

RESTANTA LA ANALIZA MATEMATICA II**I.** Consideram functia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y, z) = x^6 - 6xz + 3z^2 + y^2 - 2y$$

Determinati punctele de extrem local ale functiei f si precizati natura lor.**II.** Fie functia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(y^2 - x^2)}{x^2 + y^2}, & \text{daca } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{daca } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(1) Sa se calculeze derivatele partiale de ordinul intai ale functiei f . Sa se studieze diferenciabilitatea lui f pe \mathbb{R}^2 .

(2) Aratati ca

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 0)$$

si explicati de ce in acest caz Teorema lui Schwarz nu se aplica.

III. 1) Calculati integrala

$$\iint_D (1 + x) dx dy$$

unde D este multimea marginita de laturile triunghiului ABC cu $A(1, 2)$, $B(4, 3)$ si $C(3, 5)$.2) Fie $I = [0, 1] \times [0, 1]$ si $A \subset I$ cu proprietatea ca $\lambda^*(A) = 0$. Fie $f : I \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} x & \text{daca } (x, y) \in A \\ 0 & \text{daca } (x, y) \notin A. \end{cases}$$

Demonstrati ca $\int_I f(x, y) dx dy = 0$.**IV.** Calculati integrala

$$\iiint_V (z - 1) dx dy dz$$

unde V este multimea marginita de planele $z = 1$, $z = 2$, $y - x = 0$ si paraboloidul

$$x^2 + y^2 = z.$$

Nota Timpul de lucru este 2 ore. Solutiile trebuie sa fie scrise clar si detaliat. Telefoanele mobile si orice alte echipamente de comunicatii vor fi inchise pe parcursul examenului. Incalcarea acestei reguli atrage eliminarea din examen!