

37) De dem. $\{\psi, \neg\psi\} \vdash \varphi$

1) $\{\psi, \neg\psi, \neg\varphi\} \vdash \psi$

2) $\{\psi, \neg\psi, \neg\varphi\} \vdash \neg\psi$

3) $\{\psi, \neg\psi\} \vdash \varphi$ R.A

> contra.

38) De dem. $\vdash \neg\psi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi)$

$\{\neg\psi, \psi\} \vdash \varphi$ deja dem sus (37)

$\{\neg\psi\} \vdash \psi \rightarrow \varphi$ Th. ded.

$\vdash \neg\psi \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi)$

39) De dem. $\psi \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \varphi)$

$\{\neg\psi, \psi\} \vdash \varphi$ (deja dem sus (37))

$\{\psi\} \vdash \neg\psi \rightarrow \varphi$ Th. ded.

$\vdash \psi \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \varphi)$ Th. ded.

40) De dem $\neg\neg\varphi \rightarrow \varphi$

$\{\neg\neg\varphi, \neg\varphi\} \vdash \neg\varphi$

$\{\neg\neg\varphi, \neg\varphi\} \vdash \neg\neg\varphi$

$\{\neg\neg\varphi\} \vdash \varphi$ Th. ded.

$\vdash \neg\neg\varphi \rightarrow \varphi$

41) De dem. $\varphi \rightarrow \neg\neg\varphi$

1) $\vdash \neg\neg\neg\varphi \rightarrow \neg\varphi$

Dem. (40)

2) $\vdash (\neg\neg\neg\varphi \rightarrow \neg\varphi) \rightarrow (\neg\neg\varphi \rightarrow \varphi)$ Ax

3) $\vdash \neg\neg\varphi \rightarrow \varphi$ MP ①+②

42) De dem. $\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\neg\psi \rightarrow \neg\varphi)$

1) $\{\varphi \rightarrow \psi, \neg\psi, \neg\varphi\} \vdash \neg\varphi$

2) $\{\varphi \rightarrow \psi, \neg\psi, \neg\varphi\} \vdash \neg\varphi \rightarrow \varphi$ 1401

3) $\{\varphi \rightarrow \psi, \neg\psi, \neg\varphi\} \vdash \varphi$ MP ①+②

4) $\{\varphi \rightarrow \psi, \neg\psi\} \vdash \varphi \rightarrow \psi$ P. 2.54

$$5) \{ \varphi \rightarrow \psi, \neg \psi, \neg \neg \varphi \} \vdash \psi \quad \text{MP } \textcircled{3} + \textcircled{4} \quad \text{cont.}$$

$$6) \{ \varphi \rightarrow \psi, \neg \psi, \neg \neg \varphi \} \vdash \neg \psi \quad \text{P.2.54}$$

$$7) \{ \varphi \rightarrow \psi, \neg \psi \} \vdash \neg \varphi \quad \text{R.A.}$$

$$8) \{ \varphi \rightarrow \psi \} \vdash \neg \psi \rightarrow \neg \varphi \quad \text{Th. ded.} \rightarrow 9) \vdash (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\neg \psi \rightarrow \neg \varphi) \quad \text{Th. ded.}$$

$$(43) \text{ De dem. } \{ \psi, \neg \varphi \} \vdash \neg (\psi \rightarrow \varphi)$$

$$1) \{ \psi, \neg \varphi, \neg (\psi \rightarrow \varphi) \} \vdash \neg (\psi \rightarrow \varphi) \rightarrow (\psi \rightarrow \varphi) \quad (40)$$

$$2) \{ \psi, \neg \varphi, \neg (\psi \rightarrow \varphi) \} \vdash \neg (\psi \rightarrow \varphi) \quad \text{P.2.54}$$

$$3) \{ \psi, \neg \varphi, \neg (\psi \rightarrow \varphi) \} \vdash \psi \rightarrow \varphi \quad \text{MP } \textcircled{1} + \textcircled{2}$$

$$4) \{ \psi, \neg \varphi, \neg (\psi \rightarrow \varphi) \} \vdash \psi \quad \text{P.2.54}$$

$$5) \{ \psi, \neg \varphi, \neg (\psi \rightarrow \varphi) \} \vdash \varphi \quad \text{MP } \textcircled{3} + \textcircled{4}$$

$$6) \{ \psi, \neg \varphi, \neg (\psi \rightarrow \varphi) \} \vdash \neg \varphi$$

$$7) \{ \psi, \neg \varphi \} \vdash \neg (\psi \rightarrow \varphi) \quad \text{contr. } \textcircled{5} + \textcircled{6}, \text{ RA}$$

$$(44) \text{ De dem. } \vdash (\varphi \rightarrow \neg \varphi) \rightarrow \neg \varphi$$

$$1) \{ \varphi \rightarrow \neg \varphi, \neg \neg \varphi \} \vdash \neg \neg \varphi \rightarrow \varphi \quad (40)$$

$$2) \{ \varphi \rightarrow \neg \varphi, \neg \neg \varphi \} \vdash \neg \neg \varphi$$

$$3) \quad \neg \neg \quad \vdash \varphi \quad \text{MP } \textcircled{1} + \textcircled{2}$$

$$4) \quad \neg \neg \quad \vdash \varphi \rightarrow \neg \varphi$$

$$5) \quad \neg \neg \quad \vdash \neg \varphi \quad \text{MP } \textcircled{3} + \textcircled{4} \quad \textcircled{3} + \textcircled{5}$$

$$6) \{ \varphi \rightarrow \neg \varphi \} \vdash \neg \varphi \quad \text{contr. } \textcircled{4} + \textcircled{5}, \text{ RA}$$

$$7) \vdash (\varphi \rightarrow \neg \varphi) \rightarrow \neg \varphi$$

$$(45) \text{ De dem. } \vdash (\neg \varphi \rightarrow \varphi) \rightarrow \varphi$$

$$1) \{ \neg \varphi \rightarrow \varphi, \neg \varphi \} \vdash \neg \varphi \rightarrow \varphi \quad \text{P.2.54}$$

$$2) \{ \neg \varphi \rightarrow \varphi, \neg \varphi \} \vdash \neg \varphi \quad \text{P.2.54}$$

$$3) \quad \neg \neg \quad \vdash \varphi \quad \text{MP } \textcircled{1} + \textcircled{2}$$

$$4) \{ \neg \varphi \rightarrow \varphi \} \vdash \varphi \quad \text{contr. } \textcircled{2} + \textcircled{3}, \text{ RA}$$

$$5) \vdash (\neg \varphi \rightarrow \varphi) \rightarrow \varphi$$