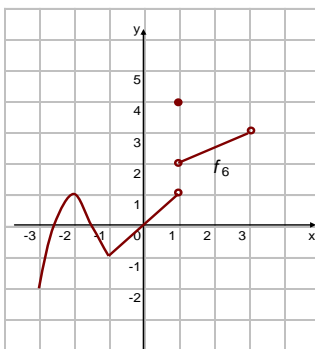
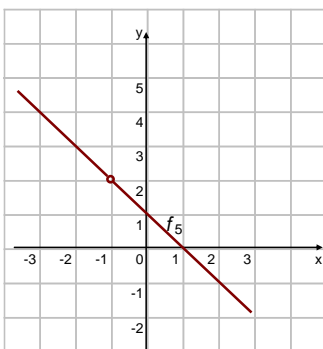
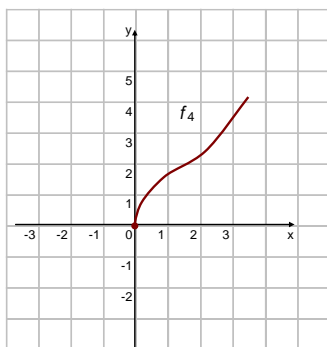
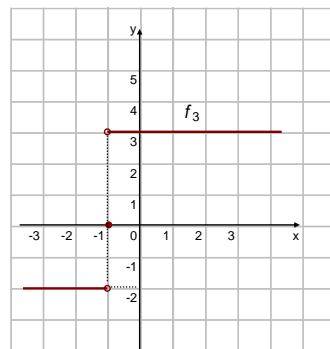
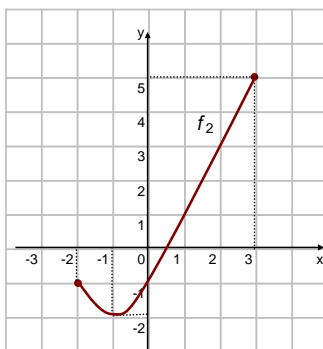
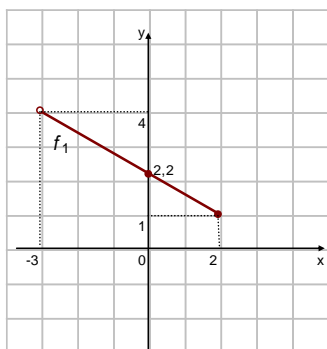


Ficha de Exercícios n.º 1

Funções. Representação de funções

1. Observe os seguintes gráficos e representações gráficas:



Indique:

1.1 o domínio e o contradomínio de cada uma das funções dadas;

1.2 o valor de:

$$f_1(0); f_2(-1); f_3(0); f_4(0); f_5(1); f_6(1); f_6(-1);$$

1.3 o valor de x para cada uma das igualdades seguintes:

