2 2005

PROBLEMA A

A1) L'energia si misura in Joule

$$1\,J = 1\,Kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$$

A2) $[M]\cdot[L]^2\cdot[T]^{-2}$

A3) $L = F \cdot d$ dove d è ~~la~~ lo spostamento

$$Kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m = Kg\,\frac{m^2}{s^2} = J$$

A4) $[M]\cdot[L]^2\cdot[T]^{-2}$

PROBLEMA B

B1) Il lavoro è l'energia trasferita ad un corpo o da un corpo per mezzo di una forza che agisce sul corpo stesso.

B2) Il lavoro svolto da una forza variabile si ha quando la forza F agente su un oggetto assimilabile ad una particella dipende dalla posizione dell'oggetto.
Il lavoro svolto per lo spostamento di una particella dalla posizione $r_i\,(x_i, y_i, z_i)$ a $r_f\,(x_f, y_f, z_f)$ è:

$$L = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx + \int_{y_i}^{y_f} F(y)\,dy + \int_{z_i}^{z_f} F(z)\,dz$$

B3) L'energia cinetica è l'energia associata allo stato di moto di un corpo:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

B4) Il teorema dell'energia cinetica tratta la relazione tra la differenza di energia cinetica di un corpo e il lavoro svolto sul corpo stesso: $\Delta K = K_f - K_i = L$

$$\Rightarrow K_f = K_i + L$$

B5) L'energia potenziale U è l'energia associata alla configurazione di un sistema di corpi che esercitano forze fra loro.

B6) Per definire l'energia potenziale, una forza deve essere conservativa cioè il lavoro netto compiuto su un circuito chiuso è nullo.
Una forza si può dire conservativa se il lavoro che svolge su una particella che si muove tra due punti non dipende dal percorso.

PROBLEMA C

C1) Quantità di moto $p = m \cdot v = Kg \cdot m/s$

C2) $[M] \cdot [L] \cdot [T]^{-1}$

C3) $J = \Delta p = p_f - p_i = m v_f - m v_i$ ⇒ unità di misura $Kg \cdot m/s$

C4) $[M] \cdot [L] \cdot [T]^{-1}$

C5) La quantità di moto di una particella è un vettore

$$p = m \cdot v$$

dove m è la massa della particella e v la sua velocità.
Essendo m una quantità scalare, la quantità di moto avrà verso e direzione della velocità v.

C6) L'impulso di una forza variabile è l'impulso dipendente dall'intensità della forza F e dalla durata della sua applicazione:

$$J = \int_{t_i}^{t_f} F(t)\, dt$$

C7) La variazione della quantità di moto di ciascun corpo durante la collisione è uguale all'impulso che su di essi agisce

$$\Delta p = p_f - p_i = J$$

PROBLEMA D

D1)

$$\mathbf{r}_{CM} = x_{CM}\cdot\hat{i} + y_{CM}\hat{j} + z_{CM}\hat{k} =$$

$$= \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i x_i + \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i y_i + \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i z_i$$

$$r_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i r_i$$

D2) $v_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i v_i$

D3) $a_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i a_i$

D4) Se in un sistema di particelle materiali agiscono solo forze interne fra le particelle allora la quantità di moto totale del sistema non cambia.

D5) No, non è corretta tale affermazione.
Nel caso di urti anelastici, per esempio, l'energia cinetica diminuisce.

PROBLEMA E

E1) In un urto elastico l'energia cinetica di ciascun corpo può cambiare ma l'energia cinetica totale del sistema rimane invariata.

E2) In un sistema di particelle materiali affinché in un urto tra due o più particelle il moto si conservi devono agire solo forze interne.

E1) La differenza principale fra i due casi è che in
a) abbiamo un urto elastico
b) abbiamo un urto anelastico
Il moto del centro di massa nei due casi sarà lo

stesso in quanto non è influenzato dall' urto.

