

解像度可変型 SPH 法の開発と妥当性に関する研究

島浦 現¹・新谷 哲也²

¹学生会員 東京都立大学 都市環境科学研究所都市基盤環境学域（〒192-0397 東京都八王子市南大沢一丁目一番地）

E-mail: shimaura-gen@ed.tmu.ac.jp

²正会員 東京都立大学准教授 都市環境科学研究所都市基盤環境学域（〒192-0397 東京都八王子市南大沢一丁目一番地）

E-mail: shintani@tmu.ac.jp (Corresponding Author)

粒子法は、差分法や有限要素法と比較して空間解像度を柔軟に定義することが難しい。そのため、解析領域と比べて着目する現象の空間スケールが小さい場合、着目部分の粒子径が領域全体の空間解像度として定義されるため、膨大な計算時間を必要とする。本研究では、この問題を解決するために、近年着目されている解像度可変型粒子法に基づいた数値モデルを開発し、その精度・効率検証を目的として、水柱崩壊と越波現象の解析を行った。その結果、可変型では圧力搅乱が僅かに悪化したものの、速度分布や越波量では精度の著しい低下は確認されないことが判明した。また、計算コストを大きく低減することにも成功し、水柱崩壊問題に関して計算領域の 3/5 を低解像度領域とした場合、単一高解像度粒子径を用いた場合と比較して 4 割程度計算時間が減少した。

Key Words: Particle method, SPH, multi-resolution, dam break, wave overtopping

1. はじめに

津波の被害予測を正確に行うためには、広大な領域を対象とした伝播・遡上解析のみならず、橋梁や防波堤等の土木構造物への作用波圧や越波流量の推定が不可欠である。従来津波解析において主流であった差分法や有限要素法は、遠地、又は近地津波の解析には有効であったが、流体の細部の挙動や構造物との相互作用の再現度の高さに問題を抱えている。これらに変わる手法として、粒子法が注目されている。粒子法では連続体を有限個の粒子で表現し計算を進め、粒子自身が物理量を保持し、空間を自由に動き回ることができる。そのため、計算アルゴリズムが簡便で、物体の大変形を伴う解析や、流体-固体練成解析等に積極的に用いられ始めている。

メリットも多い粒子法ではあるが、近傍粒子の分布や数が計算精度に与える影響が非常に大きいため、一般的に空間解像度(粒子の大きさ)が一様に固定される問題点がある。例えば解析領域内的一部に存在する構造物を小さい粒子で表現すると、領域全体も同様に小さい粒子で表現されるため、粒子数が増大し計算効率が著しく低下してしまう。

そのため、この問題を解決する研究が進められ、格子法と粒子法を組み合わせる解析手法も提案されている¹⁾。一方で、近年、解析領域内の一部の空間解像度を高める解像度可変型粒子法の開発も進んでいる^{2,3)}。これらの研究では、解析領域内の重要度に応じて異なる粒子径を定義することで、精度を保ちつつも計算コストを大きく低減できることが報告されている。しかし、解像度可変型粒子法に関しては依然として情報・研究例が少なく、円柱周りの流れ、水柱崩壊問題における圧力分布や水面位置等の議論にとどまっている。さらに、現象の空間スケールの変化が大きく比較的長時間の解析が必要となる水工・海岸分野での適用へ向けた検討が著者らの知る限り少ない状況である。そこで本研究では、粒子法の一種である SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法⁴⁾に既往研究における空間解像度の可変アルゴリズムを適用して、再現性や運動エネルギーの変化特性を議論すると共に、海岸分野への適用例として越波現象の解析を行いその妥当性を検証した。

2. SPH 法による離散化

(1) 重み関数と支配方程式

SPH 法では、ある粒子の物理量 ϕ とその微分 $\nabla\phi$ を以下のように離散化して表現する。

$$\phi_i = \sum_j \phi_j \frac{m_j}{\rho_j} W(r_{ij}, h) \quad (1)$$

$$\nabla\phi_i = \sum_j (\phi_j - \phi_i) \frac{m_j}{\rho_j} \nabla W(r_{ij}, h) \quad (2)$$