$$f_3(x)=-2; f_1(x)=1; f_6(x)=1; f_6(x)=-1.$$

2. Determine o domínio de cada uma das funções reais de variável real definidas por:

2.1 $f_1(x) = 0$

2.2 $f_2(x) = -2$

2.3 $f_3(x) = x$

2.4 $f_4(x) = 3x - 1$

2.5 $f_5(x) = 1 - x^3$

2.6 $f_6(x) = \frac{1}{x} + 5$

2.7 $f_7(x) = \frac{2+x}{3-x}$

2.8 $f_8(x) = 2 + \frac{x}{x^2 + 1}$

2.9 $f_9(x) = \frac{2x+3}{1-x^2}$

2.10 $f_{10}(x) = \frac{-x}{x^2 + x}$

2.11 $f_{11}(x) = \frac{1-x^2}{x^2 - 3x + 7}$

3. Determine o domínio de cada uma das funções reais de variável real definidas por:

3.1 $r_1(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x}$

3.2 $r_2(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{2x^2 + 5}$

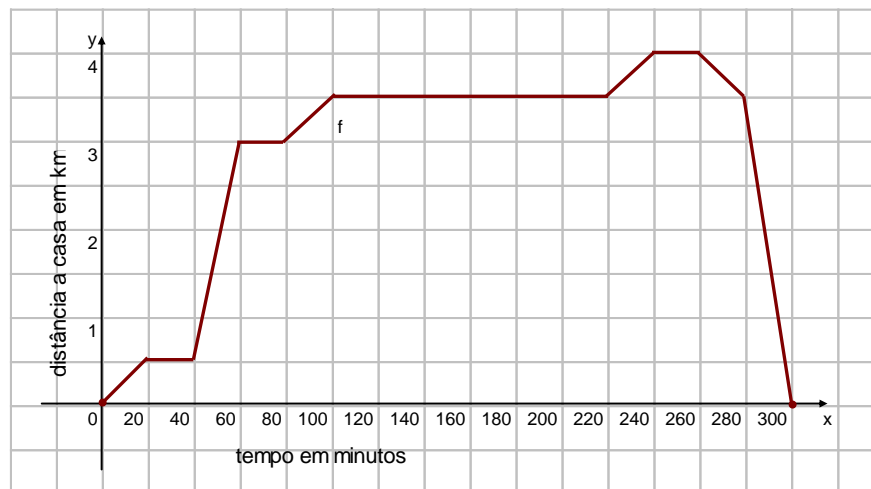
3.3 $r_3(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{2x-5}$

3.4 $r_4(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{9+4x}}$

3.5 $r_5(x) = \frac{\sqrt{-x+3}}{\sqrt{x-2}}$

3.6 $r_6(x) = \frac{\sqrt{-x+3}}{\sqrt[3]{x-2}}$

4. O gráfico mostra a relação entre o tempo gasto no percurso da viagem do João e a distância a casa.

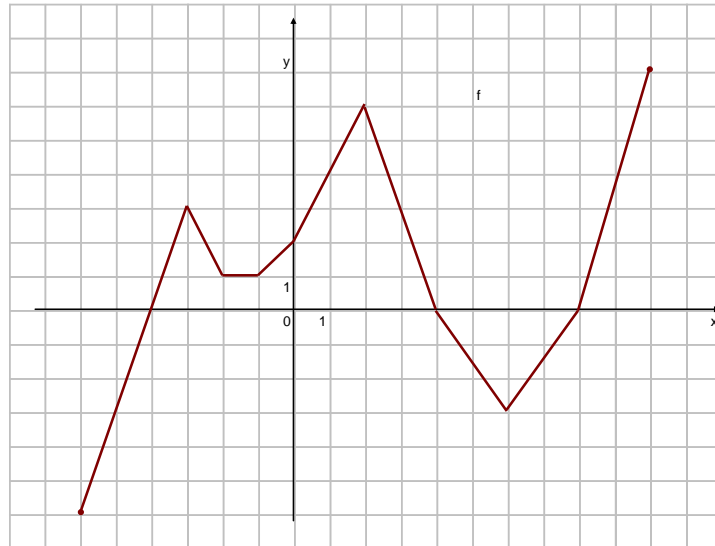


O João saiu de casa, esperou pelo autocarro, saiu do autocarro e foi tomar café e, em seguida, foi para a Universidade. Quando saiu das aulas dirigiu-se a um centro comercial onde foi fazer compras. Depois de ter feito as compras, dirigiu-se para a paragem, apanhando imediatamente o autocarro que o trouxe até casa.

- 4.1** Qual é a distância da casa do João à Universidade?
- 4.2** Quantos metros percorreu João a pé?
- 4.3** Quanto tempo esperou o João pelos autocarros?
- 4.4** Sabendo que o João entrou no centro comercial às 11h40m, diga a que horas chegou ele à Universidade.

