

Definitie:

O multime $V \neq \emptyset$ se numește spațiu vectorial peste K (sau K -spațiu vectorial V) dacă pe V se poate defini o operatie algebrică internă.

$$(x, y) \in V \times V \xrightarrow{+} x+y \in V \text{ (adunarea vectorilor)}$$

împreună cu care V are o strucțură de grup abelian, adică îndeplinește axiomele:

- $x+y = y+x, \forall x, y \in V$
- $(x+y)+z = x+(y+z), \forall x, y, z \in V$
- $\exists 0_V \in V$ a.i. $x+0_V = x, \forall x \in 0_V$
- $\forall x \in V, \exists -x \in V$ a.i. $x+(-x) = 0_V$

precum și o operatie algebrică externă

$$(\alpha, x) \in K \times V \rightarrow \alpha \cdot x \in V \text{ (înmulțire cu scalari) a.i. să îndeplinească axiomele}$$

- $(\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x, \forall \alpha, \beta \in K, \forall x \in V$
- $\alpha(x+y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y, \forall \alpha \in K, \forall x, y \in V$
- $(\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x), \forall \alpha, \beta \in K, \forall x \in V$
- $1 \cdot x = x, \forall x \in V$

Exemple:

- K -corp comutativ, $K^m = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}, \alpha_i \in K, \forall i = 1, m$
- vectorii în plan
- $K[x]$ polinoame în nedeterminata x cu coeficienți în corpul K

BAZE

Definitie:

Se numește bază a spațiului vectorial V o familie de vectori B care îndeplinește condițiile:

- B este liniar independentă
- B este sistem de generator pentru spațiu V

Dacă $B = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ este o bază în spațiu vectorial V , atunci orice vector $x \in V$ se scrie în mod unic:

$$x = a_1 u_1 + a_2 u_2 + \dots + a_m u_m$$

Dimensiunea lui V este numărul de elemente dintr-o bază a lui V .

Exemplu:

- în K^n : $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ - bază în K^n se numește bază canonică a lui K^n dacă dim $K^n = n$ și orice sistem liniar independent de K^n are mai puține sau același număr de elemente.

SUBSPATII VECTORIALE

Definitie:

O submultime nevidată $U \subset V$ se numește subspațiu vectorial al lui V dacă operațiile algebrice de pe V induc pe U o structură de K -spațiu vectorial.

Teorema:

Dacă U este o submultime a K -spațiului vectorial V , atunci următoarele afirmații sunt echivalente:

- U este subspaciu vectorial în V

$$\forall x, y \in U \quad \text{and} \quad \forall \alpha \in K \quad \text{arem} \quad \left\{ \begin{array}{l} \cdot x+y \in U \quad \forall x, y \in U \\ \cdot \alpha x \in U \quad \forall \alpha, \beta \in U \end{array} \right. \Rightarrow \forall \alpha x + \beta y \in U$$

Exemple:

- Multimea polinoamelor cu coeficienti reali de grad n , $\mathbb{R}[x] =$ reprez. subspatiului vectorial al spatiului vectorial al polinoamelor cu coeficienti reali
- Multimea matricelor simetrice de ordin n este un subspace al multimii matricelor patratice de ordin n
- Multimea V este subspace in V , numit subspace nul al lui V . Orice subspace diferit de spatiul vectorial V azi de subspace nul s.m. subspace propriu.

SPATIU AFIN

Definitie:

Fie o multime amorfă A , numita punctelor, iar V un spatiu vectorial peste corpul comutativ K . Dacă aplicația $f: A \times A \rightarrow V$ are următoarele proprietăți:

- $f(A+B) + f(B, C) = f(A, C)$
- \exists un punct O din A , a.i. f_O e o bijecție

atunci tripletul (A, V, f) se va numi spatiu afin, iar f se va numi structură afină.

Teorema:

Fie tripletul (A, V, f) . Dacă (A, V, f) este un spatiu afin, atunci oricare ar fi o submultime din A , aplicatia $P_B: A \rightarrow V$ e o bijecție.

Exemplu:

Planul și spațiul geometric euclidian sunt spații affine peste spațiile vectoriale ale vectorilor liberi asociati.

SUBSPATIU AFIN

Definitie:

Fie $A = (x, \vec{x}, \emptyset)$ un spatiu afin peste K . O submultime $Y \subset x$ este un subspatiu afin al lui x dacă $y = \emptyset$ sau dacă $y \neq \emptyset$ și există un subspatiu liniar V al lui \vec{x} a.i. $\emptyset(V \times V) \subset c Y^2$ și $Y, V, \emptyset / V \times V$ este un spatiu afin.

• ec. vectoriale: $\bar{r} = \bar{r}_0 + t\bar{r}$, $t \in \mathbb{R}$

• ec. canonice: $\frac{x_1 - 2}{3} = \frac{x_2 + 1}{-7} = \frac{x_3 + 3}{4} = \frac{x_4 - 5}{-2}$

• ec. parametrică: $\begin{cases} x^1 = 2 + 3t \\ x^2 = -1 - 7t \\ x^3 = -3 + 4t \\ x^4 = 5 - 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

II APLICATII LINIARE

Definiție:

$f: V \rightarrow W$ se numește aplicație liniară dacă:

1) f este aditivă ($f(\bar{x} + \bar{y}) = f(\bar{x}) + f(\bar{y})$, $\forall \bar{x}, \bar{y} \in V$)

2) f este omogenă ($f(\alpha \bar{x}) = \alpha f(\bar{x})$, $\forall \alpha \in K$, $\forall \bar{x} \in V$)

unde V și W sunt spații vectoriale peste K

Din 1), 2) $\Rightarrow f(\alpha \bar{x}, \beta \bar{y}) = \alpha f(\bar{x}) + \beta f(\bar{y})$

CONDIȚIA DE LINIARITATE

Exemple:

• $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n-1}$

$f(x) = (x^1 + x^2, x^3, \dots, x^n)$ $\forall x = (x^1, x^2, \dots, x^n) \in \mathbb{R}^n$

Aplicația f este o aplicație liniară

• $1_V: V \rightarrow V$, $1_V(\bar{x}) = \bar{x}$, $\forall \bar{x} \in V$ este o aplicație liniară numită aplicație identică

• $f: \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$, definită prin $f(p) = p'$ pentru $\forall p \in \mathbb{R}_3[x]$ este o aplicație liniară. p' – polinomul asociat derivatei func-

-dilei asociate polinomului f .