ここで、 i, j は粒子番号、 m, ρ は各粒子の質量、及び密度、 $r_{ij} = |\mathbf{r}_{ij}|$ は粒子間距離である。 $W(r_{ij}, h)$ (以下 W_{ij})はカーネル関数と呼ばれる重み関数で、 h は平滑化長さ、又は smoothing length と呼ばれる影響領域の広さを決定するパラメータである。また、

$$\nabla W(r_{ij}, h) = \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j}{r_{ij}} \frac{\partial W}{\partial r} \quad (3)$$

であり、 \mathbf{x} は各座標に対応する位置ベクトルである。本研究で用いたカーネル関数は以下の Wendland kernel⁵⁾である。

$$W = \alpha_D \begin{cases} \left(1 - \frac{q}{2}\right)^4 (1 + 2q) & (0 \leq q < 2) \\ 0 & (2 \leq q) \end{cases} \quad (4)$$

ここで、2 次元では $\alpha_D = 7/(4\pi h^2)$ 、3 次元では $\alpha_D = 21/(16\pi h^3)$ 、 $q = r/h$ である。また、解像度が異なる粒子間作用では平滑化長さとカーネル関数を以下のようにした⁶⁾。

$$\bar{h}_{ij} = \frac{1}{2}(h_i + h_j) \quad (5)$$

$$\bar{W}_{ij} = \frac{1}{2}[W(r_{ij}, h_i) + W(r_{ij}, h_j)] \quad (6)$$

$$\nabla\bar{W}_{ij} = \frac{1}{2}[\nabla W(r_{ij}, h_i) + \nabla W(r_{ij}, h_j)] \quad (7)$$

支配方程式は、以下に示す連続の式と Navier-Stokes 方程式である。

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (8)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (9)$$

これらの式は、SPH 法ではそれぞれ以下のように表現される。

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_j m_j (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) \cdot \nabla \bar{W}_{ij} \quad (10)$$

$$\frac{D\mathbf{u}_i}{Dt} = -\sum_j m_j \left(\frac{p_i + p_j}{\rho_i \rho_j} + \Pi_{ij} \right) \nabla \bar{W}_{ij} + \mathbf{g} \quad (11)$$

ここで、 \mathbf{u} は速度ベクトル、 p は圧力、 μ は粘性係数、 \mathbf{g} は重力加速度である。また、 Π_{ij} は以下に示す人工粘性

である。

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha \bar{c}_{ij} \mu_{ij}}{\bar{\rho}_{ij}} & (\mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} < 0) \\ 0 & (\mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} \geq 0) \end{cases} \quad (12)$$

$$\mu_{ij} = \frac{\bar{h}_{ij} \mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^2 + \eta} \quad (13)$$

$$\eta = 0.01(\bar{h}_{ij})^2 \quad (14)$$

ここで、本研究では $\alpha = 0.01$ 、 c は音速であり、式中のバーは平均値を意味する。また、粒子 i, j の解像度が同じ場合は、式(10)、(11)においてはカーネル関数の微分として式(3)を、式(13)、(14)においては粒子 i 自身の平滑化長さである h_i を用いた。

(2) 圧力

圧力の算出には以下の Tait 型の状態方程式⁷⁾を用いた。

$$p_i = B \left(\left(\frac{\rho_i}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right) \quad (15)$$

ここで、 $B = (\rho_0 c_0^2)/\gamma$ 、 ρ_0 は基準密度、 c_0 は基準密度に対応した音速、 $\gamma = 7$ である。 c_0 は実際の水中の音速よりも低く設定され⁸⁾、本研究では $c_0 = 10V_{max}$ とした。