PROBLEMA F

F1) $L = F \cdot s \cdot \cos 90 = 0$

Il lavoro compiuto perpendicolarmente allo spostamento è nullo

F2) $L = F \cdot s \cdot \cos 60 = 60\,N \cdot 30\,m \cdot \frac{1}{2} = 900\,J$

F3)

$F_a = 30\,N$

$L = F_a \cdot 30m \cdot \cos 180 = -900\,J$

F4)

$K_f - K_i = L$ ← lavoro totale compiuto sul blocco

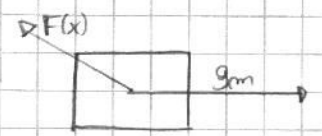
K_i inizialmente è 0

$L = F \cdot s \cdot \cos 60 + F_a \cdot s \cdot \cos 180 = 0$

$\Rightarrow K_f - K_i = 0$

La variazione di energia è nulla in quanto è nullo il lavoro totale compiuto sul blocco.

F5)



$$L = \int_3^{12} 9x^3 \cdot \cos 150\, dx = -9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \int_3^{12} x^3\, dx = -\frac{9\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{x^4}{4}\right)_3^{12} =$$

$$= -\frac{9\sqrt{3}}{8}(-81 + 20736) \simeq 40247.5\,J$$

PROBLEMA G

G1) $J = \int_0^2 F(t)\, dt = \bar{F} \cdot \Delta t = 7N \cdot 2s = 14\ Kg \cdot \frac{m}{s}$

G2) $p_i = 30g \cdot m/s = 0.03\ Kg \cdot m/s$

$p_f - p_i = J$

$p_f = J + p_i = (14 + 0.03)\,Kg \cdot m/s = 14.03\ Kg \cdot m/s$

G3) $J = \int_{-4}^{4} 7t^2\,dt = 7\cdot\left(\frac{t^3}{3}\right)_{-4}^{4} = \frac{7}{3}\left(64+64\right) = 298.7\ Kg\cdot m/s$

PROBLEMA H

H1) Forza della molla $F_m = -Kx$

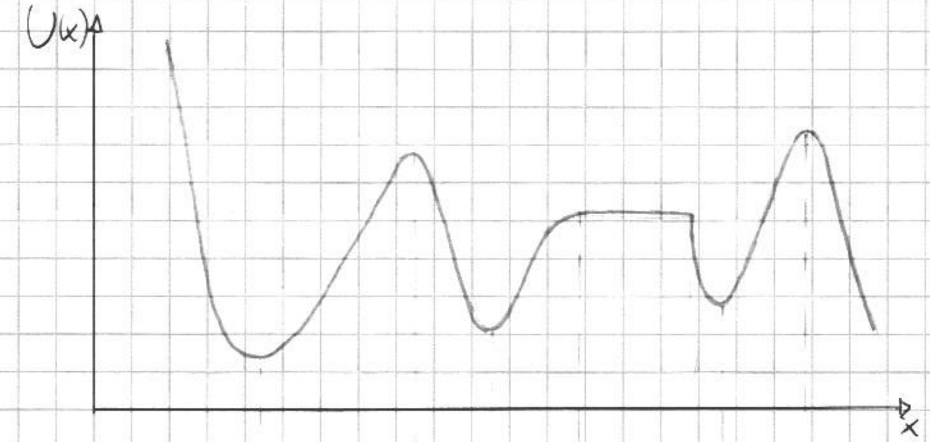
$$\Delta U = -L = -\int_{x_i}^{x_f} F_m(x)\,dx = -\int_{x_i}^{x_f}(-Kx)\,dx =$$

$$= K\int_{x_i}^{x_f}(x)\,dx = K\left(\frac{x^2}{2}\right)_{x_i}^{x_f} = \frac{1}{2}K\left(x_f^2 - x_i^2\right)$$

