

Análisis empírico del uso del “Ratio de Sharpe” para la selección eficiente de activos

1 Abstract

Este informe busca verificar la metodología de media – varianza desarrollada por Markowitz, y la posterior creación del “Ratio de Sharpe” por parte de William Sharpe, para la elección óptima de portafolios, en base al uso de datos de precios y rendimientos provenientes del índice Dow Jones, de las empresas que han conformado este índice en los últimos años, y de los bonos del tesoro americano para diferentes vencimientos. Para lograr este objetivo, se desarrolló un programa informático que comienza con la elección del periodo temporal deseado para realizar el análisis, y luego de una serie de ajustes en la información, permite llevar a cabo la optimización de todos los portafolios posibles dada una serie de restricción, para terminar con un conjunto de gráficos que nos permiten visualizar cuál de los dos, si el portafolio o el índice, se han desempeñado mejor. Finalmente, se detalla en el informe un análisis para distintos periodos para así verificar si la metodología empleada permite ganarle al índice, o sucede lo contrario.

2 Introducción

Gracias a su reconocido trabajo de 1952 llamado “Portfolio Selection”, Harry Markowitz dio inicio al uso más generalizado de la metodología conocida como media – varianza para la selección eficiente de una cartera de activos. Esta parte de la premisa de que los agentes son adversos al riesgo, es decir, que prefieren obtener más rendimiento a menos, pero siempre considerando el riesgo inminente en todos los escenarios, haciendo que prefieran situaciones con una ganancia menor, pero donde el riesgo de obtenerla es considerablemente más bajo. En base a las ideas de Markowitz, otros autores han ido matizando y construyendo nuevas ideas y configuraciones aplicables al modelo ideado por el premio nobel: desde incluir en la optimización cuestiones de liquidez de los activos, restricciones para impedir posicionarse en corto o inclusión de los gastos en comisiones, hasta ratios que contruidos siguiendo fundamentos u objetivos diversos como los Ratios de Sharpe o de Treynor, el modelo de media – varianza ha ido perfeccionándose hasta llegar a constituir el fundamento teórico de la selección eficiente de activos.

Sin embargo, y a pesar del profundo fundamento teórico que sustenta al modelo, ocurre en la realidad que la vasta mayoría de los fondos comunes de inversión, así como de cualquier empresa que se dedique al manejo de carteras de activos, rara vez puede superar en el largo plazo a un índice de acciones normalmente puesto como referencia o benchmark. Ante esta situación surge la interrogación de si la metodología propuesta por Markowitz es tan efectiva en su objetivo como lo dice la teoría, o, por el contrario, existe en la realidad algún fenómeno o dinámica que hace que las rentabilidades logradas por los fondos sean menores a la simple replicación de un índice determinado de acciones.

Para poder dar respuesta a esta interrogante, se realizó un programa que permite averiguar cuál ha sido el portafolio óptimo, siempre siguiendo la metodología de media – varianza, en base a la información que se posee para un periodo de tiempo, y testear para otro periodo de tiempo futuro, si ese portafolio resultante tiene o no un mejor desempeño que el índice. Si la metodología es certera, el programa debería dar como resultado que, para la mayoría de los escenarios planteados, el portafolio se desempeña mejor que el benchmark.

Cabe aclarar que, en su trabajo, Markowitz (1952) señala que, para los rendimientos esperados de los activos, deben de utilizarse los rendimientos que estos van a tener en base a un análisis del desempeño de la compañía en el futuro, y no los rendimientos que estas obtuvieron en el pasado. Para simplificar el análisis, en el trabajo se utilizan como proxis de los rendimientos esperados, los rendimientos que esos mismos activos consiguieron en años anteriores, ocurriendo un caso idéntico para el cálculo de sus varianzas, y de sus covarianzas con el resto de activos seleccionados. Por tanto, por más que en el programa se lleven a cabo una serie de restricciones que permiten seleccionar bien las empresas con mejor performance, este informe no busca dar por válida o no la teoría de selección de carteras mediante la metodología de media – varianza, sino que busca ver la efectividad en la práctica de esta, teniendo como inputs los que se utilizarán a lo largo del programa, como pueden ser, por ejemplo, los rendimientos pasados.

3 Marco Teórico

A la hora de elegir una serie de activos que conformarán una determinada cartera, existen cientos, miles, o incluso millones de maneras de hacerlo; e incluso, focalizándonos por lo ocurrido en el pasado, podría hasta ser beneficioso invertir en pocos o hasta en un solo de ellos. Por tanto, ante este problema, resulta necesario hallar un método que nos permita hallar cuál es la mejor manera de combinar esos activos. Es en este contexto donde surgen diferentes alternativas para escoger que compañías si y cuales no incluir dentro de una cartera, pero la que se ha destacado por encima de todas ellas (sobre todo en su desarrollo e implicancias teóricas) es la metodología de media – varianza desarrollada por Harry Markowitz. En su trabajo precursor, Markowitz (1952) hace foco en la idea de diversificación como fundamento que debería de dirimir si la construcción de una cartera es adecuada o no. Partiendo de que las personas son adversas al riesgo, es decir, que, bajo iguales condiciones de rentabilidad, prefieren el activo que proporcione dicho retorno con un menor riesgo, elabora un modelo de maximización del retorno ponderado de los diferentes activos que potencialmente formen parte del portafolio, restringido por el hecho de que la varianza tenga que ser la menor posible (posteriormente se definirá el modelo en base a la selección de un varianza máxima soportable), que los ponderadores de los activos sean mayores a 0, pero que la suma de estos sea menor a 1. Con todas las partes especificadas, el autor llega a la “frontera eficiente”, que consta de una curva sobre la que reposan todos aquellos portafolios que brindan el mayor rendimiento dado un nivel de varianza, o que brinda la mínima varianza dado un nivel de rentabilidad dado. Matemáticamente, el modelo queda planteado de la siguiente manera:

$$E = \sum X_i * u_i$$

$$V = \sum \sum X_i * X_j * \sigma_{ij}$$

$$\sum X_i = 1$$

$$X_i \geq 0 ; i = n$$

Donde E representa la esperanza de los retornos, V su varianza, y las dos últimas líneas detallan las restricciones de no negatividad de los ponderadores y de su sumatoria igual a 1; y donde todas las sumatorias van desde el punto donde $i = 1$, hasta N. Por tanto, el objetivo de la resolución de este problema es el de obtener el valor de todos y cada uno de los ponderadores asociados a los distintos activos tenidos en consideración. Esta es la base de la que parte el programa para hallar la cartera óptima en cada una de las estimaciones que realice el usuario.

Como añadidura, se pueden agregar de diferentes maneras las preferencias del agente. En Nurfadhila y Ari (2020) se añade al modelo un factor “t” que simboliza la tolerancia al riesgo del inversor, el cual se añade al problema de optimización del agente.

Finalmente, el último desarrollo teórico, derivado de las ideas de Markowitz, a utilizar en el trabajo en cuanto a optimización de carteras es lo que Sharpe (1966) desarrolló como ratio de “recompensa a la variabilidad”, y que actualmente se conoce como Ratio de Sharpe. El autor, partiendo del efecto de Tobin, desarrolla que, si un inversor puede pedir y/o prestar fondos ilimitadamente a una tasa libre de riesgo p , y/o puede invertir en un fondo con un retorno predicho, este puede posicionarse en cualquier punto de la línea que dará como mejor portafolio a aquel que presente el valor más alto de:

$$RS = \frac{E - p}{\sigma}$$

Donde E representa el retorno esperado, p la tasa libre de riesgo, y σ la varianza de los retornos. Esto es a lo que se conoce como Ratio de Sharpe, donde el numerador indica la prima por invertir en activos riesgos, y el denominador representa la medida de riesgo de la inversión, el desvío de los retornos que se deberá de soportar. En conjunto, esta medida de rentabilidad puede entenderse como el retorno o premio por unidad de volatilidad o riesgo. Y es esta medida la que se usará en la optimización del presente informe para evaluar cuál de todas las carteras posibles es la óptima, la que obtiene un mayor premio por el riesgo asumido.

4 Trabajos en la misma línea

Dada la fama y la controversia que ha suscitado el uso de los distintos modelos de media- varianza para la construcción de portafolios de inversión, ya ha habido casos en los que se intentó verificar la fiabilidad de este para la selección de carteras de activos óptimas. Un caso se puede hallar en Sharpe (1966), en el cual, aparte de desarrollar su famoso ratio, el autor busca comprobar si las diferencias en las performance de los distintos fondos mutuos son transitorias o permanentes, lo cual, en el segundo caso, indicarían diferencias en las habilidades de los gestores. Para comprobar este fenómeno, analiza los valores arrojados por los 34 fondos mutuos seleccionados en dos periodos de tiempo distintos, y para distintas medidas de desempeño tales como el ratio que el mismo desarrolla en el paper, el Ratio de Treynor, combinaciones de estas, e incluso por monto de activos manejados, o por gastos administrativos. Sharpe llega a la conclusión de que existen diferencias persistentes en el desempeño de los distintos fondos, y que estas podrían llegar a deberse a los diferentes niveles de gasto de los fondos, lo cual fortalecería la hipótesis de mercados eficientes, ya que en la realidad se da también que los gestores eficientes manejan mayor cantidad de activos.

Por otra parte, Mendizábal Zubeldia, Miera Zabalza y Zubiaurre (2002) realizaron un análisis de la eficiencia de los mercados españoles, más concretamente del IBEX – 35 y del IGBM en cuanto a su funcionamiento como “carteras” óptimas. Para ello, supusieron que tanto la media y la varianza esperada de los activos de los activos coinciden con la histórica (tal como se hace en este trabajo), definieron el marco temporal para las comparaciones en una semana hacia el futuro, e hicieron uso tanto del Ratio de Sharpe original como de su versión de coherencia absoluta para así comparar la performance de los índices con la de los portafolios. Con todo esto, llegan a una frontera eficiente de Markowitz que se encuentra por encima de los puntos marcado por los índice, concluyendo así que el modelo es eficaz, peor sin dejar de mencionar que el uso de rendimientos pasados como proxy de los futuros no es lo más adecuado por los sesgos e inconvenientes que esto puede llegar a traer consigo.

5 Explicación del cálculo de combinaciones

Como ya se mencionó, el objetivo del informe y de la creación del programa informático es el de comparar el mejor portafolio posible siguiendo las pautas mencionadas, y compararlo con el rendimiento de un benchmark. Para ello, y buscando poder identificar todos los distintos portafolios que podrían llegar a conformarse, dado las empresas que han conformado el índice durante el periodo de tiempo que vamos a utilizar para verificar la eficacia de la metodología, vamos a emplear en el programa informático la fórmula de combinatorias que nos permite saber la cantidad de todos los conjuntos de acciones posibles, sin que se repita ninguna, pero en diferente orden (por ejemplo: si existe el portafolio ["A", "B", "C"], no puede después aparecer el portafolio ["B", "A", "C"], ya que en esencia son el mismo, por más que el orden sea distinto), con la idea en mente de reducir la cantidad total de portafolios a evaluar. La fórmula en cuestión es:

$$C_{X,N} = \frac{N!}{X! * (N - X)!}$$

En la fórmula, N representa la cantidad total de elementos que se tienen que combinar (en nuestro caso, la cantidad de acciones), mientras que X representa la cantidad de elementos que deben de tener cada subgrupo de conjuntos de acciones (yendo a nuestro trabajo, representaría la cantidad de acciones que debe de tener cada portafolio). Como es obvio, N debe de ser siempre mayor que X, y si son iguales, la cantidad de combinatorias es igual a la cantidad de elementos que se poseen.