• $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x) = (2x_1 + x_3, 3x_2)$, $x = (x_1, x_2, x_3)$

Că f să fie aplicație liniară trebuie să se verifice:

$$\begin{aligned}f(\alpha x + \beta y) &= (2(\alpha x_1 + \beta y_1) + \alpha x_3 + \beta y_3, 3(\alpha x_2 + \beta y_2)) \\&= (\alpha(2x_1 + x_3) + \beta(2y_1 + y_3), 3\alpha x_2 - 3\beta y_2) \\&= \alpha(2x_1 + x_3, 3x_2) + \beta(2y_1 + y_3, 3y_2) = \alpha f(x) + \beta f(y)\end{aligned}$$

$$f(0,1,0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$f(0,0,1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + (-2) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Deci matricea aplicației f într-o pereche de baze canonice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

ENDOMORFISMЕ

Definitie:

Fie (U, K) și (V, K) spații vectoriale.

Apliția $f: U \rightarrow V$ se numește morfism de spații vectoriale (aplicație liniară) dacă respectă condiția de liniaritate

$$f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y) \text{ pentru } x, y \in U \text{ și } \alpha, \beta \in K$$

Notăm prin $L_K(U, V)$ sau prin $\text{Hom}_K(U, V)$ mulțimea tuturor morfismelor $f: U \rightarrow V$.

Dacă $U = V$ atunci f se numește endomorfism al lui V .

Exemple:

Să determinăm endomorfismul $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ astfel încât $f(1, 1, 1) = (0, 0, 0)$; $f(1, 0, 0) = (3, 1, 0)$ și $f(0, 0, 1) = (1, 2, 0)$.

Acum $v_1 = (1, 1, 1)$; $v_2 = (1, 0, 0)$; $v_3 = (0, 0, 1)$ respectiv

$$w_1 = (1, 1, 1); w_2 = (3, 1, 0); w_3 = (1, 2, 0).$$

Se obține $f(v_3) = y \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + (x-y) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (z-y) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x - 4y + z \\ x - 3y + 2z \\ 0 \end{pmatrix}$

MATRICEA UNEI APLICATII LINIARE. SCHIMBAREA DE BAZA.

Fie $f: V \rightarrow V'$ o aplicatie liniara intre 2 spatiu vectoriale finit generate peste acelasi corp comutativ K .

Dacă x_1, x_2, \dots, x_n este o bază în V și x'_1, x'_2, \dots, x'_n o bază în V' și deci se scriu în mod unic ca niște combinații liniare de vectori x'_1, x'_2, \dots, x'_n .

$$\begin{cases} f(x_1) = \alpha_{11}x'_1 + \alpha_{21}x'_2 + \dots + \alpha_{n1}x'_n \\ f(x_2) = \alpha_{12}x'_1 + \alpha_{22}x'_2 + \dots + \alpha_{n2}x'_n \\ \vdots \\ f(x_n) = \alpha_{1n}x'_1 + \alpha_{2n}x'_2 + \dots + \alpha_{nn}x'_n \end{cases}$$

Se formează matricea :

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1m} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nm} \end{pmatrix} = \begin{array}{l} \text{Matricea aplicatiei liniare} \\ f \text{ in raport cu bazele } x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \text{ din } V \text{ si } x'_1, x'_2, x'_3, \dots, x'_n \text{ din } V' \end{array}$$

Matricea A este la rândul ei determinată de cele 2 baze.

$$\begin{aligned} \text{Dacă } (f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)) &= (x'_1, x'_2, \dots, x'_n) A_1, \\ (f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)) &= (x'_1, x'_2, \dots, x'_n) A_2 \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_1 = A_2$$

III GEOMETRIE EUCLIDIANĂ PLANĂ

Axiome

- 1) Între două puncte se poate duce o linie dreaptă;
- 2) O linie dreaptă poate fi prelungită nelimitat;
- 3) Se poate deschide un cerc de centru dat și de rază dată;
- 4) Toate unghiurile drepte sunt congruente între ele;
- 5) Dacă o linie dreaptă, care intersectă altă două linii drepte, formănd de o același parte a se două unghiuri interne cuând suma mai mică decât două unghiuri drepte, cele două linii menționate vor intersecta, dacă sunt prelungite, de partea în care suma unghiurilor este mai mică decât două unghiuri drepte.

PROPRIETĂȚI DE INCIDENTĂ

- 1) Prin două puncte distințe trece o dreaptă și numai una.
- 2) O dreaptă conține cel puțin două puncte.
- 3) În orice plan, \exists 3 puncte care nu sunt situate pe același dreaptă.

PROPRIETĂȚI DE ORDONARE

- 1) Dacă punctul B se găsește între A și C, atunci punctele A,B,C sunt coliniare și distincte și B se găsește între C și A.
- 2) Dacă A,B sunt 2 puncte distincte, atunci \exists c.p. un punct C astfel că B nu se găsește între A și C.
- 3) Dacă B se găsește între A și C, atunci A nu se găsește între C și B.

4) AXIOMA LUI PASCH

Dacă A,B,C sunt 3 puncte necoliniare și dacă d este o dreaptă situată în același plan cu aceste pct., a.i. d trece prin mijlocul liniei segmentului A,B,C și nu trece prin nici un punct situat între A și C, atunci d trece prin un punct situat între A și B.

5) Fiind date 3 puncte distincte și coliniare A,B,C a.i. A nu este între B și C, iar C nu este între A și B, cu siguranță pct. B se va găsi între A și C.

6) Dacă A,B,C sunt 3 puncte necoliniare și dacă L,M,N sunt 3 puncte a.i. L este între B și C, M este între C și A și N este între A și B, punctele L,M,N nu pot fi coliniare.

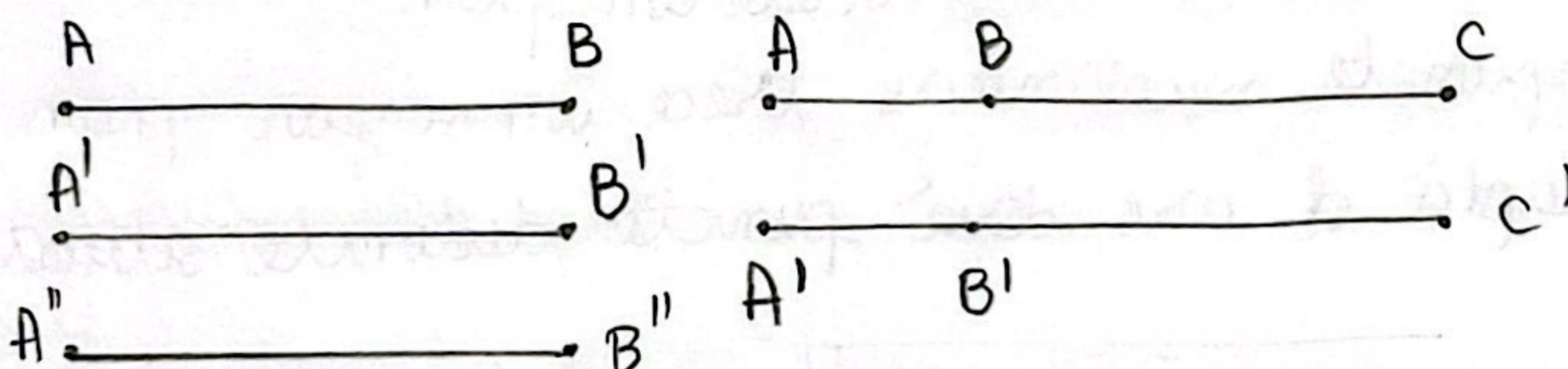
7) Fiind date 2 puncte A,B, \exists c.p. un punct M situat între A și B.