Características de uma função

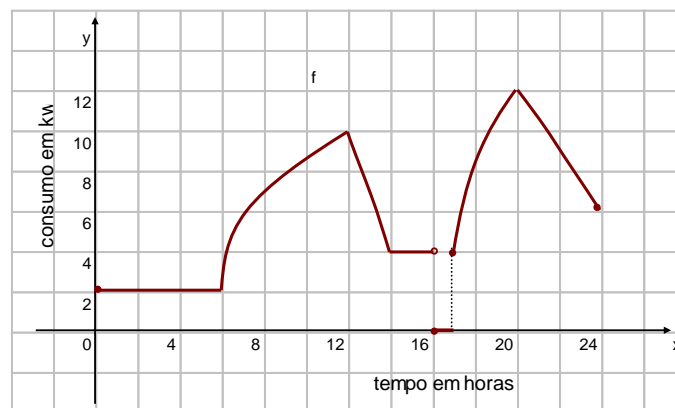
5. A figura seguinte representa o gráfico de uma função f .



Indique:

- 5.1 os intervalos de crescimento e os intervalos de decrescimento de f ;
- 5.2 o máximo absoluto de f ;
- 5.3 o mínimo absoluto e o minimizante de f ;
- 5.4 os zeros de f ;
- 5.5 os intervalos em que a função é positiva e os intervalos em que é negativa;
- 5.6 um intervalo em que f seja injetiva e um intervalo em que f seja não injetiva.

6. O gráfico seguinte mostra o consumo de eletricidade de uma casa durante um dia:



6.1 Em que intervalos de tempo o consumo foi constante?

6.2 Durante o dia houve um corte de energia. Pelo gráfico podemos concluir a que horas foi? Justifique.

6.3 Em que período do dia foi crescente o consumo de eletricidade? E decrescente?

6.4 A que horas do dia o consumo atingiu o valor máximo? E o valor mínimo (não tendo em conta o corte de energia)?

6.5 A que horas se registaram máximos relativos e mínimos relativos?

7. Represente graficamente cada uma das seguintes funções:

7.1 $f_1(x) = \begin{cases} x-3 & \text{se } x \geq 2 \\ 3 & \text{se } x < 2 \end{cases}$

7.2 $f_2(x) = \begin{cases} -2x & \text{se } -1 < x < 4 \\ -x+1 & \text{se } x \leq -1 \end{cases}$

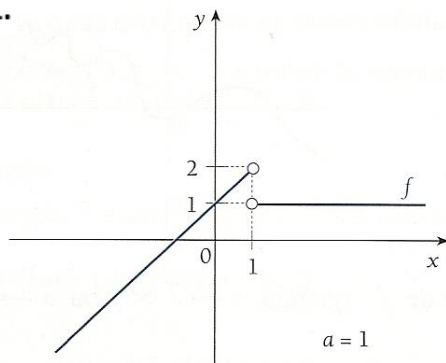
7.3 $f_3(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x > 1 \\ 0 & \text{se } x = 1 \\ 1 & \text{se } x < 1 \end{cases}$

7.4 $f_4(x) = \begin{cases} -x & \text{se } 3 \leq x < 6 \\ -3x+1 & \text{se } -3 \leq x < 3 \\ 4 & \text{se } x = 6 \end{cases}$

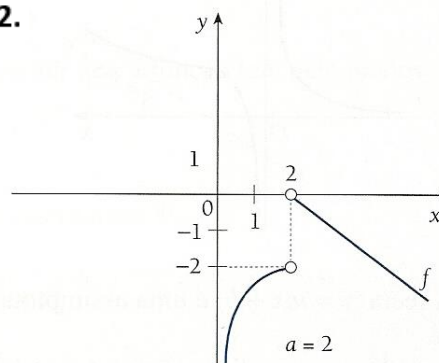
Limites

8. Nas alíneas seguintes calcule: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

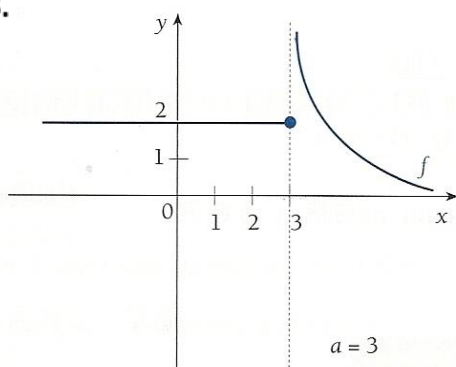
8.1.