Si uno realiza la derivada parcial de la fórmula de combinatorias con respecto a N, llega a la conclusión de que la cantidad de combinaciones posibles dependen exponencialmente del número total de acciones. Esto nos supone una restricción muy grande al programa y a los datos a utilizar, ya que índices con una gran cantidad de componentes nos generarían que la cantidad de combinaciones sean inmensas, imposibilitando que el programa pueda funcionar. De igual manera, las combinaciones dependen exponencialmente de X, pero en un grado menor que de N, por lo que no nos supondrá un problema tan grave.

La fórmula de más arriba nos permite conocer el número de combinaciones, pero no así cuáles son esas combinaciones. Para ello utilizaré la librería "itertools" que, mediante su función "combinations", nos da como output un listado con las combinaciones posibles, debiendo darle previamente como un input el listado con los elementos a combinar, así como el valor de X, es decir, la cantidad de elementos en cada portafolio (posteriormente se explicará por qué no se dejó libertad para este parámetro).

6 Selección de datos a emplear

Para poder desarrollar el programa para conocer la capacidad de la metodología para la selección de portafolios, necesitamos cuatro clases de datos: un listado de todas las empresas que formaron parte del índice Dow Jones, así como cuáles eran las empresas que lo conformaron año a año; el valor y/o el rendimiento del índice durante el periodo de tiempo, y de manera diaria; los precios y/o rendimientos de las acciones presentes en el listado de empresas antes mencionado, y de ser posible, de manera diaria; y finalmente, el precio y/o rendimiento de los bonos del tesoro a lo largo del tiempo para diferentes rendimientos.

Comenzando por el listado de empresas, para poder conocer todas las empresas que cotizaron agrupadas bajo el índice a utilizar como benchmark, se hizo uso de un archivo llamado "DowMemberHistory" que traía detallado todos los movimientos sufridos en su

conformación a lo largo de la historia. Posteriormente, una vez sabidas todas las empresas, se pasó a investigar los tickers de cada una de ellas, y con esta información se constituyó un diccionario donde la clave indica el año, y en el valor encontramos una lista que tienen incluida los tickers de todas las compañías que formaron parte del índice en ese año. Esto nos permitirá en el programa final poder saber las compañías que se encontraban al inicio y al finalizar el periodo seleccionado como de análisis, para así poder reducir la cantidad de portafolios posibles que se deberán de optimizar para hallar su media y varianza, sin reducir la fiabilidad de la selección óptima de portafolios.

En cuanto a los precios de las acciones que componen tanto el índice Dow Jones como el listado de empresas, se usa la librería “yfinance” para obtener todos los datos posibles de todas las empresas presentes en el índice desde el año 1970 hasta la actualidad. Adicionalmente, para rellenar los valores nulos presentes en varias de las compañías, se decidió rellenarlos con el promedio de los días aledaños; y en caso de que no se posea información sobre la cotización de las acciones de la empresa, se pasó a eliminarla de la base de datos a emplear para la optimización.

Pasando a los datos del índice, para obtener la serie de valores de este se tuvo que empalmar dos series diferentes. Esto se debe a que en el año 2022 salió a cotizar en bolsa el índice per se, pero no al valor que tiene este en su formato histórico, motivo por el cual se debe utilizar la serie con los valores normales del índice, y añadirle los valores del ETF del Dow Jones, ajustados para que coincidan así con la tendencia de los valores originales. Siendo más específicos, el término DJI hace referencia al índice Dow Jones, mientras que DJIA es el ticker que hace referencia al ETF del índice. Para poder empalmar las series de valores, se calculó el llamado “factor de conversión” que consiste en dividir los valores de DJI por los de DJIA para las fechas en las que ambas poseen datos, calcular su media y utilizarla para multiplicar todos los valores de la serie de DJIA presentes desde el final de la serie DJI, hasta la finalización de la primera. Por último, se concatenó ambas series en una sola.

Por último, los datos de los bonos del tesoro se obtuvieron mediante un archivo CSV que traía la información de los bonos para los distintitos vencimientos en forma de rendimientos, simplemente se tuvieron que dividir los valores presentes por 100 para que dichos rendimientos se encuentren en el mismo formato que van a tener posteriormente los rendimientos tanto del índice Dow Jones como de las diferentes acciones particulares.

7 Explicación del programa informático

El código que va a permitir conocer cuál es el portafolio óptimo siguiendo las directrices propuestas por la metodología de media – varianza elaborada por Markowitz, y ver su efectividad con respecto a un benchmark, consta de varias partes bien definidas y diferencias, que se encuentran separadas por las distintas clases de funciones requeridas para cada uno de los pasos que permiten llegar a un gráfico con la información relevante para poder elaborar las conclusiones pertinentes; es decir, un gráfico con los valores de rendimiento, volatilidad y de Ratio de Sharpe para un periodo de evaluación (se llama así al periodo de tiempo sobre el cuál se va a comparar la performance del portafolio y del índice) estipulado, previa selección de la cartera eficiente en un periodo de análisis (periodo de tiempo a utilizar para calcular cuáles son las compañías que formarán parte del portafolio óptimo, así como los valores de los ponderadores de cada una de ellas) también seleccionado por el usuario.

Para empezar, el programa utiliza los diferentes datos e información explicados en el apartado anterior, los cuáles son importados en sus diferentes formatos ya acomodados y ajustados siguiendo las necesidades que presentará la optimización. Luego, se sigue con el

pedido de la fechas de inicio como de finalización tanto del periodo considerado de análisis como del de evaluación. Estas fechas no pueden ser anteriores al inicio de los datos que se poseen sobre el rendimiento de las acciones, y el programa está acomodado para que los valores de año, mes y día sean razonables, y para que el programa no se vea entorpecido por este aspecto. Cabe destacar que no se solicita el inicio del periodo de evaluación, ya que se toma como comienzo de este a la finalización del periodo de análisis.

Una vez definidos los espacios temporales, se pasa al tratamiento de los datos para poder realizar la optimización para el periodo seleccionado. En esta etapa, se comienza con la selección de los tickers de las empresas que se encuentran dentro de l índice al inicio y final del análisis, así como el recorte del dataframe que contiene la información de las empresas para que queden solamente los datos para el periodo. Luego, se selecciona de este dataframe resultante, la información de las empresas filtradas en un primer momento. Obtenida la tabla con la información necesaria, se pasa a filtrarla para retirar a aquellas empresas que posean más de un 25% de datos nulos, y se rellenan los espacios nulos de las que quedaron en base al promedio de los datos aledaños. Con todos estos pasos, se llegan a los dataframes de las empresas tanto para realizar el análisis como la evaluación.

En la etapa de tratamiento, no solamente se trabaja con los datos de las empresas, sino que también con la información del índice y de los bonos. Para el primer caso, el procedimiento es similar al de las empresas, con la única salvedad de que no es necesario realizar la selección de tickers. Para los bonos no sucede lo mismo, ya que la selección de uno u otro depende de la longitud temporal de los periodos, los cuales definen el vencimiento del bono a utilizar. Por tanto, lo primero que se hace es calcular el plazo necesario para así seleccionar el bono en cuestión, se realiza el ajuste temporal de la serie, y se rellenan los valores nulos con el promedio de los aledaños. Finalmente, para obtener el valor de la tasa libre de riesgo a usar, se calcula el promedio de los rendimientos del bono del tesoro durante el lapso escogido, tanto para el análisis como para la evaluación.

El siguiente paso en el desarrollo del programa consiste en obtener los rendimientos porcentuales de aquellas tabla de datos que hasta el momento presenta la información en forma de precios. Para obtenerlos, se utilizó la fórmula de rendimientos logarítmicos, ya que la característica que poseen es que es posible sumarlos para obtener el rendimiento acumulado. Con los dataframes expresados en rendimientos, ya es posible realizar la optimización que nos permitirá conocer las ponderaciones de los activos que formen parte del portafolio óptimo. Yendo a la función de optimización, esta lo que hace es calcular el valor del Ratio de Sharpe para todos y cada uno de los portafolios posibles, dado el dataframe dado como input. Para ello el programa posee funciones para el cálculo de la media de los rendimientos y del desvío estándar de estos (ambos expresados en forma anual) que, sumado al valor de la tasa libre de riesgo, y a las restricciones de optimización y a las impuestas para que el programa no realice demasiadas iteraciones, permite obtener como resultado final un dataframe con toda la información relevante (tickers, ponderadores, Ratio de Sharpe, rendimiento y desvío), ordenada en forma decreciente en base al valor del Ratio de Sharpe de cada portafolio, siendo el de la primera fila el portafolio óptimo.

Con la información del portafolio óptimo, lo siguiente es presentar por pantalla las características de este, para así tener noción de ellas. Luego, se pasa a la preparación de los dataframes para que puedan ser utilizados adecuadamente para la construcción de los gráficos que nos permitirán visualizar las diferencias entre el portafolio y el índice. Además, se obtienen de los distintos datos y tablas elaboradas hasta el momento, los valores de los rendimientos acumulados, desvíos anualizados y Ratio de Sharpe para el periodo de evaluación tanto del portafolio óptimo como del Dow Jones. Se indexan los dataframes para que posean las fechas

correctas, y se muestran por pantalla los gráficos elaborados de la volatilidad del portafolio, de la volatilidad del índice, y de los rendimientos acumulados de ambos, respectivamente.

Finalmente, una vez atravesados todos los pasos requeridos para obtener la conclusión que se buscaba, se muestra el valor del Ratio de Sharpe utilizando los datos anualizados del periodo marcado como de evaluación, tanto del portafolio óptimo como del Dow Jones, para de esta manera poder compararlos y verificar así si la estrategia de media – varianza es eficaz para escoger las inversiones a realizar.

8 Restricciones del programa

Debido a la complejidad computacional (exponencial) de la función que nos permite calcular el rendimiento y riesgo de los diferentes portafolios posibles, producto de la característica antes explicada de la fórmula de combinatorias de ser exponencial en N , debemos de restringir el programa para que así nos permita obtener resultados en un periodo de tiempo acorde. Con este objetivo, realice una serie de ajustes en el programa con el objetivo de reducir la cantidad de N en las diferentes optimizaciones, sin que esto lleve aparentada una reducción en la fiabilidad de la cartera resultante.

Como primera medida para asegurarnos de que el programa funcione adecuadamente, se redujo el listado de acciones a evaluar en cada análisis mediante la inclusión solamente de aquellas empresas que se encontraban tanto al inicio como al finalizar el periodo de análisis, para que así la lista de tickers a combinar sea más reducida. Siguiendo el análisis de la fórmula de combinatoria, reducir simplemente en uno el valor de N puede reducir la cantidad de combinaciones en una cantidad muy grande, debido a que el output de la fórmula depende exponencialmente de N , tal como se ha mencionado anteriormente. El motivo de que esta restricción no reduzca la fiabilidad de la optimización radica en el hecho de que el índice Dow Jones se compone de las 30 empresas (siguiendo los parámetros relevantes para el índice) más grandes de los Estados Unidos, por lo que, si una compañía comienza a tener malos desempeños y su peso sobre la economía norteamericana a caer, muy probablemente sea retirada del índice en un futuro. Teniendo esto en cuenta, si una empresa se encuentra al comienzo del periodo de análisis, pero no al final, es debido a que su performance durante el lapso en cuestión fue al menos mediocre; por tanto, si se las retira de las empresas a considerar para la optimización, se estaría retirando a empresas con un desempeño pobre, que casi con total seguridad no formarían parte del portafolio óptimo.

