10-07-2020 NUME ....GRUPA.........

RESTANTA LA ANALIZA MATEMATICA II

I. Fie
$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ 2 \le z \le 3, \ x^2 + y^2 \le z^2, \ y \ge 0\}.$$
Sa se calculeze integrala
$$\iiint_V y dxdydz.$$

II. Fie
$$D = \{x,y) \in \mathbb{R}^2 : |1 \le x + 2y \le 2, 1 \le x - 2y \le 2\}.$$
Aratati ca D este masurabila Jordan si calculati
$$\iiint_D (x+z) dxdy.$$

III. $a)$ Fie $f : (0,1] \to (0,\infty)$ o functie continua pe $(0,1]$ astfel incat $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = \infty$. Aratati ca daca
$$\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)x^2\sqrt{x} = \frac{1}{2}$$
atunci integrala improprie
$$\int_0^1 f(x)dx$$
este divergenta.

$b)$ Studiati convergenta integralei improprii
$$\int_0^\infty sin(x^2)dx.$$

IV. Fie $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,
$$f(x,y) = 2x^2 + 4xy - y^2.$$
Sa se determine extremele globale ale functiei f pe multimea $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 \le 1\}$.

Nota. Timpul de lucru este de 2 ore. La subiectul **I** nu trebuie sa justificati ca multimea pe care trebuie calculata integrala este masurabila Jordan si ca functia este integrabile Riemann.

Fiecare subiect se noteaza cu note de la 1 la 10. Nota obtinuta la aceasta lucrare este media aritmetica a celor 4 note.