

### Seminar 13

- ① Să se arate că există un polinom ireductibil de grad 5 în  $\mathbb{Z}_2[x]$ . Câte astfel de polinoame există?
- ② Să se descompună  $f = X^{75} + 4$  ca produs de polinoame ireductibile în  $\mathbb{Z}_5[x]$ .
- ③ Să se arate că polinomul  $f = X^{2021} + X^{1000} + 1 \in \mathbb{Q}[x]$  se divide cu  $X^2 + X + 1$ .
- ④ Să se determine  $m, n, p \in \mathbb{N}$  pentru care polinomul  $f = X^{3m} + X^{3n+1} + X^{3p+2} \in \mathbb{Q}[x]$  se divide cu  $X^4 + X^2 + 1$ .
- ⑤ Fie  $\mathcal{C} = \{f \mid f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ funcție continuă}\}$ , care este un  $\mathbb{R}$ -spațiu vectorial cu adunarea funcțiilor și cu înmulțirea obișnuită a funcțiilor cu un număr real. Să se arate că  $\mathcal{C}$  nu este finit dimensional.