Luego, con un doble objetivo de reducir el número de N y de garantizar que la cantidad de datos fuese relevante, es decir, que no haya dentro de la muestra de acciones ninguna con una cantidad reducida de datos, que podría llegar a sesgar el cálculo de la media, y, sobre todo, de la varianza (como el rellenado de nulos se calcula con el promedio de los datos adyacentes, estos presentan, en principio, una menor volatilidad que si los datos fueran verdaderos valores de mercado); se decidió aplicar el filtro de que empresas a considerar deberían de tener como mínimo un 75% de valores no nulos. Este filtro, como elimina a todas aquellas empresas que no lo cumplan, reduce el valor de N , posibilitando que el programa deba de realizar menos iteraciones.

Finalmente, se colocó una restricción al valor de X , el cuál deberá encontrarse entre 4 y 7 elementos, es decir, los portafolios a evaluar deberán de estar conformados con entre 4 y 7 empresas. Esto es debido a que, bajo un valor determinado de N , los aumentos en X tienen un efecto exponencial sobre la cantidad de combinatorias. Por tanto, al colocar el valor de X entre 4 y 7 (inclusive ambos), y considerando que casi todas las iteraciones cuentan con valores de N superiores a 14, esta restricción permite posicionarse sobre el tramo creciente de la

cantidad de combinatorias, pero no en los puntos de cantidades más elevadas, los cuales harían que el número de optimizaciones que se deberían de realizar fuesen más allá de las que pudiera de realizar una computadora de uso personal en un tiempo razonable.

9 Restricciones de optimización

El empleo del Ratio de Sharpe para medir la performance de un portafolio no solo restringe el rendimiento de la cartera de activos dada la volatilidad de este, sino que el modelo también permite añadir una serie de restricciones adicionales, que van a ser tenidas en cuenta en las asignaciones finales de las ponderaciones de cada uno de los activos.

La primera restricción de optimización va a ser que los ponderadores de cada uno de los activos van a tener que encontrarse entre 0 y 1, es decir, el portafolio no podrá ponerse corto sobre ninguna de las acciones, ni apalancarse sobre alguna de ellas. Esto va en sintonía con los trabajos acerca del empleo de los modelos de media – varianza, ya que la mencionada suele ser una de las restricciones que se coloca a la hora de realizar pruebas empíricas.

La segunda restricción es más común inclusive que la primera, y no tiene una justificación más allá de que la optimización se realice correctamente. Esta consiste en que la suma de los ponderadores debe de dar 1 (como en cualquier suma ponderada), y esta restricción debe cumplirse con igualdad, es decir, la suma de los ponderadores debe de dar exactamente uno, ni más ni menos (aunque en los programas como este lo que se hace es acercarse al valor especificado lo máximo posible).

10 Selección temporal

Para poder medir la performance del portafolio que va a dar como resultado el programa informático, no solo se necesita de un benchmark frente a qué compararlo (que va a ser el índice Dow Jones), sino que además hay que realizar la comparación para distintos periodos de tiempo ya que puede ocurrir, por ejemplo, que la utilización de la metodología media – varianza sea efectiva para periodos de tiempo cortos, pero no así para periodos más extensos. Con esto en mente, se decidió testear que obtiene un mejor rendimiento dado su nivel de riesgo, si el portafolio óptimo o el benchmark, para periodos de tiempo de 1, 3, 5, 10 y 20 años, tanto para obtener información como para predecir. Adicionalmente, para asegurar que se posean datos tanto hacia atrás como hacia adelante, se fijó como fecha límite entre el periodo de análisis y el de predicción, el 1 de Enero de 1996. Este año resulta adecuado ya que se encuentra relativamente alejado de periodos de crisis económicas, y porque, en base a los periodos de tiempo antes mencionados, no hay prácticamente cortes en años donde la bolsa americana haya caído estrepitosamente. Se deja al lector realizar el test presente en este trabajo para otros periodos de tiempo, con otras longitudes en los periodos de análisis y/o evaluación.

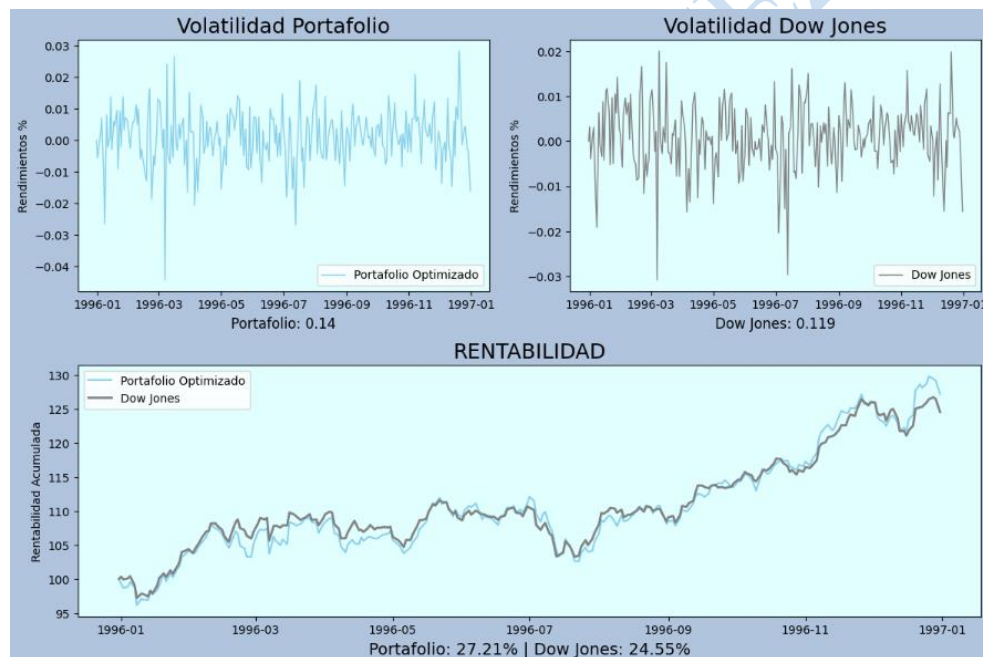
Además, en cuanto a la restricción temporal, se impidió que se pueda seleccionar una fecha anterior al inicio de la base de datos de rendimientos de las acciones, así como se imposibilitó que el periodo de predicción pueda sobreponerse con el periodo de análisis; es decir, si el periodo de análisis finaliza el 31 de Diciembre de 1990, el periodo de evaluación debe comenzar obligatoriamente como muy pronto el 1 de Enero de 1991, ni un día antes.

11 Utilización del programa y resultados

Una vez explicado el funcionamiento y objetivo del programa desarrollado, así como de las restricciones que presenta en su elaboración, es hora de emplear para evaluar la fiabilidad del uso de la metodología de media – varianza para la selección de portafolios, y si esta estrategia es mejor que una estrategia pasiva consistente en replicar el índice. Como ya se ha mencionado, la evaluación se desarrollará para distintos periodos de longitud temporal con el fin de extraer mejores y más robustas conclusiones, ya que podría ocurrir el caso de que para ciertos momentos la metodología sea eficaz, y en otros lapsos no. Dicho esto, los resultados que arroja el programa son los siguientes:

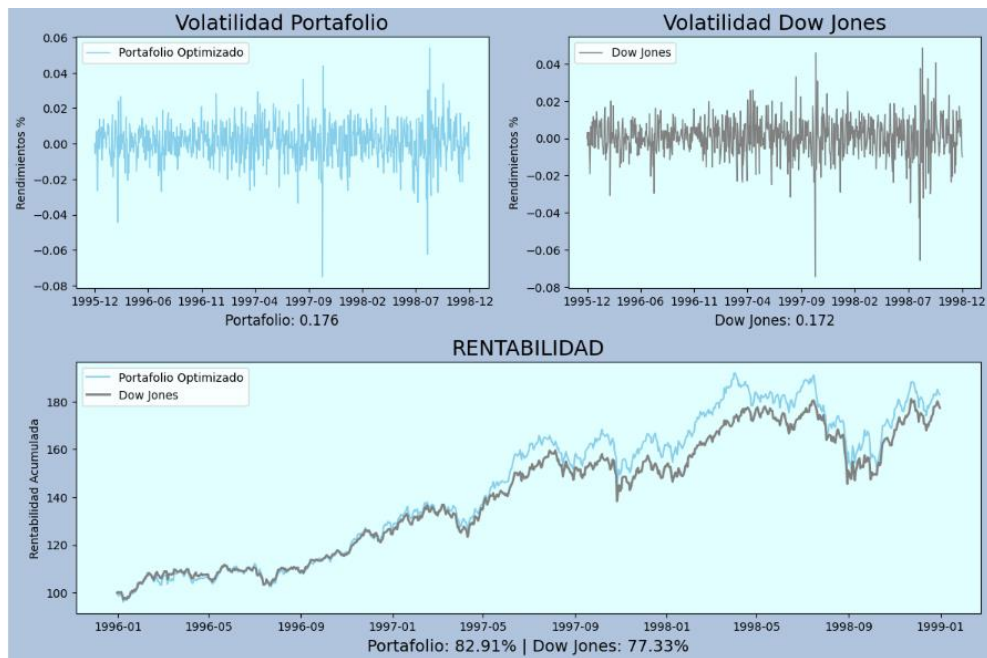
1 año de análisis y 1 año de evaluación

Comenzando por el periodo de tiempo más corto, se observa que el portafolio estuvo compuesto por 7 acciones y tuvo un rendimiento acumulado del 27,21%, mientras que para el índice fue de 24,55%. Por otra parte, para el valor que más considera el riesgo de la inversión, es decir, para el Ratio de Sharpe, el portafolio óptimo obtuvo un valor de 1,321, mientras que el índice de referencia obtuvo 1,362 puntos. Por tanto, para este caso, el uso de la metodología de media – varianza fue **insatisfactoria**.



