Análisis y Comparación de Métodos Numéricos

Ejercicio 1

1. Planteamiento del ejercicio

En el Ejercicio 1 se analiza la ecuación no lineal:

$$f(x) = x^3 - e^{0.8x} - 20 = 0$$

A partir de la exploración gráfica y tabular se identifican dos raíces reales aproximadas:

- Entre x = 3 y x = 4 (Raíz 1)
- Entre x = 7 y x = 8 (Raíz 2)

Usando un método de alta precisión (Newton-Raphson con tolerancia muy estricta), se tomaron como referencias:

$x_1 \approx 3.2082198$

$x_2 \approx 7.4898387$

Estos valores se consideran como "soluciones casi exactas" para evaluar los errores de los métodos.

2. Resultados numéricos de los métodos

2.1 Método de Bisección

En la hoja EJ1_BISECCION.xlsx se trabajó con la tolerancia tol = 0.005 y el criterio $|f(m)| \leq tol$, donde m es el punto medio del intervalo en cada iteración.

- Raíz 1 (intervalo [3,4]):

  - Iteraciones: 10
  - Aproximación final: $x_1^{(bis)} = 3.208008$
  - Error absoluto (respecto a $x_1 \approx 3.2082198$): $|x_1^{(bis)} - x_1| \approx 2.12 \times 10^{-4}$
  - Residuo: $|f(3.208008)| \approx 4.3 \times 10^{-3}$

- Raíz 2 (intervalo [7,8]):

  - Iteraciones: 13
  - Aproximación final: $x_2^{(bis)} = 7.489868$
  - Error absoluto (respecto a $x_2 \approx 7.4898387$): $|x_2^{(bis)} - x_2| \approx 2.93 \times 10^{-5}$
  - Residuo: $|f(7.489868)| \approx 4.4 \times 10^{-3}$

En síntesis, con una tolerancia relativamente amplia (0.005), el método de bisección entrega aproximaciones razonables, pero requiere un número mayor de iteraciones y la precisión es moderada.

2.2 Método de Newton-Raphson

En la hoja EJ1_NEWTON.xlsx se trabajó con la función $f(x) = x^3 - e^{0.8x} - 20$ y su derivada $f'(x) = 3x^2 - 0.8\, e^{0.8x}$, usando la tolerancia tol = 0.00005 y el criterio $|f(x_i)| \leq tol$.

• Raíz 1 ($x_o = 3$):

- Iteraciones: 4
- Aproximación final: $x_1^{(new)} \approx 3.20822$
- Error absoluto: $|x_1^{(new)} - x_1| \approx 1.98 \times 10^{-7}$
- Residuo: $|f(3.20822)| \approx 4.05 \times 10^{-6}$

• Raíz 2 ($x_o = 8$):

- Iteraciones: 5
- Aproximación final: $x_2^{(new)} \approx 7.489839$
- Error absoluto: $|x_2^{(new)} - x_2| \approx 2.70 \times 10^{-7}$
- Residuo: $|f(7.489839)| \approx 4.1 \times 10^{-5}$

Se observa que, con muy pocas iteraciones y una tolerancia más estricta, Newton-Raphson produce raíces con errores del orden de 10^{-7}, evidenciando su alta eficiencia siempre que se disponga de la derivada y de un valor inicial adecuado.

2.3 Método de la Secante

En la hoja EJ1_SECANTE.xlsx se utilizó la misma función, con tolerancia tol = 0.00005 y criterio $|f(x_i)| \leq tol$. A diferencia de Newton, este método no requiere derivada, solo dos valores iniciales.

• Raíz 1 ($x_o = 3$, $x_1 = 4$):

- Iteraciones: 6
- Aproximación final: $x_1^{(sec)} \approx 3.20822$
- Error absoluto: $|x_1^{(sec)} - x_1| \approx 1.98 \times 10^{-7}$
- Residuo: $|f(3.20822)| \approx 4.1 \times 10^{-6}$

• Raíz 2 ($x_o = 7$, $x_1 = 8$):

- Iteraciones: 8
- Aproximación final: $x_2^{(sec)} \approx 7.489839$
- Error absoluto: $|x_2^{(sec)} - x_2| \approx 2.70 \times 10^{-7}$
- Residuo: $|f(7.489839)| \approx 4.1 \times 10^{-5}$

El método de la secante logra precisiones prácticamente idénticas a Newton-Raphson, aunque con un número ligeramente mayor de iteraciones. Su ventaja principal es que evita calcular la derivada analítica, usando en su lugar información de dos puntos sucesivos.