(3) 時間積分

本研究では、中川ら⁹⁾と同様に、アルゴリズムが単純でエネルギー保存性に優れた Symplectic Euler (Semi-Implicit Euler)法を用いた。各時間ステップで粒子の速度と位置を以下のように更新する。

$$\mathbf{u}_i^{n+1} = \mathbf{u}_i^n + \frac{D\mathbf{u}_i}{Dt}^{n+1} \Delta t + \delta_i \quad (16)$$

$$\mathbf{r}_i^{n+1} = \mathbf{r}_i^n + \mathbf{u}_i^{n+1} \Delta t \quad (17)$$

ここで、 n は時間ステップ数、 Δt は時間刻み幅である。また、 δ は以下に示す近傍粒子の偏りを基にして決められるシフトベクトルである¹⁰⁾。

$$\delta = \frac{\beta r_0^2 v_{max}}{m_t} \sum_j m_j \frac{\mathbf{x}_{ij}}{r_{ij}^3} \quad (18)$$

ここで、 $r_0 = 1/N_i \sum_j r_{ij}$ 、 N_i は近傍粒子数、 $m_t = \sum_j m_j$ 、 v_{max} はシステム内の最大速度である。 β は調整パラメータで、本研究では 0.01 とした。

(4) 境界条件

本研究では、壁面境界の取り扱いに Dynamic SBT アルゴリズム¹¹⁾を用いた。この境界条件では、壁面を数層の粒子で表現する。近傍粒子数が増大すれば固体粒子の密度も上昇し、式(11)を通して流体粒子に反発力を与える。

また、粒子法では近傍粒子の等方性・均質性が重要であるため、空間解像度が異なる粒子同士の相互作用をな

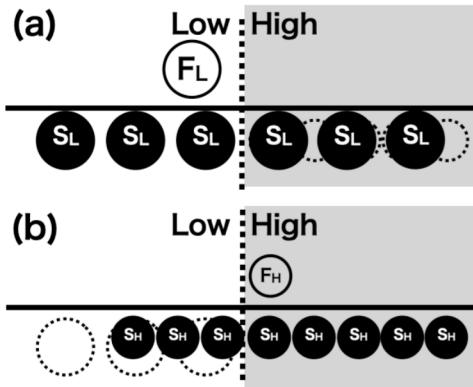


図-1 空間解像度を変える境界付近での壁粒子の扱い

るべく減らす必要がある。そこで、空間解像度を変える境界付近において、流体粒子と固体粒子の相互作用は同一の解像度の粒子同士で行った。図-1においてFとSはそれぞれ流体粒子(Fluid)と固体粒子(Solid)を表し、下付き文字のLとHは低解像度領域(Low)と高解像度領域(High)を意味している。例として(a)における流体粒子 F_L について計算する際、高解像度領域内では破線で示された高解像度の固体粒子を使用せず、 S_L を用いるようにする。

(4) 密度の平滑化

Khayyer らの研究¹²⁾でも示されているように、SPH 法では粒子間距離スケールの圧力搅乱が発生する。そこで、本研究では圧力搅乱を抑制するために、10ステップに一度の割合で、Shepard filter¹³⁾を用いて密度の平滑化を行った。

$$\rho_i^{new} = \frac{\sum_j m_j W_{ij}}{\sum_j m_j / \rho_j W_{ij}} \quad (19)$$

3. 空間解像度の可変アルゴリズム

本研究では、Vacondio ら¹⁰⁾、Hu ら¹⁴⁾の研究を参考に、着目領域に侵入した粒子の高解像度化、及び着目領域から離れた粒子の低解像度化を以下の手順で行った。

