

Exerciții

1. Determinați următoarele integrale duble:

a) $\iint_A (x+3y) dx dy$, unde A este mulțimea plană mărginită de $y=x^2+3$, $y=-x^2+2$, $x=-1$ și $x=3$.

b) $\iint_A \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy$, unde $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.

c) $\iint_A y dx dy$, unde A este mulțimea plană limitată de $y=x^2-4x+3$ și $y=-x^2+x+1$.

d) $\iint_A x dx dy$, unde $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq x \leq 1\}$.

e) $\iint_A e^{\sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}}} dx dy$, unde $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, x \leq 0, y \geq 0\}$.

f) $\iint_A e^{x^2+y^2} dx dy$, unde $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2+y^2 \leq 9, y \leq 0\}$.

g) $\iint_A e^{1-\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}} dx dy$, unde $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} \leq 1, y \geq 0\}$.

h) $\iint_A xy dx dy$, unde A este mulțimea plană mărgi-

nită de $x=y^2$ și $y=x$.

i) $\iint_A xy \, dx \, dy$, unde A este mulțimea plană mărginită de $y=x^2$ și $x=y^2$.

j) $\iint_A \sqrt{1 - \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16}} \, dx \, dy$, unde $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} \leq 1, y \leq 0\}$.

k) $\iint_A x \, dx \, dy$, unde A este mulțimea plană limitată de triunghiul BCD , $B(1,1)$, $C(2,6)$, $D(6,3)$.

l) $\iint_A y \, dx \, dy$, unde $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2x + 4y\}$.

m) $\iint_A y \, dx \, dy$, unde A este mulțimea plană mărginită de $x=0$, $x=2y-1$, $y=x$ și $y=2$.

n) $\iint_A (x+y) \, dx \, dy$, unde $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2y + 3\}$.

2. Calculați următoarele integrale triple:

a) $\iiint_A xy \, dx \, dy \, dz$, unde $A = [1,2] \times [3,4] \times [7,8]$.

b) $\iiint_A (x+y) \, dx \, dy \, dz$, unde $A = [0,2] \times [-1,2] \times [-2,-1]$.

c) $\iiint_A y \, dx \, dy \, dz$, unde $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$.

d) $\iiint_A x \, dx \, dy \, dz$, unde $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y) \in B, x^2 + y^2 - 1 \leq z \leq 2 - x^2 - y^2\}$ si $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq \frac{3}{2}\}$.

e) $\iiint_A 1 \, dx \, dy \, dz$, unde $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y) \in B, \frac{x^2 + y^2 + 5}{2} \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$ si $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.

f) $\iiint_A \left(\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} \right) dx \, dy \, dz$, unde $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} \leq 1, y \leq 0, z \geq 0\}$.