#2 2006

PROBLEMA A

A1) $L = F \cdot \cos\theta \cdot s = 7N \cos 30 \cdot 7\,m = 49 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\,Nm = 42.43\,J$

A2) $L = F \cdot \cos 120° \cdot s = -F \cos 60\, s = -22.5\,J$

A3) $L = \int_{-3}^{3} F(x) \cos 60\, dx = \frac{7}{2}\int_{-3}^{3} x^2\, dx = \frac{7}{2}\left(\frac{x^3}{3}\right)_{-3}^{3} = 63\,J$

PROBLEMA B

B1) Più grande è l'impulso maggiore sarà:

a) la variazione di energia cinetica

b) la variazione della quantità di moto

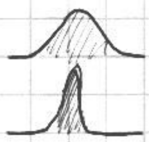
c) la variazione sia dell'energia che della quantità di moto

B2) $J = \int_0^2 F(t)\,dt = \int_0^2 8N\,dt = 8N \cdot (t)_0^2 = 16\,N \cdot s = 16\,Kg \cdot m/s$

B3) $J = \int_{-4}^{4} 7\,t\,dt = 7 \cdot \left(\frac{t^2}{2}\right)_{-4}^{4} = 0$

dato che $J = mv_F - mv_i = 0$ è come se non avesse agito alcuna forza esterna, ~~è come se~~ non è stato compiuto alcun lavoro.

B4) Le due mele subiscono lo stesso impulso ma con forze diverse.

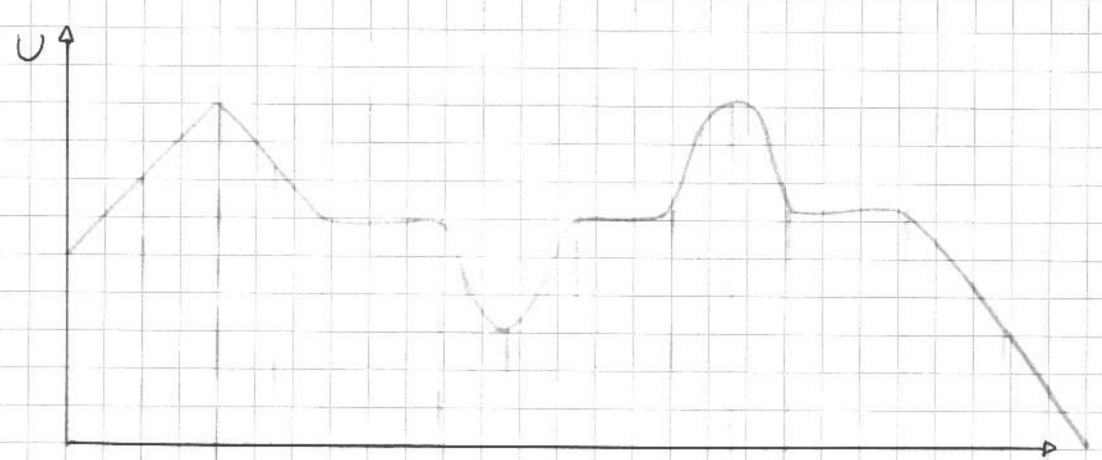
cuscini $J_1 = F_1 \Delta t_1$  $\Delta t_1 > \Delta t_2 \Rightarrow F_1 < F_2$

