Sarcini electrice

În S.I.: $[Q]_{S.I.} = 1\,C$ (Coulomb)

↳ sarcina electrică

Sarcina elementară: $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}\,C$

• Având sarcina elementară, putem defini două noi mărimi:

$$q_e = -|e|$$

↳ sarcina electronului

$$q_p = +|e|$$

↳ sarcina protonului

• Q (sarcina totală) poate fi scrisă în două moduri:

a) $Q = N_p q_p + N_e q_e = (N_p - N_e)|e|$

N_e ↳ nr. de electroni; N_p ↳ nr. de protoni

Folosind această scriere, ne propunem să adunăm toate sarcinile pozitive cu toate sarcinile negative pentru a obține sarcina totală

Cazuri posibile

- Dacă $N_p > N_e \Rightarrow Q > 0$ (corp încărcat pozitiv)
  (avem mai multe sarcini pozitive decât sarcini negative)

- Dacă $N_p < N_e \Rightarrow Q < 0$ (corp încărcat negativ)
  (avem mai multe sarcini negative decât sarcini pozitive)

- Dacă $N_e = N_p \Rightarrow Q = 0$ (corp ~~[illegible]~~ neutru)
  (avem același nr. de sarcini pozitive și negative)

b) Varianta mai des întâlnită: $Q = \underbrace{N}_{=(N_p - N_e)} \cdot |e|,\ N \in \mathbb{Z}$

Proprietățile sarcinii electrice

1) Este de două feluri: pozitivă / negativă

Consecințe:

a) Respingere pentru sarcini de același fel

$\leftarrow \oplus \quad \oplus \rightarrow$

$\leftarrow \ominus \quad \ominus \rightarrow$

b) Atracție pentru sarcini de semne diferite

$\oplus \rightarrow \leftarrow \ominus$

2) Este o mărime cuantificată

Prin termenul de „mărime cuantificată" înțelegem că sarcina nu poate lua orice valoare din mulțimea numerelor reale, ci poate lua doar anumite valori (din $\mathbb{Z}$).

$$Q = N \cdot |e|, \quad N \in \mathbb{Z}$$

3) Principiul conservării sarcinii electrice

Într-un sistem izolat sarcina totală se conservă indiferent de natura proceselor care au loc în interiorul sistemului.

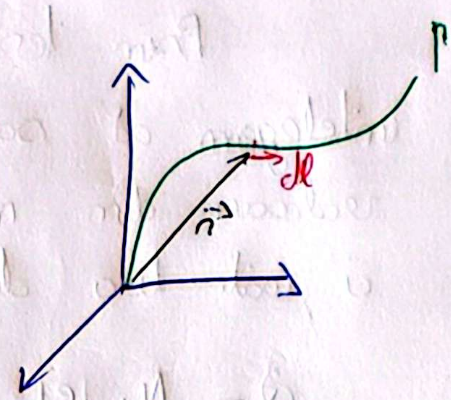
4) Sarcina electrică este o mărime relativist invariantă

Presupunem că avem doi observatori, unul în repaus și unul în mișcare. Pentru amândoi, sarcina va avea același comportament indiferent de poziția fiecăruia.

În opoziție se află exemplul avionului care aterizează și observatorul care se deplasează către el. Pentru acest observator, avionul pare că stă pe loc, însă pentru un observator care stă în repaus, avionul se mișcă normal. Astfel, deplasarea avionului devine relativă.

