LABORATOR#8

EX#1 Fie matricea inversabilă la stânga $\mathbf{A} \in \mathscr{M}_{m,n}(\mathbb{R})$, $m \geq n$, şi vectorul $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$, şi sistemul supraabundent/supradeterminat de ecuaţii liniare

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}\,. \tag{1}$$

Scrieţi o funcţie în Python care are ca date de intrare matricea $\mathbf{A}$ şi vectorul $\mathbf{b}$, iar ca date de ieşire soluţia sistemului (1), $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, şi vectorul eroare reziduală, $\mathbf{r} := \mathbf{b} - \mathbf{A}\,\mathbf{x}$, obţinute prin rezolvarea *sistemului de ecuaţii normale* asociat sistemului (1) folosind

(a) MEGFP;
(b) MEGPP;
(c) MEGPPS;
(d) factorizarea Cholesky a matricei sistemului de ecuaţii normale.

Testaţi funcţia pentru

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,10 & 0,10 \\ 0,17 & 0,11 \\ 2,02 & 1,29 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0,26 \\ 0,28 \\ 3,31 \end{bmatrix}; \tag{2a}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0,10 & 0,10 \\ 0,17 & 0,11 \\ 2,02 & 1,29 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0,27 \\ 0,25 \\ 3,33 \end{bmatrix}; \tag{2b}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & \epsilon \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \epsilon \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \epsilon = 10^{-k}, \quad k = \overline{1,10}. \tag{2c}$$

Indicaţii: Trebuie verificate următoarele condiţii:

(i) $\mathbf{A}$ este o matrice $m \times n$, cu $m \geq n$;
(ii) $\mathbf{A}$ este o matrice inversabilă la stânga;
(iii) $\mathbf{A}$ şi $\mathbf{b}$ sunt compatibili.

EX#2 Se dau următoarele puncte în planul Oxy:

x	-5	-3,4	-2	-0,8	0	1,2	2,5	4	5	7	8,5
y	4,4	4,5	4	3,6	3,9	3,8	3,5	2,5	1,2	0,5	-0,2

(a) Determinaţi polinomul de gradul întâi, $y(x) = ax+b$, $a, b \in \mathbb{R}$, care rezolvă problema celor mai mici pătrate pentru setul de date de mai sus folosind sistemul de ecuaţii normale, i.e. *dreapta de regresie.*

(b) Reprezentaţi grafic, în aceeaşi figură, setul de date de mai sus şi dreapta de regresie determinată la punctul (a).

(c) Determinaţi polinomul de gradul doi, $y(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, care rezolvă problema celor mai mici pătrate pentru setul de date de mai sus folosind sistemul de ecuaţii normale, i.e. *parabola de regresie.*

(d) Reprezentaţi grafic, în aceeaşi figură, setul de date de mai sus şi parabola de regresie determinată la punctul (c).

(e) Determinaţi polinomul de gradul trei, $y(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, care rezolvă problema celor mai mici pătrate pentru setul de date de mai sus folosind sistemul de ecuaţii normale, i.e. *funcţia cubică de regresie.*

(f) Reprezentaţi grafic, în aceeaşi figură, setul de date de mai sus şi funcţia cubică de regresie determinată la punctul (e).