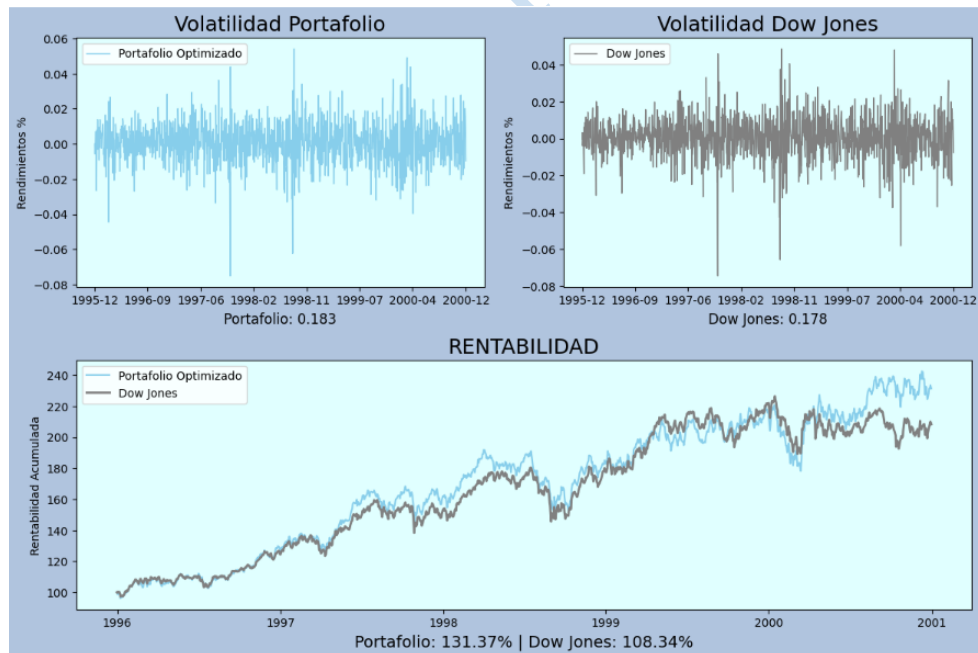
1 año de análisis y 3 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 7 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 82,91%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 77,33%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,819, mientras que para el benchmark fue de 0,772 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



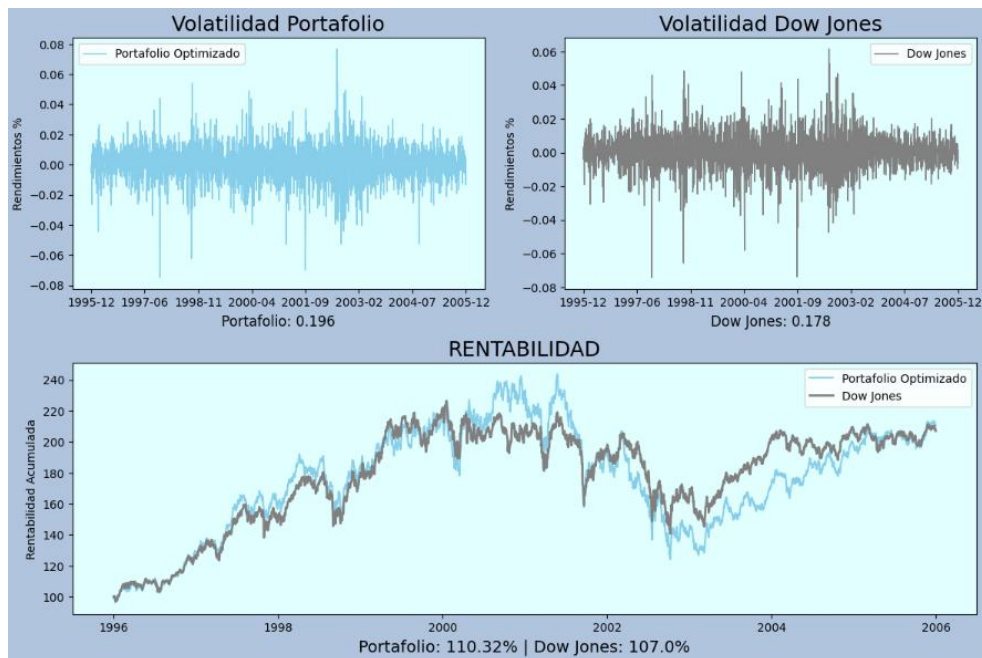
1 año de análisis y 5 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 7 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 131,37%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 108,34%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,596, mientras que para el benchmark fue de 0,495 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



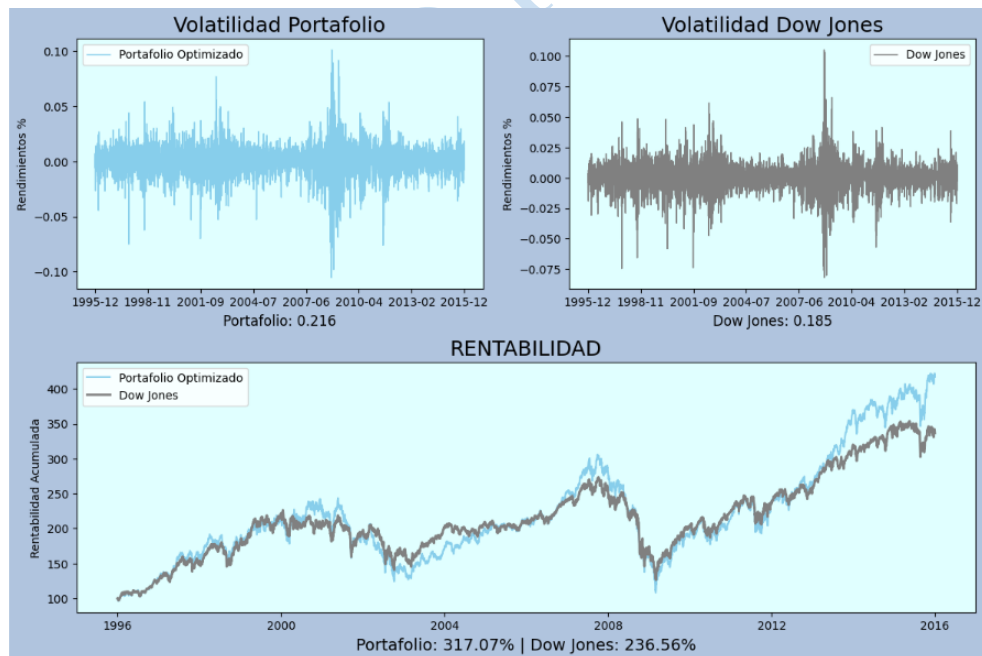
1 año de análisis y 10 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 7 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 110,32%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 107%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,114, mientras que para el benchmark fue de 0,117 puntos. Se concluye que, en este caso, el **Dow Jones** tuvo una performance mejor.



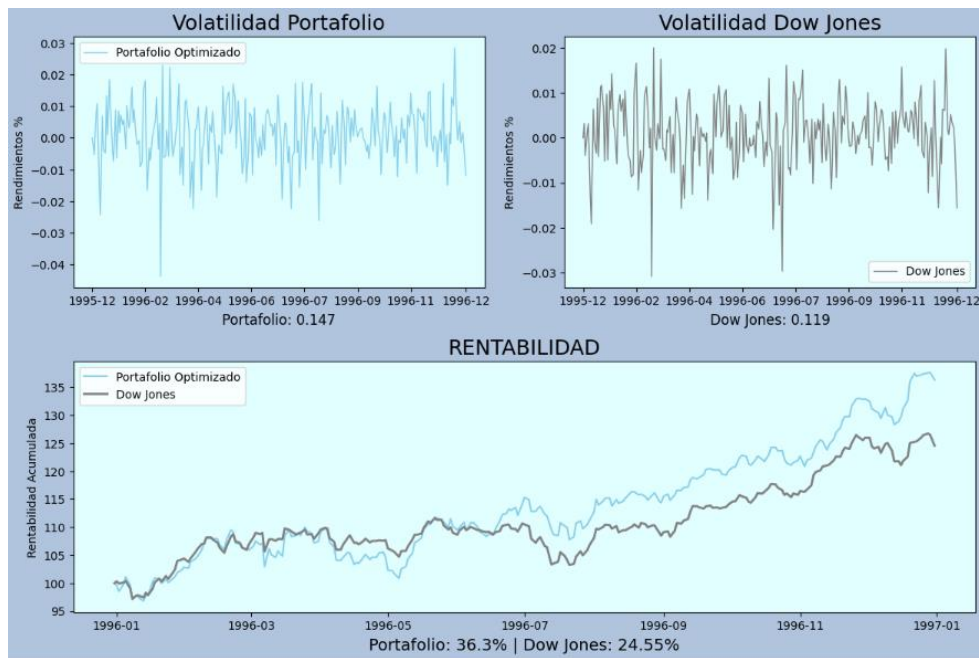
1 año de análisis y 20 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 7 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 317,07%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 236,56%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,112, mientras que para el benchmark fue de 0,073 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



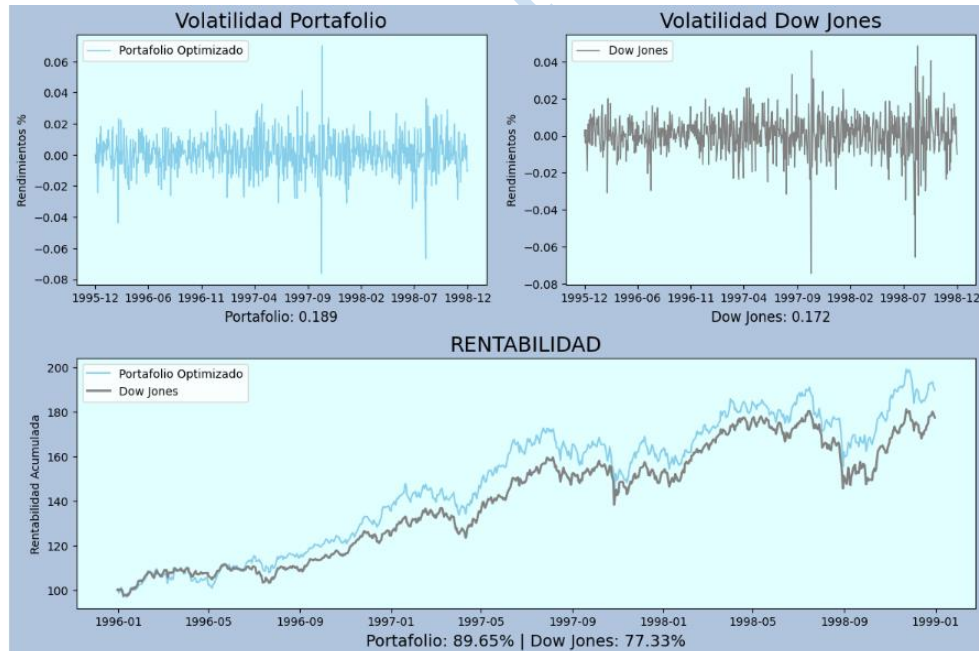
3 años de análisis y 1 año de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 6 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 26,3%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 24,55%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 1,729, mientras que para el benchmark fue de 1,362 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



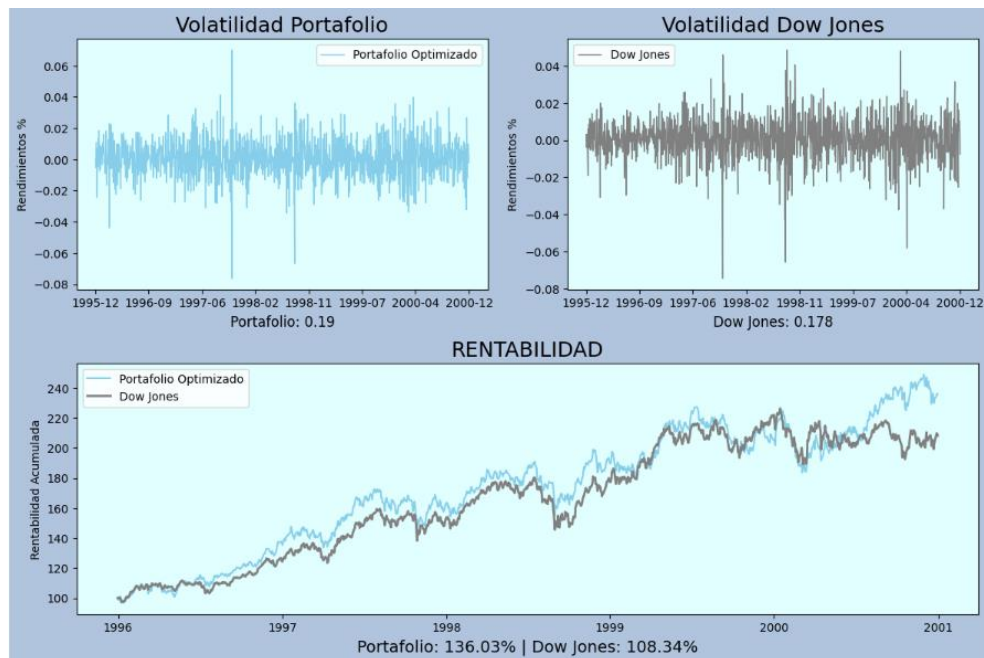
3 años de análisis y 3 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 6 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 89,65%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 77,33%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,825, mientras que para el benchmark fue de 0,772 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