Distribuţii de sarcină

1) Densitate liniară



$$Q = \int_{\Gamma} \lambda(\vec{r})\, dl$$

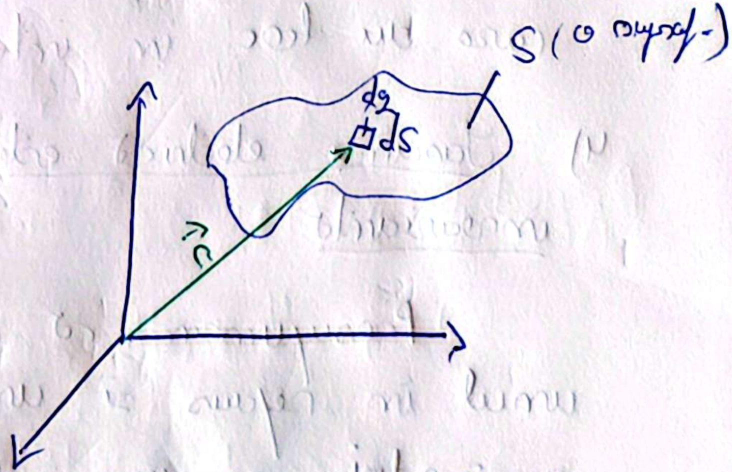
λ ~~...~~ $\lambda(\vec{r}) = \frac{dq}{dl} \left(\frac{C}{m}\right)$

dens. de sarc. liniară

Γ - drum / curbă

r - vectorul de poziţie

2) Densitate superficială

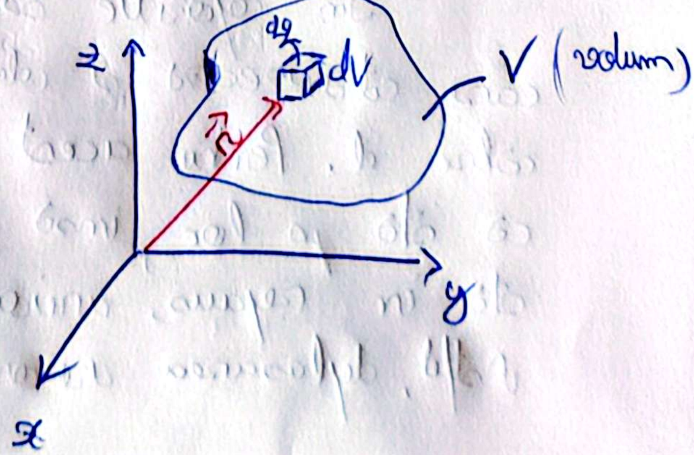


$$Q = \iint_{S} \sigma(\vec{r})\, dS$$

$$\sigma(\vec{r}) = \frac{dq}{dS} \left(\frac{C}{m^2}\right)$$

↳ densitatea de sarcină superficială

3) Densitatea volumică



$$Q = \iiint_{V} \rho(\vec{r})\, dV$$

$$\rho(\vec{r}) = \frac{dq}{dV} \left(\frac{C}{m^3}\right)$$

↳ densitatea volumică de sarcină

Atenție

Atunci când distribuția este uniformă, nu mai este necesară formula cu integrală. Formulele cu integrală sunt folosite pentru cazul general, unde densitatea diferă de la un punct la altul.

Legea lui Coulomb

- Se aplică doar pentru sarcini punctiforme / corpuri punctiforme (sarcinile / corpurile sunt suficient de depărtate astfel încât, privite de la o anumită distanță, să pară că sunt două puncte). (ex: Soarele și Pământul)

- Are forma vectorială: $\boxed{\vec{F}_{12} = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \cdot \vec{r_{12}}}$

- $\vec{F_{12}}$ = ~~sar~~ forța cu care sarcina 1 acționează asupra sarcinii 2

- ($\vec{F_{21}}$ = forța cu care sarcina 2 acționează asupra sarcinii 1)

- k = constanta lui Coulomb

$k = 9 \cdot 10^9 \ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$

<u>Formule alternative pentru k:</u> $k = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0}$ (vid)

$k = \frac{1}{4\pi \varepsilon}$ (oricare alt mediu)

ε_0 = permitivitatea electrică a vidului

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \ \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

