TUTORIAT OPT

exercițiu 1

Fie aplicația liniară $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ care are în baza canonică a lui $\mathbb{R}^2$ matricea $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 10 & -3 \end{pmatrix}$. Să se arate că T este diagonalizabilă și să se calculeze A^n pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$

exercițiu 2

Diagonalizați următoarele matrici:

a) $$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

b) $$B = \begin{pmatrix} -3 & 10 & 0 \\ -2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

c) $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$

exercițiu 3

Fie $f \in End(\mathbb{R}^2)$ astfel încât în baza canonică are matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$. Să se arate că f nu posedă valori proprii.

exercițiu 4

Fie o aplicație liniară $T: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ care are în baza canonică a lui $\mathbb{R}^4$ matricea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & -3 & 3 & 0 \\ -10 & 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Să se determine polinomul caracteristic al lui T, valorile proprii ale sale și spațiul vectorilor proprii corespunzători fiecărei valori proprii

b) Să se determine $Ker(T)$ și $Im(T)$

exercițiu 5

Pentru o matrice pătratică A de ordin n explicați de ce ecuația

$$AX - XA = I_n$$

nu are soluție

exercițiu 6

Calculați următorul determinant:

$$D_n = \begin{vmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & \cdots & a_1b_n \\ a_1b_2 & a_2b_2 & \cdots & a_2b_n \\ a_1b_3 & a_2b_3 & \cdots & a_3b_n \\ \vdots & & & \\ a_1b_n & a_2b_n & \cdots & a_nb_n \end{vmatrix} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$D_n[i,j] = a_{\min(i,j)} b_{\max(i,j)}$$