28/01/2013

Fisica - I modulo

E' possibile rispondere anche solo in parte ai seguenti quesiti o problemi: se si incontrano difficoltà in un quesito, ove possibile si può passare ai quesiti successivi.

PROBLEMA A

Rispondere ai seguenti quesiti di meccanica.

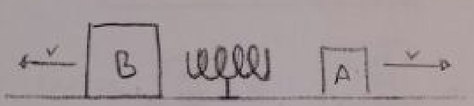
1. Due corpi sono posti su un piano orizzontale senza attrito. Una molla, posta fra i due corpi, al momento iniziale li ha spinti lungo la stessa direzione ma con velocità di verso opposto. Il primo blocco ha una massa di 1 kg e velocità + 10 m/s, il secondo blocco ha massa 5 kg. Quanto sarà la velocità di quest'ultimo? Se i due blocchi erano inizialmente fermi, come si muoverà il centro di massa dopo la separazione dei due blocchi?

2. Un oggetto si muove su un piano orizzontale senza attrito ed incontra un piano senza attrito ed inclinato a 30 gradi rispetto all'orizzontale. Se il corpo si muove con una velocità di 10 m/s, a che altezza salirà sul piano inclinato? Che distanza percorrerà sul piano inclinato?

1

$m_A = 1\ Kg$ $\quad v_A = 10\ m/s$

$m_B = 5\ Kg$



$m_A v_A + m_B v_B = 0$ perché non ci sono forze esterne che alterano la q.d.m. del sistema

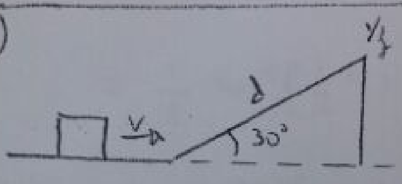
$m_B v_B = - m_A v_A$

$v_B = - \frac{m_A v_A}{m_B} = - \frac{1\ Kg \cdot 10\ m/s}{5\ Kg} = -2\ m/s$

T	X_A	X_B
0 s	0	0
1 s	10	-2

$X_{cm} = \frac{m_A X_A + m_B X_B}{m_A + m_B} = \frac{1\ Kg \cdot 10\ m + 5\ Kg\ (-2\ m)}{1\ Kg + 5\ Kg} = 0\ m$

2



$\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta K$

$\Delta K = \frac{1}{2} \cancel{m} v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$

$\Delta U = mg\, y_f - \cancel{mg\, y_0}$

$\cancel{m} g\, y_f = \frac{1}{2} \cancel{m} v_i^2$

$y_f = \frac{\frac{1}{2} v_i^2}{g} = \frac{\frac{1}{2} \ldots}{9 \ldots}$

$y_f = 5{,}10\ m$

$v_i = 10\ m/s$ $\quad y_0 = 0$

$v_f = 0$ $\quad y_f = ?$

$y_f = d\ \text{sen}\ \alpha$

$d = \frac{y_f}{\ldots} = \frac{5{,}10}{\ldots} = 10{,}2\ m$

1)

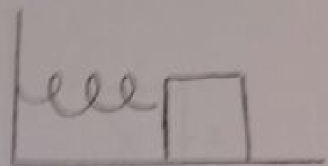
PROBLEMA 3

Un corpo di massa 4 kg può muoversi su un piano orizzontale senza attrito; esso è collegato, tramite una molla orizzontale di costante elastica 1 Newton/metro, ad una parete.

Dire il valore della pulsazione (di solito indicata con ω) e della frequenza delle oscillazioni del sistema.

Se l'ampiezza delle oscillazioni è di 0.5 m e lo sfasamento di $\pi/4$, scrivere l'espressione della

1. posizione del corpo in funzione del tempo;
2. velocità del corpo in funzione del tempo;
3. energia potenziale elastica in funzione del tempo;
4. energia cinetica del corpo in funzione del tempo



$m = 4\ Kg$ $\qquad x_m = 0{,}5\ m$

$k = 1\ \frac{N}{m}$ $\qquad \varphi = \frac{\pi}{4}$

$F: -kx = m\, a$

$x = -\frac{m}{k} a$

$a = -\omega^2 x$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1\ \frac{N}{m}}{4\ Kg}} = \frac{1}{2}\ \frac{rad}{s}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0{,}5\ rad}{2\pi} = \frac{1}{4\pi}\ Hz$$