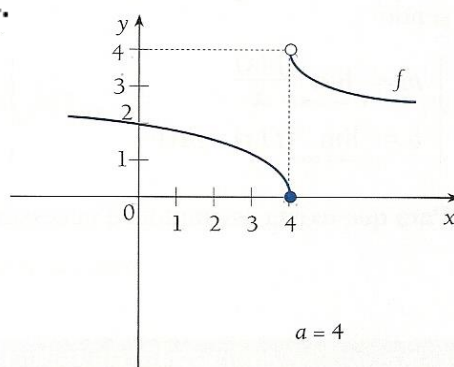
8.2.



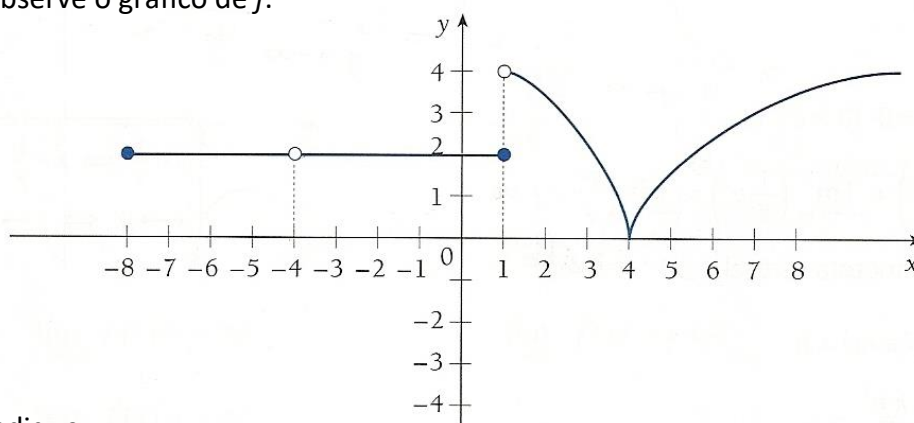
8.3.



8.4.



9. Observe o gráfico de f .



Indique:

9.1. $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$

9.2. $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$

9.3. $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$

9.4. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

9.5. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

9.6. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

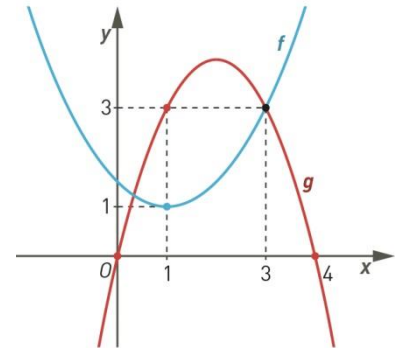
9.7. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

9.8. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

9.9. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

10. Na figura, em referencial ortonormado Oxy , estão representadas duas funções f e g de domínio \mathbb{R} .

Atendendo à informação dada na figura, responda às seguintes questões.



10.1. Pode concluir que $\lim_{x \rightarrow 1} (g(x) - f(x))$ é igual a:

- (A) 0 (B) 2
(C) 3 (D) 1

10.2. Pode concluir que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{g(x)}$ é igual a:

- (A) $+\infty$ (B) 0 (C) 1 (D) $-\infty$

11. Calcule cada um dos seguintes limites:

11.1 $\lim_{x \rightarrow 3} (-2x)$

11.6 $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}$

11.2 $\lim_{x \rightarrow 8} (-10)$

11.7 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 - 3}{x - 1} \right)^3$