Considerando l'ampiezza dell'oscillazione da $x_i = 0$

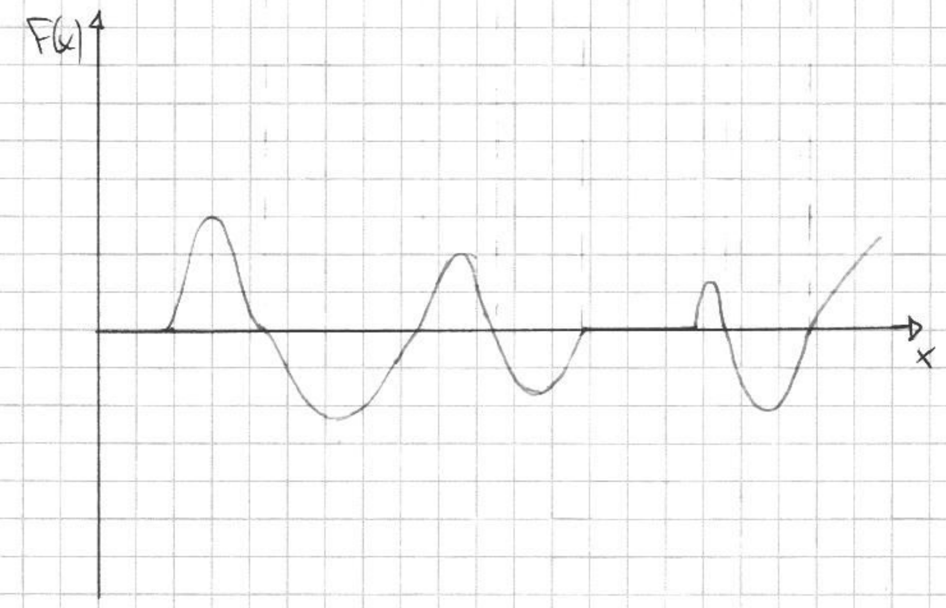
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}Kx_f^2$$

H2)



$\Delta U(x) = -L = -F(x)\Delta x$

$\Rightarrow F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$



H3) L'energia potenziale gravitazionale

$$U(y) = -\int_{y_i}^{y_f} (-m \cdot g)\, dy = mg\,(y_f - y_i) \quad \text{dove} \quad y_f - y_i = h$$