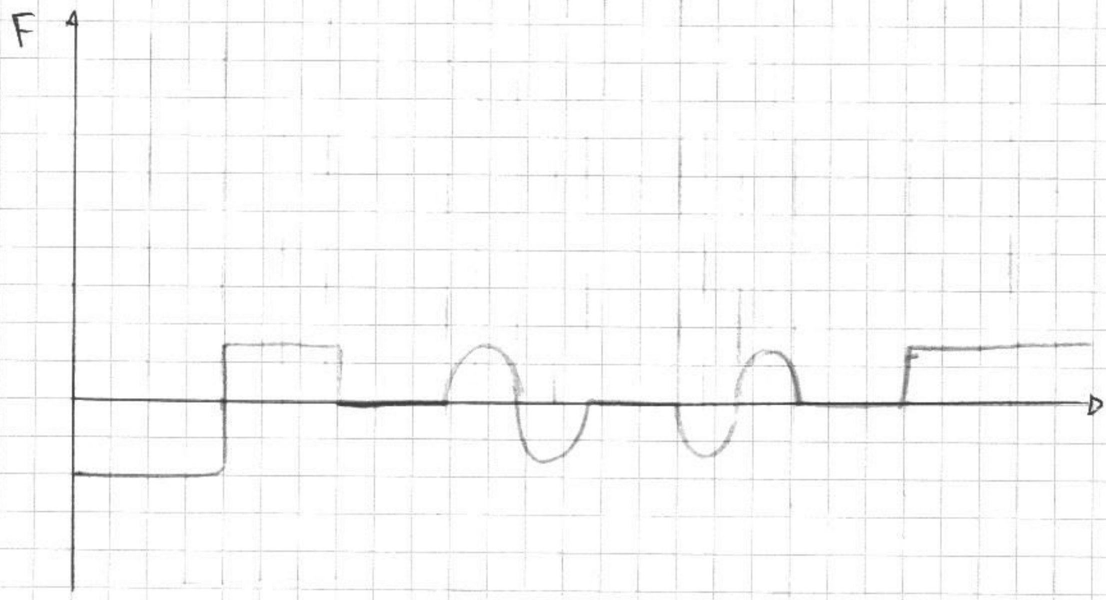
pavimento $J_2 = F_2 \Delta t_2$

PROBLEMA C

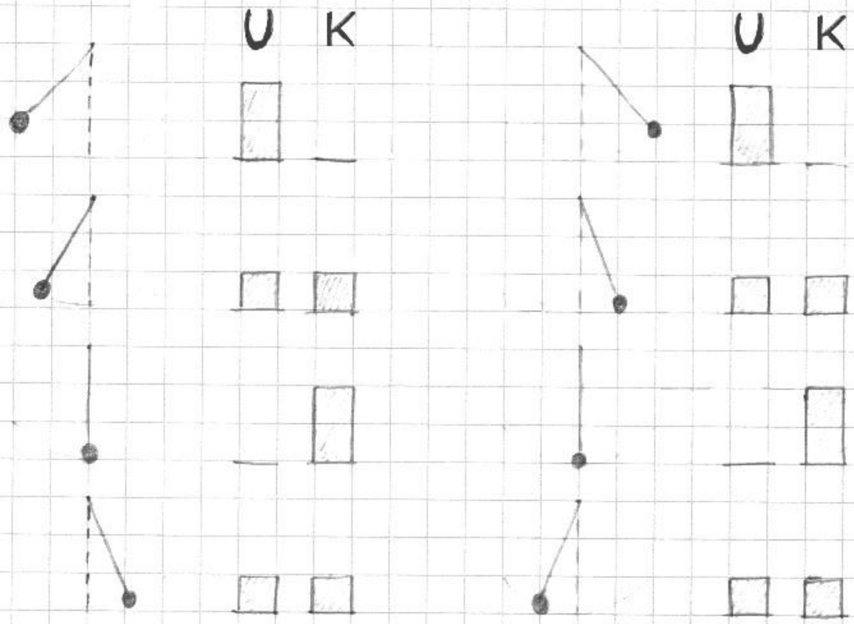
C1) $\Delta U(x) = -L = -F(x)\,\Delta x$

$\Rightarrow F(x) = -\dfrac{dU(x)}{dx}$



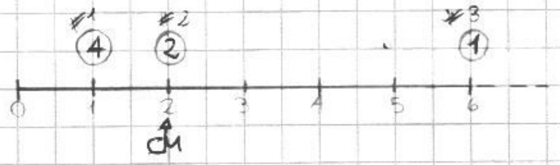


H5)



· PROBLEMA D

D1)



$$X_{CM} = \frac{X_1 \cdot m_1 + X_2 \cdot m_2 + X_3 \cdot m_3}{m_1 + m_2 + m_3} = 2\,m$$

D2)

#1 ha velocità $v_1 = 14\ m/s$

$$V_{CM} = \frac{V_1 \cdot m_1 + V_2 \cdot m_2 + V_3 \cdot m_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{56 + 0 + 0}{7} = 8\,m/s$$

D3)

Urto elastico tra #1 e #2

Si conservano sia la quantità di moto che l'energia cin.

