine con il campo elettrico e il campo gravitazionale ci porta a considerare il lavoro svolto dal campo elettrico su una particella alla quale si applica una forza e che quindi si sposta di una quantità *dl*. Scriviamo $dL = \vec{F} * d\vec{l} = dU_c$. Solo per forze conservative possiamo scrivere $-dL = dU_p$ dove con U_p indichiamo l'energia potenziale. Considerando che $dL = U_c$ sarà $dU_c - dL = 0$ e quindi $dUc + dUp = 0$.

Consideriamo due punti A e B con potenziale diverso:

A • B •

Avremo $U_B - U_A = -\int q\vec{E} * d\vec{l}$;

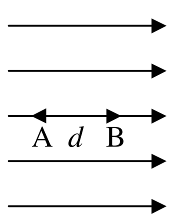
$U_B - U_A = -q\int_A^B \vec{E}d\vec{l}$.

Chiamiamo differenza di potenziale fra i punti A e B :

$V_B - V_A = \frac{\Delta V_{AB}}{q} = -\int_A^B \vec{E}d\vec{l}$ moltiplicando per q si ha un lavoro.

La differenza di potenziale è il lavoro svolto da un agente esterno, su una carica unitaria per portarla dal punto A al punto B, senza variazione della energia cinetica,questo lavoro è uguale e opposto al lavoro svolto dal campo elettrico.

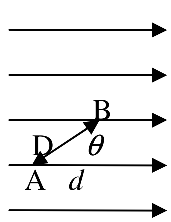
Supponiamo di avere un campo uniforme e costante dovuto ad una distribuzione di cariche su una superficie piana e infinita:



$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} * d\vec{l} = -E\int_A^B d\vec{l} = -Ed \Rightarrow V_B < V_A$$

$$U_B - U_A = -qEd$$

.



$V_B - V_A = -|E|^A |D| \cos\theta$

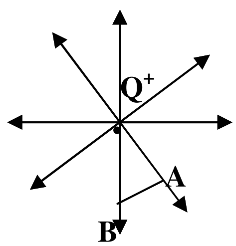
$V_B - V_A = - Ed$

La differenza di potenziale tra due punti non dipende dal percorso che li congiunge.

Una carica positiva messa in un campo elettrico si sposta verso punti a potenziale sempre più basso. Una carica negativa si sposta verso punti a potenziale più alto. Tutto ciò vale se i punti A e B sono disposti lungo la linea di forza.

Chiamo superficie equipotenziale il luogo dei punti geometrici in cui il potenziale è lo stesso.

Quant'è la differenza di potenziale data una carica puntiforme?

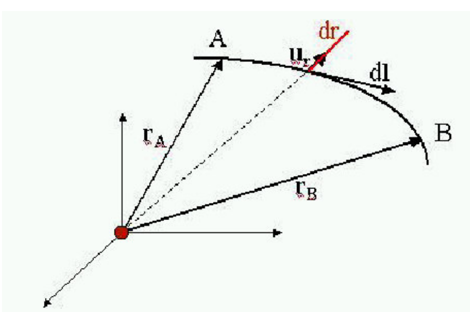


$V_B - V_A = -\int \vec{E} * d\vec{l}$

Il campo elettrico è diverso da punto a punto e dipende dalla distanza $\Rightarrow V_B - V_A = -\int \frac{Qk}{r^2}\hat{\vec{r}} * d\vec{l}$

Versore radiale del campo

$d\ l$ è lo spostamento infinitesimo,ovvero è un vettore tangente alla curva che rappresenta il percorso Il prodotto scalare $r{\cdot}d\ l$ rappresenta la componente del vettore $d\ l$ nella direzione radiale, vale a dire dr



$$V_B - V_A = -\int \frac{Qk}{r^2} dr = -kQ\int_A^B \frac{dr}{r^2} = kQ\left[\frac{1}{r}\right]_A^B = kQ\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]$$

Due punti che hanno la stessa distanza dalla carica Q hanno lo stesso potenziale. Tutte le superfici sferiche con centro sulla carica Q sono superfici equipotenziali per la carica Q .

