TUTORIAT NOUĂ

exercițiu 1

Fie $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ morfism de spații vectoriale. Să presupunem că matricea asociată acestui morfism în bază canonică a lui $\mathbb{R}^3$ are forma:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 10 & 0 \\ -2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Să se găsească valorile proprii ale lui f și subspațiile proprii corespunzătoare.

b) Să se arate că morfismul f este diagonalizabil. Să se determine o bază față de care matricea lui f are formă diagonală și apoi să se scrie această bază.

c) Să se găsească o formulă de calcul pentru A^n, $n \in \mathbb{N}$.

exercițiu 2

Fie V un spațiu vectorial peste corpul K și $f \in End(V)$ astfel încât $f^2 = f$. Să se arate că valorile proprii ale morfismului f sunt 0 și 1.

exercițiu 3

Diagonalizați următoarele matrici, dacă este posibil:

a) $$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 8 \\ 0 & -8 & 6 \end{pmatrix}$$

b) $$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

c) $$C = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 0 & 9 \\ 0 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

exercițiu 4

Fie V un spațiu vectorial peste corpul K și $f \in End(V)$. Dacă f este inversabil, $\bar{x}$ vector propriu al lui f corespunzător valorii proprii λ, atunci $\bar{x}$ este vector propriu al lui f^{-1} corespunzător valorii proprii $\frac{1}{\lambda}$.

exercițiu 5

Fie $A, S \in M_n(\mathbb{C})$ și S inversabilă. Arătați că A și SAS^{-1} au aceleași valori proprii.