8) Dacă A,B,C,D sunt puncte a.i. B este între A și C și C este între B și D, punctele B,C se vor regăsi între A și D.

9) Dacă C este între D și A și dacă B este între A și C, atunci B este între A și D, iar C este între B și D.

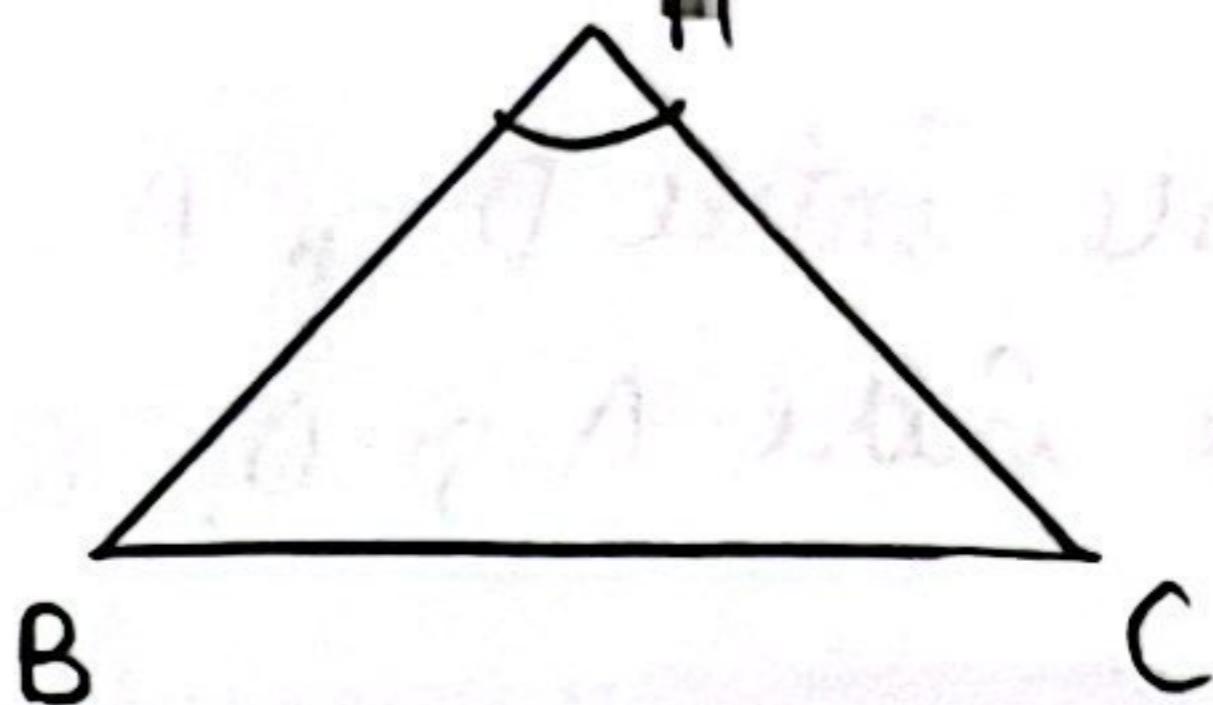
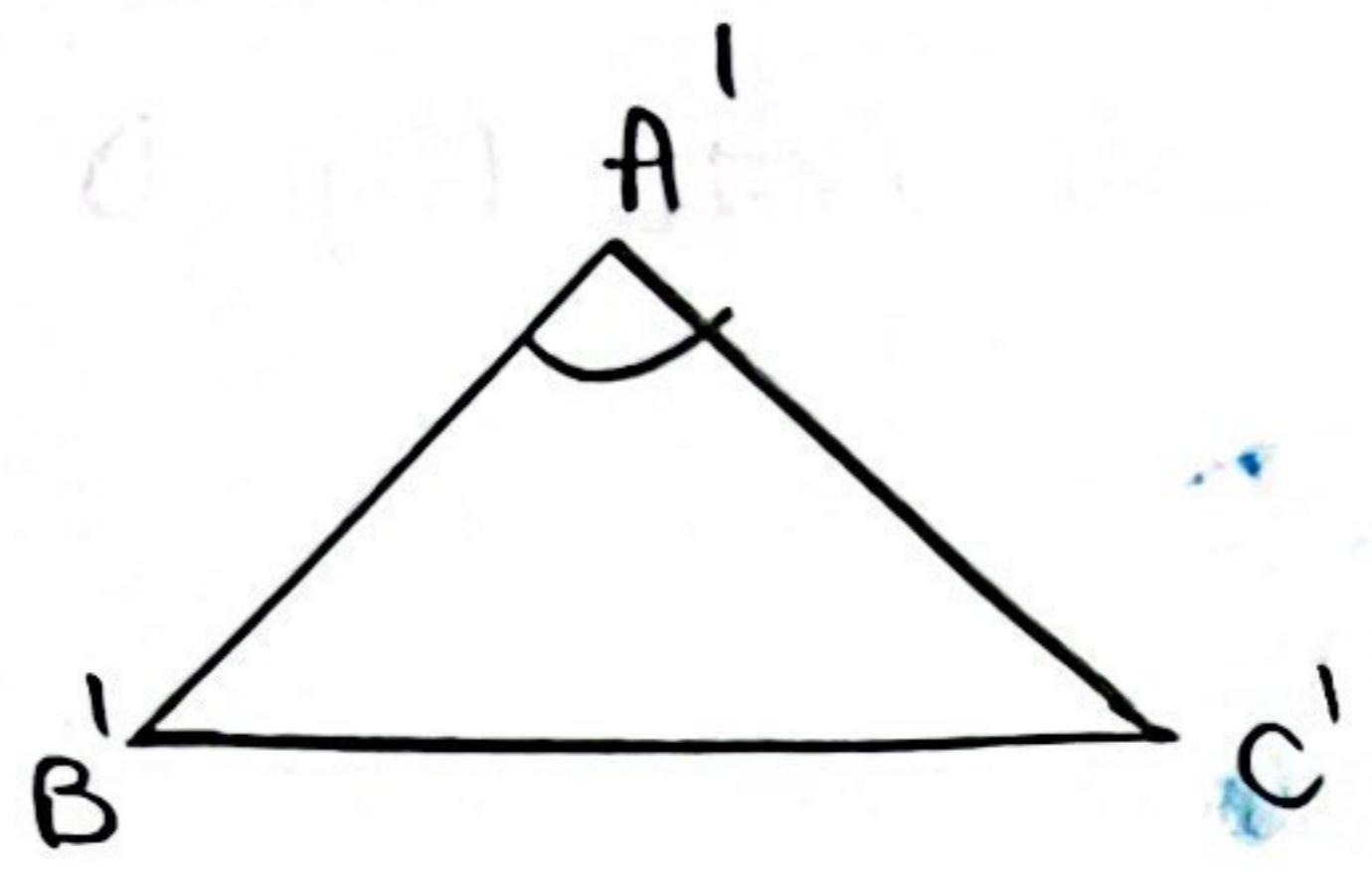
PROPRIETĂȚI DE CONGRUENȚĂ