Ricordando che il campo elettrico di una carica puntiforme è radiale, possiamo concludere che il campo è sempre ortogonale alle superfici equipotenziali.

Potenziale di un punto

Si definisce il concetto di potenziale di un punto a partire dal concetto di potenziale in cui uno dei termini si porta naturalmente a zero, per esempio: $\frac{1}{r_A} = 0 \qquad r_A = \infty \qquad \frac{kQ}{r_B}$

La differenza di potenziale si misura in Volt $1V = \frac{N}{C}.m = \frac{\text{Newton}}{\text{Coulomb}} Xmetro$ oppure siccome

$V_B - V_A = \frac{\Delta U_B}{q} = \frac{J}{Q} = \frac{Joule}{Coulomb}$

Esaminiamo il caso di una distribuzione discreta di cariche:

q_1 • •B
• q_3 •q_2
• q_4 •A
• q_5

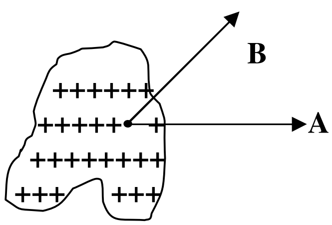
Considero il campo creato da ciascuna carica, con riferimento alla distanza dai punti A e B. Calcolo la differenza di potenziale per ciascun punto e poi sommo:

$$V_A -_B = \sum kQ_i \left[\frac{1}{r_{Bi}} - \frac{1}{r_{Ai}} \right]$$

E' molto più semplice calcolare la differenza di potenziale piuttosto che il campo:

$V_A = \sum kQ_i \left[\frac{1}{r_{Ai}} \right]$ Potenziale nel punto A;

E in un volume?



$$d(V_B - V_A) = kdQ\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \; ; \qquad V_A - V_B = \int_A^B \frac{k}{r^2} dQ$$

Esprimiamo la differenza di potenziale fra due punti come:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} * d\vec{L} = kq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

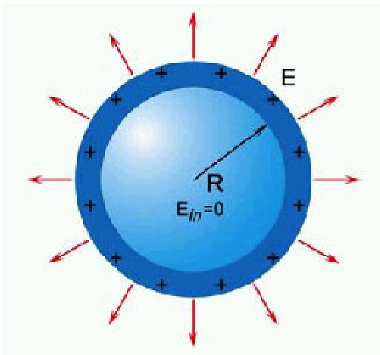
essendo il potenziale nullo all'infinito possiamo scrivere riferendoci al potenziale di un punto Vp:

$$Vp - V\infty = kq\left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_\infty} \right) = \frac{kq}{r_p} = Vp$$

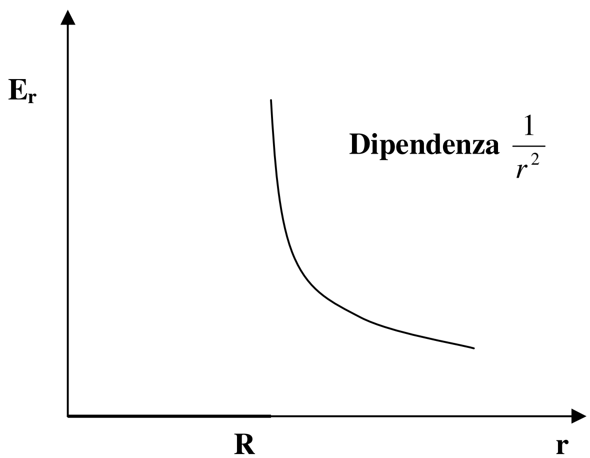
In un campo uniforme non si può definire il potenziale di un punto!