$$\begin{cases} m_1 \cdot V_{1i} = m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f} & \leftarrow \text{conservazione } p \\ \frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 V_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2f}^2 & \leftarrow \text{conservazione } K \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{2f} = \frac{m_1}{m_2}(V_{1i} - V_{1f}) \\ m_1 (V_{1i}^2 - V_{1f}^2) = m_2 \left(\frac{m_1}{m_2}(V_{1i} - V_{1f}) \right)^2 & \leftarrow \boxed{\text{moltiplicando tutto per 2}} \end{cases}$$

ma $(V_{1i}^2 - V_{1f}^2) = (V_{1i} - V_{1f})(V_{1i} + V_{1f})$,

è quindi possibile dividere tutto per $(V_{1i} - V_{1f})$

$$\begin{cases} V_{2f} = \frac{m_1}{m_2}(V_{1i} - V_{1f}) \\ m_1 (V_{1i} + V_{1f}) = \frac{m_1^2}{m_2}(V_{1i} - V_{1f}) & \leftarrow \boxed{\text{moltiplichiamo da ambo i membri per } \frac{m_2}{m_1}} \end{cases}$$

$$\frac{m_2}{\cancel{m_1}} \cdot \cancel{m_1}(V_{1i} + V_{1f}) = \frac{\cancel{m_2}}{\cancel{m_1}} \cdot \frac{m_1^{\cancel{2}}}{\cancel{m_2}}(V_{1i} - V_{1f})$$

$$m_2 V_{1i} + m_2 V_{1f} - m_1 V_{1i} + m_1 V_{1f} = 0$$

$$V_{1f}(m_1 + m_2) = V_{1i}(m_1 - m_2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{2f} = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} V_{1i} \\ V_{1f} = \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} V_{1i} \end{cases}$$

Con le opportune sostituzioni

$$V_{2f} = \frac{2 \cdot 4Kg}{(4+2)Kg} \cdot 14\,m/s = \frac{56}{3}\,m/s$$

$$V_{1f} = \frac{(4-2)Kg}{(4+2)Kg} \cdot 14\,m/s = \frac{14}{3}\,m/s$$

$$V_{CM} = \frac{V_1 m_1 + V_2 m_2 + V_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3} = 8\,m/s$$

In un sistema chiuso e isolato la velocità del centro di massa non è influenzata dall'urto, sia questo elastico che anelastico.

D4) Urto elastico tra #2 e #3

$$V_{3f} = \frac{2m_2}{m_2+m_3} V_{2i} = \frac{2 \cdot 2Kg}{(2+1)Kg} \cdot \frac{56}{3}\,m/s = \frac{224}{9}\,m/s$$

$$V_{2f} = \frac{m_2 - m_3}{m_2+m_3} V_{2i} = \frac{(2-1)Kg}{(2+1)Kg} \cdot \frac{56}{3}\,m/s = \frac{56}{9}\,m/s$$

$$V_{CM} = \frac{V_1 m_1 + V_2 m_2 + V_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{14/3\,m/s \cdot 4Kg + 56/9\,m/s \cdot 2Kg + 224/9\,m/s \cdot 1Kg}{(4+2+1)Kg} =$$

$$= 8\,m/s$$

La velocità del centro di massa in sistemi isolati non varia per effetto della collisione.

D5) Urto anelastico tra #1 e #2

Si conserva la quantità di moto ma non l'e. cinetica.

$$m_1 v_{1i} = (m_1 + m_2) \cdot v_{12}$$

$$\Rightarrow v_{12} = \frac{m_1}{m_1+m_2} v_{1i} = \frac{4\,Kg}{(4+2)\,Kg} \cdot 14\,m/s = \frac{28}{3}\,m/s$$

Urto anelastico tra #12 e #3

$$(m_1+m_2)\,v_{12} = (m_1 + m_2 + m_3)\,v_{123}$$

$$\Rightarrow v_{123} = \frac{m_1+m_2}{m_1+m_2+m_3}\,v_{12} = \frac{\cancel{6}^{2}}{7} \cdot \frac{28}{\cancel{3}_{1}}\,m/s = \frac{56}{7}\,m/s = 8\,m/s$$

Energia cinetica prima dell'impatto

$$E_c = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 4\,Kg \cdot \left(14\,\frac{m}{s}\right)^2 = 392\,Nm$$

Energia cinetica dopo urto tra #1 e #2

$$E_{c_{12}} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\,v_{12}^2 = \frac{1}{\cancel{2}_{1}} \cdot \cancel{6}^{3}\,Kg \cdot \left(\frac{28}{3}\,\frac{m}{s}\right)^2 = 261.3\,J$$

Energia cinetica dopo urto tra #12 e #3

$$E_{c_{123}} = \frac{1}{2}(m_1+m_2+m_3) \cdot v_{123}^2 = \frac{1}{2} \cdot 7\,Kg \left(8\,\frac{m}{s}\right)^2 = 224\,J$$

Il moto del centro di massa risulterà invariato

$$m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2)\,v_{12} = (m_1 + m_2 + m_3)\,v_{123} = 56\,Kg \cdot \frac{m}{s}$$