- i) Fie S o semidreaptă cu origine O și fie $|AB|$ un segment. Există pe semidreapta S un sg. pct. M, astfel ca segmentul $|OM|$ să fie congruent cu segmentul $|AB|$.
- 2) Dacă $|AB|, |A'B'|, |A''B''|$ sunt 3 segmente astfel că $|AB| \equiv |A'B'|$ și $|A'B'| \equiv |A''B''|$, atunci avem $|AB| \equiv |A''B''|$, $|A'B'| \equiv |AB|$ și $|AB| \equiv |A''B''|$.
- 3) Dacă avem 6 puncte A, B, C, A', B', C' astfel încât B' se regăsește între A' și C' , B se găsește între A și C și $|AB| \equiv |A'B'|$, $|BC| \equiv |B'C'|$, atunci $|AC| \equiv |A'C'|$.



- 4) Fieind date un unghi propriu-zis \hat{h} și o semidreaptă S într-un plan și notând prin p unul din semiplanele limitate de suportul lui S în planul p , există o singură semidreaptă t în semiplanul p' , astfel ca S și t să formeze un unghi congruent cu unghiul \hat{h} . Acest unghi este congruent cu el însuși.

- 5) Fieind date 2 triunghiuri ABC , $A'B'C'$ astfel ca $\hat{A} \equiv \hat{A}'$, $|AB| \equiv |A'B'|$ și $|AC| \equiv |A'C'|$, avem și $\hat{B}' \equiv \hat{B}$.



IV GEOMETRIE EUCLIDIANĂ ÎN SPATIU.

Axiomele de incidentă

- 1) Prin \forall două puncte trece o dreaptă;
- 2) Prin \forall două puncte distincte trece o singură dreaptă;
- 3) \forall dreaptă conține c.p. două puncte. \forall plan conține cel puțin 3 puncte necoliniare. \exists c.p. un plan,
- 4) Prin \forall 3 puncte necoliniare trece un plan.
- 5) Prin \forall 3 puncte necoliniare trece un singur plan.
- 6) Dacă o dreaptă d are două puncte distincte situate în planul p
- 7) Dacă două plane au un punct comun, atunci cele două plane mai au c.p. un al doilea punct comun.
- 8) \exists 4 puncte nesituate în același plan

AXIOMELE DE ORDONARE

- 1) Dacă un punct B se găsește între punctele A și C, atunci punctele A, B, C sunt coliniare și distințe și pct. B se găsește între C și A.
- 2) Fieind date 2 puncte distințe A, B și un punct C a.i. B nu se găsească între A și C.
- 3) Fieind date 3 puncte coliniare și distințe A, B, C a.i. B se află între A și C, A nu se poate afla între B și C, iar C nu se poate afla între A și C.

4) Axioma lui Pasch

Fieind date, într-un același plan, 3 puncte necoliniare A, B, C și o dreaptă d, astfel că el se trece printr-un punct situat între B și C, dar d nu trece prin mijiumul din pct.

A, B, C, dreapta d. Se trage fie printr-un punct situat între A, B sau A, C.

AXIOME DE CONGRUENȚĂ

1) Axioma spartării congruente a segmentelor

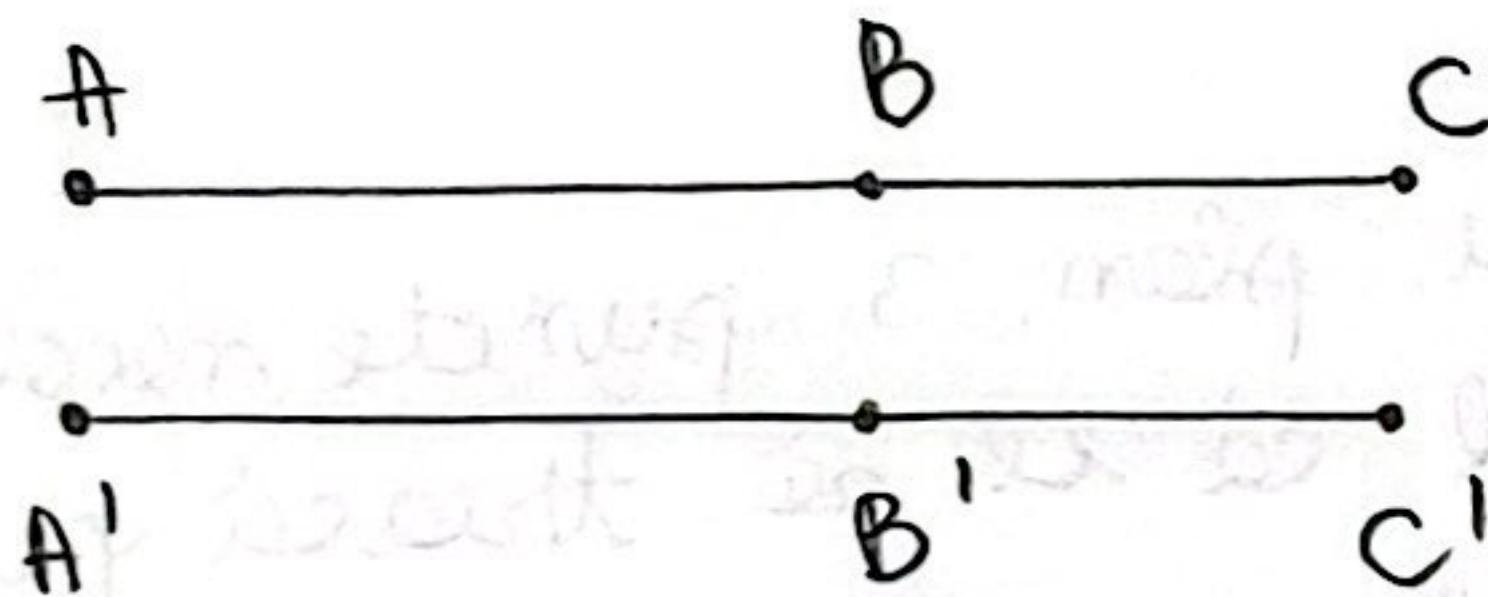
Fiecărui segment $|AB|$ și o semidreaptă S cu originea O , \exists pe S un punct P și numai unul, astfel că $|AB| \equiv |OP|$.