Guscio sferico con densità superficiale σ^{+}

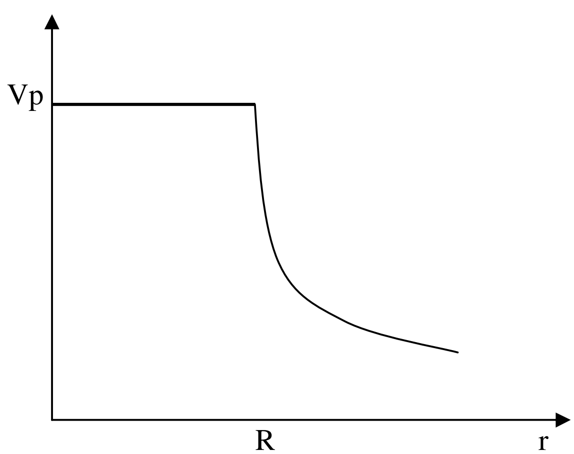
Consideriamo il campo all'interno del guscio sferico (il raggio della sfera sarà indicato con R) ed il campo all'esterno della stessa.



Possiamo affermare che il campo elettrico all'interno è nullo mentre il campo all'esterno è Coulombiano.



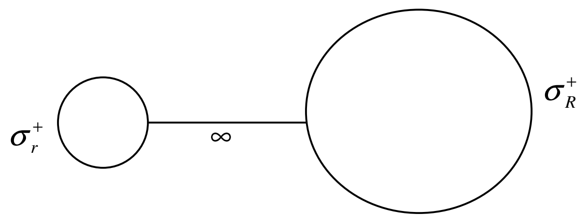
E il potenziale? E' calcolabile perché $V_B - V_\infty = -\int_\infty^B \vec{E} * d\vec{r} = -\int_\infty^B \frac{kq}{r^2} dr = +\left[\frac{kq}{r}\right]_\infty^B = \frac{kq}{r_B} = V_B$



E' il potenziale per i punti interni? Dentro il potenziale ha valore come Vp, con P disposto sulla superficie, perché essendo il campo per i punti interni uguale a zero non si compie lavoro per portare una carica dalla superficie all'interno.

Tutto ciò vale anche in un conduttore sferico pieno caricato. Infatti le cariche si distribuiscono tutte sulla superficie $\Rightarrow$ E' un volume equipotenziale, tutti i punti hanno lo stesso potenziale.
Supponiamo di creare una cavità nella sfera (come un morso) Analizzo una superficie gaussiana applicando il teorema di Gauss $\Rightarrow$ all'interno della cavità non ci sono cariche…. Il conduttore è equipotenziale sempre!.

Ipotizziamo di avere due sfere conduttrici di raggio diverso r,R.



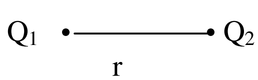
Collego le due sfere a distanza infinita con un filo conduttore.
Dove si distribuisce la carica ?
Ragionevolmente si distribuisce fra le due sfere, pensando il tutto come un unico conduttore dove la carica si distribuirà sulle superfici. Ricordiamo inoltre che un conduttore è sempre equipotenziale quindi i potenziali delle due sfere sono uguali:

$$V_r = \frac{kq_r}{r} \;;\; V_R = \frac{kQ_R}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{kq_r}{r} = \frac{kQ_R}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{q_r}{r} = \frac{Q_R}{R}$$

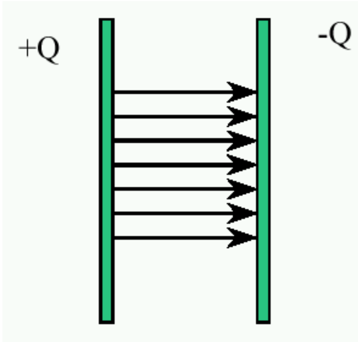
$$\frac{k\sigma_r 4\pi r^2}{r} = \frac{k\sigma_R 4\pi r^2}{R} \quad \Rightarrow \quad \sigma_r r = \sigma_R R \quad \Rightarrow \quad \frac{\sigma_r}{\sigma_R} = \frac{R}{r}$$

Le densità superficiali di carica sono inversamente proporzionali al raggio $\Rightarrow$ $\sigma_r > \sigma_R$. Da questa ultima affermazione deriva l'Effetto punta:
l'intensità del campo è maggiore nei punti ove la superficie presenta un maggiore raggio di curvatura Questo dipende dalla proporzionalità del campo elettrico con la densità di carica e non con la carica stessa.