(1) 粒子の高解像度化

高解像度化が必要な着目領域に粒子が侵入した際に、粒子を複数に分裂させる方法を採用した。今回の計算では分裂数を 2 としている。分裂した粒子は分裂前の粒子と同様の密度と速度を保ち、縦方向に高解像度粒子の粒子径 d_H だけ離して再配置する。また、分裂後の粒子径は分裂の前後で質量が一致するように、

$$d_i^{new} = \frac{d_i}{2^{1/D}} \quad (20)$$

とする。ここで、D は計算次元である。

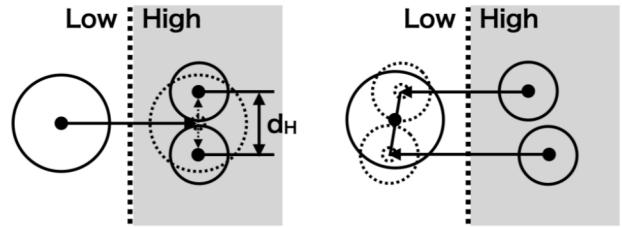


図-2 空間解像度の可変アルゴリズムの概略図

(2) 粒子の低解像度化

高解像度粒子が着目領域から離れた際には、計算負荷を低減させるために、その粒子の最も近傍にある高解像度粒子と結合させる。結合後の粒子径は以下のように決定される。

$$d_i^{new} = (d_i^D + d_j^D)^{1/D} \quad (21)$$

結合後の速度と位置は運動量保存と重心の一致を考慮して以下のように決定される。

$$\mathbf{u}_i^{new} = \frac{m_i \mathbf{u}_i + m_j \mathbf{u}_j}{m_i + m_j} \quad (22)$$

$$\mathbf{r}_i^{new} = \frac{m_i \mathbf{r}_i + m_j \mathbf{r}_j}{m_i + m_j} \quad (23)$$

また、飛び散った自由表面粒子等が単独で運動し、着目領域から離れた後も、近傍に結合すべき高解像度粒子が存在しない可能性がある。本研究では、単独の高解像度粒子が低解像度領域に存在することを許容し、近傍粒子が見つかり次第結合を行う仕組みとした。以上のアルゴリズムを簡潔にまとめた粒子の高解像度化と低解像度化の概略図を図-2 に示す。

4. 結果と考察

ここでは、本研究で構築したモデルによる 2 次元の解析結果について議論する。以降の解析において、基準密度 1000 kg/m^3 、初期粒子間隔 $d_L = 0.00707 \text{ m}$ 、 $d_H = 0.005 \text{ m}$ 、平滑化長さ $h = 1.5d (\text{m})$ 、影響半径 $\kappa h = 2h (\text{m})$ 、時間刻み幅 $\Delta t = 5.0 \times 10^{-4} (\text{s})$ とした。そして、初期水塊は計算領域左側に設置し、可変解像度計算における高解像度領域は計算領域の右側の $2/5$ とした。プログラムの作成には Julia v 1.6.1 を使用した。計算環境は 1.2 GHz Intel Core i7 1.2 GHz (16GB memory) である。

(1) 精度検証

まず初めに、Martin & Moyce による水柱崩壊の室内実験結果¹⁵⁾との比較を行った。以降は計算ケース名として、低解像度粒子で統一(Case-LR)、高解像度粒子で統一(Case-HR)、空間解像度を可変にしたモデル(Case-MR)とする。解析条件は図-3 の通りで、計算対象時間は 0.5s とした。

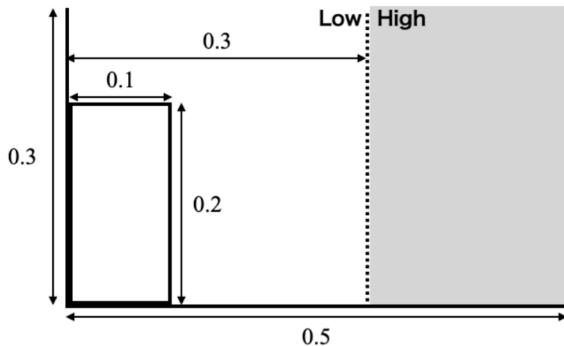


図-3 水柱崩壊現象の解析条件(単位:m)

