LABORATOR#4

EX#1 Scrieţi o funcţie în Python care are ca date de intrare matricea $\mathbf{A} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi vectorul $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ corespunzători sistemului de ecuaţii liniare

$$\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}\,, \tag{1}$$

iar ca date de ieşire matricea superior triunghulară $\mathbf{U} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi vectorul $\widetilde{\mathbf{b}} \in \mathbb{R}^n$, obţinuţi prin *metoda de eliminare Gauss fără pivotare* (*MEGFP*) aplicată sistemului (1).

Aplicaţi MEGFP folosind funcţia de mai sus, apoi rezolvaţi sistemul superior triunghiular echivalent rezultat, i.e.

$$\mathbf{U}\,\mathbf{x} = \widetilde{\mathbf{b}}\,, \tag{2}$$

folosind funcţia de la **EX#2**, Laboratorul#3, pentru:

(a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$;

(b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1+\epsilon \\ 2 \end{bmatrix}$, unde $\epsilon = 10^{-2k}$ cu $k \in \{1, 2, \ldots, 10\}$;

(c) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 10^{-12} & 1 & -1 \\ 40 & -60 & 0 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 17 + 10^{-12} \\ -1160 \\ -62 \end{bmatrix}$;

(d) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$.

Indicaţii: În prealabil, trebuie verificate următoarele condiţii:

(i) $\mathbf{A}$ este o matrice pătratică;
(ii) matricea $\mathbf{A}$ şi vectorul $\mathbf{b}$ sunt compatibili;
(iii) $\mathbf{A}^{(k)} = (a_{ij})_{1 \le i,j \le k} \in \mathscr{M}_k(\mathbb{R})$, $k = \overline{1, n}$, sunt matrice inversabile (folosiţi funcţia predefinită Python `det` pentru verificarea inversabilităţii matricelor $\mathbf{A}^{(k)}$).

EX#2 Scrieţi o funcţie în Python care are ca date de intrare matricea $\mathbf{A} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi vectorul $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ corespunzători sistemului de ecuaţii liniare

$$\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}\,, \tag{3}$$

iar ca date de ieşire matricea superior triunghulară $\mathbf{U} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi vectorul $\widetilde{\mathbf{b}} \in \mathbb{R}^n$, obţinuţi prin *metoda de eliminare Gauss cu pivotare parţială* (*MEGPP*) aplicată sistemului (3).

Aplicaţi MEGPP folosind funcţia de mai sus, apoi rezolvaţi sistemul superior triunghiular echivalent rezultat folosind funcţia de la **EX#2**, Laboratorul#3, pentru:

(a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 14 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$;

(b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 14 \\ 6 \end{bmatrix}$;

(c) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 14 \\ 6 \\ 8 \\ 3 \end{bmatrix}$;

(d) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 6 \\ 1 & 6 & 10 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ 14 \\ 17 \end{bmatrix}$;

(e) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1+\epsilon \\ 2 \end{bmatrix}$, unde $\epsilon = 10^{-2k}$ cu $k \in \{1, 2, \ldots, 10\}$;

(f) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 10^{-12} & 1 & -1 \\ 40 & -60 & 0 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 17 + 10^{-12} \\ -1160 \\ -62 \end{bmatrix}$;

(g) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2C \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2C \\ 2 \end{bmatrix}$, unde $C = 10^{2k}$ cu $k \in \{1, 2, \ldots, 10\}$.

Indicaţii: În prealabil, trebuie verificate următoarele condiţii:

(i) $\mathbf{A}$ este o matrice pătratică;

(ii) matricea $\mathbf{A}$ şi vectorul $\mathbf{b}$ sunt compatibili;

(iii) $\mathbf{A}$ este o matrice inversabilă (folosiţi funcţia predefinită Python `det` pentru verificarea inversabilităţii matricei $\mathbf{A}$).

EX#3 Scrieţi o funcţie în Python care are ca date de intrare matricea $\mathbf{A} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi vectorul $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ corespunzători sistemului de ecuaţii liniare

$$\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}\,, \tag{4}$$

iar ca date de ieşire matricea superior triunghulară $\mathbf{U} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi vectorul $\widetilde{\mathbf{b}} \in \mathbb{R}^n$, obţinuţi prin *metoda de eliminare Gauss cu pivotare parţială scalată* (*MEGPPS*) aplicată sistemului (4).

Aplicaţi MEGPPS folosind funcţia de mai sus, apoi rezolvaţi sistemul superior triunghiular echivalent rezultat folosind funcţia de la **EX#2**, Laboratorul#3, pentru sistemele de la **EX#2**(a)–(g).

Indicaţii: Trebuie verificate condiţii similare cu cele din cazul MEGPP.