2) Un segment este congruent cu el însuși

3) Axioma de adunare a segmentelor

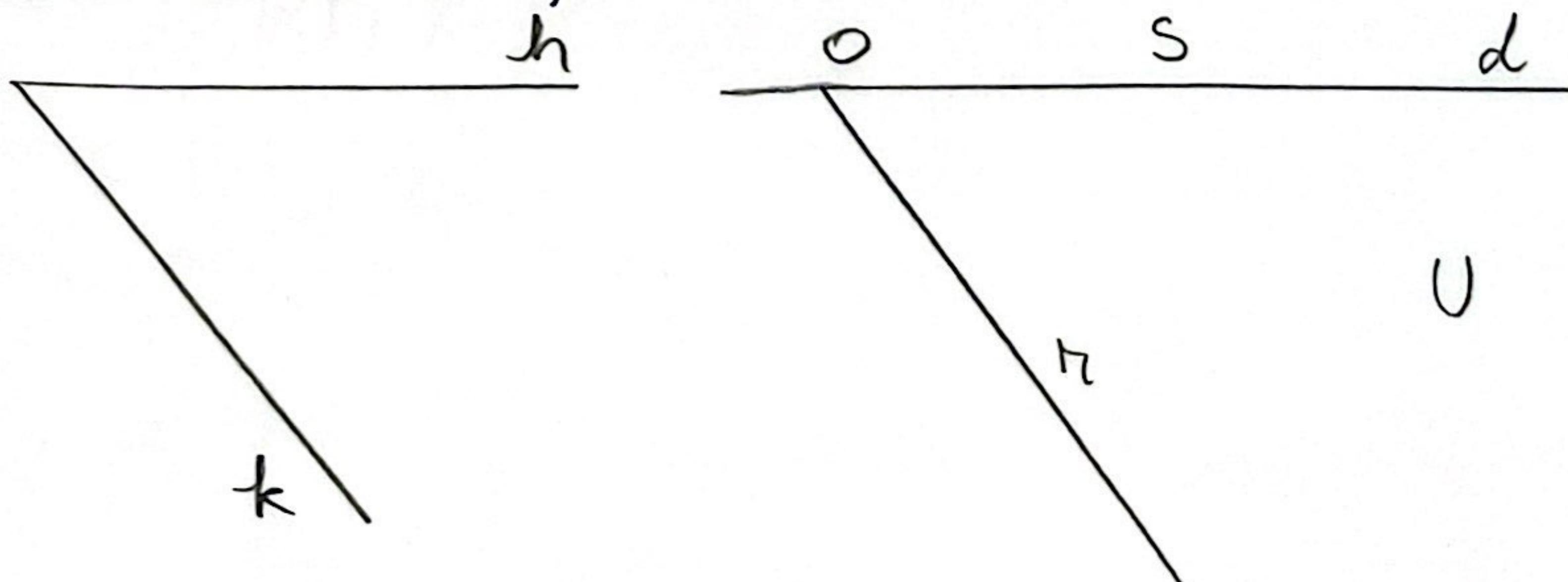
Fiecărui segmente $|AC|, |A'C'|$ și punctele $B \in |AC|, B' \in |A'C'|$ astfel că:

$$|AB| = |A'B'|, |BC| = |B'C'|, \text{ avem } |AC| \equiv |A'C'|$$



4) Axioma spartării congruente a unghiilor

Fiecărui unghi propriu-zis \hat{k} , un semiplan și limitat de dreapta d și o semidreaptă s cu originea O , există o semidreaptă r și numai una, astfel că avem $r \subset u$, r și alia originea O și $\hat{r} \hat{o} \equiv \hat{k}$. Unghiul este congruent cu el însuși.



V GRUPUL $(O(2), \times)$, $(SO(2), \times)$

Grupul ortogonal se definește astfel:

$$O(n) = \{x \in M_n(\mathbb{R}) \mid x \cdot x^t = I_n\}$$

Grupul ortogonal formează o structură de grup în $GL(n; \mathbb{R})$. Astfel, dacă $x, y \in O(n)$ atunci $x \cdot y \in O(n)$. O consecință a definiției este aceea că determinantul oricărui matrice din $O(n)$ este ± 1 . Din acest motiv, grupul ortogonal are două componente conexe și poate fi exprimat prin relația:

$$O(n) = SO(n) \cup O^+(n),$$

unde:

- $SO(n) = \{x \in O(n) \mid \det x = 1\} = \{x \in M_n(\mathbb{R}) \mid x \cdot x^t = I_n, \det x = 1\}$ se numește grupul rotatiilor și este subgrup în $O(n)$.
- $O^+(n) = \{x \in O(n) \mid \det x = 1\}$ este cealaltă componentă conexă a lui $O(n)$ și nu formează grup în $O(n)$.

Grupul ortogonal $O(2)$ se definește astfel:

$$O(2) = \{x \in M_2(\mathbb{R}) \mid x \cdot x^t = I_2\}$$

Fie $x = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$

$$\text{Atunci } x \cdot x^t = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & ac + bd \\ ca + db & c^2 + d^2 \end{pmatrix}$$

Dacă condiția $X \cdot X^t = I_2$ impune satisfacerea următorului sistem de ecuații.

$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 + b^2 = 1 \\ c^2 + d^2 = 1 \\ ac + bd = 0 \\ ad - bc = 0 \end{array} \right.$$

de donde resulta $\exists r, \theta \in [0, 2\pi)$ a.l.

$$ac + bd = 0$$

$a = \sin P$, $b = \cos P$, $c = \sin \Theta$, $d = \cos \Theta$ verificând relația:

$\cos(\varphi - \theta) = 0$. Resultă că $\varphi - \theta \in \left(\pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}\right)$

Artfel anem sā:

$$a = \sin(\theta \pm \frac{\pi}{2}) = \pm \cos \theta$$

$$l = \cos(\theta \pm \frac{\pi}{2}) = \pm \sin \theta$$

Deci $O(2) = \left\{ \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \theta \in [0, 2\pi) \right\} \cup \left\{ \begin{pmatrix} -\cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \theta \in [0, 2\pi) \right\}$

muodelle $SO(2) = \left\{ \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \theta \in [0, 2\pi) \right\}$ x numeaste

grupul rotatiilor din plan, iar

$$O(2) = \left\{ \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \theta \in [0, 2\pi] \right\}$$

În reea se privesc dimensiunile acestor grupuri stabilite ca varietăți diferențiale, $\dim O(2) = \dim SO(2) = 1$.

