

Ficha Extra n.º 1

1. Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix};$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- Que designação especial toma cada uma delas?
- Determine a matriz transposta de cada uma delas.

2. Considera a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$. Calcule $\sqrt{2} \times A$.

3. Sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

Determine o resultado das seguintes operações:

- $2A - B + C$
- $2(A - B + C)$
- $3A + B - C$
- $3\left(A - \frac{1}{2}B\right) + C$

4. Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$$

- Calcule A^2 e A^3 .
- Calcule $A^2 \cdot B$

5. Considera as matrizes X e Y.

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 5 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } Y = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 8 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Calcule o resultado do produto XY.

6. Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Determine:

- a) $A \cdot B$
- b) $B \cdot A$
- c) As matrizes A e B são permutáveis? Justifique.

Soluções:

1.a)

A – matriz quadrada (3×3) triangular superior, B – matriz quadrada (3×3) triangular inferior, C – matriz diagonal (3×3), D – matriz escalar (3×3), E – matriz identidade (4×4), F – matriz simétrica (3×3).

$$1.b) \begin{matrix} A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}, B^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, D^T = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \\ E^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, F^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$2. \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 3\sqrt{2} \\ 4\sqrt{2} & 5\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{matrix} a) \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 6 \end{bmatrix} & b) \begin{bmatrix} -8 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix} & c) \begin{bmatrix} 8 & 4 & 3 \\ 7 & 2 & 9 \end{bmatrix} & d) \begin{bmatrix} -9/2 & 3/2 & 3 \\ 7 & 3 & 7 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$4. \begin{matrix} a) A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -8 & 35 \end{bmatrix}, A^3 = \begin{bmatrix} -2 & 51 \\ -51 & 202 \end{bmatrix} & b) \begin{bmatrix} 19 & -9 \\ 62 & 145 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$5. \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 & 0 \\ -8 & 8 & 18 & 0 \\ -2 & 5 & 12 & 0 \end{bmatrix}$$

$$6.a) [9] \quad b) \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$

c) Não. Porque $AB \neq BA$.