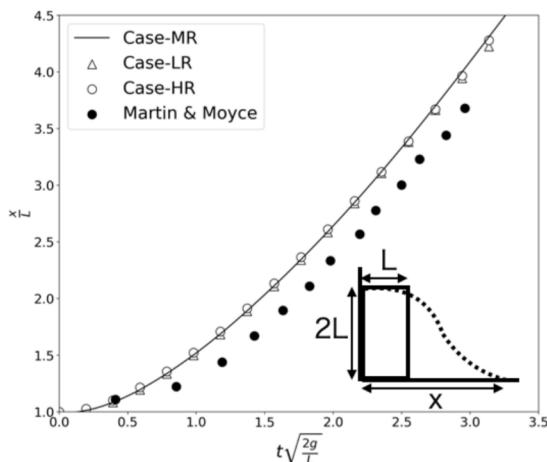


図-4 Martin & Moyce の実験値との比較

表-1 計算時間の比較(計算対象時間:0.5 s)

| 解析ケース | Case-LR | Case-HR | Case-MR |
|----------|---------|---------|---------|
| 解析時間 (s) | 114 | 227 | 140 |

検証の概略図と結果は図-4の通りである。横軸は無次元化された時間、縦軸は初期水柱幅で無次元化した、崩壊した水柱の先端水平位置である。図-4から各ケースにおいて、Martin & Moyce の実験値と比較して先端部の進行がやや速いものの、この傾向は過去の研究¹⁰⁾でも確認されており、変化傾向は良好に一致していることが判る。

次に、可変解像度手法が速度分布に与える影響を調べるために、 $t=0.375\text{ s}$ における速度分布を全てのケースで比較した。図-5から、全ケースにおいて水平方向、鉛直方向共に速度分布は良好に一致していると言える。特に、右側の壁面周辺の自由表面付近の速度分布がCase-LRに比べて Case-HR と Case-MR では滑らかに分布していることが確認された。

次に、同じ時刻における圧力分布を図-6に示す。本研究では標準的な Weakly Compressible SPH (WCSPH) をベースにしているため、最も精度が良いと予想される Case-HRにおいても既知の圧力搅乱が確認された。さらに、空間解像度可変スキームを導入した場合、壁面周辺のみならず、粒子径が異なる粒子の相互作用により分裂

