

TUTORIAT PATRU

exercitii 1 (seminar 3 - problema 8)

Își $U_1 = \{(t, zt, 3t) \mid t \in \mathbb{R}\}$ și

$U_2 = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \mathbb{R}, x+y+z=0\}$. Atunci U_1 și U_2 sunt subspații ale lui \mathbb{R}^3 și $\mathbb{R}^3 = U_1 \oplus U_2$.

exercitii 2

Demonstrați sau dă un contraexemplu: dacă U_1, U_2 și V sunt subspații ale lui V , atunci:

$$U_1 + V = U_2 + V$$

implică $U_1 = U_2$.

exercitii 3

Demonstrați sau dă un contraexemplu: dacă U_1, U_2 și V sunt subspații ale lui V , atunci:

$$V = U_1 \oplus V = U_2 \oplus V$$

implică $U_1 = U_2$.

exercitiu 4

pentru orice $m \in \mathbb{N}$, $m \geq 3$, fie determinantul

$$\Delta_m = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 3 \end{vmatrix}$$

(unde pe diagonala principală este peste tot 3, imediat deasupra diagonalei principale este peste tot 2 și imediat sub acestea tot 1, în rest 0)

a) Calculati Δ_3 și Δ_4

b) Aratati că $\Delta_m = 3\Delta_{m-1} - 2\Delta_{m-2}$ pentru orice

$m \geq 5$

c) Aratati că $\Delta_m = 2^{m+1} - 1$ pentru orice $m \geq 3$

exercitii 5

Fie $A = (a_{ij})_{1 \leq i,j \leq n}$. Rotim matricea A cu 90° , im sens trigonometric, im jurul „centrului”.

- Cum se schimbă determinantul în urma acestei operații?
- Buțăți generaliza pentru matrice $m \times m$?