11.3 $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x + 1)$

11.8 $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x^2 + 1}{3x}}$

11.4 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{1}{x}$

11.5 $\lim_{x \rightarrow 2} [(x - 1)(x + 5)^2]$

12. Calcule os limites laterais nos pontos que se indicam e diga, justificando, se existe o limite nesses pontos.

$$12.1 \quad f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad x < 0 \\ x & , \quad x \geq 0 \end{cases}; \quad x = 0$$

$$12.2 \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & , \quad x < -1 \\ 2 & , \quad -1 \leq x \leq 1 \\ -\frac{1}{x} & , \quad x > 1 \end{cases}; \quad x = 1; x = -1$$

$$12.3 \quad h(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + 1} & , \quad x > -1 \\ -\frac{1}{2x} & , \quad x \leq -1 \end{cases}; \quad x = -1$$

13. Calcule os seguintes limites se existirem, ou mostre que não existem:

$$13.1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x), \text{ sendo } f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & , \quad x < 1 \\ x + 3 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

$$13.2 \quad \lim_{x \rightarrow -2} f(x), \text{ sendo } f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & , \quad x < 1 \\ x + 3 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

$$13.3 \quad \lim_{x \rightarrow 5} f(x), \text{ sendo } f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & , \quad x < 1 \\ x + 3 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

$$13.4 \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x), \text{ sendo } f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x}$$

$$13.5 \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x), \text{ sendo } f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-2}}$$

14. Determine, se existirem:

$$14.1 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x - x^3)$$

$$14.5 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3 - 3x + 1}$$

$$14.2 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x - x^2)$$

$$14.6 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 + 2)$$

$$14.3 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x + x^3)$$

$$14.7 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (-3x^5 + x^4 + 2)$$

$$14.4 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x + x^2)$$

15. Determine, se existirem:

15.1 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x+1}{x^2+3x}$

15.2 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2+5}{x^2+x}$

15.3 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3+5x+2}{x-1}$

15.4 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{-x-3} \right)^3$

15.5 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, sendo $f(x) = \begin{cases} x^2, & x > 1000 \\ 2, & x \leq 1000 \end{cases}$

15.6 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x}{(x+1)^2}$

15.7 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-8x+15}{x^2-9}$

15.8 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{\frac{x+1}{x}}$

15.9 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x+1}$

15.10 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-6x^2+11x-6}{2x^2-8x+6}$

15.11 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+3}{x^2-x-2}$

15.12 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{x+3}$

15.13 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x/(x^2+1)}{(2x^2+1)/x^4}$

15.14 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x/(x^2 + 1)}{(2x^2 + 1)/x^4}$

15.15 $\lim_{x \rightarrow 0} (6x^2 - x + 4)$

15.16 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

16. Para cada valor real de **m** a expressão seguinte define uma função real de variável real f :

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - mx + 7 & \text{se } x > 0 \\ 7 & \text{se } x = 0 \\ |x + 3| + m & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

16.1. Determine **m** de modo que exista $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

16.2. Determine **m** de modo que $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = f(0)$.

17. Sejam f e g as funções reais de variável real definidas por:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1+x^2} + x & \text{se } x \leq 0 \\ 2x+1 & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = x - \frac{x+1}{x-1}$$

17.1. Mostre que existe $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

17.2. Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

17.3. Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{f(x)}$.

Soluções:

1.

$$1.1 \quad D_{f1} =]-3, 2] \text{ e } D'_{f1} = [1, 4[; \quad D_{f2} = [-2, 3] \text{ e } D'_{f2} = [-2, 5] \quad D_{f3} = \mathbb{R} \text{ e } D'_{f3} = \{-2, 0, 3\}$$

$$D_{f4} = \mathbb{R}_0^+ \text{ e } D'_{f4} = \mathbb{R}_0^+; \quad D_{f5} = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \text{ e } D'_{f5} = \mathbb{R} \setminus \{2\}; \quad D_{f6} =]-\infty, 3[\text{ e } D'_{f6} =]-\infty, 1[\cup]2, 3[\cup \{4\}$$

$$1.2 \quad 2, 2; -2; 3; 0; 0; 4; -1$$

$$1.3 \quad]-\infty, -1[; 2; -2; \{\infty, -1\}$$

2.

