Формализация анзаца Деденко в Coq: Разъяснение, критика и верификация

Григорий Деденко

Аннотация Мы представляем детальный разбор реконструкции Великой теоремы Ферма, предложенной Деденко. Мы разъясняем различие между тем, что в действительности утверждает Деденко, и тем, что было неверно истолковано критиками. Ключевым компонентом его подхода является не ложное утверждение о делимости, а *анзац*, приводящий к уравнению $o^n = 2 \cdot n$. Мы показываем, как этот анзац представлен в системе доказательства Coq. В Coq, *принятие анзаца приводит к* $o^n = 2 \cdot n$, из чего следует, что необходимо $o = 2$ и $n \in \{1, 2\}$. Следовательно, в рамках этого анзаца, Великая теорема Ферма немедленно выполняется для всех показателей степени $n > 2$. В приложении воспроизводится соответствующий код на Coq с пояснительными комментариями.

Keywords: Великая теорема Ферма · Деденко · Анзац · Coq · Формализация

1 Введение

Рукопись Деденко о Великой теореме Ферма предлагает реконструкцию собственных рассуждений Ферма. Логическое ядро аргумента сводится к уравнению

$$o^n = 2 \cdot n, \tag{1}$$

которое, если оно верно, исключает существование нетривиальных решений для

$$x^n + y^n = z^n \tag{2}$$

при $n > 2$.

Мы разъясняем, что в действительности утверждает Деденко, как критики неверно его истолковали, и как ядро его метода формализовано в Coq.

2 Неверное толкование критиков

Критики утверждали, что метод Деденко основывается на утверждении

$$(m^n + p^n)^n - (m^n - p^n)^n \equiv 0 \pmod{2n}. \tag{3}$$

Из этой предполагаемой делимости они приписывают ему вывод о существовании целого числа o, удовлетворяющего уравнению (1).

Это неверно. Например, для $n = 3, m = 2, p = 1$, левая часть уравнения (3) равна 386, что не делится на 6. Таким образом, если бы уравнение (3) было действительным утверждением Деденко, его аргумент бы рухнул. Но это не так.

3 Что в действительности утверждает Деденко

Из уравнения (2.11) своей рукописи Деденко приходит к тождеству (2.12), которое порождает бесконечное семейство решений. Этот избыток решений создает тупик.

Чтобы разрешить его, он вводит *анзац*, ограничивая структуру тождества. Он преобразует (2.12)–(2.14) в выражение (2.17), которое сворачивается в уравнение (1).

Таким образом, уравнение (1) происходит не из безусловной делимости, а из анзаца.

4 Формализация в Coq

4.1 Леммы о росте

Coq строго доказывает, что экспоненциальные функции растут быстрее линейных:

$$2^n > 2n \quad (n \geq 3), \qquad 3^n > 2n \quad (n \geq 1). \tag{4}$$

Из уравнения (4) следует:

Lemma 1. *Если* $o^n = 2 \cdot n$ *при* $o > 1$ *и* $n \geq 1$, *то* $o = 2$ *и* $n \in \{1, 2\}$.

4.2 Анзац как гипотеза

В Coq анзац Деденко формализуется как:

$$\forall n, x, y, z \in \mathbb{N}, \quad n > 2 \wedge x^n + y^n = z^n \quad \Rightarrow \quad \exists o > 1,\, o^n = 2 \cdot n. \tag{5}$$

4.3 Основная теорема

Theorem 1 (Великая теорема Ферма в рамках анзаца Деденко). *При* $n > 2$ *уравнение* (2) *не имеет решений в натуральных числах.*

Доказательство. Предположим, $n > 2$ и уравнение (2) выполняется. Согласно анзацу (уравнение (5)), существует $o > 1$ такое, что выполняется уравнение (1). По Лемме 1, это вынуждает $n = 1$ или 2, что является противоречием. Следовательно, решений для $n > 2$ не существует.

5 Соответствие между статьей и кодом Coq

Статья (Ур./Раздел)	**Coq формализация**
Параметры m, p, соотношения (2.4)–(2.5)	`sum_diff_from_parameters`, `parity_condition`.
Неверное толкование критиками безусловной делимости (Ур. (3))	`no_parameters_for_example` показывает противоречие для $n = 3,\ z = 2,\ x = 1$.
Экспоненциальный рост против линейного (Лемма 1, Ур. (4))	`pow2_gt_linear`, `pow3_gt_linear`.
Уравнение $o^n = 2 \cdot n$ имеет только тривиальные решения (Утверждение 1)	`integer_solution_o`.
Формулировка анзаца (Ур. (2.17), Прил. F, Ур. (5))	`dedenko_ansatz`.
ВТФ из анзаца (Теорема F.2)	`fermat_last_theorem_from_ansatz`.

Таблица 1. Соответствие между рассуждениями в статье и формализацией в Coq.

6 Заключение

Формализация в Coq показывает, что:

– Интерпретация критиков, основанная на безусловной делимости, неверна.
– Истинный метод Деденко использует анзац, сводящий случай к уравнению (1).
– *Если анзац приводит к* уравнению (1), Coq выводит, что оно имеет только тривиальные решения.
– Следовательно, в рамках анзаца, Великая теорема Ферма выполняется для всех $n > 2$.

Приложение: Код на Coq с пояснениями

Лемма о целочисленных решениях $o^n = 2 \cdot n$

```
Lemma integer_solution_o (o n : nat) :
  1 < o -> 1 <= n -> o ^ n = 2 * n -> o = 2 /\ (n = 1 \/ n = 2).
```

Пояснение: Это доказывает, что $o^n = 2 \cdot n$ имеет только два натуральных решения при $o > 1$: $(o, n) = (2, 1)$ или $(2, 2)$.

Анзац Деденко

```
Hypothesis dedenko_ansatz :
  forall (n x y z : nat),
    2 < n ->
    x ^ n + y ^ n = z ^ n ->
    exists o : nat, 1 < o /\ o ^ n = 2 * n.
```

Пояснение: Это формализует анзац Деденко (Ур. (5)).

Основная теорема

```
Theorem fermat_last_theorem_from_ansatz :
  forall (n x y z : nat),
    2 < n ->
    x ^ n + y ^ n = z ^ n -> False.
```

Пояснение: В рамках анзаца, Великая теорема Ферма следует немедленно.

Список литературы

1. A. Wiles, *Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem*, Annals of Mathematics, 141 (1995), pp. 443–551.
2. Dedenko G., The "Difficulties" in Fermat's Original Discourse on the Indecomposability of Powers Greater Than a Square: A Retrospect. Research Gate Preprint, 2025., No. 37, DOI: 10.13140/RG.2.2.24342.32321;
3. The Coq Development Team, *The Coq Proof Assistant*, https://coq.inria.fr.