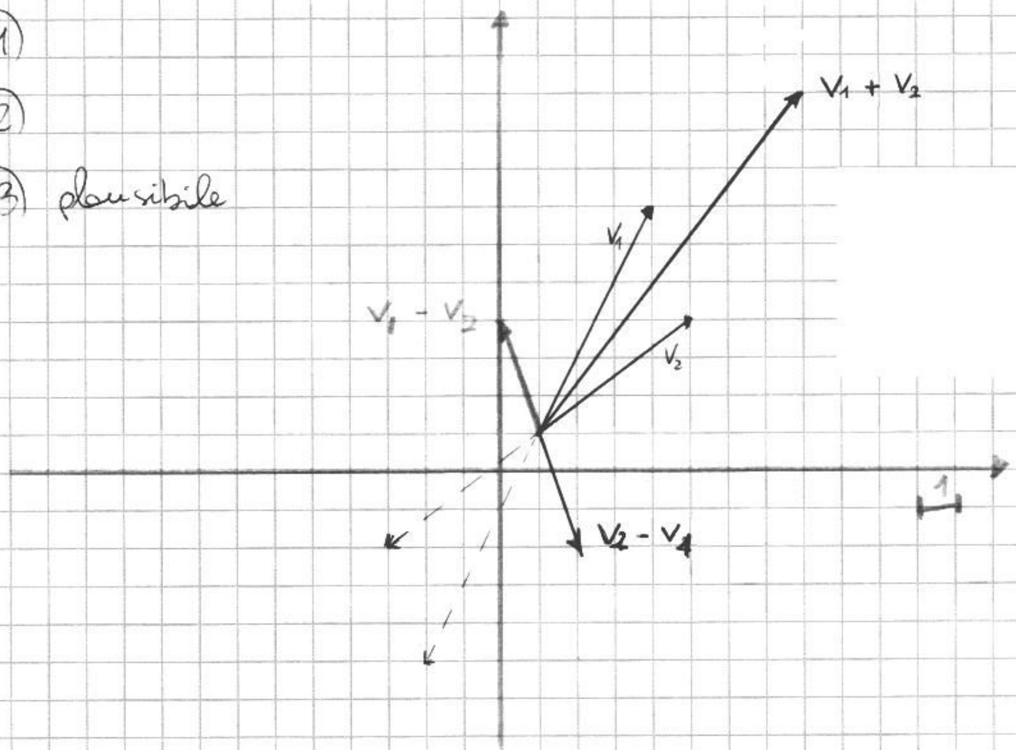
#1 2004

PROBLEMA A

A1)

A2)

A3) plausibile



A4) $V_{1x} = (4-1)u = 3u$

$V_{1y} = (7-1)u = 6u$

$V_{2x} = (5-1)u = 4u$

$V_{2y} = (4-1)u = 3u$

A5) $V_1 + V_2 = (3u, 6u) + (4u, 3u) = (7u, 9u)$

A6) $V_1 - V_2 = (3u, 6u) - (4u, 3u) = (-u, 3u)$

A7) Presi due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$, il loro prodotto scalare è uno scalare $c = a \cdot b = ab\cos\theta$

dove a e b sono i moduli dei due vettori e θ è l'angolo tra loro compreso.

A8) Il prodotto vettoriale di due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ restituisce un vettore $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = ab\sin\theta$

- il modulo è uguale al prodotto dei moduli per il seno dell'angolo compreso
- direzione perpendicolare al piano individuato dai due vettori
- verso ricavato con la regola della mano destra.

A3) Il prodotto scalare non dipende dall'ordine dei vettori mentre il prodotto vettoriale si.

A10) Nel prodotto scalare non succede niente, nel prodotto vettoriale si inverte il verso.

A11) $V_1 \cdot V_2 = (V_{1x}\hat{i} + V_{1y}\hat{j}) \cdot (V_{2x}\hat{i} + V_{2y}\hat{j}) = (V_{1x} V_{2x})\hat{i}\hat{i} + (V_{1y} V_{2y})\hat{j}\hat{j} = 12u + 18u = 30u$

A12) $V_1 \times V_2 = (V_{1x}\hat{i} + V_{1y}\hat{j}) \times (V_{2x}\hat{i} + V_{2y}\hat{j}) = (V_{1x} V_{2y})\hat{k} + (V_{1y} V_{2x})\hat{k} = -15\hat{k}$

A13) $V = V_x(t)\hat{i} + V_y(t)\hat{j} + V_z(t)\hat{k}$

è possibile definirne la derivata temporale che sarà un vettore con coordinate

$$\frac{d}{dt} V_x(t)\hat{i} + \frac{d}{dt} V_y(t)\hat{j} + \frac{d}{dt} V_z(t)\hat{k}$$

PROBLEMA B

B1) Rettilineo uniforme

B2) Non si fermerà mai

B3) $x(t) = v_0 t$

B4) $v(t) = v_0$

$a(t) = 0$

B5) Moto uniformemente accelerato

B6) $y(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

B7) $v(t) = v_0 - gt$

$a(t) = -g$

B8) $\begin{cases} y = v_0 t - 1/2\, g t^2 \\ v - v_0 = -gt \end{cases}$ $\quad v = 0$

$\begin{cases} y = v_0 t - 1/2\, g t^2 \\ t = v_0/g \end{cases}$

$$y = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$$

B9) $x - x_0 = V_0 \cos\theta \cdot t$

ponendo $R = x - x_0$

$R = V_0 \cos\theta\, t$ con $\theta = 90°$

$\Rightarrow R = 0$ cioè non si sposterà lungo l'asse x.