L'energia potenziale della molla

$$U(x) = \frac{1}{2} K x^2$$

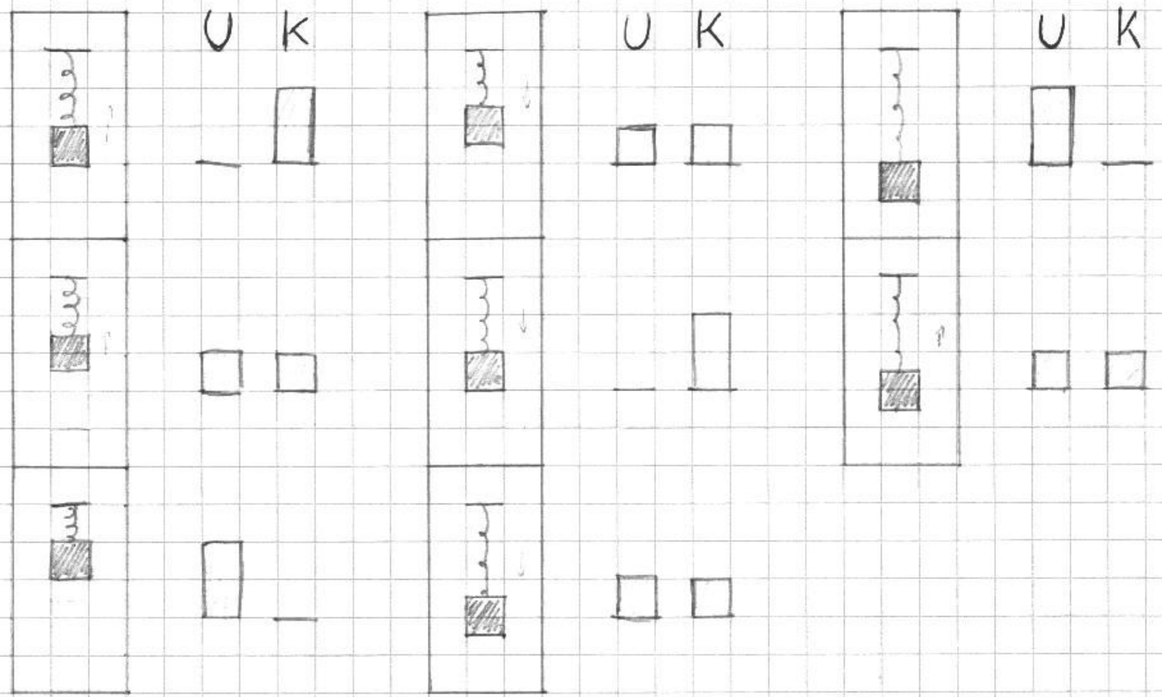
Per rimanere il sistema in equilibrio

$$mgh = \frac{1}{2} K x^2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{2mgh}{K}}$$

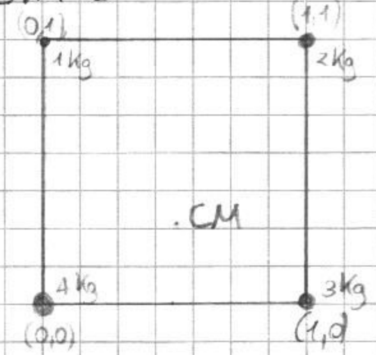
H4) Se non ci sono forze di attrito il blocco scivolerà esaurendo l'energia potenziale gravitazionale, caricherà la molla e sarà da questa spinta indietro fino a raggiungere la posizione di partenza, continuando ad oscillare in questo modo indefinitamente.

H5)



· PROBLEMA I

I1)

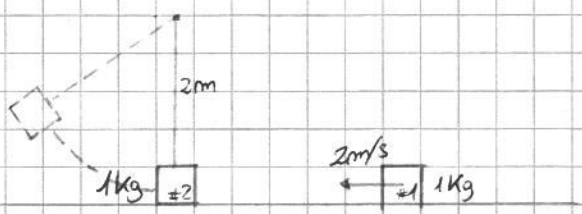


$$x_{CM} = \frac{1}{M_{TOT}} \sum_{i=1}^{4} m_i \cdot x_i = \frac{1}{10} \cdot (4\cdot 0 + 3\cdot 1 + 1\cdot 0 + 2\cdot 1) =$$

$$= \frac{5}{10} = 1/2$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M_{TOT}} \sum_{i=1}^{4} m_i y_i = \frac{1}{10} \cdot 3 = \frac{3}{10}$$

I2)



Essendo l'urto elastico sia l'energia cinetica che la quantità di moto del sistema si mantengono.

$$\begin{cases} m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i} = m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f} \\ \frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 V_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2f}^2 \end{cases}$$

Sappiamo che $V_{2i} = 0$

$$\begin{cases} m_1 V_{1i} = m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f} \\ \frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 V_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2f}^2 \end{cases}$$

nell'urto elastico tra due blocchi di massa uguale si trova

$$\begin{cases} V_{1f} = 0 \\ V_{2f} = V_{1i} \end{cases}$$

Dall'equazione dell'energia cinetica gravitazionale con l'energia ~~grav~~ cinetica del corpo troviamo

$$\frac{1}{2} m v^2 = \cancel{m} g \cdot h \Rightarrow h = \frac{1}{2} \frac{\cancel{m} v^2}{\cancel{m} \cdot g} = \frac{(2\, m/s)^2}{2 \cdot 9.81\, m/s^2} = 0.2\ m$$

Il secondo blocco salirà ad un'altezza $h = 0.2\ m$

I 3) Dopo l'urto elastico (il primo) il secondo blocco si muoverà fino a raggiungere l'altezza massima di 0.2 m.
A questo punto comincerà a scendere fino ad urtare il blocco #1 con urto elastico.
Dopo quest'ultimo urto il blocco #2 si arresta e il blocco #1 comincerà a muoversi con velocità $V = -2\,m/s$ (uguale ed opposta alla velocità con cui tutto è cominciato).