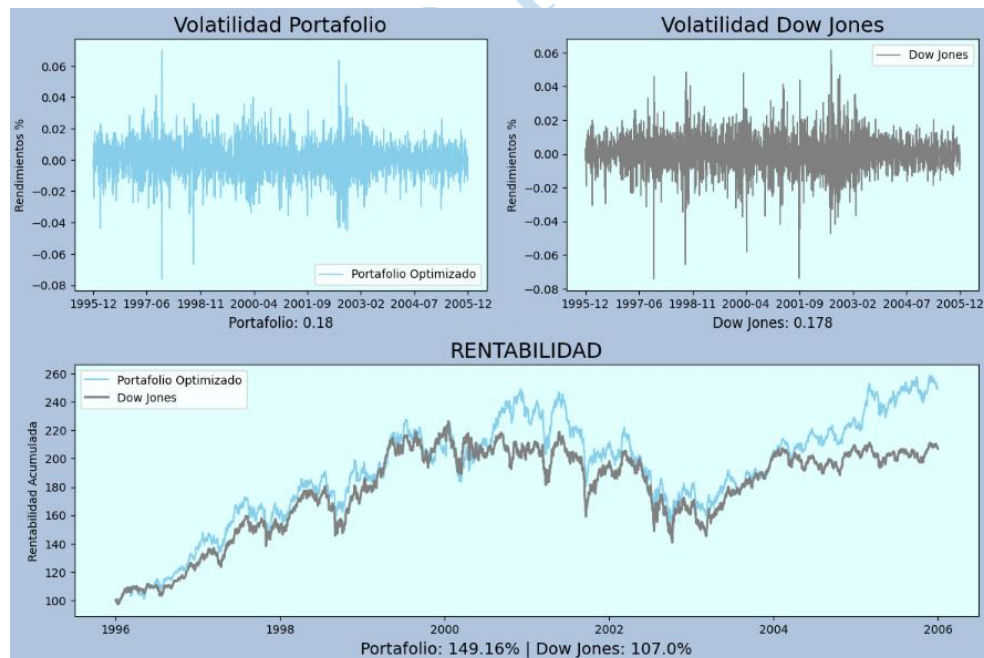
3 años de análisis y 5 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 6 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 136,03%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 108,34%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,597, mientras que para el benchmark fue de 0,495 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



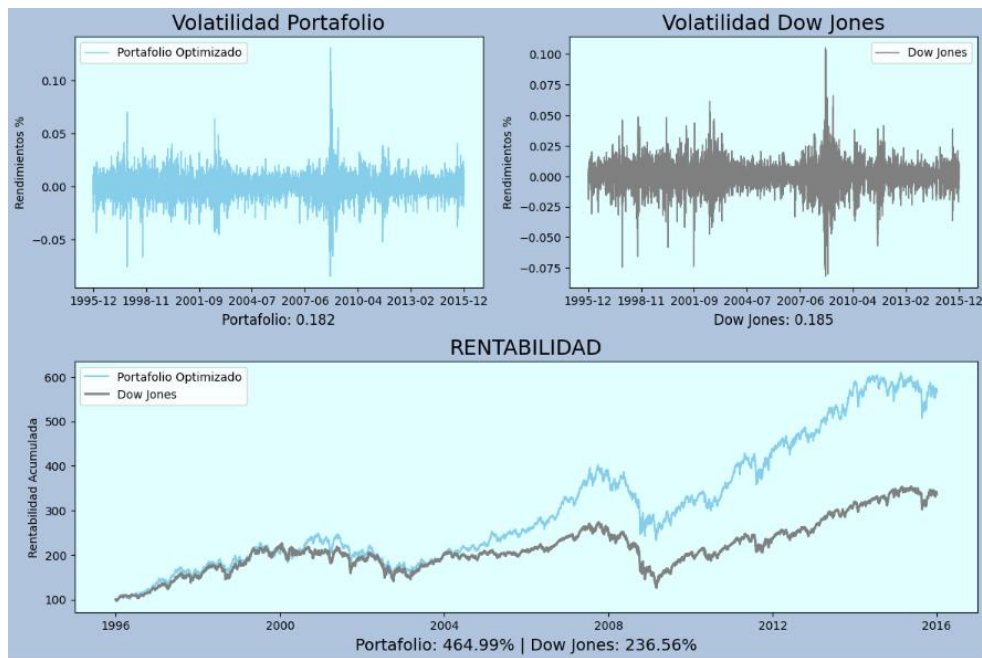
3 años de análisis y 10 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 6 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 149,19%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 107%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,219, mientras que para el benchmark fue de 0,117 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



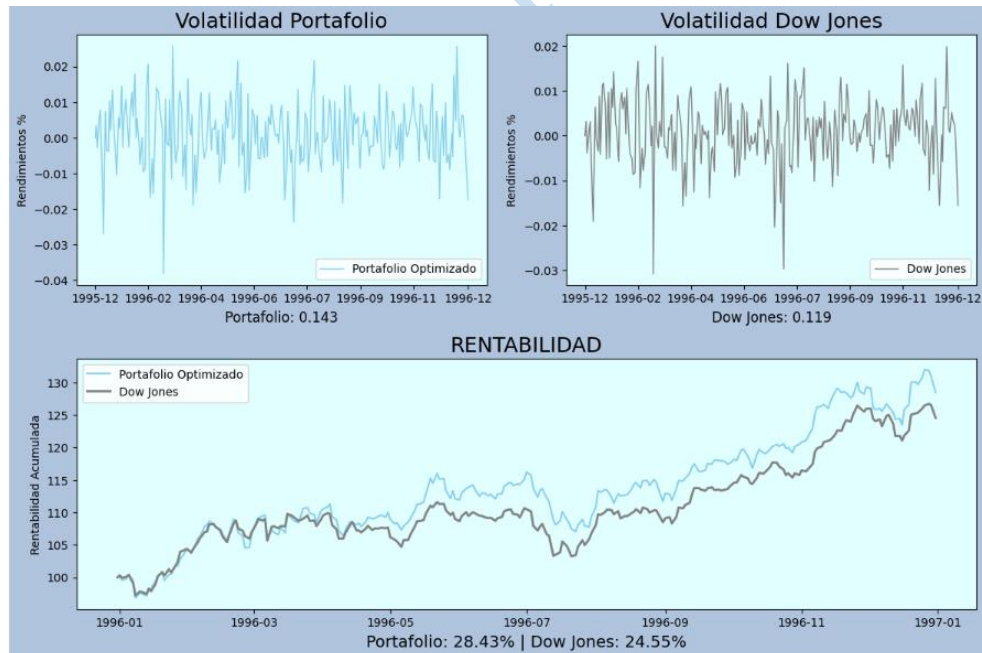
3 años de análisis y 20 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 6 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 464,99%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 236,56%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,216, mientras que para el benchmark fue de 0,073 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



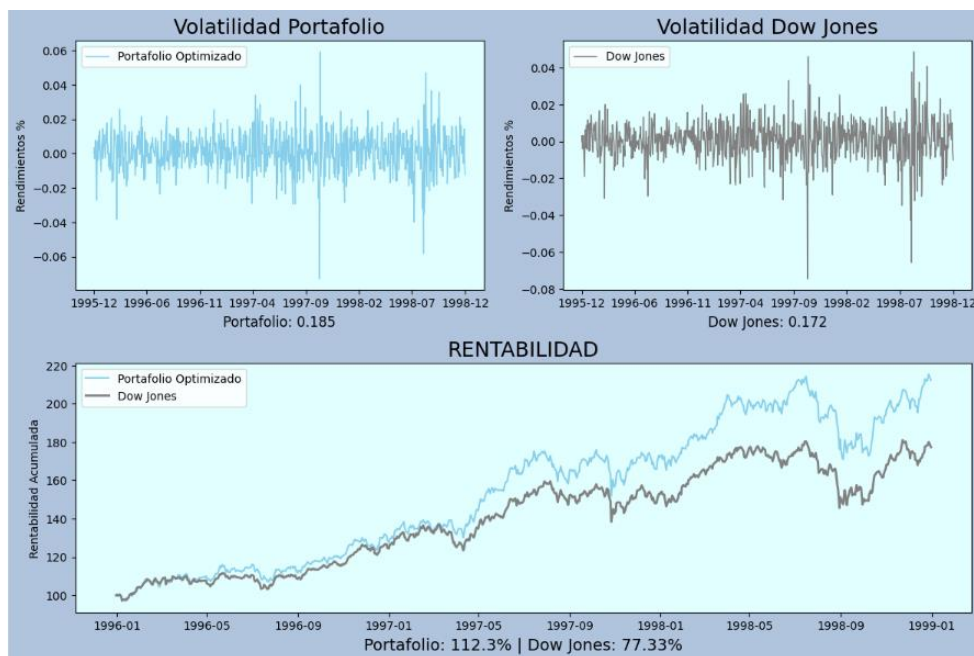
5 años de análisis y 1 año de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 6 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 28,43%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 24,55%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 1,362, mientras que para el benchmark fue de 1,362 puntos. Se concluye que, en este caso, la performance de ambos fue **idéntica**.