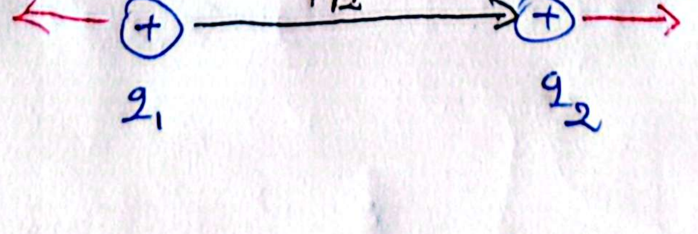
ε = permitivitatea electrică a mediului

! $\varepsilon, \varepsilon_0$ indică cât de ușor poate fi polarizat un mediu (cât de ușor se încarcă pozitiv sau negativ) atunci când este aplicat un câmp electric

- q_1, q_2 = sarcinile electrice
- $\vec{r}_{12}$ = vectorul de poziție

<u>Cazuri posibile</u>

1) $q_1 > 0$
   $q_2 > 0$



Validare răspuns

a) Pt $\vec{F_{12}}$:

- Ne folosim de formula vectorială:

$$\vec{F_{12}} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^3} \cdot \vec{r_{12}} \quad (1)$$

$$q_1, q_2 > 0 \Rightarrow k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^3} > 0$$

Pentru simplitate, notăm $C = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^3}$ (2)

Dacă ne întoarcem în relația (1) și înlocuim cu relația (2) vom avea:

$$\vec{F_{12}} = C \cdot \vec{r_{12}}, \quad C > 0$$

Asta înseamnă că $\vec{F_{12}}$ are același sens cu $\vec{r_{12}}$

b) Pt $\vec{E_{21}}$

Ne folosim de formula vectorială:

$$\vec{E_{21}} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{21}^3} \cdot \vec{r_{21}} \quad (3)$$

Însă știm că: $\begin{cases} \vec{r_{21}} = -\vec{r_{12}} \\ |\vec{r_{21}}| = |\vec{r_{12}}| \end{cases}$

Deci relația (3) va deveni: $\vec{E_{21}} = -k \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \cdot \vec{r_{12}}$

Dacă folosim și relația (2):

Scanat cu CamScanner

$$\vec{F_{21}} = -C \cdot \vec{r_{12}}, \quad C > 0$$

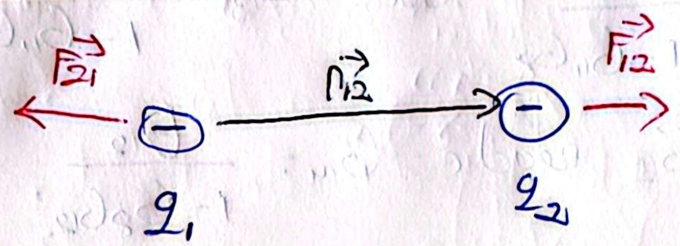
Deci $\vec{F_{21}}$ are sens opus față de $\vec{r_{12}}$

Concluzie

Atunci când avem două sarcini pozitive, acestea se vor respinge.

---

2) $q_1 < 0$
$q_2 < 0$



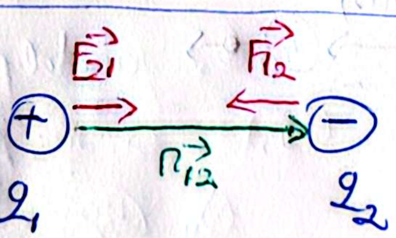
Verificarea se face identic cu cea de la primul caz și nu apare nicio schimbare, deoarece produsul $q_1 \cdot q_2 > 0$.

Concluzie

Atunci când avem două sarcini ~~pozitive~~ negative, acestea se vor respinge.

