

# SEMINAR 6:

$FV(\varphi) :=$  mulțimea var. libere ale lui  $\varphi$

$$\mathcal{M} \models x = y \Leftrightarrow x, y \in J$$

$$\mathcal{M} \models \forall x (x = y) \Leftrightarrow y \in J$$

pt. orice  $m \in \mathbb{N}$

$$m=5$$

$$L(x)=7$$

$$L(y)=5$$

## P.3.23:

$$\varphi = \forall x (x = y)$$

$$FV(\varphi) = \{y\}$$

$y$  - var. liberă

$$L(x)=7$$

$$L(y)=5$$

$$L(x)=100$$

$$L(y)=5$$

## S6.1.

Fie  $L$  - limbaj de ordinul  $I$ . At. orice  $L$ -formule  $\varphi, \psi$  și orice  $x \notin FV(\varphi)$  notăm:  
 $x$  nu este variabilă liberă

$$(i) \quad \forall x (\varphi \wedge \psi) \models \varphi \wedge \forall x \psi$$

$\mathcal{A}$  - o  $L$ -structură,  $e: V \rightarrow A$

$$\mathcal{A} \models \forall x (\varphi \wedge \psi) \Leftrightarrow \text{pt. orice } a \in A, \mathcal{A} \models \varphi \wedge \psi[e x \rightarrow a] \Leftrightarrow$$

$$\text{pt. orice } a \in A, \mathcal{A} \models \varphi[e x \rightarrow a] \text{ și } \mathcal{A} \models \psi[e x \rightarrow a] \Leftrightarrow$$

$$\text{pt. orice } a \in A, \mathcal{A} \models \varphi \Leftrightarrow \text{și } \mathcal{A} \models \psi[e x \rightarrow a] \Leftrightarrow$$

$\rightarrow$  e legată de  $a$  dar nu e liberă deci nu cont.

$$\text{ex: } \forall x (\underbrace{\exists x (x = y)}_{\varphi} \wedge \underbrace{x = z}_{\psi})$$

$$\mathcal{A} \models \varphi \Leftrightarrow \text{și pt. orice } a \in A, \mathcal{A} \models \psi[e x \rightarrow a] \Leftrightarrow$$

$$\mathcal{A} \models \varphi \Leftrightarrow \text{și } \mathcal{A} \models \forall x \psi \Leftrightarrow$$

$$\mathcal{A} \models \varphi \wedge \forall x \psi$$

$$(ii) \quad \varphi \models \exists x \varphi$$

$$\mathcal{A} \models \exists x \varphi \Leftrightarrow \text{există } a \in A, \mathcal{A} \models \varphi[e x \rightarrow a] \xrightarrow[p.3.25]{x \notin FV(\varphi)} \text{există } a \in A, \mathcal{A} \models \varphi \Leftrightarrow$$

$e x \rightarrow a$ , e-evaluată identic toate  $FV(\varphi)$

$$\Leftrightarrow \mathcal{A} \models \varphi \Leftrightarrow$$

$$(iii) \quad \exists x (\psi \rightarrow \varphi) \models \forall x \psi \rightarrow \varphi$$

$$\mathcal{A} \models \exists x (\psi \rightarrow \varphi) [e] \Leftrightarrow \text{există } a \in \mathcal{A} \text{ a.i. } \mathcal{A} \models (\psi \rightarrow \varphi) [ex \rightarrow a] \Leftrightarrow$$

$$\text{există } a \in \mathcal{A} \text{ a.i. } \mathcal{A} \models (\neg \psi \vee \varphi) [ex \rightarrow a] \Leftrightarrow$$

$$\text{există } a \in \mathcal{A} \text{ a.i. } \mathcal{A} \models \neg \psi [ex \rightarrow a] \vee \varphi [ex \rightarrow a] \Leftrightarrow$$

$$\text{există } a \in \mathcal{A} \text{ a.p. } \mathcal{A} \models \neg \psi [ex \rightarrow a] \vee \mathcal{A} \models \varphi [e] \Rightarrow$$

$$\mathcal{A} \models \neg (\forall x \psi) [e] \text{ sau } \mathcal{A} \models \varphi [e]$$

$$\mathcal{A} \models (\forall x \psi \rightarrow \varphi) [e]$$