B10) Il moto rimane rettilineo uniforme

B11) Il moto rimane uniformemente accelerato.

B12) $x(t) = V_0 \cos\theta\, t$

$v(t) = V_0 \cos\theta$

$a(t) = 0$

B13) $y(t) = V_0 \sin\theta\, t - 1/2\, g t^2$

$v(t) = V_0 \sin\theta - g t$

$a(t) = -g$

B14) $\begin{cases} x - x_0 = V_0 \cos\theta\, t \\ y - y_0 = V_0 \sin\theta\, t - 1/2\, g t^2 \end{cases}$

$t = \dfrac{x - x_0}{V_0 \cos\theta}$

$y - y_0 = \dfrac{V_0 \sin\theta}{V_0 \cos\theta}(x - x_0) - \dfrac{1}{2} g \dfrac{(x - x_0)^2}{V_0^2 \cos^2\theta}$ ← traiettoria

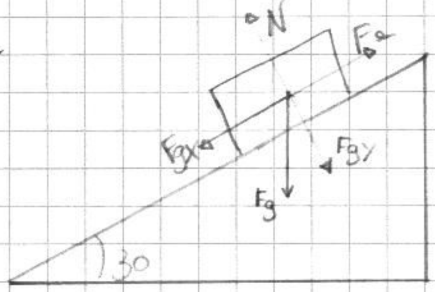
$\begin{cases} R = V_0 \cos\theta\, t \\ 0 = V_0 \sin\theta\, t - 1/2\, g t^2 \end{cases}$ $\begin{cases} R = V_0 \cos\theta\, t \\ 1/2\, g t^2 - V_0 \sin\theta\, t = 0 \end{cases}$

$t = \dfrac{V_0 \sin\theta \mp \sqrt{V_0^2 \sin^2\theta}}{g} = \begin{cases} - \;\; 0 \\ + \;\; \dfrac{2 V_0 \sin\theta}{g} \end{cases}$

$\Rightarrow R = \dfrac{V_0^2 \cos\theta \cdot 2 \sin\theta}{g} = \dfrac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$ ← gittata

PROBLEMA C

C1)

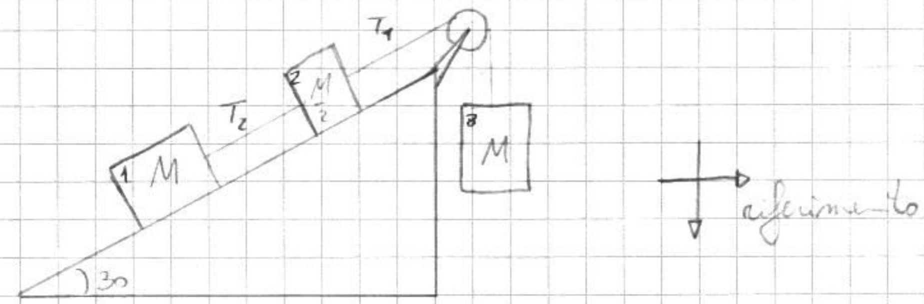


$$M a = - M g \sin 30$$

$$a = - g \sin 30 = - 4.9\ m/s^2$$

C2) $M a = - M g \sin 30° + \mu N$

$$a = - g \sin 30 + \mu g \cos 30 = -4.9\ m/s^2 + \frac{0.2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 9.81\ m/s^2 = -3.924\ m/s^2$$



C3) Per vedere dove scorre il sistema dobbiamo considerare la risultante delle forze

$$F = - M g \sin 30 - \frac{M}{2} g \sin 30 + M g = \frac{1}{4} M g > 0$$

$\Rightarrow$ il sistema scorre verso destra

C4) $M_{TOT} \cdot a = \frac{1}{4} M g$ dove $M_{TOT} = M + M/2 + M = 5/2\ M$

$$a = \frac{1}{4} M g \cdot \frac{2}{5M} = \frac{1}{10} g = 0.981\ m/s^2$$

C5)
$$\begin{cases} F_1 = - M g \sin 30 + T_2 \\ F_2 = - \frac{M}{2} g \sin 30 + T_1 - T_2 \\ F_3 = M g - T_1 \end{cases}$$