Ipotizziamo di avere una carica Q_1 che genera un campo elettrico, abbiamo che il potenziale a distanza r sarà: $V_p = \frac{kQ_i}{r}$. A questa carica avvicino una seconda carica Q_2 alla distanza r.



Avremo U = $\frac{kQ_1Q_2}{r}$ che dipende dalla configurazione del "sistema".
Un "sistema" di due conduttori piani, con carica uguale e polarità opposta, posti ad una certa distanza d, si chiama condensatore piano. La proprietà che caratterizza questo sistema si chiama capacità ed è definita come: $C = \frac{Q}{V}$ dove Q è la quantità di carica di una armatura e V la differenza di potenziale fra le armature (per "armatura" intendiamo uno dei due piani).



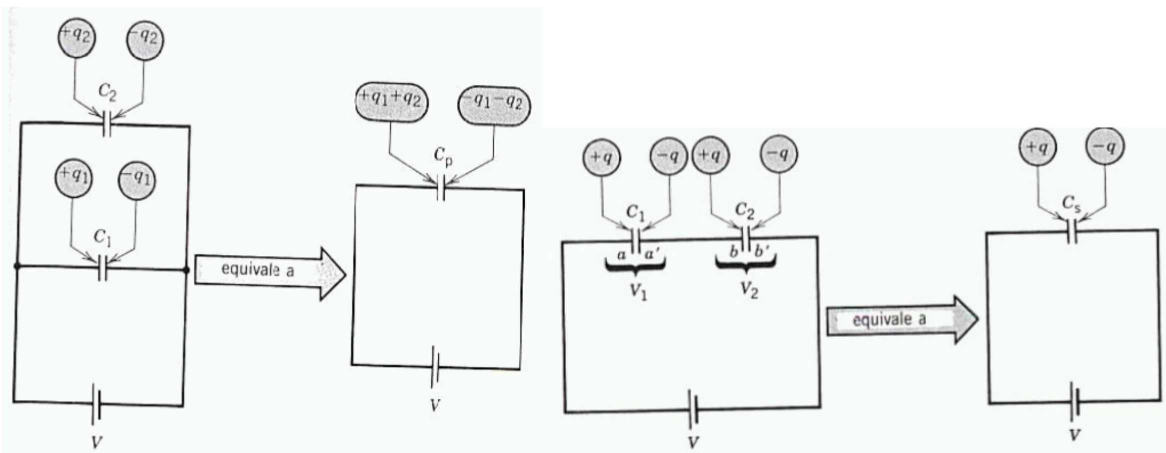
$V = Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d = \frac{Q}{A} \frac{d}{\varepsilon_0}$ con A indichiamo la superficie dell'armatura .

Dal momento che $C = \frac{Q}{V} = \frac{QA\varepsilon_0}{Qd} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ $\Rightarrow$ La capacità è una proprietà del condensatore stesso cioè dalle sue proprietà geometriche e NON dalla carica.

L'unità di misura della capacità è il Farad : **F**

Si utilizzano usualmente sottomultipli del Farad. (Una affermazione che si fa spesso è che per avere condensatori dell'ordine del Farad occorrono piani grandi quanto la superficie terrestre, tuttavia esistono in commercio condensatori di qualche farad, con tensioni di lavoro di qualche volt, che vengono utilizzati come elementi di alimentazione per le memorie, la differenza la fa il tipo di dielettrico interposto fra le armature).

I condensatori si possono collegare assieme nelle configurazioni serie e parallelo:



Parallelo Serie

Nella connessione in parallelo la differenza di potenziale ai capi dei condensatori è uguale.

