ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR PROFISSIONAL IPCA

Apontamentos de apoio à Ficha de Revisões

Apontamentos da Aula 2

NORTE2020 POCH PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR PROFISSIONAL IPCA

Revisões

- ✓ Expressões algébricas
- ✓ Casos notáveis
- ✓ Equações do 1.º grau
- ✓ Inequações do 1.º grau
- ✓ Equações do 2.º grau

Expressões algébricas

NORTE2020 POCH PORTUGAL 2020 UNIÃO EUROPEIA Fundo Social Europeu

Expressões algébricas

❖ **Expressões algébricas**

Expressões algébricas são expressões matemáticas que apresentam números, letras e operações.

As expressões algébricas são usadas com frequência em fórmulas e equações.

As letras que aparecem numa expressão algébrica são chamadas de variáveis e representam um valor desconhecido.

Exemplos: $x+5$; b^2-4ac ; $3x^2+4x-2$

Expressões algébricas

❖ Operações algébricas

- Para resolver expressões algébricas realizamos primeiro as operações de multiplicação e divisão, pela ordem em que estas estiverem indicadas, e depois as adições e subtrações.

- Em expressões onde aparecem sinais de parênteses curvos ( ) e parênteses retos [ ], efetuam-se as operações dos sinais interiores para os exteriores.

- Quando estiver o sinal negativo antes de uns parênteses, trocam-se todos os sinais dos termos que estão dentro dos parênteses.

$$\boxed{-(a+b) = -a-b}$$

Expressões algébricas

- Quando estiver o sinal positivo antes de uns parênteses, mantêm-se todos os sinais dos termos que estão dentro dos parênteses.

$$\boxed{+(a-b)=a-b}$$

- Quando estiver um termo a multiplicar antes de uns parênteses, multiplica-se esse termo por todos os termos que estão dentro dos parênteses (propriedade distributiva).

$$\boxed{2a(3a+b)=6a^2-2ab}$$

Casos notáveis

Casos Notáveis

Existem produtos de polinómios muito importantes no cálculo algébrico, que são conhecidos como ***casos notáveis***. Vale a pena conhecê-los e resolvê-los de forma imediata, pois simplifica muito os cálculos.

❖ Diferença de Quadrados

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Podemos dizer que:

"O produto da soma de dois termos por sua diferença é igual ao quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo."

Casos Notáveis

❖ Quadrado do binómio

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$
$$= a^2 + ab + ab + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

1º Termo

2º Termo

Quadrado do primeiro termo.

+ o dobro do produto do 1º pelo 2º termo.

+ quadrado do segundo termo

Podemos dizer que:

"O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo."

Casos Notáveis

Exercícios Resolvidos:

Quadrado do Binómio

a. $(2 + x)^2 = 2^2 + 2 \,.\, 2.x + x^2 = 4 + 4x + x^2$

b. $(7x + 2y)^2 = 49x^2 + 28xy + 4y^2$

Diferença de Quadrados

a. $(1 - \sqrt{3}) \,.\, (1 + \sqrt{3}) = 1^2 - (\sqrt{3})^2 = 1 - 3 = -2$

b. $(7x + 2y) \,.\, (7x - 2y) = 49x^2 - 4y^2$

Equações do 1.º grau

Equações do 1.ºGrau

EQUAÇÃO: é uma igualdade entre duas expressões onde, pelo menos numa delas, figura uma ou mais variáveis (letras) .

$3x+5=2-x+4$ → **É uma equação**

$3+(5-2-4) = 3+1$ → **Não é uma equação**

$$\frac{3}{2}x-2+3x=-4-x$$

1º membro **2º membro**

- termos: $\frac{3}{2}x$; -2 ; 3x ; - 4 ; - x
- incógnita: x
- termos com incógnita: 3x ; - x ; $\frac{3}{2}x$
- termos independentes: -2 ; -4

Equações do 1.ºGrau

Solução de uma equação: é o número que colocado no lugar da incógnita transforma a equação numa igualdade numérica verdadeira.