---

3) $q_1 > 0$, $q_2 < 0$ sau $q_1 < 0$, $q_2 > 0$



Pentru a vedea că forțele sunt reprezentate corect ne vom întoarce la formula vectorială

a) Pt $\vec{F_{12}}$

$$\vec{F_{12}} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^3} \cdot \vec{r_{12}}$$

Dar $q_1 \cdot q_2 < 0$

Notăm din nou $C = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^3} > 0$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{F_{12}} = -C \cdot \vec{r_{12}}$, deci $\vec{F_{12}}$ are sens opus față de $\vec{r_{12}}$

b) Pt $\vec{F_{21}}$

Dacă urmăm pașii de la subpunctul a) vom avea:

$\cancel{\vec{F_{21}} = -C \cdot \vec{r_{21}}}$ $\cancel{\Rightarrow \vec{F_{21}}}$

Dar $\cancel{\vec{r_{12}} = +\vec{r_{21}}}$

$$\left.\begin{aligned} \vec{F_{21}} &= -C \cdot \vec{r_{21}} \\ \text{Dar } \vec{r_{21}} &= -\vec{r_{12}} \end{aligned}\right| \Rightarrow \vec{F_{21}} = C \cdot \vec{r_{12}}$$

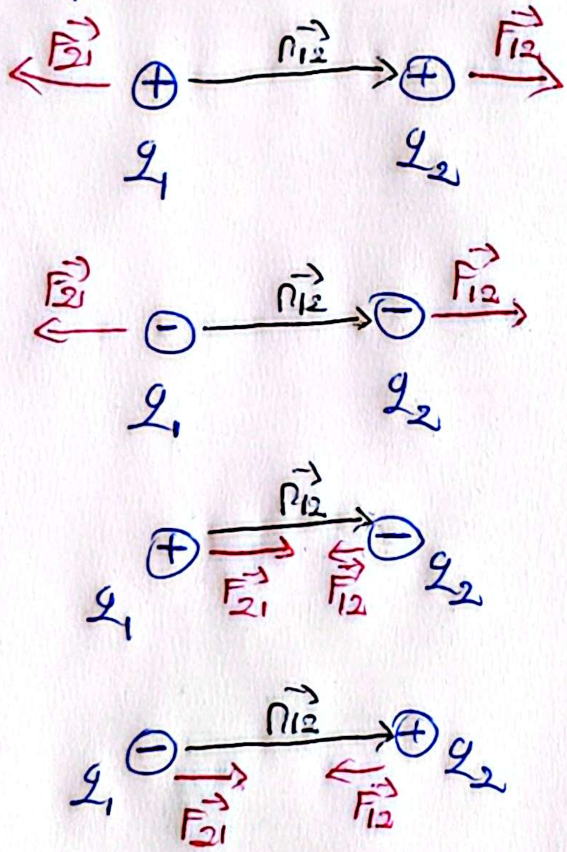
Deci $\vec{F_{21}}$ are același sens cu $\vec{r_{12}}$

Concluzie

Atunci când avem sarcini de semne opuse, acestea se atrag.

Verificările au fost redactate în scop didactic.
În probleme ne vom folosi de următoarele lucruri:

a) Reprezentarea forțelor



Indicii forței: $\vec{F}_{\square\square}$

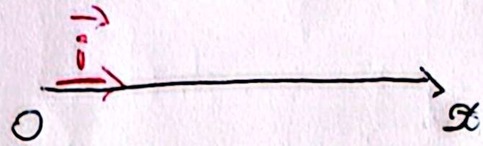
primul indice: sarcina care acționează (~~[illegible]~~)

al doilea indice: sarcina asupra căreia acționează (de unde pleacă vectorul)

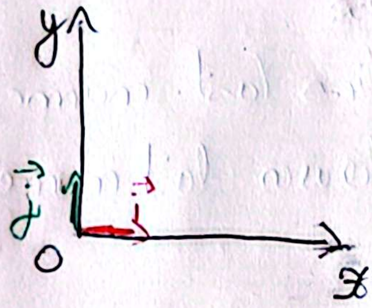
b) Modulul forței: $F_{12} = k \cdot \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r_{12}^2}$

c) Versorii axelor

Pt 1D:

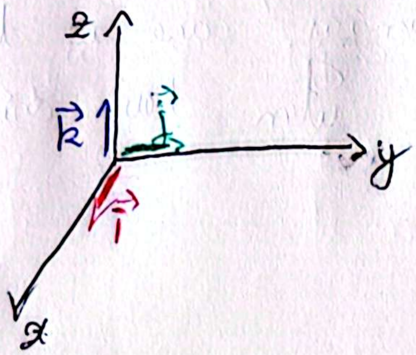


Pt 2D:



$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$

Pt 3D:



d) Principiul superpoziției

• Pentru situații în care avem mai mult de două sarcini.

• Forța care acționează asupra unei sarcini reprezintă suma tuturor forțelor cu care celelalte sarcini acționează asupra ei.

Ex: Avem q_1, q_2, q_3

$\vec{F_1} = \vec{F_{21}} + \vec{F_{31}}$ $\quad$ $\vec{F_3} = \vec{F_{13}} + \vec{F_{23}}$

$\vec{F_2} = \vec{F_{12}} + \vec{F_{32}}$

Probleme

(I) $q_1 = -1\,mC$ $\quad d_{12} = 2\,cm$

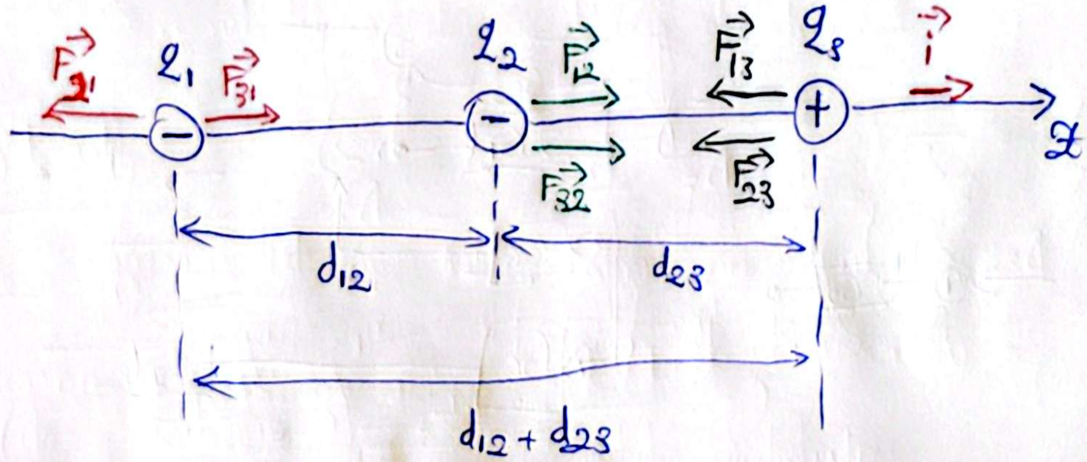
$q_2 = -2\,mC$ $\quad d_{23} = 1\,cm$

$q_3 = 2\,mC$

a) $\vec{F_1} = ?$

b) $\vec{F_2} = ?$

c) $\vec{F_3} = ?$



1) Se reprezintă sarcinile ținând cont de semn

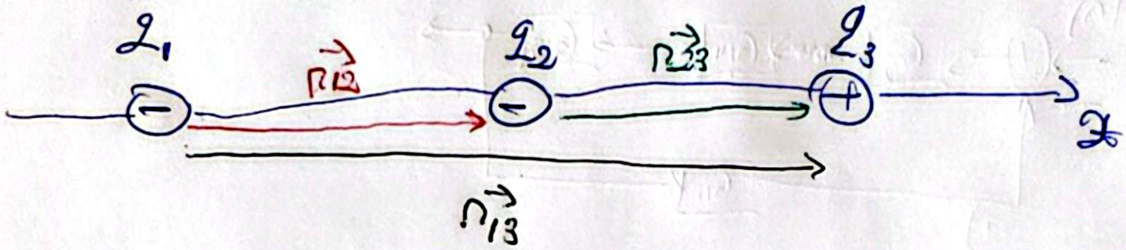
2) Se alege un sistem de axe (în acest caz Ox)