3. Comparación directa de los métodos (Ejercicio 1)

A continuación se presenta un resumen comparativo de los tres métodos para cada una de las raíces.

3.1 Raíz 1 ($x_1 \approx 3.20822$)

3.2 Raíz 2 ($x_2 \approx 7.48984$)

4. Análisis e interpretación

En el Ejercicio 1 se resolvió la ecuación no lineal x³ − e^{0.8x} − 20 = 0, la cual presenta dos raíces reales en los intervalos [3,4] y [7,8]. A partir de la tabla de exploración y de la gráfica se identificaron los cambios de signo y, posteriormente, se aplicaron los métodos de Bisección, Secante y Newton-Raphson para aproximar ambas soluciones. Tomando como referencia soluciones de alta precisión ($x_1 \approx 3.2082198$ y $x_2 \approx 7.4898387$), se evaluó el número de iteraciones, la precisión numérica y el comportamiento de convergencia de cada método.

Los resultados muestran que el método de Bisección es el más robusto, ya que garantiza la convergencia siempre que exista cambio de signo en el intervalo, pero también es el más lento: requirió entre 10 y 13 iteraciones y, con una tolerancia relativamente amplia (tol = 0.005), entregó errores en la raíz del orden de 10^{-4} a 10^{-5}. El método de Newton-Raphson fue el más eficiente: con tolerancia tol = 0.00005 y valores iniciales adecuados ($x_o = 3$ y $x_o = 8$), alcanzó errores del orden de 10^{-7} en solo 4 a 5 iteraciones, evidenciando su convergencia cuadrática, aunque requiere el cálculo explícito de la derivada y una buena elección del valor inicial. Por su parte, el método de la Secante logró precisiones prácticamente idénticas a Newton-Raphson (errores ~10^{-7}), usando un número ligeramente mayor de iteraciones (6 y 8), pero sin necesidad de derivada, lo que lo sitúa como un compromiso muy atractivo entre rapidez y facilidad de implementación. En conjunto, para este ejercicio, Newton-Raphson y Secante resultan claramente superiores en eficiencia, mientras que la Bisección se mantiene como el método más seguro pero menos competitivo en términos de velocidad y precisión fina.

Ejercicio 2

1. Planteamiento del ejercicio

En este ejercicio se estudia la ecuación no lineal:

$$f(x) = 3\cdot\sin(0{,}5x) - 0{,}5x + 2 = 0$$

A partir de la exploración gráfica y tabular en el intervalo [0,8], se identifica un cambio de signo entre $f(5) > 0$ y $f(6) < 0$, lo cual garantiza la existencia de una raíz en el intervalo [5,6].

Mediante un cálculo de alta precisión (por ejemplo, Newton-Raphson con tolerancia muy estricta), se toma como referencia la solución casi exacta:

$$x^* \approx 5.7064179972$$

Este valor se utiliza para evaluar los errores de las aproximaciones obtenidas con cada método numérico.

2. Resultados numéricos de los métodos

2.1 Método de Bisección

En la hoja EJ2_BISECCION.xlsx se trabajó con:

- Tolerancia: tol = 0.005
- Criterio de parada: $|f(m)| \leq tol$, donde m es el punto medio del intervalo en cada iteración.
- Intervalo inicial: [5,6].

Resultados principales:

- Iteraciones: 8 (de la iteración 0 a la 7).
- Aproximación final: x_bis = 5.707031
- Error absoluto (respecto a $x^* \approx 5.7064179972$): $|x_{bis} - x^*| \approx 6.13 \times 10^{-4}$
- Residuo: $|f(5.707031)| \approx 1.19 \times 10^{-3}$

Con esta tolerancia, el método de bisección converge de forma segura hacia la raíz, pero con un número moderado de iteraciones y una precisión del orden de 10^{-4}–10^{-3}, lo que refleja su carácter robusto pero relativamente lento.

2.2 Método de Newton-Raphson

En la hoja EJ2_NEWTON.xlsx se emplea la función:

$$f(x) = 3\cdot\sin(0{,}5x) - 0{,}5x + 2$$

y su derivada:

$$f'(x) = 1{,}5\cdot\cos(0{,}5x) - 0{,}5$$

Se utilizó:

• Tolerancia: tol = 0.00005
• Criterio de parada: $|f(x_i)| \leq tol$
• Valor inicial: $x_o = 5$.

