

TUTORIAT TREI

exercițiu 1

Decideti daca urmatoarele aplicatii sunt liniare:

a) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ $f(x,y) = (2x-y, y)$

b) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x,y) = 5xy$

c) $f: P_n(\mathbb{R}) \rightarrow P_m(\mathbb{R})$ $f(P(x)) = P'(x)$

d) $f: M_m(\mathbb{R}) \rightarrow M_m(\mathbb{R})$ $f(A) = A + A^2$

exercițiu 2

Stie $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$f(x,y,z,t) = (3x+2y, x+z-2t, 5x+2y+2z-4t)$$

a) Demonstrati ca f este aplicatie liniara si scrieti matricea lui f in raport cu baza canonica.

b) Gasiti baze pentru $\text{Ker } f$ si $\text{Im } f$. Decideti daca f este injectiva sau surjectiva.

exercitiu 3

$$\text{Ie } U = \left\{ (2x-z, y+2z, z, x+y+z) \mid x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$$

$$V = \left\{ (3x-y+2z, x+y-2z, 6y-12z, x) \mid x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$$

a) Determinati $\dim_{\mathbb{R}} U$, $\dim_{\mathbb{R}} V$ si gasiti o baza
pentru acestea.

b) Determinati $\dim_{\mathbb{R}} (U+V)$.

Indicatie: $\dim(U+V) = \dim U + \dim V - \dim(U \cap V)$

exercitiu 4

$$\text{Ie } f: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

$$f(x, y, z) = (3z-x+9y, x-y, 2x+y+z)$$

Demonstranti ca f este izomorfism liniar si
calculati f^{-1} .

exercitiu 5

a) Demonstrați că aplicația $T_n : M_n(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$,

urma unei matrici este aplicație liniară.

b) Demonstrați că $V = \{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid T_n(A) = 0\}$

este subspaciu vectorial al lui $M_n(\mathbb{R})$.

c) Găsiți o bază pentru V .

exercitiu 6

Île V, W K-spății vectoriale.

Île $\mathcal{L}(V, W) = \{f: V \rightarrow W \mid f \text{ apl. liniar}\}$

Arenați că $\mathcal{L}(V, W)$ este K-spățiu vectorial și determinați o bază pentru acesta.