

TUTORIAT PATRU

exercitiu 1 (seminar 8 - problema 8)

Fie $U_1 = \{(t, 2t, 3t) \mid t \in \mathbb{R}\}$ și
 $U_2 = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \mathbb{R}, x+y+z=0\}$. Atunci U_1 și U_2
sunt subspații ale lui \mathbb{R}^3 și $\mathbb{R}^3 = U_1 \oplus U_2$.

exercitiu 2

Demonstrați sau dați un contra-exemplu: dacă U_1, U_2
și W sunt subspații ale lui V , atunci:

$$U_1 + W = U_2 + W$$

implică $U_1 = U_2$.

exercitiu 3

Demonstrați sau dați un contra-exemplu: dacă U_1, U_2
și W sunt subspații ale lui V , atunci:

$$V = U_1 \oplus W \text{ și } V = U_2 \oplus W$$

implică $U_1 = U_2$.

exercitiu 4

Pentru orice $m \in \mathbb{N}$, $m \geq 3$, fie determinantul

$$\Delta_m = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 3 \end{vmatrix}$$

(unde pe diagonala principală este peste tot 3, imediat deasupra diagonalei principale este peste tot 2 și imediat sub peste tot 1, în rest 0)

a) Calculați Δ_3 și Δ_4

b) Arătați că $\Delta_m = 3\Delta_{m-1} - 2\Delta_{m-2}$ pentru orice

$m \geq 5$

c) Arătați că $\Delta_m = 2^{m+1} - 1$ pentru orice $m \geq 3$

exercitiu 5

Fie $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$. Rotim matricea A cu 90° , în sens trigonometric, în jurul „centrului”.

a) Cum se schimbă determinantul în urma acestei operații?

b) Puteti generaliza pentru matricei $n \times n$?