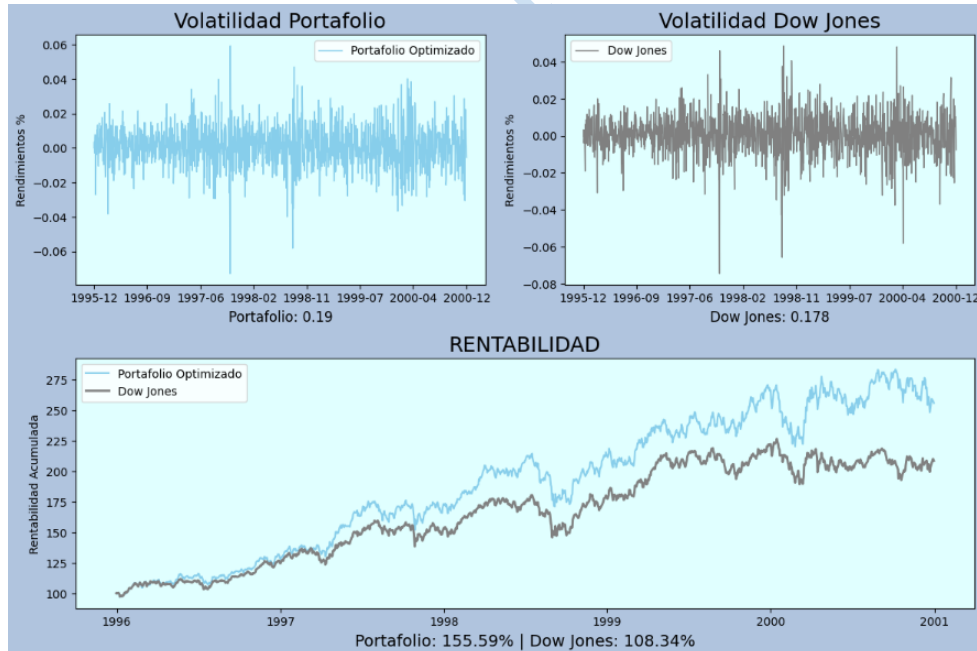
5 años de análisis y 3 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 6 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 112,3%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 77,33%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 1,046, mientras que para el benchmark fue de 0,772 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



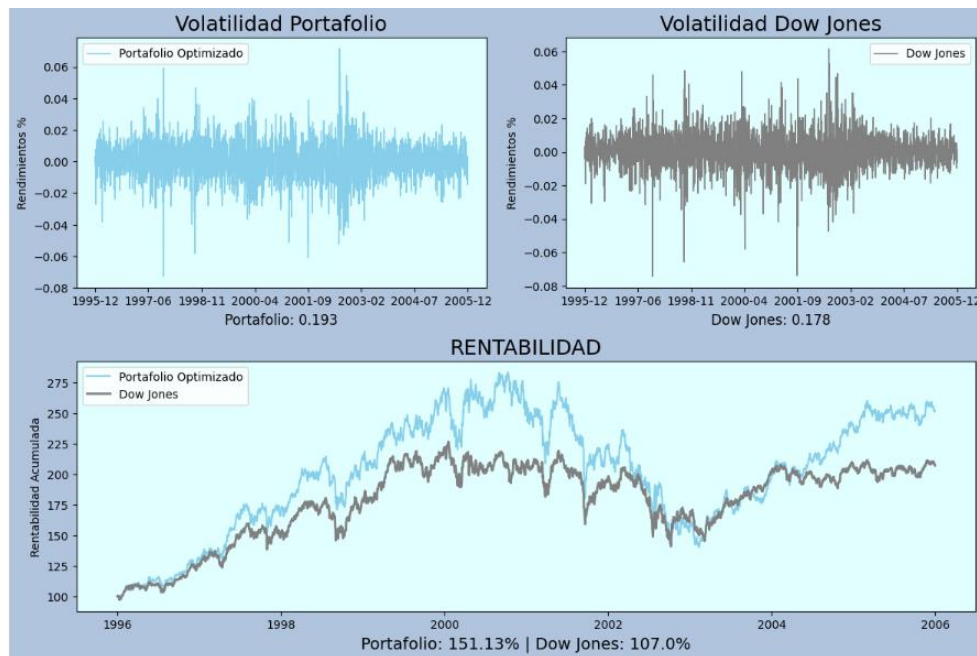
5 años de análisis y 5 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 6 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 155,59%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 108,34%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,68, mientras que para el benchmark fue de 0,495 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



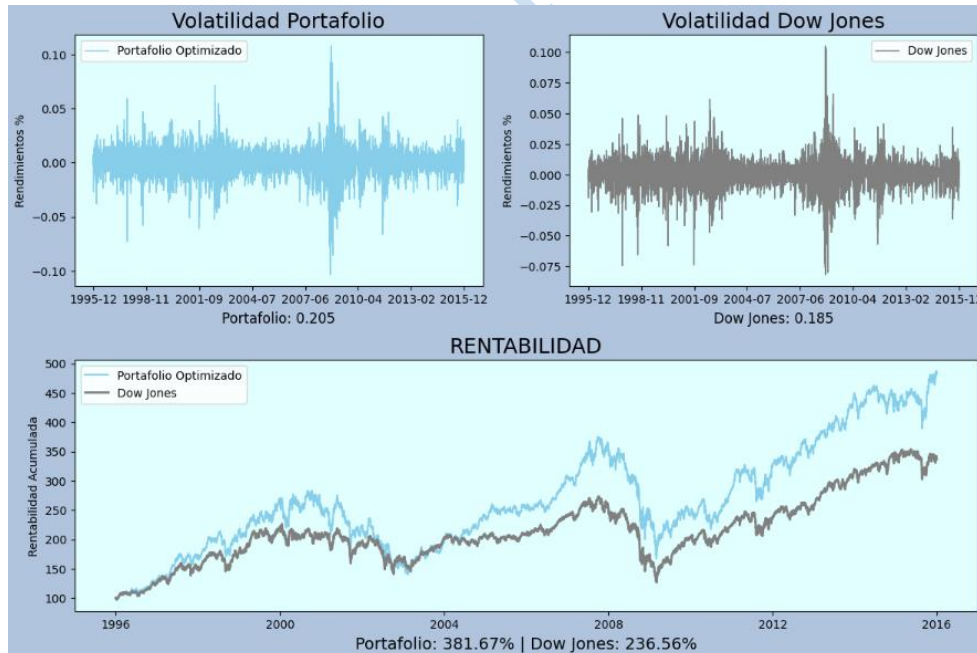
5 años de análisis y 10 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 6 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 151,13%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 107%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,208, mientras que para el benchmark fue de 0,117 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



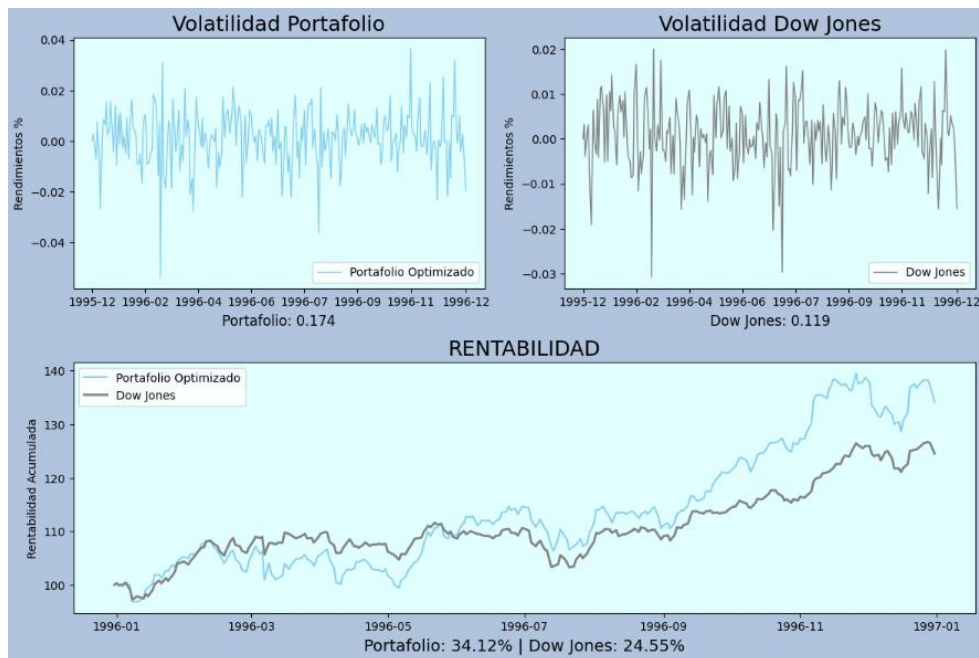
5 años de análisis y 20 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 6 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 381,67%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 236,56%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,152, mientras que para el benchmark fue de 0,073 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



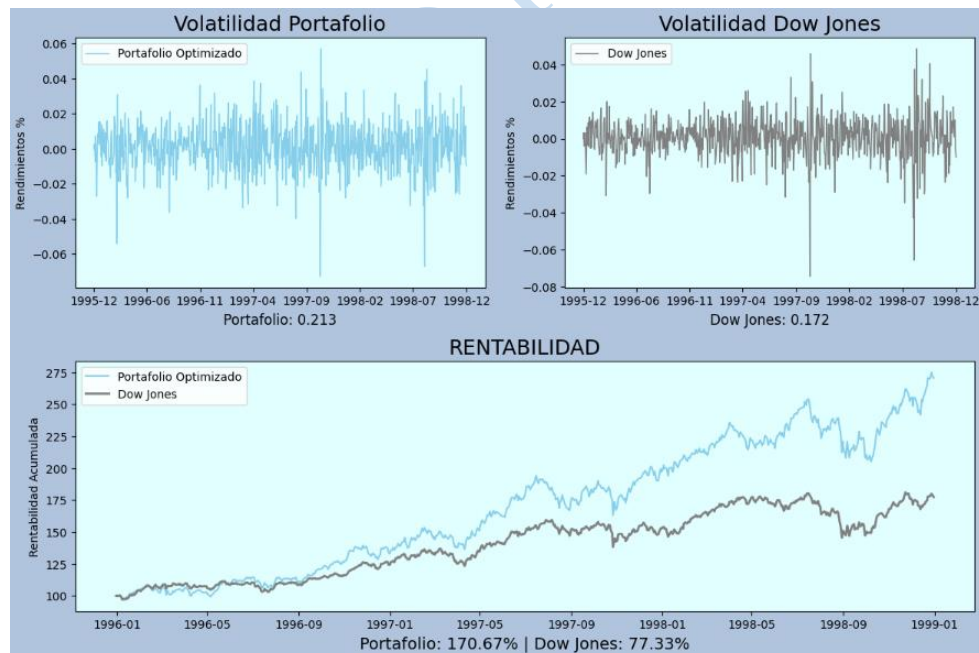
10 años de análisis y 1 año de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 4 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 34,12%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 24,55%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 1,367, mientras que para el benchmark fue de 1,362 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



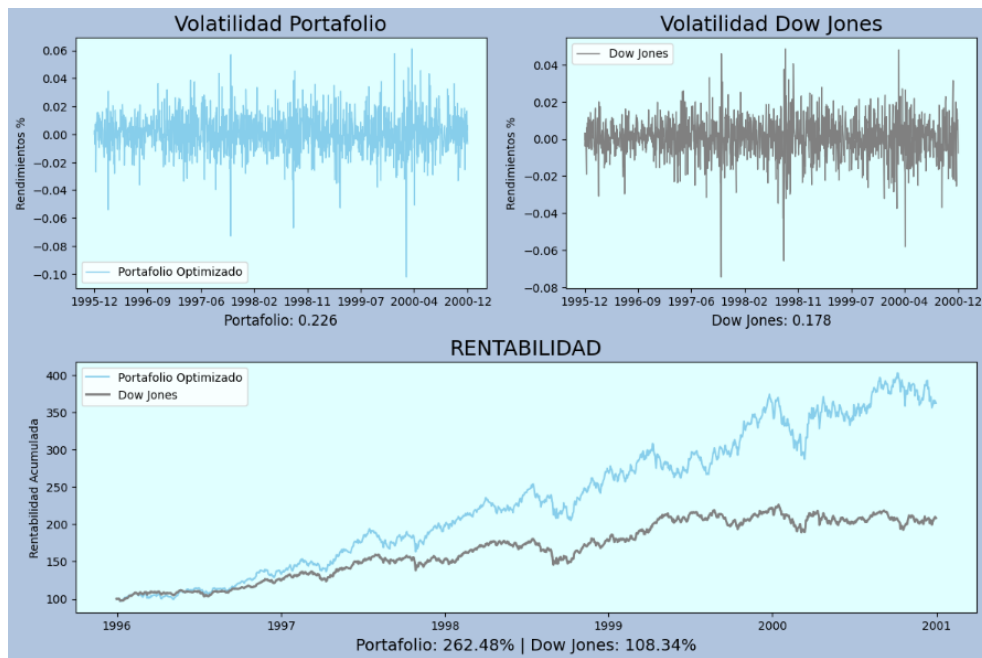
10 años de análisis y 3 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 4 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 170,67%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 77,33%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 1,288, mientras que para el benchmark fue de 0,772 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