Resultados principales:

- Iteraciones efectivas: 3 (de x_o a x_3).
- Aproximación final: x_new ≈ 5.7064179985
- Error absoluto: $|x\_new - x^*| \approx 1.31 \times 10^{-9}$
- Residuo: $|f(x\_new)| \approx 2.54 \times 10^{-9}$

Se observa una convergencia muy rápida: en solo tres actualizaciones se obtiene una aproximación con error prácticamente despreciable a nivel de varios decimales, lo que confirma la alta eficiencia del método de Newton-Raphson cuando se dispone de la derivada y de un valor inicial adecuado.

2.3 Método de la Secante

En la hoja EJ2_SECANTE.xlsx se usó la misma función f(x), con:
• Tolerancia: tol = 0.00005
• Criterio de parada: $|f(x_i)| \leq tol$
• Valores iniciales: $x_o = 5$, $x_1 = 6$.

El método de la secante no requiere el cálculo de la derivada, sino que utiliza dos valores anteriores de la función para aproximarla.

Resultados principales:

- Iteraciones (a partir del par inicial): 4.
- Aproximación final: x_sec ≈ 5.7064181527
- Error absoluto: $|x\_sec - x^*| \approx 1.56 \times 10^{-7}$
- Residuo: $|f(x\_sec)| \approx 3.01 \times 10^{-7}$

El método de la secante alcanza una precisión muy alta, con errores del orden de 10^{-7}, a costa de una iteración adicional respecto a Newton-Raphson, pero sin necesidad de disponer de la derivada analítica de la función.

3. Comparación directa de los métodos (Ejercicio 2)

En la tabla siguiente se resume el desempeño de los tres métodos para la raíz ubicada en el intervalo [5,6].

4. Análisis e interpretación

En el Ejercicio 2 se resolvió la ecuación trascendental $3 \cdot \sin(0{,}5x) - 0{,}5x + 2 = 0$, identificando mediante la tabla de exploración y la gráfica una raíz en el intervalo [5,6], donde se observa un cambio de signo entre f(5) > 0 y f(6) < 0. Usando un cálculo de alta precisión, se tomó como

referencia la solución $x^* \approx 5.7064179972$, que se utiliza para evaluar el desempeño de los métodos numéricos implementados.

El método de Bisección, con tolerancia tol = 0.005, requirió 8 iteraciones para aproximar la raíz en $x \approx 5.707031$, con un error absoluto del orden de 10^{-4} y un residuo $|f(x)| \approx 10^{-3}$. Esto confirma su comportamiento robusto pero relativamente lento y con precisión moderada para una tolerancia amplia. En contraste, el método de Newton-Raphson, utilizando la derivada $f'(x) = 1{,}5 \cdot \cos(0{,}5x) - 0{,}5$ y una tolerancia más estricta tol = 0.00005, alcanzó la solución $x \approx 5.7064179985$ en solo 3 iteraciones de actualización, con errores del orden de 10^{-9}, mostrando una convergencia muy rápida y una precisión prácticamente total. Por su parte, el método de la Secante logró un resultado muy cercano ($x \approx 5.7064181527$) en 4 iteraciones, con error $\approx 10^{-7}$, sin requerir el cálculo de la derivada.

En resumen, para esta ecuación, Newton-Raphson es el método más eficiente en términos de rapidez y precisión, siempre que se disponga de una buena aproximación inicial y de la derivada. La Secante aparece como una alternativa muy atractiva cuando no se quiere o no se puede calcular f'(x), sacrificando muy poco en precisión y añadiendo solo una iteración más. La Bisección, aunque es el método más simple y con garantía de convergencia en presencia de cambio de signo, resulta claramente menos competitiva en velocidad y en precisión fina para la tolerancia utilizada.

Ejercicio 3

1. Planteamiento del ejercicio

En este ejercicio se estudia la ecuación no lineal:

$$f(x) = x^3 - x^2 \cdot e^{(-0,5x)} - 3x + 1 = 0$$

A partir de la exploración gráfica y tabular se identifican tres raíces reales:

- Una en el intervalo [−1.5, −1]
- Una en el intervalo [0, 0.5]
- Una en el intervalo [1.5, 2]

Mediante un cálculo de alta precisión se tomaron como soluciones de referencia (casi exactas):

$x_1^* \approx -1.234093$

$x_2^* \approx 0.315466$

$x_3^* \approx 1.780241$

Estos valores se utilizaron para evaluar el desempeño de los métodos de Bisección, Secante y Newton-Raphson.

2. Resultados numéricos de los métodos

2.1 Método de Bisección

En la hoja EJ3_BISECCION.xlsx se trabajó con:

- Tolerancia: tol = 0.005
- Criterio de parada: $|f(m)| \leq tol$, donde m es el punto medio del intervalo.

La función considerada es $f(x) = x^3 - x^2 \cdot e^{(-0,5x)} - 3x + 1$.