- Cuadricele sunt suprafețe algebrice de gradul al doilea, adică suprafețe ale spațiului afin euclidian tridimensional.
- Prin generalizare, se poate vorbi de suprafețe n -dimensionale în spațiul cu $n+1$ dimensiuni generate de locul geometric al soluțiilor unui polinom de grad 2. În coord $\{x_1, \dots, x_{n+1}\}$ quadrica generată este definită de o ecuație algebrică de forma:

$$\sum_{i,j=1}^{n+1} x_i Q_{ij} x_j + \sum_{i=1}^{n+1} P_i x_i + R = 0$$

care poate fi scrisă compact în rotație matricală:

$$X Q X^T + P X + R = 0$$

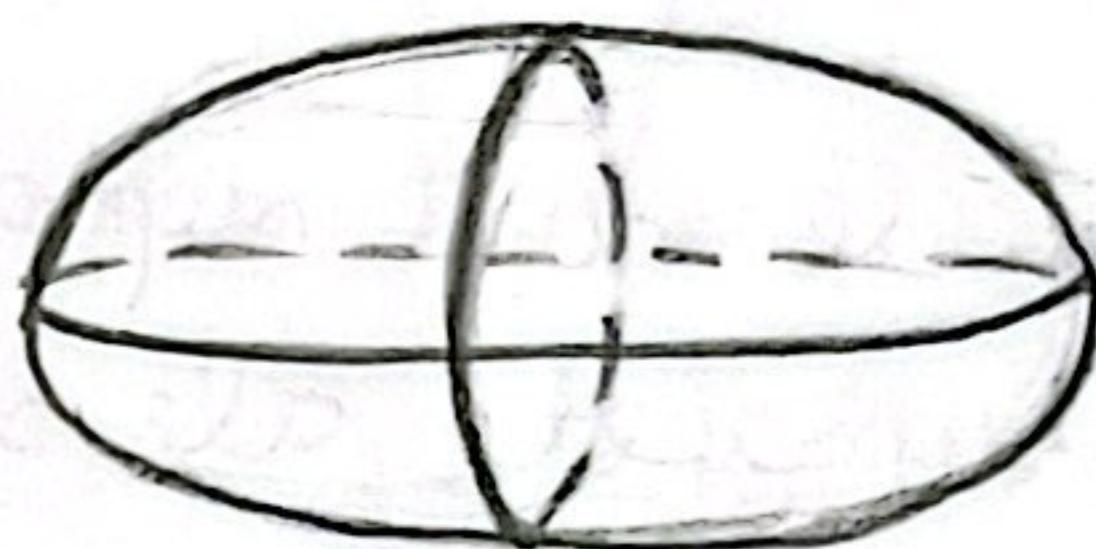
unde $X = \{x_1, \dots, x_{n+1}\}$ este o matrice vector-linie, X^T este transpusa lui X , Q este o matrice $(n+1) \times (n+1)$, P este un vector linie $(n+1)$ -dimensional, iar R este o constantă scalară. Val. dim Q , P și R sunt de o licei nr. reale sau complexe.

- În planul euclidian quadricile au o singură dim. ($n=1$) adică sunt linii curbe. Aceste quadrice sunt identice cu rectigiurile conice și sunt cunoscute sub numele de conice.

CUADRICE NEDEGENERATE

Elipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$



Sferoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$



Paraboloid eliptic

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - z^2 = 1$$



Paraboloid de rotatie

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - z^2 = 1$$



Paraboloid hiperbolico

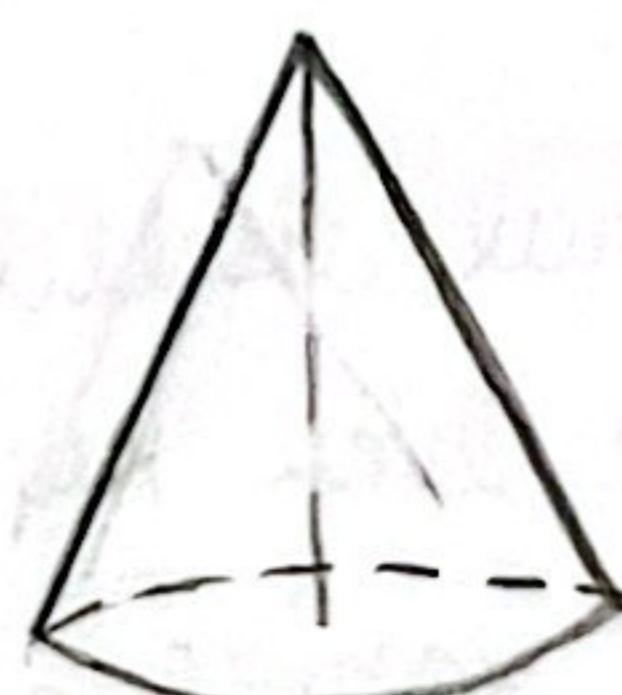
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - z^2 = 0$$