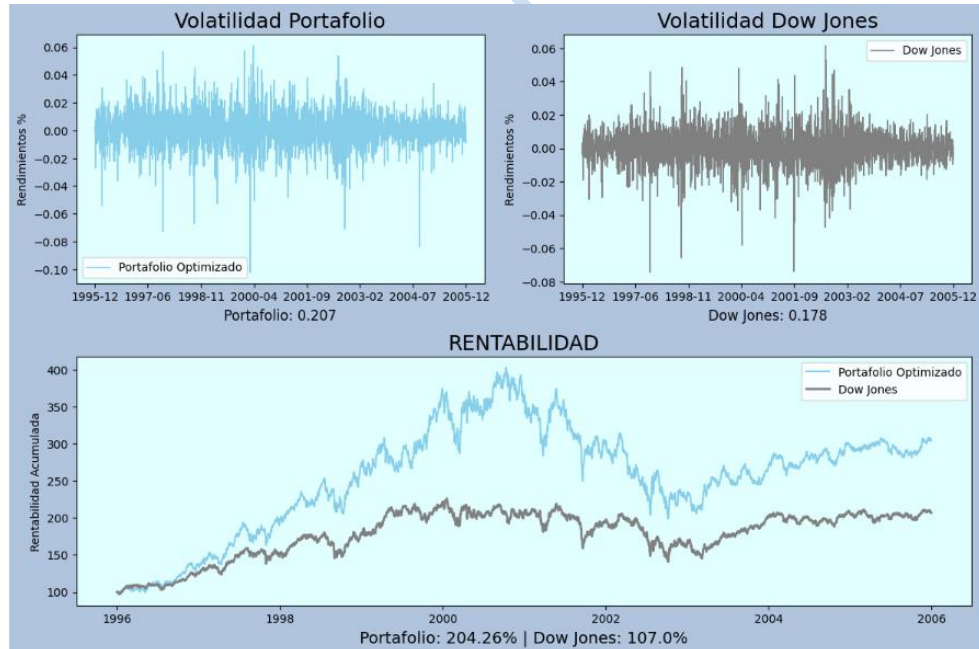
10 años de análisis y 5 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 4 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 262,48%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 108,34%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,879, mientras que para el benchmark fue de 0,495 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



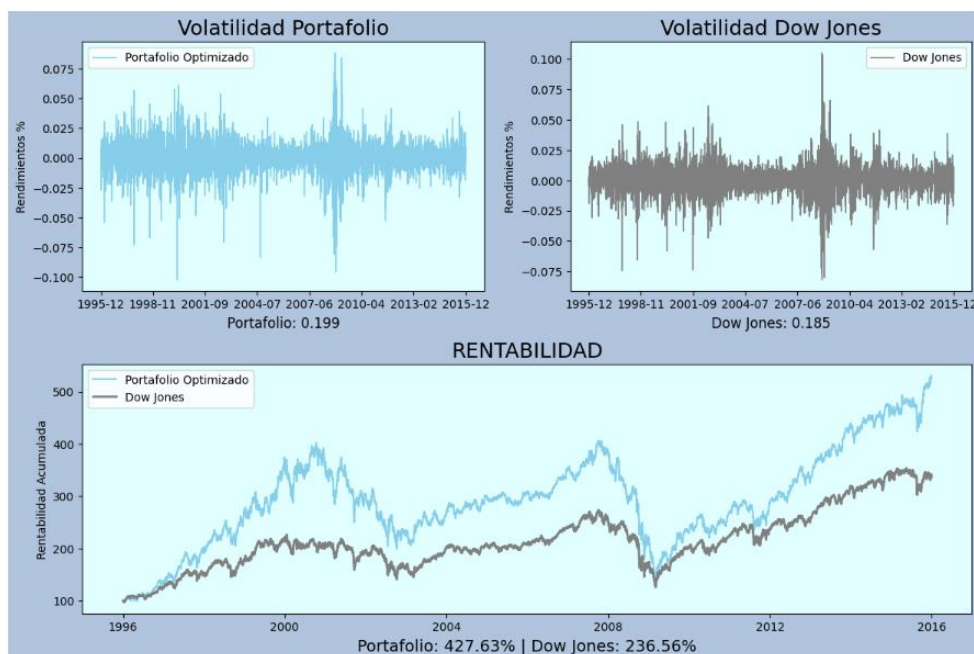
10 años de análisis y 10 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 4 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 204,26%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 107%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,287, mientras que para el benchmark fue de 0,117 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



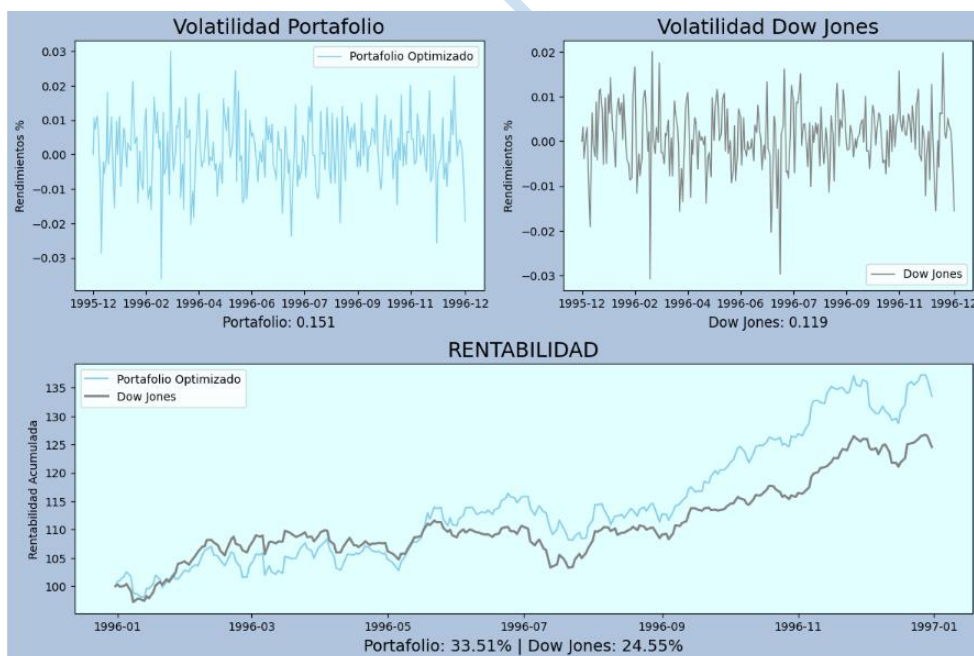
10 años de análisis y 20 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 4 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 427,63%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 236,56%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,18, mientras que para el benchmark fue de 0,073 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



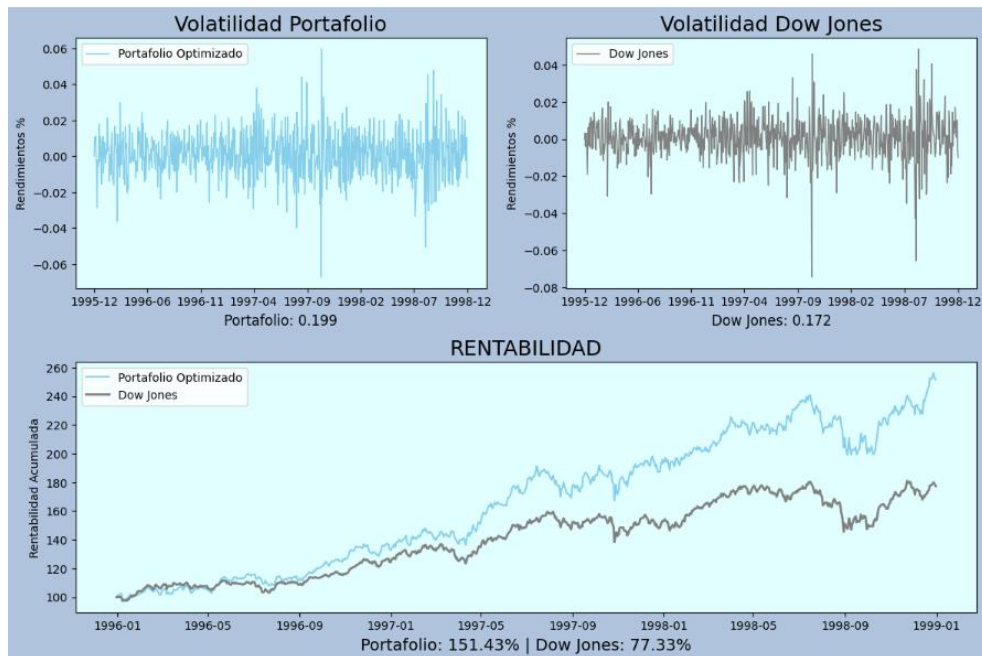
20 años de análisis y 1 año de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 4 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 33,51%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 24,55%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 1,548, mientras que para el benchmark fue de 1,362 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



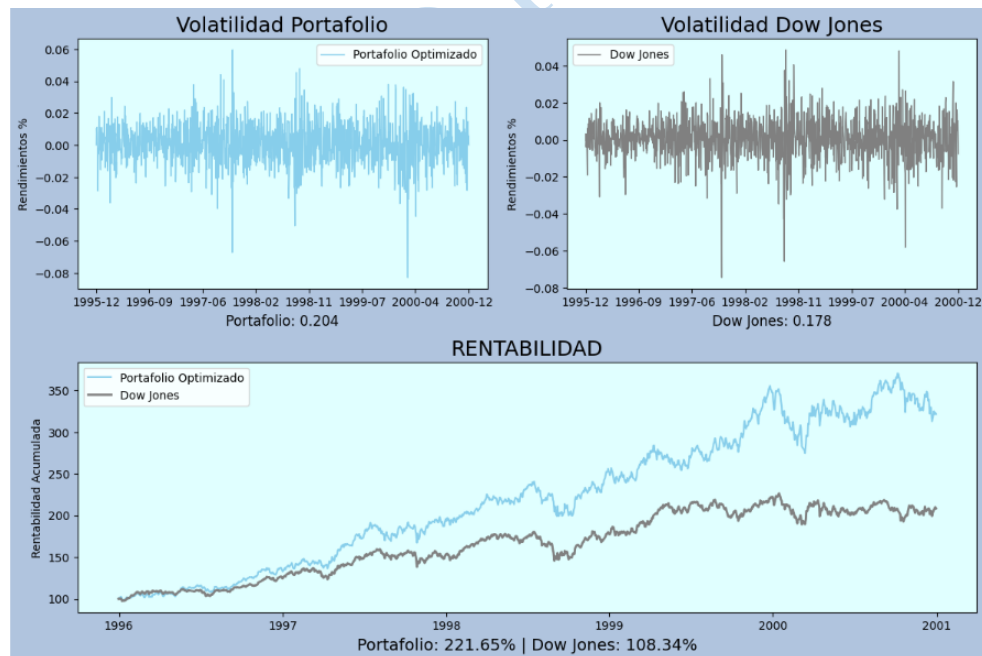
20 años de análisis y 3 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 4 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 151,43%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 77,33%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 1,257, mientras que para el benchmark fue de 0,772 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



