LABORATOR#2

EX#1 Scrieţi un program în Python care calculează sumele parţiale

$$s_n(x) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}\,, \quad x \in \mathbb{R}\,, \tag{1}$$

pentru $n = 0, \ldots, N$, $N \in \mathbb{N}^\star$, asociate seriei de aproximare pentru funcţia $\sin x$, $x \in \mathbb{R}$, şi afişează sub forma unui tabel n (formatat ca număr întreg), $s_n(x)$ (formatat ca număr în virgulă mobilă cu 20 de zecimale) şi eroarea absolută a două sume parţiale consecutive, i.e. $|s_n(x) - s_{n-1}(x)|$ pentru $n \geq 1$, respectiv $|s_n(x)|$ pentru $n = 0$ (formatată ca număr scris sub forma ştiinţifică cu 4 zecimale).

EX#2 Reluaţi **EX#1** scriind o funcţie Python care are ca *date de intrare*:

- numărul de termeni ai seriei (1), $N \in \mathbb{N}^\star$;
- argumentul seriei (1), $x \in \mathbb{R}$;

şi ca *date de ieşire*:

- numărul de termeni ai seriei (1), N, formatat ca număr întreg;
- suma parţială a seriei (1) cu N termeni, $s_N(x)$, formatat ca număr în virgulă mobilă cu 20 de zecimale.

Apelaţi această funcţie într-un script Python pentru a afişa tabelul cerut la **EX#1**.

EX#3 Scrieţi un script în Python prin care să arătaţi că are loc relaţia

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{3^k} = \frac{3}{2}\,.$$

EX#4 Constanta π se poate calcula folosind sumele parţiale ale seriei

$$s_n = 4 \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}\,. \tag{2}$$

Scrieţi un fişier script în Python care aproximează constanta π folosind sumele parţiale s_n ale seriei (2) cu $n = 1, \ldots, N$ termeni, $N \in \mathbb{N}^\star$, eroarea relativă corespunzătoare, i.e. $|s_n - \pi|/|\pi|$ pentru $n \geq 1$, şi eroarea relativă a sumei parţiale actuale în raport cu suma parţială de la pasul anterior, i.e. $|s_n - s_{n-1}|/|s_{n-1}|$ pentru $n \geq 2$, respectiv $|s_n|$ pentru $n = 1$.

Indicaţii:

Pentru a calcula valoarea exactă a constantei π, folosiţi variabila predefinită `pi`.

Pentru afişarea rezultatelor, folosiţi instrucţiunile de formatare asociate comenzii `print`.