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow x(t) = \frac{1}{2}\cos\left(\frac{1}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\cos\left(\frac{1}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)\right) = -\frac{1}{4}\,\text{sen}\left(\frac{1}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$U(t) = \frac{1}{2}k[x(t)]^2 = \frac{1}{2}\,1\,\frac{N}{m}\cdot\left[\frac{1}{2}\cos\left(\frac{1}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)\right]^2 =$$

$$= \frac{1}{8}\cos^2\left(\frac{1}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)\ J$$

$$K(t) = \frac{1}{2}m[v(t)]^2 = \frac{1}{2}\cdot 4\ Kg\cdot\left[-\frac{1}{4}\,\text{sen}\left(\frac{1}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)\right]^2 =$$

$$= \frac{1}{8}\,\text{sen}^2\left(\frac{1}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)\ J$$

1

4) La 3 è un isoterma

$$L = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = 1 \cdot 8{,}31 \cdot 300 \ln\left(\frac{2}{1}\right) = 1728 \text{ J}$$

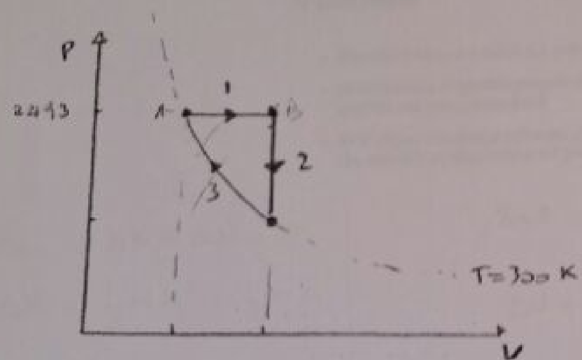
PROBLEMA C

Isobara $p_1 V_1 = p_2 V_2$

Isocora

Una mole di gas perfetto monoatomico a 300 K e con un volume di 1 m^3 viene fatto espandere isobaricamente, raddoppiando il suo volume. Successivamente il gas subisce una trasformazione isocora in cui la sua pressione si dimezza.

1. Rappresentare tale sequenza di trasformazioni in un diagramma pressione-volume.
2. Quanto sarà la temperatura finale, il lavoro compiuto e l'energia termica finale dopo l'espansione isobarica?
3. Quanto sarà la temperatura finale, il lavoro compiuto e l'energia termica finale per effetto della trasformazione isocora?
4. Quale unica trasformazione a condizioni fissate - tra isobara, isocora, isoterma ed adiabatica - riporterebbe il gas nelle condizioni iniziali del sistema? Calcolare il lavoro del gas lungo tale trasformazione.



$n = 1$

$T = 300$ K

$V_1 = 1 \text{ m}^3$

$V_2 = 2 \text{ m}^3$

$$\frac{V}{nR} = \frac{T}{P}$$

$$\frac{P}{nR} = \frac{T}{V}$$

$$pV = nRT$$

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{1 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{1} = 2493$$

Isobara

$$T_B = \frac{pV}{nR} = \frac{2493 \cdot 2}{1 \cdot 8{,}31} = 600 \text{ K}$$

$$\frac{nRT_A}{V_A} = \frac{nRT_B}{V_B}$$

$$T_B = T_A \frac{V_B}{V_A} = 2T_A$$

$$L = \int_{V_i}^{V_f} p\, dV = p(V_f - V_i) = 2493(2-1) = 2493 \text{ J}$$

$$E_{int} = nC_vT = 1 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8{,}31 \cdot 600 = 7479 \text{ J}$$

Isocora

$L = 0$

$$\frac{T_B}{P_B} = \frac{T_C}{P_C}$$

$$T_C = \frac{pV}{nR} = \frac{\frac{2493}{2} \cdot 2}{1 \cdot 8{,}31} = 300 \text{ K}$$

$$T_C = T_B \frac{P_C}{P_B} = \frac{T_B}{2}$$

$$E_{int} = nC_vT = 1 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8{,}31 \cdot 300 = 3739{,}5 \text{ J}$$