LABORATOR#5

EX#1 Scrieţi o funcţie în Python care are ca dată de intrare matricea $\mathbf{A} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi ca dată de ieşire inversa matricei $\mathbf{A}$, obţinută prin *metoda Gauss-Jordan* împreună cu MEGFP.

Aplicaţi metoda Gauss-Jordan folosind funcţia de mai sus pentru

(a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$;

(b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$;

(c) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 6 \\ 1 & 6 & 10 \end{bmatrix}$.

<u>*Indicaţii:*</u> În prealabil, trebuie verificate următoarele condiţii:

(i) $\mathbf{A}$ este o matrice pătratică;

(ii) $\mathbf{A}$ este o matrice inversabilă (folosiţi funcţia predefinită Python `det` pentru verificarea inversabilităţii matricei $\mathbf{A}$).

EX#2 Scrieţi o funcţie în Python (LU1) care are ca dată de intrare matricea $\mathbf{A} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi ca date de ieşire matricea inferior triunghiulară $\mathbf{L} = (\ell_{ij})_{1 \le i,j \le n} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ cu $\ell_{ii} = 1$, $1 \le i \le n$, şi matricea superior triunghiulară $\mathbf{U} = (u_{ij})_{1 \le i,j \le n} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ corespunzătoare *factorizării LU fără pivotare* a matricei $\mathbf{A}$.

Rezolvaţi sistemul de ecuaţii liniare

$$\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b} \tag{1}$$

folosind funcţia LU1 şi metoda substituţiei ascendente, respectiv descendente, pentru

(a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$;

(b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \epsilon & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1+\epsilon \\ 2 \end{bmatrix}$, unde $\epsilon = 10^{-2k}$ cu $k \in \{1, 2, \ldots, 10\}$;

(c) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 10^{-12} & 1 & -1 \\ 40 & -60 & 0 \\ 3 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 17 + 10^{-12} \\ -1160 \\ -62 \end{bmatrix}$;

(d) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ şi $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$.

Indicaţie: În prealabil, trebuie verificate condiţiile necesare şi suficiente pentru factorizarea LU fără pivotare a matricei $\mathbf{A}$.

EX#3 Scrieţi o funcţie în Python (LU2) care are ca dată de intrare matricea $\mathbf{A} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi ca date de ieşire matricea inferior triunghiulară $\mathbf{L} = (\ell_{ij})_{1 \leq i,j \leq n} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ şi matricea superior triunghiulară $\mathbf{U} = (u_{ij})_{1 \leq i,j \leq n} \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ cu $u_{ii} = 1$, $1 \leq i \leq n$ corespunzătoare *factorizării LU fără pivotare (versiunea a II-a)* a matricei $\mathbf{A}$.

Rezolvaţi sistemul de ecuaţii liniare (1), folosind funcţia LU2 şi metoda substituţiei ascendente, respectiv descendente, pentru cazurile (a)–(d) de la **EX#2**.

Indicaţie: În prealabil, trebuie verificate condiţiile necesare şi suficiente pentru factorizarea LU fără pivotare a matricei $\mathbf{A}$.