3) Se reprezintă versorii axelor (aici doar $\vec{i}$)

4) Se notează pe desen distanțele între sarcini

5) Pentru fiecare sarcină se vor reprezenta pe rând forțele care acționează asupra ei

• Dacă ne dorim să reprezentăm și vectorii de poziție:



• Deoarece lucrăm cu modulele forțelor de această dată:

$$|\vec{r_{12}}| = d_{12}$$

$$|\vec{r_{23}}| = d_{23}$$

$$|\vec{r_{13}}| = d_{12} + d_{23}$$

• <u>Pt F_1</u>

$$\vec{F_1} = \vec{F_{21}} + \vec{F_{31}} = -\vec{i} \cdot F_{21} + \vec{i} \cdot F_{31} = \vec{i}\left(F_{31} - F_{21}\right)$$

(se descompun cei doi vectori pe axa Ox ținând cont de sensul fiecăruia și de sensul versorului)

$$|\vec{F_1}| = |\vec{i}\,(F_{31} - F_{21})| \Rightarrow F_1 = \sqrt{(F_{31} - F_{21})^2} = |F_{31} - F_{21}|$$

$$F_1 = \left| k \cdot \frac{|q_3 \cdot q_1|}{(d_{12} + d_{23})^2} - k \cdot \frac{|q_2 \cdot q_1|}{d_{12}^2} \right| =$$

$$= k \cdot \left| \frac{|q_3 q_1|}{(d_{12} + d_{23})^2} - \frac{|q_2 q_1|}{d_{12}^2} \right|$$

$$\left(\begin{array}{l} \vec{v} = a \cdot \vec{i} + b \cdot \vec{j} \\ |\vec{v}| = \sqrt{a^2 + b^2} \end{array} \right)$$

• Pt F_2

$$\vec{F_2} = \vec{F_{12}} + \vec{F_{32}} = \vec{i} \cdot F_{12} + \vec{i} \cdot F_{32} = \vec{i}(F_{12} + F_{32})$$

$$|\vec{F_2}| = \sqrt{(F_{12} + F_{32})^2} = F_{12} + F_{32}$$

$$F_2 = k\left(\frac{|q_1 \cdot q_2|}{d_{12}^2} + \frac{|q_3 \cdot q_2|}{d_{23}^2}\right)$$

• Pt F_3

$$\vec{F_3} = \vec{F_{13}} + \vec{F_{23}} = -\vec{i} \cdot F_{13} + \vec{i} \cdot F_{23} = -\vec{i}(F_{13} + F_{23})$$