$3x = 18 \quad 3 \times 6 = 18 \quad$ *proposição verdadeira*

6 → SOLUÇÃO

$x + 7 = 12$	$20 - x = 15$
5 → SOLUÇÃO	5 → SOLUÇÃO

Mesmo conjunto solução

Equações equivalentes: $x + 7 = 12 \Leftrightarrow 20 - x = 15$

Resolução de Equações do 1.ºGrau

Equações sem parênteses e sem denominadores

$$5x - 6 = 3x + 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x - 3x = +6 + 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{10}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

Conjunto solução $= \{5\}$

- Resolver uma equação é determinar a sua solução.
- Numa equação podemos **mudar termos de um membro para o outro**, desde que lhes **troquemos o sinal**
- **Num dos membros ficam os termos com incógnita e no outro os termos independentes**
- efectuamos as operações.
- **Dividimos ambos os membros pelo coeficiente da incógnita**.
- **Determinamos a solução.**

Resolução de Equações do 1.ºGrau

EQUAÇÕES COM PARÊNTESES

- **Simplificação de expressões com parênteses:**

  - Sinal menos antes dos parênteses: Tiramos os parênteses trocando os sinais dos termos que estão dentro

$$-(2x+2-3x-5)=-2x-2+3x+5$$

  - Sinal mais antes dos parênteses: Tiramos os parênteses mantendo os sinais que estão dentro.

$$+(-3x-2+5x-1)=-3x-2+5x-1$$

  - Número antes dos parênteses: Tiramos os parênteses, aplicando a propriedade distributiva.

$$-2(-3x+3+x-1)=+6x-6-2x+2$$

Resolução de Equações do 1.ºGrau

Como resolver uma equação com parênteses.

$$-(-2x+1)-3(5x-2)=-6+(-x+8) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x-1-15x+6=-6-x+8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x-15x+x=1-6-6+8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -12x=-3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{-12}x}{\cancel{-12}}=\frac{-3}{-12} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$$

$$C.S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$$

- Eliminar parênteses.
- Agrupar os termos com incógnita.
- Efetuar as operações
- Dividir ambos os membros pelo coeficiente da incógnita
- Determinar a solução, de forma simplificada.

Resolução de Equações do 1.ºGrau

EQUAÇÕES COM DENOMINADORES

$$-\frac{1}{2}_{(6)} + \frac{2x}{4}_{(3)} = \frac{3+x}{3}_{(4)} \Leftrightarrow$$

• Começamos por reduzir **todos** os termos ao mesmo denominador.

$$\Leftrightarrow -\frac{6}{12} + \frac{6x}{12} = \frac{12+4x}{12} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{-6+6x}{12} = \frac{12+4x}{12} \Leftrightarrow$$

• Duas frações com o mesmo denominador são iguais se os numeradores forem iguais.

$$\Leftrightarrow -6+6x = 12+4x \Leftrightarrow$$

• Podemos tirar os denominadores desde que sejam todos iguais.

$$\Leftrightarrow 6x - 4x = 6 + 12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x = 18 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{18}{2} = 9$$

C.S = {9}

Resolução de Equações do 1.ºGrau

<u>Nota:</u> Sinal menos antes de uma fração

$$-\frac{-3x+2-5x-3}{2}$$

• O sinal menos que se encontra antes da fração afeta **todos** os termos do numerador.

Esta fração pode ser apresentada da seguinte forma

$$\frac{3x}{2}-\frac{2}{2}+\frac{5x}{2}+\frac{3}{2}$$

Resolução de Equações do 1.ºGrau

EQUAÇÕES COM PARÊNTESES E DENOMINADORES

- *Devemos* começar por eliminar os parênteses e depois os denominadores

$$-3\left(\frac{x-1}{2}\right)+\frac{x}{2}=-\frac{2x+1}{3} \Leftrightarrow \frac{-3x}{2_{(3)}}+\frac{3}{2_{(3)}}+\frac{x}{2_{(3)}}=-\frac{2x}{3_{(2)}}-\frac{1}{3_{(2)}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -9x+9+3x=-4x-2 \Leftrightarrow -9x+3x+4x=-9-2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x=-11 \Leftrightarrow x=\frac{-11}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{11}{2}$$

$$\text{C.S.}=\left\{\frac{11}{2}\right\}$$

Inequações do 1.º grau

Inequações do 1.ºGrau

<u>**Inequação**</u> é uma desigualdade de expressões que envolvem pelo menos uma variável.