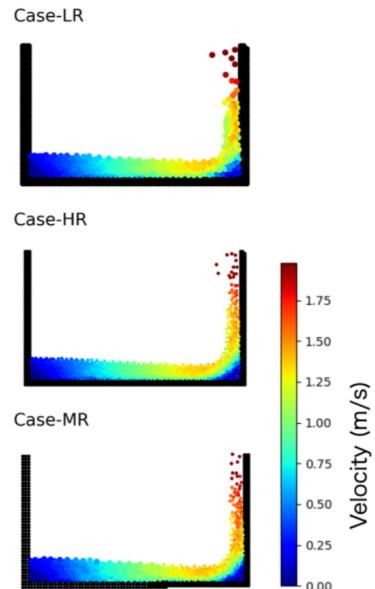


図-5 $t=0.375\text{ s}$ における速度分布

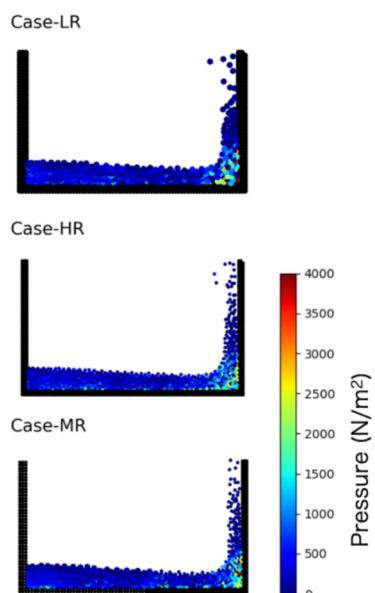


図-6 $t=0.375\text{ s}$ における圧力分布

直後から圧力分布が僅かに不安定になっていることが判った。したがって、密度の平滑化、粒子の分裂と座標の補正のみでは圧力を含めた高解像度粒子の精度を保つことが困難である可能性がある。今後は影響半径内の粒子数を一定に保つために平滑化長さを可変にする手法、圧力搅乱を低減するスキーム等を早急に導入する必要がある。計算効率を比較するために、表-1に各ケースの解析時間を示した。全粒子を高解像度粒子で統一した Case-HR の場合、Case-LR と比較して約 2 倍の時間がかかるっているが、空間解像度を可変にした Case-MR では解析時間が約 4 割減少した。

(2) 運動エネルギーの時間変化

次に、エネルギーの観点から再現性を検証するために、

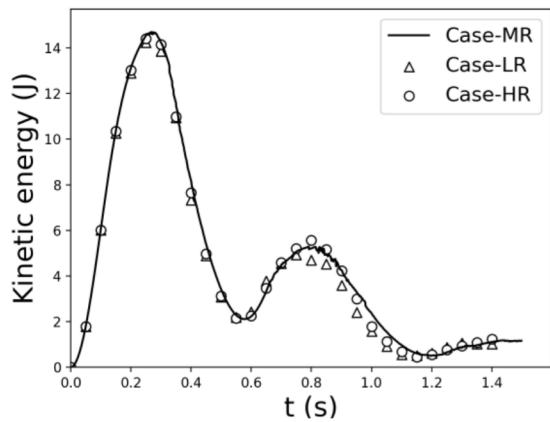


図-7 運動エネルギーの総和の変化

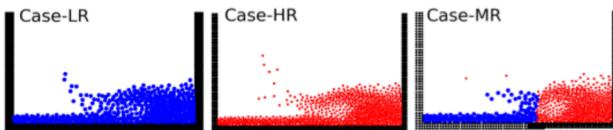


図-8 $t=0.75$ sにおける各ケースの様子

計算開始から各時間ステップにおける全粒子の運動エネルギーの総和を比較した。解析条件は図-3と同様に設定し、粒子の高解像度化と低解像度化を両方観察できるように計算対象時間は1.5sとした。

図-7に比較結果を示している。全てのケースにおいて運動エネルギーの変化傾向が概ね一致していることが確認できる。しかしながら、Case-MRでは、 $t=0.75$ sを過ぎたあたりでCase-HRに比べて運動エネルギーが低下し、 $t=0.9$ sを過ぎたあたりでは反対にCase-LR, Case-HRを上回っていることが確認できる。この時刻の周辺は反射後の高解像度粒子が結合しているタイミングである。原因の一つとして、式(22)を用いて低解像度粒子の速度を求めることにより、運動エネルギーを厳密に維持できていないことがあげられる。図-8に $t=0.75$ sにおける全ケースの比較を示す。

(3) 越波量の比較

次に、海岸工学に関連する現象として、越波現象の解析を行った。解析条件は図-9の通りである。この検証では周期2秒で造波板振幅を0.1mとして、規則波を20秒間発生させ、越波量を比較した。表-2に各ケースで計算された解析時間と越波量の比較を示す。

まず、解析時間については、Case-MRはCase-HRに対して約25%減少しており、水柱崩壊問題の場合と比べて減少割合が低いことが判った。この検証では粒子の解像度の変化が何度も行われることから、空間解像度の可変アルゴリズムが最適化されていないことが原因であると考えられる。特に、近傍粒子の探索を逐一行わなければいけない低解像度化の効率化が重要であると予想される。