$$|\vec{F_3}| = \sqrt{[-(F_{13} + F_{23})]^2} = F_{13} + F_{23}$$

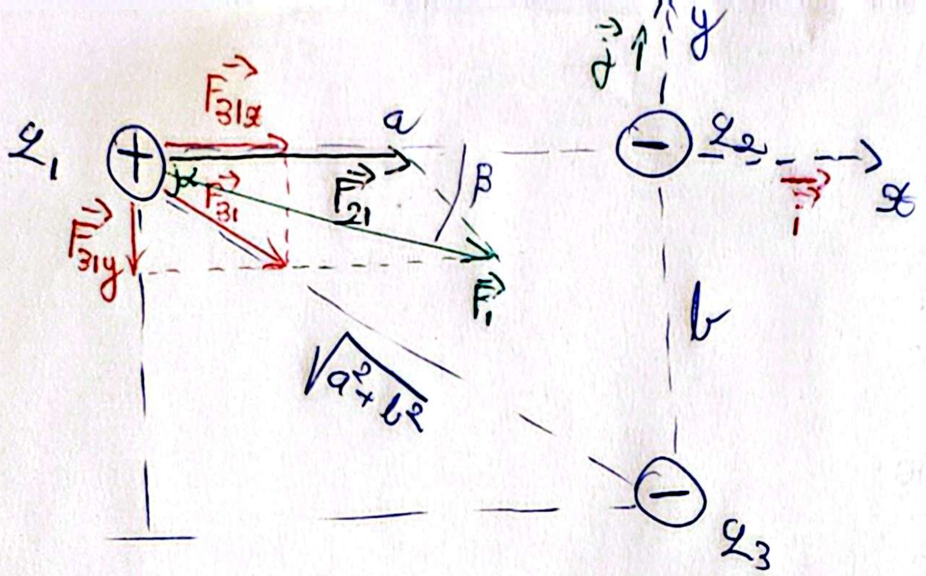
$$F_3 = k \cdot \left(\frac{|q_1 q_3|}{(d_{12} + d_{23})^2} + \frac{|q_2 q_3|}{d_{23}^2}\right)$$

II $q_1 = 1,5\,mC$ $a = 2\,cm$

$q_2 = -5\,mC$ $b = 5\,cm$

$q_3 = -10\,mC$

$F_1 = ?$, $\beta = ?$



• Repetăm pașii din cadrul problemei I

$$\vec{F_1} = \vec{F_{31}} + \vec{F_{21}}$$

• Descompunem $\vec{F_{31}}$ și $\vec{F_{21}}$ pe cele două axe

$$\vec{F_{31}} = \cancel{\vec{F_{31}}}\ \vec{F_{31x}} + \vec{F_{31y}} = \vec{i}\cdot F_{31x} - \vec{j}\, F_{31y}$$

$$\vec{F_{21}} = \vec{i}\cdot F_{21}$$

$$\Rightarrow \vec{F_1} = \vec{i}\cdot F_{31x} - \vec{j}\cdot F_{31y} + \vec{i}\cdot F_{21}$$

$$\left.\begin{array}{l} F_{31x} = F_{31}\cos\alpha \\ F_{31y} = F_{31}\sin\alpha \end{array}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{F_1} = \vec{i}\left(F_{31}\cos\alpha + F_{21}\right) + \vec{j}\left(-F_{31}\sin\alpha\right)$$

$$F_1 = \sqrt{\left(F_{31}\cos\alpha + F_{21}\right)^2 + \left(-F_{31}\sin\alpha\right)^2} =$$

$$= \sqrt{F_{31}^2\cos^2\alpha + 2F_{31}F_{21}\cos\alpha + F_{21}^2 + F_{31}^2\,\cancel{\cos}\,\sin^2\alpha}$$

$$= \sqrt{F_{31}^2 + 2F_{31}F_{21}\cos\alpha + F_{21}^2}$$

$$F_{31} = k \cdot \frac{|q_3 \cdot q_1|}{\left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^2} = k \cdot \frac{|q_3 \cdot q_1|}{a^2+b^2}$$

$$F_{21} = k \cdot \frac{|q_2 \cdot q_1|}{a^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

β = unghiul pe care îl face F_1 cu Ox

Având descompunerea pe cele două axe, Ox și Oy, pentru F_1 $\left(\vec{F_1} = \vec{i}\underbrace{\left(F_{31}\cos\alpha + F_{21}\right)}_{\text{catetă 1}} + \vec{j}\underbrace{\left(-F_{31}\sin\alpha\right)}_{\text{catetă 2}}\right)$,

atunci, dacă încadrăm F_1 într-un triunghi dreptunghic în care este ipotenuză, ~~atu~~ putem spune că $\boxed{\operatorname{tg}\beta = -\frac{F_{31}\sin\alpha}{F_{21} + F_{31}\cos\alpha}}$