Resolver uma inequação é determinar as soluções da inequação, isto é, determinar todos os valores numéricos que a transformam numa proposição verdadeira.

Ao conjunto das soluções de uma equação chama-se **Conjunto-Solução**. Pode representar-se simbolicamente por **S** ou **C.S.**.

Resolução de Inequações do 1.ºGrau

❖ **Regras práticas de resolução de inequações do 1º grau**

1º - Desembaraçar de parênteses, caso existam;

2º - Desembaraçar de denominadores, caso existam;

3º - Passar os termos com incógnita para um dos membros e os termos independentes para o outro. Sempre que mudarmos um termo de membro, mudamos-lhe o sinal;

4º - Efectuar os cálculos em ambos os membros;

5º - Se o coeficiente da incógnita for negativo, trocar de sinal e de sentido a desigualdade;

6º - Isolar a incógnita no 1º membro, por definição de quociente;

7º - Indicar o conjunto-solução.

Resolução de Inequações do 1.ºGrau

Exercício resolvido:

$$-5x + 6 \geq 3(1 - x) + 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -5x + 6 \geq 3 - 3x + 9$$

$$\Leftrightarrow -5x + 3x \geq 3 + 9 - 6$$

$$\Leftrightarrow \quad -2x \geq 6 \quad .(-1)$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x \leq -6$$

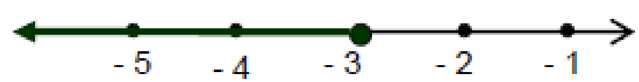
$$\Leftrightarrow \quad x \leq \frac{-6}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad x \leq -3$$

$$S = \{x \in IR \mid x \leq -3\}$$

Sempre que multiplicar ou dividir a inequação por um número negativo, *inverte-se* o sinal da desigualdade.

Geometricamente a solução será:



Observa-se que a bolinha está *fechada* sob o número - 3, isto significa que este número pertence a solução.

Equações do 2.º grau

Equações do 2.ºGrau

Uma **equação do 2º grau** na forma canónica é uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$.

- Toda a equação que seja equivalente a uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, diz-se uma **equação do 2.º grau**.

  Exemplos:

  1. $x^2 - 5x - 2 = 0$ é uma equação do 2.º grau.

  2. $\pi^2 x - 4x = 0$ não é uma equação do 2.º grau.

- Diz-se que uma equação do 2.º grau escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, está na sua **forma canónica**.

- Quando numa equação do 2.º grau $b = 0$ e/ou $c = 0$, a equação diz-se **incompleta**. Se $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$, a equação diz-se completa.

  Exemplos:

  1. $7x^2 - 2x - 59 = 0$ é uma equação do 2.º grau completa.

  2. $x^2 - 4x = 0$ é uma equação do 2.º grau incompleta.

Resolução de equações do 2.ºGrau

- Para resolver equações do 2.º grau podemos recorrer aos **casos notáveis da multiplicação** e à **lei do anulamento do produto** ou utilizar a fórmula resolvente da equação do 2.º grau.

Lei do anulamento do produto

O produto de fatores é nulo quando pelo menos um dos fatores é zero:

$$A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0$$

Nota:
O símbolo $\vee$ lê-se "ou".

Para determinar as soluções de uma equação do 2º grau, escrita na forma canónica, basta fatorizar o primeiro membro da equação e utilizar, de seguida, a **lei do anulamento do produto**.

Resolução de equações do 2.ºGrau

- A **fórmula resolvente da equação do 2.º grau** permite determinar, de forma direta, as soluções de qualquer equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Exemplo:

Na equação $x^2 + 3x - 4 = 0$, $a = 1$, $b = 3$ e $c = -4$. Assim:

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(+3) \pm \sqrt{(+3)^2 - 4 \times (+1) \times (-4)}}{2 \times (+1)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 - 5}{2} \quad \vee \quad x = \frac{-3 + 5}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{8}{2} \quad \vee \quad x = \frac{2}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \quad \vee \quad x = 1$$

$$\text{C.S.} = \{-4, 1\}$$