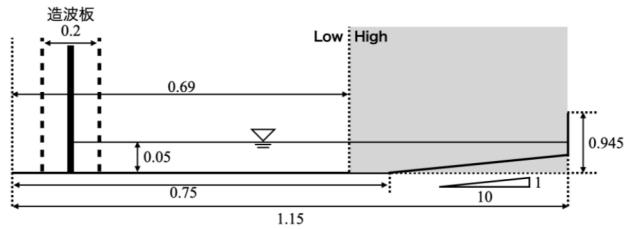


図-9 越波現象の解析条件(単位:m)

表-2 各ケースの解析時間と越波量の比較(計算対象時間:20 s)

| 解析ケース | Case-LR | Case-HR | Case-MR |
|----------------------|---------|---------|---------|
| 解析時間(s) | 4198 | 8623 | 6501 |
| 無次元化した 越波量(%) | 31.06 | 37.46 | 31.98 |
| Case-HRに 対する割合(%) | 82.92 | — | 85.37 |

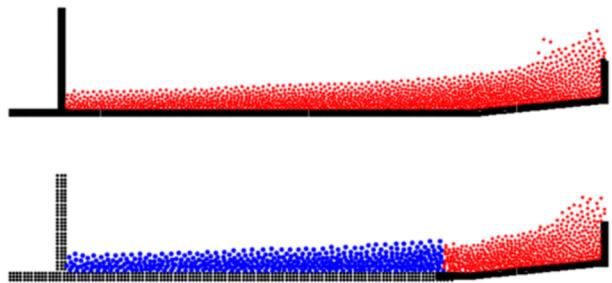


図-10 $t=15.15$ sにおけるCase-HRとCase-MRの様子

次に、越波量についてであるが、異なる粒子径を用いていることから各ケースで初期体積が若干異なるため、ここでは越波量を初期体積で無次元化して比較している。Case-HRに対して、Case-LR, Case-MR共に越波量を低く見積もっているが、僅かにCase-MRがCase-LRを上回っていることが判る。また、波が造波板から護岸に向かって進行する際に、図-10に示すような解像度を変化させる境界付近において自由表面がやや不連続になる状態が見られた。この現象が精度を低下させている可能性がある。以上のことから、高解像度化における分裂や補正方法を再考する必要があると言える。その他の誤差原因として、各解像度において一定の平滑化長さが使用されていることがあげられる。一方で、Case-MRは改善の余地を十分に含んでいながら、比較的長時間の解析においても精度の著しい低下を招かずに越波量を推定できている。

5. 結論

本研究では解像度可変型SPH法を組み込んだモデルを開発し、水柱崩壊問題と越波現象の解析によってその精度と計算効率の検証を行った。その結果得られた結論を以下にまとめる。

(1) 計算精度

解像度可変型モデルは、崩壊した水柱が衝突する壁面

周辺の高解像度領域において、流体形状と速度分布を一樣高解像度モデルと同等の精度と滑らかさで再現することができた。しかし、圧力搅乱は若干増大し、壁面から離れた分裂直後の領域でも圧力搅乱が確認された。また、運動エネルギーの変化は全3ケースで同様の傾向を示したが、空間解像度を可変にした場合、粒子の結合により、精度が僅かに悪化する傾向が確認された。

越波量の解析では、高解像度粒子で統一した計算結果により近い越波量を短い計算時間で得ることができ、解像度可変型粒子法の妥当性を示した。今後は精度向上のためのスキームの導入、解像度の可変アルゴリズムの改良を行いつつ、より具体的かつ長時間の現象への適用、実験結果との比較を検討している。

(2) 計算時間

空間解像度を可変にした Case-MR では、空間解像度を高解像度粒子で統一した Case-HR と比較して、解析時間を約 25%から 40%減少させることができた。今後は大規模解析に向けて GPGPU や MPI を使用した並列化を実装する予定である。

