15-06-2023 NUME ....GRUPA.........

EXAMEN LA ANALIZA MATEMATICA II

I. Sa se determine punctele de extrem local ale functiei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \left|x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 1\right|$$

si sa se precizeze natura lor.

II. 1) Fie functia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{\sqrt{x^8+y^2}} & \text{daca } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{daca } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Sa se calculeze derivatele partiale de ordinul intai ale functiei f si sa se studieze diferentiabilitatea functiei f.

2) Fie $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ o functie diferentiabila in $(1,2)$ si $v = (3,4)$. Aratati ca f este derivabila dupa vectorul v si

$$Df(1,2)(3,4) = \frac{\partial f}{\partial v}(1,2).$$

III. Aratati ca multimea

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ |x^2 + y^2 \leq 4, x \leq \sqrt{2},\ y \geq -\sqrt{2}\} \subseteq \mathbb{R}^2$$

este msurabila Jordan si calculati integrala

$$\iint_D y^2 dxdy.$$

IV. Fie V este tetraedrul cu varfurile $(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(1,1,0)$ si $(0,0,1)$.

1) Calculati integrala

$$\iiint_V (x+z)dxdydz.$$

2) Exista $M \subset V$ nenumarabila, neglijabila Lebesgue si care sau nu fie masurabile Jordan? Justificati raspunsul!

Nota. Timpul de lucru este de 2 ore. La subiectul IV nu trebuie sa justificati ca multimea pe care trebuie calculata integrala este masurabila Jordan.

Fiecare subiect se noteaza cu note de la 1 la 10. Nota obtinuta la aceasta lucrare este media aritmetica a celor 4 note.