

Vorlesungsmitschrift

# **DIFF II**

**Prof. Dr. Dorothea Bahns**

Henry Ruben Fischer

Auf dem Stand vom 6. Juli 2020

---

## **Disclaimer**

Nicht von Professor Bahns durchgesehene Mitschrift, keine Garantie auf Richtigkeit ihrerseits.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Metrische Räume</b>	<b>6</b>
1.1. Charakterisierung topologischer Grundbegriffe in metrischen Räumen . . .	17
1.2. Vollständigkeit . . . . .	19
1.3. Betrachtungen in vollständigen metrischen Räumen . . . . .	21
1.4. Stetige Abbildungen auf metrischen Räumen . . . . .	27
1.5. Kompaktheit . . . . .	30
1.6. Äquivalenz von Metriken . . . . .	36
<b>2. Normierte Vektorräume</b>	<b>38</b>
2.1. Stetige Abbildungen in normierten Vektorräumen . . . . .	44
2.1.1. Lineare Abbildungen . . . . .	44
2.2. Vektorräume mit Skalarprodukt . . . . .	49
<b>3. Differenzierbarkeit in <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>55</b>
3.1. Geometrische Anschauung, partielle Ableitung . . . . .	59
3.2. Beispiele und Erläuterungen . . . . .	63
3.3. Implizite Funktionen . . . . .	72
3.4. Der Satz von der Umkehrabbildung . . . . .	81
3.5. Lokale Extrema unter Nebenbedingungen . . . . .	88
3.6. Höhere Ableitungen, Taylorformel . . . . .	92
3.7. Der Laplace-Operator . . . . .	95
3.8. Taylor-Formel, lokale Extrema . . . . .	100
3.9. Lokale Extrema . . . . .	103
<b>4. Untermannigfaltigkeiten des <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>109</b>
4.1. Tangential- und Normalraum . . . . .	130
4.2. Flächenbemessung auf Untermannigfaltigkeiten . . . . .	138
<b>5. Differentialgleichungen</b>	<b>143</b>
5.1. Geometrische Interpretation . . . . .	143
5.2. Existenz- und Eindeutigkeitssatz . . . . .	145
5.3. Lineare Differentialgleichungen . . . . .	160
5.4. Lineare DGL-Systeme mit konstanten Koeffizienten . . . . .	172

<b>6. Lebesgue-Integration</b>	<b>182</b>
6.1. Etwas Maßtheorie . . . . .	190
6.2. Weitere Folgerungen . . . . .	192
6.3. Messbare Funktionen . . . . .	196
6.4. Zum Verhältnis von Lebesgue- / Riemann-Integral . . . . .	197
6.5. Produkt-Maße . . . . .	200
6.vi. Der Transformationssatz . . . . .	207

# Vorlesungsverzeichnis

1.	Mo 20.04. 10:15 . . . . .	6
2.	Do 23.04. 10:15 . . . . .	16
3.	Mo 27.04. 10:15 . . . . .	25
4.	Do 30.04. 10:15 . . . . .	36
5.	Mo 04.05. 10:15 . . . . .	44
6.	Do 07.05. 10:15 . . . . .	55
7.	Mo 11.05. 10:15 . . . . .	63
8.	Do 14.05. 10:15 . . . . .	74
9.	Mo 17.05. 10:15 . . . . .	80
10.	Do 21.05. 10:15 . . . . .	88
11.	Mo 25.05. 10:15 . . . . .	100
12.	Do 28.05. 10:15 . . . . .	109
13.	Do 04.06. 10:15 . . . . .	122
14.	Mo 08.06. 10:15 . . . . .	130
15.	Do 11.06. 10:15 . . . . .	143
16.	Mo 15.06. 10:15 . . . . .	153
17.	Do 18.06. 10:15 . . . . .	162
18.	Mo 15.06. 10:15 . . . . .	171
19.	Do 25.10. 10:15 . . . . .	182
20.	Mo 29.06. 10:15 . . . . .	190
21.	Do 02.07. 10:15 . . . . .	199
22.	Mo 06.07. 10:15 . . . . .	207

**Vorlesung 22**

Mo 06.07. 10:15

**6.vi. Der Transformationssatz**

**Ziel.** Eine Verallgemeinerung der Substitution