Per il principio di conservazione della carica possiamo scrivere $Q = Q_1 + Q_2$

Dove $Q_1 = V_1 C_1$ e $Q_2 = V_2 C_2$ $\Rightarrow$ $Q_t = V_1 C_1 + V_2 C_2 = (C_1 + C_2)V$ perché V è uguale per entrambi:

$$Q_t = C_t V \qquad \text{con } C_t = C_1 + C_2$$

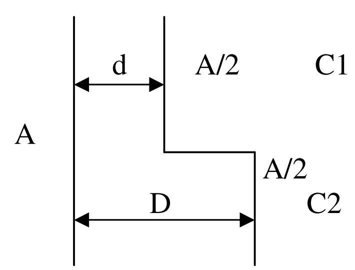
Nella connessione serie i condensatori sono attraversati dalla stessa corrente:

$$\mathrm{V} = V_A - V_B = V_1 + V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{Q}{C_{eq}} \text{ con } \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \text{ cioè}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Supponiamo di avere un condensatore con due armature sagomate:

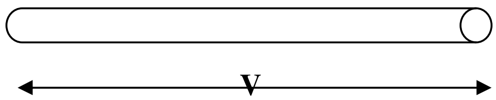
Possiamo considerare due condensatori in parallelo



$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{2d} \qquad C_2 = \frac{\varepsilon_0 A}{2D} \qquad\qquad Q = (C_1 + C_2)V = \left[\frac{[\varepsilon_0 A]}{2}\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D}\right)\right]V .$$

Corrente elettrica

Una carica si muove se esiste un campo elettrico o in presenza di differenza di potenziale.



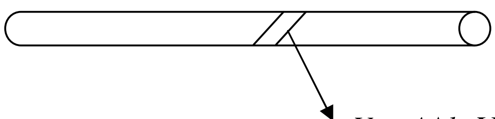
$V = -\int \vec{E} * d\vec{l}$

$dV = -\vec{E} * d\vec{l}$; $\quad E = -\frac{dV}{dl}$; $\quad V = El \quad \Rightarrow \quad E = \frac{V}{l}$ campo elettrico omogeneo

Un movimento ordinato di cariche costituisce una corrente elettrica. L'intensità di corrente elettrica è data dalla quantità di carica dq che passa nell'intervallo di tempo dt. L'intensità di corrente elettrica si misura in Ampere:

$I = \frac{Q}{t} = \frac{Coulomb}{\sec ondi} = \frac{C}{\sec}$; $\qquad I = \frac{dQ}{dt}$

Velocità di deriva:



$V = A\Delta l$ Volume = area della sezione x lunghezza

Chiamo N il numero di cariche del volume considerato:

$N = n \ A\Delta l$

numero di cariche per unità di volume

Ogni secondo, attraverso un conduttore di sezione A percorso da una corrente I passa una certa quantità di elettroni

$$N = (\#\ elettroni\ \ per\ unità\ \ di\ \ volume) * Volume$$
$$N = (\#\ elettroni\ \ per\ unità\ \ di\ \ volume) * A * L$$
$$N = (\#\ elettroni\ \ per\ unità\ \ di\ \ volume) * A * (velocità\ elett.) * (tempo)$$
$$N = n * A * v_d * t$$
Cioè una carica pari a:
$$Q = q_e * n * A * v_d * t$$
Cioè una corrente pari a:
$$i = \frac{Q}{t} = q_e * n * A * v_d$$
La velocità di deriva degli elettroni è quindi:
$$v_d = \frac{i}{nq_e A} = \frac{J}{nq_e}$$

Dove $J = \frac{I}{A} = nq_e v$ densità di corrente

La densità di corrente è definita come il vettore orientato come il vettore velocità delle cariche in moto, il medesimo verso, se le cariche sono positive, o opposto se le cariche sono negative e modulo pari alla intensità di corrente per unità di area.

$$i = \int \overline{J} \cdot d\overline{A}$$

Se i è costante in tutto un conduttore di superficie A :

$$|\mathrm{J}| = \frac{i}{A}$$

La densità di corrente è un vettore, l'intensità di corrente i non lo è.
L'unità di misura di J è Ampere/m^2
La velocità di deriva si acquista a causa di una differenza di potenziale o per la presenza di un campo elettrico.
La velocità di deriva degli elettroni è molto bassa, dell'ordine di 10^{-7} m/s.