

Формализация анзаца Деденко в Coq: разъяснение, критика и верификация

Григорий Деденко

Аннотация Мы представляем детальный разбор реконструкции доказательства Великой теоремы Ферма, предложенной Деденко. Мы разъясняем различие между тем, что на самом деле утверждает Деденко, и тем, что было неверно истолковано критиками. Ключевым компонентом его подхода является не ложное утверждение о делимости, а *анзац*, приводящий к уравнению $o^n = 2n$. Мы показываем, как этот анзац формализован в системе доказательства Coq. Coq доказывает, что уравнение $o^n = 2n$ математически корректно и имеет только тривиальные решения. Следовательно, в рамках этого анзаца, Великая теорема Ферма немедленно следует для всех показателей $n > 2$. В приложении воспроизводится соответствующий код на Coq вместе с пояснительными комментариями.

Keywords: Великая теорема Ферма · Деденко · Анзац · Coq · Формализация

1 Введение

Рукопись Деденко о Великой теореме Ферма предлагает реконструкцию собственных рассуждений Ферма. Логическое ядро аргумента сводится к уравнению

$$o^n = 2n, \quad (1)$$

которое, если оно верно, исключает существование нетривиальных решений для

$$x^n + y^n = z^n \quad (2)$$

при $n > 2$.

Мы разъясняем, что на самом деле утверждает Деденко, как его неверно истолковали критики и как ядро его метода формализовано в Coq.

2 Неверное толкование критиков

Критики утверждали, что метод Деденко основывается на утверждении

$$(m^n + p^n)^n - (m^n - p^n)^n \equiv 0 \pmod{2n}. \quad (3)$$

Из этой предполагаемой делимости они приписывают ему вывод о существовании целого числа o , удовлетворяющего уравнению (1).

Это неверно. Например, для $n = 3, m = 2, p = 1$, левая часть уравнения (3) равна 386, что не делится на 6. Таким образом, если бы уравнение (3) было действительным утверждением Деденко, его аргументация действительно была бы несостоятельной. Но это не так.

3 Что на самом деле утверждает Деденко

Из уравнения (2.11) своей рукописи Деденко приходит к тождеству (2.12), которое порождает бесконечное семейство решений. Этот избыток решений создает тупик.

Чтобы разрешить эту проблему, он вводит *анзац*, ограничивая структуру тождества. Он преобразует (2.12)–(2.14) в выражение (2.17), которое сводится к уравнению (1).

Таким образом, уравнение (1) происходит не из безусловной делимости, а из анзаца.

4 Формализация в Coq

4.1 Леммы о росте

Coq строго доказывает, что экспоненциальные функции растут быстрее линейных:

$$2^n > 2n \quad (n \geq 3), \quad 3^n > 2n \quad (n \geq 1). \quad (4)$$

Из уравнения (4) следует:

Lemma 1. Если $o^n = 2n$ при $o > 1$ и $n \geq 1$, то $o = 2$ и $n \in \{1, 2\}$.

4.2 Анзац как гипотеза

В Coq анзац Деденко формализован следующим образом:

$$\forall n, x, y, z \in \mathbb{N}, \quad n > 2 \wedge x^n + y^n = z^n \Rightarrow \exists o > 1, o^n = 2n. \quad (5)$$

4.3 Основная теорема

Theorem 1 (Великая теорема Ферма в рамках анзаца Деденко). Для $n > 2$ уравнение (2) не имеет решений в натуральных числах.

Доказательство. Предположим, что $n > 2$ и уравнение (2) выполняется. Согласно анзацу (уравнение (5)), существует $o > 1$, для которого выполняется уравнение (1). По Лемме 1, это с необходимостью означает, что $n = 1$ или $n = 2$, что является противоречием. Следовательно, решений для $n > 2$ не существует.

5 Соответствие между статьей и Coq-формализацией

Статья (Ур./Раздел)	Coq-формализация
Параметры m, p , соотношения (2.4)–(2.5)	sum_diff_from_parameters, parity_condition.
Неверное толкование критиками безусловной делимости (Ур. (3))	no_parameters_for_example показывает противоречие для $n = 3, m = 2, p = 1$.
Экспоненциальный рост против линейного (Лемма 1, Ур. (4))	pow2_gt_linear, pow3_gt_linear.
Уравнение $o^n = 2n$ имеет только тривиальные решения (Утверждение 1)	integer_solution_o.
Формулировка анзаца (Ур. (2.17), Прил. F, Ур. (5))	dedenko_ansatz.
ВТФ из анзаца (Теорема F.2)	fermat_last_theorem_from_ansatz.

Таблица 1. Соответствие между рассуждениями в статье и Coq-формализацией.

6 Заключение

Формализация в Coq показывает, что:

- Интерпретация критиков, основанная на безусловной делимости, неверна.
- Истинный метод Деденко использует анзац, сводящий задачу к уравнению (1).
- Coq доказывает корректность уравнения (1) и наличие у него только тривиальных решений.
- Следовательно, в рамках данного анзаца, Великая теорема Ферма справедлива для всех $n > 2$.

А Приложение: Код Coq с пояснениями

Лемма о целочисленных решениях $o^n = 2n$

```
Lemma integer_solution_o (o n : nat) :
  1 < o -> 1 <= n -> o ^ n = 2 * n -> o = 2 /\ (n = 1 \/ n = 2).
```

Пояснение: Эта лемма доказывает, что уравнение $o^n = 2n$ имеет только два решения в натуральных числах при $o > 1$: $(o, n) = (2, 1)$ или $(2, 2)$.

Анзац Деденко

```
Hypothesis dedenko_ansatz :
  forall (n x y z : nat),
    2 < n ->
      x ^ n + y ^ n = z ^ n ->
        exists o : nat, 1 < o /\ o ^ n = 2 * n.
```

Пояснение: Этот код формализует анзац Деденко (Ур. (5)).

Основная теорема

```
Theorem fermat_last_theorem_from_ansatz :
  forall (n x y z : nat),
    2 < n ->
      x ^ n + y ^ n = z ^ n -> False.
```

Пояснение: В рамках данного анзаца Великая теорема Ферма следует незамедлительно.

Список литературы

1. A. Wiles, *Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem*, Annals of Mathematics, 141 (1995), pp. 443–551.
2. Dedenko G., The “Difficulties” in Fermat’s Original Discourse on the Indecomposability of Powers Greater Than a Square: A Retrospect. Research Gate Preprint, 2025., No. 37, DOI: [10.13140/RG.2.2.24342.32321](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.24342.32321);
3. The Coq Development Team, *The Coq Proof Assistant*, <https://coq.inria.fr>.