dove
$$\begin{cases} F_1 = M \cdot a \\ F_2 = \frac{M}{2} \cdot a \\ F_3 = M \cdot a \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_2 = Ma + \frac{M}{2} g \\ \frac{M}{2} a = -\frac{M}{4} g + T_1 - T_2 \\ T_1 = Mg - Ma \end{cases} \qquad \begin{cases} T_2 = Ma + M/2\, g \\ \frac{M}{2} a = -\frac{M}{4} g + Mg - Ma - Ma + \frac{M}{2} g \\ T_1 = Mg - Ma \end{cases}$$

sviluppiamo la sola 2° equazione

$$\frac{M}{2} a + 2Ma = \left(-\frac{M}{4} + M - \frac{M}{2}\right) g$$

$$a\left(\frac{5}{2} M\right) = \frac{1}{4} g \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{10} g$$

$$T_2 = \left(\frac{M}{10} + \frac{M}{2}\right) g = \frac{3}{5} Mg \simeq 5.9\ N$$

$$T_1 = \left(M - \frac{M}{10}\right) g = \frac{9}{10} Mg \simeq 8.8\ N$$

considerando $M = 1\,Kg$

C6) Per vedere dove scorre il sistema dobbiamo calcolare la risultante delle forze inserendo le forze di attrito per i blocchi #1 e #2.

$$F = -Mg \sin 30 + \mu Mg \cos 30 - \frac{M}{2} g \sin 30 + \mu \frac{M}{2} g \cos 30 + Mg =$$

$$= \left(-\frac{M}{2} + \frac{M}{10} - \frac{M}{4} + \frac{M}{20} + M\right) g = \frac{8}{20} Mg = \frac{2}{5} Mg > 0$$

Il sistema continua a scorrere verso destra.

C7) $M_{TOT} \cdot a = \frac{2}{5} Mg \quad \Rightarrow M_{TOT} = \frac{5}{2} M$

$$a = \left(\frac{2}{5} \cancel{M} \cdot \frac{2}{5\cancel{M}}\right) g = \frac{4}{25} g = 1{,}5696\ m/s^2$$

C8)

$$\begin{cases} F_1 = -Mg\sin 30 + \mu Mg\cos 30 + T_2 \\ F_2 = -\frac{M}{2}g\sin 30 + \mu\frac{M}{2}g\cos 30 + T_1 - T_2 \\ F_3 = Mg - T_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_2 = Ma + \frac{M}{2}g - \frac{M}{10}g \\ F_2 = -\frac{M}{4}g + \frac{M}{20}g + T_1 - T_2 \\ T_1 = Mg - Ma \end{cases}$$

sviluppando la sola 2ª equazione

$$\frac{M}{2}a = -Ma - \frac{M}{2}g + \frac{M}{10} - \frac{M}{4}g + \frac{M}{20}g + Mg - Ma$$

$$\left(\frac{1}{2}+2\right)\cancel{M}a = \left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{10}-\frac{1}{4}+\frac{1}{20}+1\right)\cancel{M}g$$

$$a = \frac{4}{25}g$$

$$T_2 = \left(\frac{4}{25}+\frac{1}{2}-\frac{1}{10}\right)Mg = \frac{28}{50}Mg \simeq 5.5\ N$$

$$T_1 = \left(1-\frac{4}{25}\right)Mg = \frac{21}{25}Mg \simeq 8.2\ N$$

considerando $M = 1\,Kg$

C9)

$$\left.\begin{aligned} F_{TOT\,y} &= F_{TOT}\cdot\cos 30 = \frac{1}{4}Mg\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \simeq 2.1\ N \\ F_{TOT\,x} &= F_{TOT}\,\sin 30 = \frac{1}{4}Mg\cdot\frac{1}{2} \simeq 1.2\ N \end{aligned}\right\}$$ non considerando l'attrito

$$\left.\begin{aligned} F_{TOT\,y} &= F_{TOT}\cos 30 = \frac{\cancel{2}}{5}Mg\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \simeq 3.4\,N \\ F_{TOT\,x} &= F_{TOT}\sin 30 = \frac{\cancel{2}}{5}Mg\cdot\frac{1}{\cancel{2}} \simeq 1.9\ N \end{aligned}\right\}$$ considerando l'attrito

Σ e considerando $M = 1\,Kg$

PROBLEMA D

D1) Non cambia nulla lungo l'asse x, rimane moto rettilineo uniforme

$x(t) = v_0 \cos\theta \, t$

$v(t) = v_0 \cos\theta$

$a(t) = 0$

D2) $y(t) = v_0 \sin\theta \, t - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} g t^2$

$v(t) = v_0 \sin\theta - \frac{1}{6} g t$

$a(t) = -\frac{1}{6} g$

D3) $y = \operatorname{tg}\theta \, x + \frac{1}{12} g \frac{x^2}{v^2 \cos^2\theta}$