$$2.1 \quad \mathbb{R}$$

$$2.7 \quad \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

$$2.2 \quad \mathbb{R}$$

$$2.8 \quad \mathbb{R}$$

$$2.3 \quad \mathbb{R}$$

$$2.9 \quad \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$$

$$2.4 \quad \mathbb{R}$$

$$2.10 \quad \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$$

$$2.5 \quad \mathbb{R}$$

$$2.11 \quad \mathbb{R}$$

$$2.6 \quad \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

3.

$$3.1 \quad \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$3.4 \quad]-9/4, 1]$$

$$3.2 \quad [-1, +\infty[$$

$$3.5 \quad]2, 3]$$

$$3.3 \quad [-1, +\infty[\setminus \{5/2\}$$

$$3.6 \quad]-\infty, 3] \setminus \{2\}$$

4.

$$4.1 \quad 3,5 \text{ Km}$$

$$4.3 \quad 20 \text{ min}$$

$$4.2 \quad 2000\text{m}$$

$$4.4 \quad 9\text{h}20\text{m}$$

5.

$$5.1 \quad \text{Estritamente crescente: }]-6, -3[,]-1, 2[\text{ e }]6, 10[$$

$$\text{Estritamente decrescente: }]-3, -2[\text{ e }]2, 6[$$

$$5.2 \quad \text{Máximo absoluto: } 7$$

$$5.3 \quad \text{Mínimo absoluto: } -6$$

$$\text{Minimizantes: } -6, [-2, -1] \text{ e } 6$$

$$5.4 \quad -4, 4 \text{ e } 8$$

$$5.5 \quad \text{Positiva: }]-4, 4[\cup]8, 10[$$

$$\text{Negativa: } [-6, -4[\cup]4, 8[$$

$$5.6 \quad \text{Injetiva: } [-6, -3]$$

$$\text{Não injetiva: } [-4, 0], \text{ por exemplo}$$

6.

$$6.1 \quad \text{Das 0h às 6h, das 14h às 16h e das 16h às 17h}$$

6.2 Das 16h às 17h, porque o consumo passou, bruscamente, a ser 0

6.3 Das 6h às 12h e das 17h às 20h

6.4 20h. Das 0h às 6h

6.5 Máximos: 12h e 20h

Mínimos: das 0h às 6h; das 14h às 16h; das 16h às 17h e às 24h

8.

8.1 1; 2; não existe

8.2 0; -2; não existe

8.3 $+\infty$; 2; não existe

8.4 4; 0; não existe

9.

9.1 2 9.2 2 9.3 2 9.4 2 9.5 2 9.6 2

9.7 2 9.8 4 9.9 não existe

10.

10.1 B 10.2 A

11.

11.1 -6 11.5 49

11.2 -10 11.6 2

11.3 0 11.7 27

11.4 $-1/3$ 11.8 $\sqrt{2/3}$

12.

12.1 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

12.2 Não existe $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$

Não existe $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

12.3 $\lim_{x \rightarrow -1} h(x) = 1/2$

13.

13.1 Não existe $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

13.2 $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -4$

13.3 $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 8$

13.4 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$

13.5 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

14.

14.1 $+\infty$

14.2 $-\infty$

14.3 $-\infty$

14.4 $+\infty$

14.5 $+\infty$

14.6 $+\infty$

14.7 $-\infty$

15.

15.1 0

15.2 -2

15.3 $+\infty$

15.4 -1

15.5 $+\infty$

15.6 $-\infty$

15.7 $-1/3$

15.8 $+\infty$

15.9 3

15.10 $-1/2$

15.11 $-2/3$

15.12 -6

15.13 $+\infty$

15.14 0

15.15 4

1.16 0

16.

16.1 $m=4$

16.2 $m=6$

17.

17.2 $-\infty$

17.3 $\frac{1}{2}$