1. Determinați următoarele limite de șiruri folosind definiția ε-N:

1) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$

2) $\lim_{n\to\infty} \frac{2n+1}{n-3} = 2.$

3) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+\sin(n)}{3n^2+4} = \frac{1}{3}$

4) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+4n+1}{n+2} = \infty$

5) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

2. Arătați că următoarele limite de șiruri nu există:

1) $\lim_{n\to\infty} (-1)^n\left(1+\frac{1}{n}\right)$

2) $\lim_{n\to\infty} \sin(n)$

3. Să se studieze convergența șirurilor (a_n), iar în caz de convergență aflați limitele acestora.

a) $a_1 \in (0,1)$ $a_{n+1} = a_n - a_n^3$ $n \geq 1$.

b) $a_1 = 1$ $a_{n+1} = \dfrac{2a_n}{1+a_n^2}$ $n \geq 1$

c) $a_1 = 0$ $a_{n+1} = \sqrt{6-a_n}$ $n \geq 1$

4. Fie $f:[a,b] \to [a,b]$ o funcție continuă și monoton crescătoare și (x_n) un șir a.î. $x_1 \in [a,b]$, $x_{n+1} = f(x_n)$ $\forall n \geq 1$.

Să se arate că (x_n) este convergent și să se arate că f are un punct fix.