CUADRICE DEGENERATE

Con

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

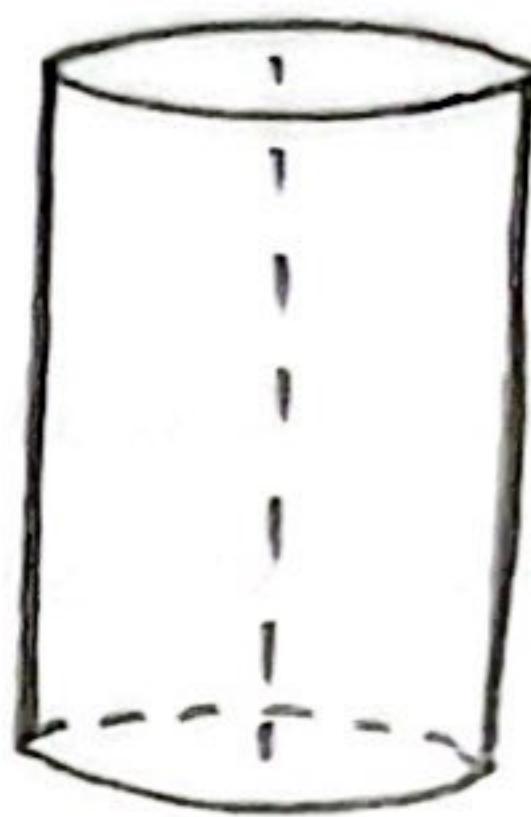


Con de rotacie

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

Cilindru eliptic

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

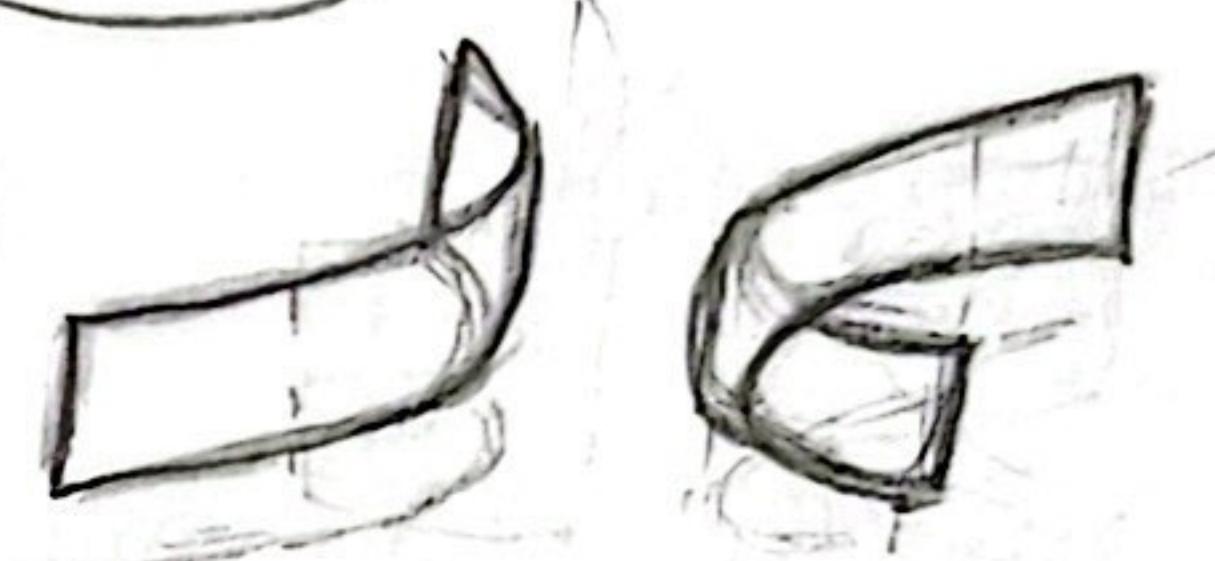


Cilindru de rotație

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

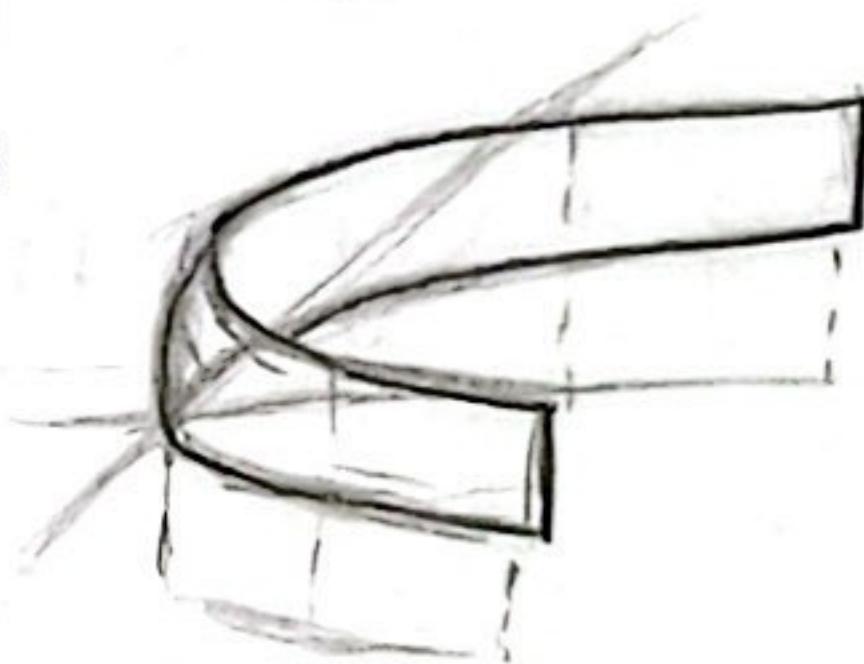
Cilindru hiperbolitic

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Cilindru parabolic

$$x^2 + 2ay = 0$$



Cuadrice

Tatălelia - Maria
grupa 133

	δ	Δ	$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	$\frac{\Delta}{\lambda_1 \delta}, \frac{\Delta}{\lambda_2 \delta}, \frac{\Delta}{\lambda_3 \delta}$	K	L	Cuadrice
1)	>0	$\neq 0$		+++			ellipsoid
2)	<0	$\neq 0$		++-			hiperboloid cu o părțe
3)	>0	$\neq 0$		--+			hiperboloid cu două părți
4)	<0	$\neq 0$		---			quadrica nudă
5)	$\neq 0$	0	acelasi semn				punct dublu
6)	$\neq 0$	0	++-				con parabolic
7)	0	$\neq 0$	$\lambda_1, \lambda_2 > 0, \lambda_3 = 0$				paraboloid elicitic
8)	0	$\neq 0$	$\lambda_1, \lambda_2 < 0, \lambda_3 = 0$				paraboloid hiperbolitic
9)	0	0	++0		>0		quadrica nudă
10)	0	0	$\lambda_1, \lambda_2 > 0, \lambda_3 = 0$		0		droptă dublă
11)	0	0	++0		<0		cilindru eliptic
12)	0	0	--0		>0		cilindru shiptic
13)	0	0	--0		<0		quadrica nudă
14)	0	0	$\lambda_1, \lambda_2 < 0, \lambda_3 = 0$		+0		cilindru hiperbolitic
15)	0	0	$\lambda_1, \lambda_2 < 0, \lambda_3 = 0$		0		plane seante
16)	0	0	$\lambda_1 \neq 0, \lambda_2, \lambda_3 = 0$		0	>0	quadrica nudă
17)	0	0	$\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0, \lambda_3 = 0$		0	0	plan dublu
18)	0	0	$\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 = \lambda_3 = 0$		0	<0	plane paralele

O conică este curba care se obține prin intersecțarea unui plan și a unei con.

REPREZENTAREA ÎN COORDONATE CARTEZIENE

Conicele sunt mult. pct. care satisfac:

$$AX^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Astunci:

- $B^2 - 4AC < 0$, ec. reprezentă o elipsă

- $A = C$; $B = 0$, ec. reprezentă un cerc

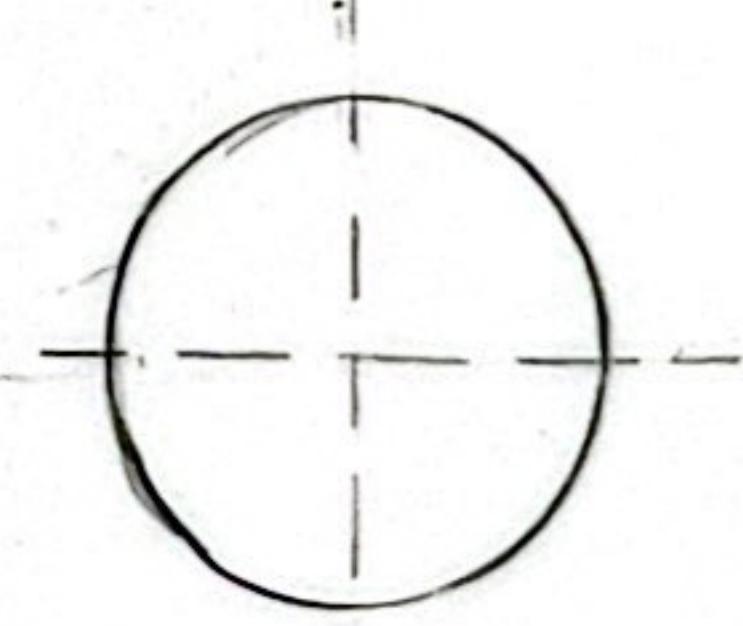
- $B^2 - 4AC = 0$, ec. reprezentă o parabolă