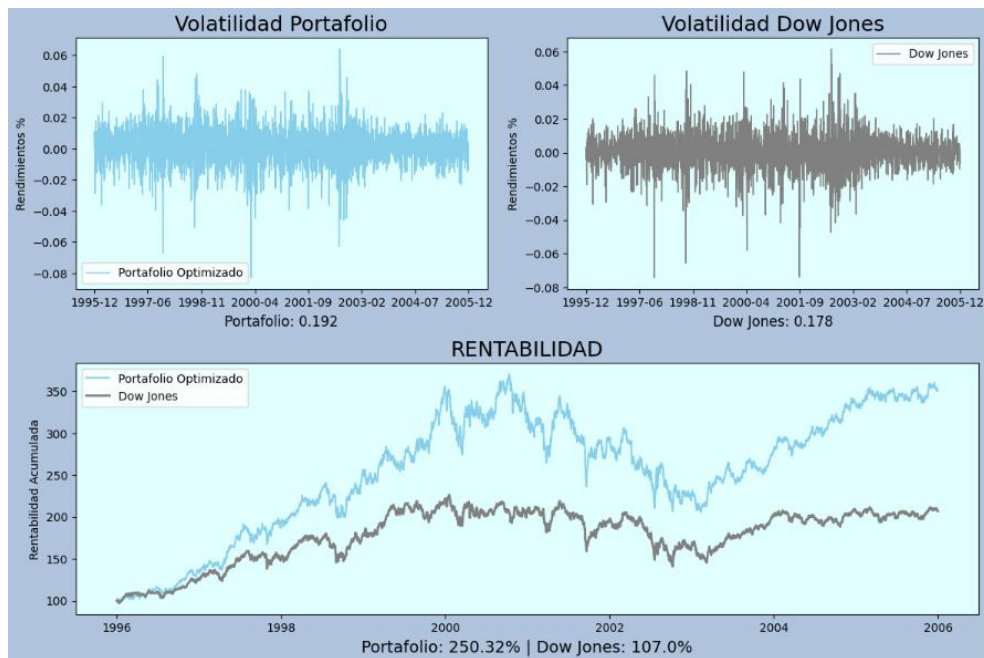
20 años de análisis y 5 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 4 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 221,65%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 108,34%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,857, mientras que para el benchmark fue de 0,495 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



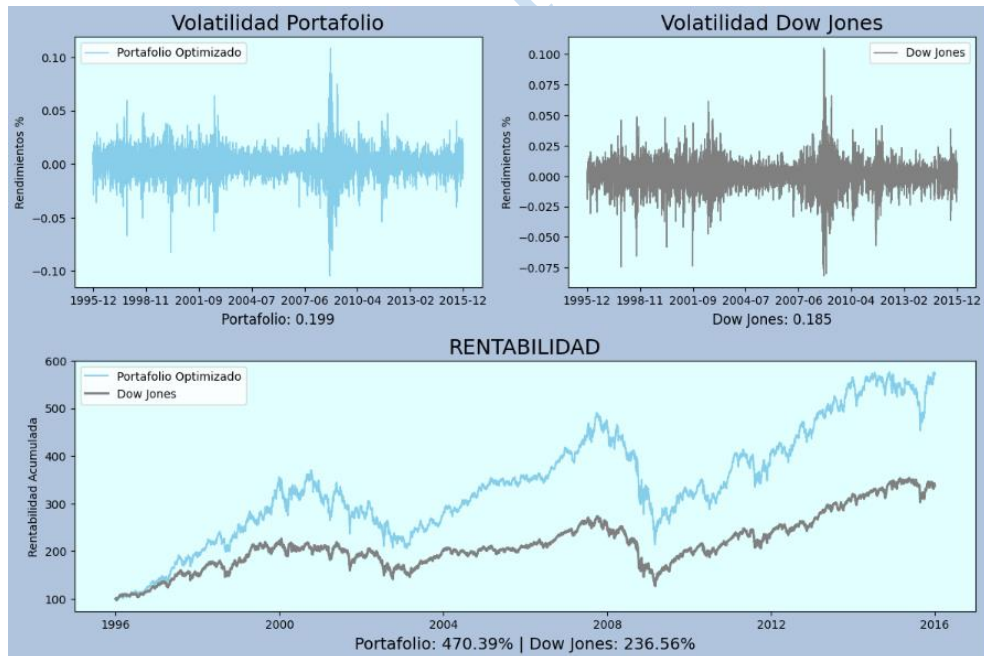
20 años de análisis y 10 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 4 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 250,32%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 107%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,383, mientras que para el benchmark fue de 0,117 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



20 años de análisis y 20 años de evaluación

Con estos periodos de análisis y evaluación, se observa que el portafolio estuvo compuesto de 4 acciones, y tuvo un rendimiento acumulado del 470,39%, mientras que el del índice Dow Jones fue del 236,56%. Incorporando el riesgo mediante el Ratio de Sharpe, el valor de este para el primero fue de 0,199, mientras que para el benchmark fue de 0,073 puntos. Se concluye que, en este caso, el **portafolio** tuvo una performance mejor.



12 Conclusiones

El programa desarrollado ha permitido obtener una serie de resultados con respecto de la factibilidad del uso de la metodología de media – varianza para la selección eficiente de portafolios de inversión. Aunque inicialmente se buscaba realizar comparaciones únicamente en base a los Ratios de Sharpe del portafolio óptimo y del índice Dow Jones arrojados para un periodo de evaluación determinado, el análisis efectuado en el apartado anterior también dio como resultado conclusiones adicionales a las comparaciones mencionadas.

GANADOR		AÑOS DE EVALUACIÓN				
		1	3	5	10	20
AÑOS DE ANÁLISIS	1	DOW JONES	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO	DOW JONES	PORTAFOLIO
	3	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO
	5	EMPATE	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO
	10	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO
	20	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO	PORTAFOLIO

Comenzando por el análisis de las comparaciones de los Ratios de Sharpe, en el cuadro anterior se realiza un resumen de los resultados arrojados por el programa. Como se puede ver, el portafolio óptimo de máximo Ratio de Sharpe del periodo de evaluación superó al índice de referencia en base a sus valores de Ratio de Sharpe en 22 de los 25 escenarios planteados. En los únicos que el portafolio se vio superado fue teniendo como periodo de análisis un solo año, mientras que obtuvieron la misma performance en una sola ocasión, con un solo año de evaluación. Esto nos podría llegar a indicar que la metodología es más adecuada cuando se utilizan periodos de análisis más extensas, ya que la información que se tiene y se utiliza para calcular las ponderaciones óptimas es mayor, y, en consecuencia, arroja resultados más robustos. Pero, sobre todo, estos resultados nos indican que, a priori, la metodología iniciada con Markowitz es efectiva en la mayor parte de los escenarios propuestos para seleccionar carteras que superen al índice puesto como benchmark, por lo que podría ser de utilidad para la elaboración de portafolios en la realidad.

Pasando a las conclusiones que no habían sido buscadas en un inicio, éstas resultan de analizar la evolución del valor del Ratio de Sharpe y del rendimiento acumulado del portafolio óptimo para los distintos periodos de análisis y evaluación definidos en la sección de selección temporal. En cuanto al primer caso, el siguiente cuadro muestra un resumen de los distintos ratios obtenidos para el portafolio. Como primer fenómeno, se ve como la prima por unidad de riesgo cae a medida que se extiende el periodo de evaluación, mostrando que quizá la optimalidad de la cartera va decayendo con el tiempo. Sin embargo, lo más interesante es que, para un mismo periodo de evaluación, a medida que se incrementa los años del periodo de análisis, suele ocurrir que el valor del Ratio de Sharpe se incrementa (solo para 3 años de análisis aparece que el ratio es muy grande para 1 y 20 años de evaluación, comparado con los periodos posteriores). Esto viene a indicar que a medida que se utilizan más datos para realizar la optimización de los ponderadores, la eficiencia en la selección de los activos como del valor de los ponderadores se incrementa, siendo en principio la mejor estrategia a emplear.

RATIO DE SHARPE		AÑOS DE EVALUACIÓN				
		1	3	5	10	20
AÑOS DE ANÁLISIS	1	1,321	0,819	0,596	0,114	0,112
	3	1,729	0,825	0,597	0,219	0,216
	5	1,362	1,046	0,680	0,208	0,152
	10	1,367	1,288	0,879	0,287	0,180
	20	1,548	1,257	0,857	0,383	0,199

Pasando al segundo aspecto, analizando los retornos acumulados por el portafolio para los distintos periodos de evaluación, resumidos en el cuadro de más abajo, se llega a resultados similares que para los Ratios de Sharpe. Y es que, a medida que se incrementan los años de análisis dejando constantes los años de evaluación, se obtienen mejores resultados de retornos acumulados, en la mayoría de los casos (aunque ahora las excepciones son mayores que para los ratios). Nuevamente, esto revela que, en principio, mientras más información se utilice para optimizar la conformación de los portafolios, mejores serán las performance a futuro de estas carteras de activos.

RENDIMIENTO ACUMULADO		AÑOS DE EVALUACIÓN				
		1	3	5	10	20
AÑOS DE ANÁLISIS	1	27,21%	82,91%	131,37%	110,32%	317,07%
	3	36,30%	89,65%	136,03%	149,16%	464,99%
	5	28,43%	112,30%	155,59%	151,13%	381,67%
	10	34,12%	170,67%	262,48%	204,26%	427,63%
	20	33,51%	151,43%	221,65%	250,32%	470,39%

Finalmente, no hay que dejar de mencionar el hecho, potencialmente problemático, de que a medida que se fueron incrementando los años utilizados para el periodo de análisis, menores fueron la cantidad de activos que conformaron los portafolios óptimos. Para un año el portafolio estuvo formado por 7 activos, para 3 y 5 años estuvieron conformados por 6, mientras que para 10 y 20 años solamente por 4 activos. Por tanto, queda la duda de que, si no estuviera la restricción de que los portafolios estuviesen conformados por al menos 4 activos, en los dos últimos años los portafolios óptimos hubiesen estado conformados por aún menos activos, lo cual iría en contra del principio expresado por Markowitz (1952) para que la selección de activos tenga sentido, es decir, la diversificación.

13 Bibliografía

- Guo, Q. (2022). Review of Research on Markowitz Model in Portfolios. *Advances in Economics, Business and Management Research*, volume 215.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7, No 1., 77-91.
- Mendizábal Zubeldia, A., Miera Zabalza, L. M., & Zubiaurre, M. Z. (2002). El modelo de Markowitz en la gestión de carteras. *Cuadernos de Gestión*, Vol. 2, N. 1.
- Nurfadhila, A. H., & Ari, Y. (2020). Markowitz Model Investment Portfolio Optimization: a Review Theory. *International Journal of Research in Community Service*, Vol. 1, No. 3., 14-18.
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual Fund Performance. *The Journal of Business*, Vol. 39. No. 1, Part 2: Supplement on Security Prices., 119-138.