参考文献

- 1) Marrone, S., Di Mascio, A. and Le Touze, D.: Coupling of smoothed particle hydrodynamics with finite volume method for free-surface flows, *J. Comput. Phys.*, Vol.310, pp.161-180, 2016.
- 2) Adams, B., Pauly, M., Keisew, R. and Guibasm L. J.: Adaptively sampled particle fluids, *ACM. Trans. Graph.*, Vol.26, pp. 48-es, 2007.
- 3) Shibata, K., Koshizuka, S., Matsunaga, T. and Masaie, I.: The overlapping particle technique for multi-resolution simulation of particle methods, *Comput. Methods. Appl. Mech. Eng.*, Vol.325, pp.434-462, 2017.
- 4) Monaghan, J.J.: Smoothed particle hydrodynamics, *Annual. Rev. Astron. Apple.*, Vol.30 pp.543-574, 1992.
- 5) Wendland, H.: Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree, *Adv. Comput. Math.*, Vol.4 pp.389-396, 1995.
- 6) Yang, X. and Kong, S. C.: Adaptive resolution for multi-phase smoothed particle hydrodynamics, *Comput. Phys. Commun.*, Vol.239, pp.112-125, 2019.
- 7) Monaghan, J. J.: Simulating free surface flows with SPH, *J. Comput. Phys.*, Vol.110, pp.399-406, 1994.
- 8) 後藤仁志：粒子法，pp32-34，森山出版株式会社，2018.
- 9) 中川知和、片岡保人、竹鼻直人、諏訪多聞、風間正善：粒子法による護岸越波現象の数値計算、土木学会論文集 B3(海洋開発), Vol.67, pp.268-273, 2011.
- 10) Vacondio, R., Rogers, B. D., Stasby, P. K., Mignosa, P. and Feldman, J.: Variable resolution for SPH: A dynamic particle coalescing and splitting scheme, *Comput. Methods. Appl. Mech. Eng.*, Vol.256, pp.132-148, 2013.
- 11) Liu, M. B., Shao, J.R. and Chang, J. Z.: On the treatment of solid boundary in smoothed particle hydrodynamics, *Sci. China. Technol. Sci.*, Vol.55, 2012.
- 12) Khayyer Abbas, 後藤仁志, 堀智恵実：高精度粒子法による複雑碎波過程の再現性の向上、土木学会論文集 B2(海岸工学), Vol.65, pp.31-35, 2009.
- 13) Bonet, J. and Lok, T.-S. L.: Variational and momentum preservation aspect to smooth particle hydrodynamic formulations, *Comput. Methods. Appl. Mech. Eng.*, Vol.180, pp.97-115, 1999.
- 14) Hu, W., Pan, W., Rakhsa, M., Tian, Q., Hu, H. and Negru, D.: A consistent multi-resolution smoothed particle hydrodynamics method, *Comput. Methods. Appl. Mech. Eng.*, Vol.324, pp.278-299, 2017.
- 15) Martin, J. C. and Moyce, W. J.: Part IV. An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A.*, Vol. 244, pp.312-324, 1952.
- 16) 例えれば、Roubtoba, V. and Kahawita, R.: The SPH technique applied to free surface flows, *Comput. Fluids.*, Vol.35, pp.1359-1371, 2006.

(Received June 30, 2021)
(Accepted September 3, 2021)

DEVELOPMENT OF MULTI-RESOLUTION SPH METHOD AND ITS VALIDATION

Gen SHIMAURA and Tetsuya SHINTANI

Multi-resolution technique has been implemented to the SPH method to reduce high computational costs in standard SPH with uniform particle size. The multi-resolution model splits a coarse particle into two fine particles in a high-resolution area and merges adjacent two fine particles into a coarse particle outside of the area. To check the validity and efficiency of the present model, a dam-break and wave overtopping problems were analyzed. The model reproduced the measured location of dam-break tip with reasonable accuracy. The model also agreed well with the high-resolution uniform model both in the dam-break and overtopping problems, however, slightly increasing pressure oscillation. In terms of efficiency, the computational cost was reduced by 40% compared to the high-resolution uniform model with the present configuration.