- $B^2 - 4AC > 0$, ec. reprezentă o hiperbolă

- $A + B = 0$, ec. reprezentă o hiperbolă dreaptă

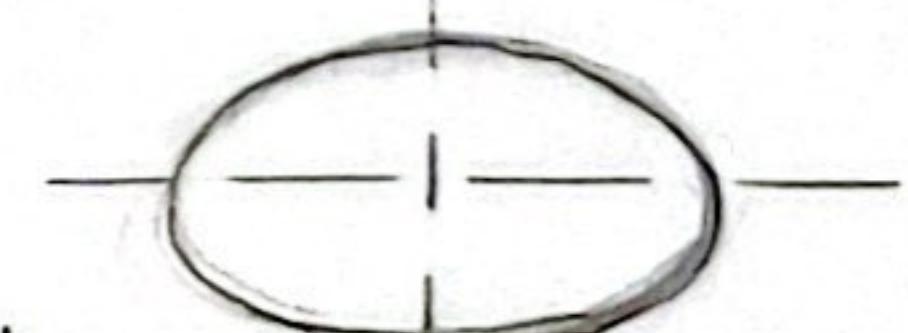
Cerc: $x^2 + y^2 = a^2$

$\cos\theta, \sin\theta$



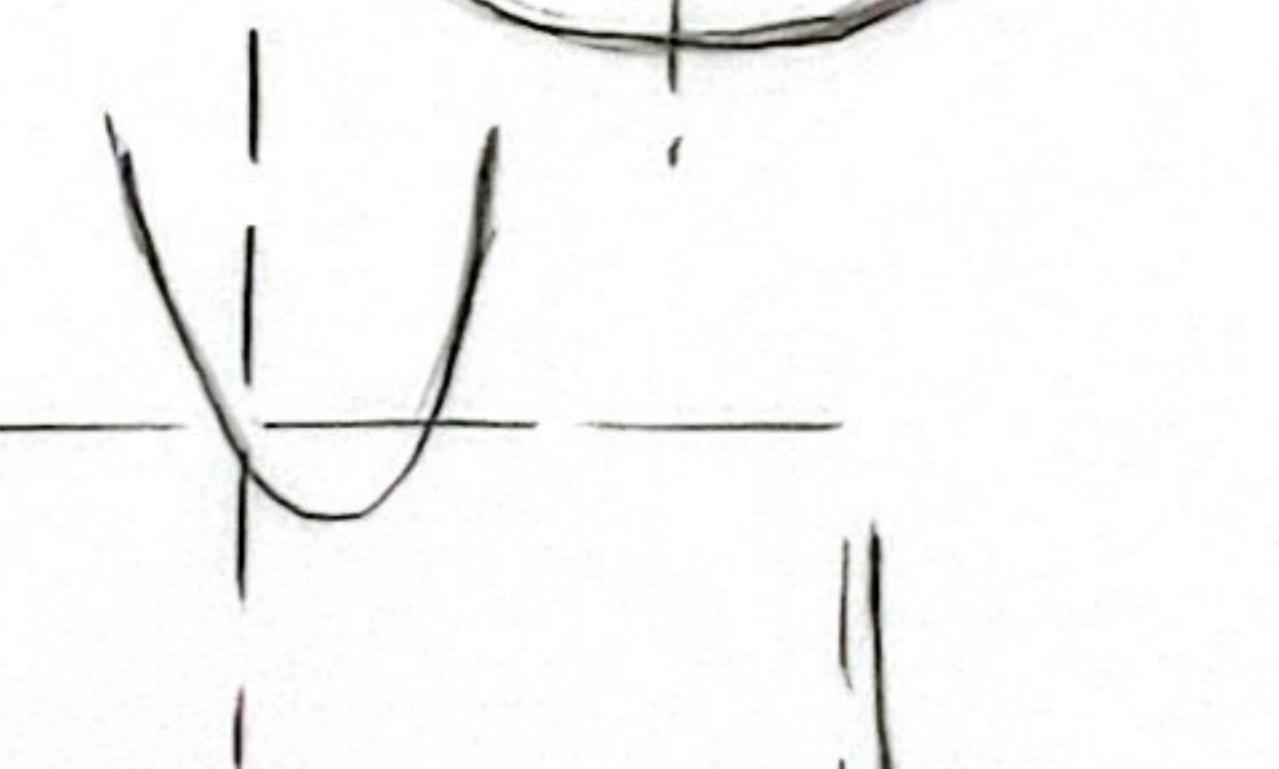
Elipsă: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\cos\theta, \sin\theta$



Parabolă: $y^2 = 4ax$

$at^2, 2at$



Hiperbolă: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$a\sec\theta, b\tan\theta$
($\pm a\cos\theta + b\sin\theta$)

19)	0	0	$\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 = \lambda_3 = 0$	$\neq 0$	cilindru parabolice
-----	---	---	---	----------	---------------------

Conice

	δ	Δ	$y\Delta$	Δ_1	Semnul conicei	Tipul conicei	Adn. con.
1)	> 0	$\neq 0$	< 0		elliptic	nede generat	elipsa
2)	> 0	$\neq 0$	> 0		elliptic	nede generat	elipsă imaginată
3)	> 0	0			elliptic	de generat	punct dublu
4)	< 0	$\neq 0$			hiperbolic	nede generat	hiperbolă
5)	< 0	0			hiperbolic	de generat	drepte concorrent
6)	0	$\neq 0$			parabolic	nede generat	parabolă
7)	0	$\neq 0$		< 0	parabolic	de generat	drepte paralele
8)	0	0		0	parabolic	de generat	dreptă dublă
9)	0	0		> 0	parabolic	de generat	dr. intersectante paralele

BIBLIOGRAFIE

- 1) Matematică - manual pentru clasa a IX-a
Geometrie și trigonometrie - Costache Teleman
- 2) Matematică - manual pentru clasa a X-a
Geometrie și trigonometrie - Costache Teleman
- 3) Algebra liniară, Geometrie Analitică - Universitatea
Alexandru Ioan Cuza - Oana Constantinescu
- 4) Algebra liniară și geometrie analitică și diferențială
- Codrugaru Cris