Resultados por raíz:

Raíz 1 – intervalo [−1.5, −1]:

- Iteraciones: 5
- Aproximación final: x_1_bis = −1.234375
- Error absoluto: $|x_1\text{\_bis} - x_1^*| \approx 2.82 \times 10^{-4}$
- Residuo: $|f(x_1\text{\_bis})| \approx 2.13 \times 10^{-3}$

Raíz 2 – intervalo [0, 0.5]:

- Iteraciones: 7
- Aproximación final: x_2_bis = 0.31640625
- Error absoluto: $|x_2\text{\_bis} - x_2^*| \approx 9.40 \times 10^{-4}$
- Residuo: $|f(x_2\text{\_bis})| \approx 3.01 \times 10^{-3}$

Raíz 3 – intervalo [1.5, 2]:

- Iteraciones: 9
- Aproximación final: x_3_bis = 1.78027344
- Error absoluto: $|x_3\_bis - x_3^*| \approx 3.29 \times 10^{-5}$
- Residuo: $|f(x_3\_bis)| \approx 1.88 \times 10^{-4}$

En síntesis, el método de bisección aproxima correctamente las tres raíces, pero con errores del orden de 10^{-3}–10^{-4} y un número de iteraciones relativamente mayor, coherente con la tolerancia utilizada.

2.2 Método de Newton-Raphson

En la hoja EJ3_NEWTON.xlsx se utiliza la misma función, junto con su derivada analítica:

$f(x) = x^3 - x^2 \cdot e^{(-0,5x)} - 3x + 1$

$f'(x) = 3x^2 + (0,5x^2 - 2x) \cdot e^{(-0,5x)} - 3$

Se empleó:

• Tolerancia: tol = 0.00005

• Criterio de parada: $|f(x_i)| \leq$ tol

• Valores iniciales cercanos a cada raíz ($x_0 \approx -1.2$, 0.3 y 1.8).

Resultados por raíz:

Raíz 1 – $x_0 \approx -1.2$:

- Iteraciones efectivas: 2
- Aproximación final: x_1_new ≈ −1.234095
- Error absoluto: $|x_1\_new - x_1^*| \approx 1.72 \times 10^{-6}$
- Residuo: $|f(x_1\_new)| \approx 1.30 \times 10^{-5}$

Raíz 2 – $x_0 \approx 0.3$:

- Iteraciones efectivas: 2
- Aproximación final: x_2_new = 0.315466
- Error absoluto: $|x_2\_new - x_2^*| \approx 7.8 \times 10^{-10}$
- Residuo: $|f(x_2\_new)| \approx 2.50 \times 10^{-9}$

Raíz 3 – $x_0 \approx 1.8$:

- Iteraciones efectivas: 2
- Aproximación final: x_3_new ≈ 1.780241
- Error absoluto: $|x_3\_new - x_3^*| \approx 5.0 \times 10^{-7}$
- Residuo: $|f(x_3\_new)| \approx 2.84 \times 10^{-6}$

Newton-Raphson muestra una convergencia muy rápida: en solo dos iteraciones de corrección por raíz se alcanzan errores del orden de 10^{-6}–10^{-9}, es decir, soluciones prácticamente exactas.

2.3 Método de la Secante

En la hoja EJ3_SECANTE.xlsx se emplea nuevamente la función f(x), con:

• Tolerancia: tol = 0.00005

• Criterio de parada: $|f(x_i)| \leq tol$

• Dos valores iniciales por raíz, ubicados en los intervalos donde se detectó el cambio de signo.

El método de la secante no requiere calcular la derivada, sino que aproxima f'(x) a partir de dos puntos sucesivos.

Resultados por raíz:

Raíz 1 – intervalo [−1.5, −1]:

- Iteraciones: 6
- Aproximación final: $x_1\_sec \approx -1.234093$
- Error absoluto: $|x_1\_sec - x_1^*| \approx 2.75 \times 10^{-7}$
- Residuo: $|f(x_1\_sec)| \approx 2.08 \times 10^{-6}$

Raíz 2 – intervalo [0, 0.5]:

- Iteraciones: 4
- Aproximación final: $x_2\_sec = 0.315466$
- Error absoluto: $|x_2\_sec - x_2^*| \approx 7.8 \times 10^{-10}$
- Residuo: $|f(x_2\_sec)| \approx 2.50 \times 10^{-9}$

Raíz 3 – intervalo [1.5, 2]:

- Iteraciones: 5
- Aproximación final: $x_3\_sec \approx 1.780232$
- Error absoluto: $|x_3\_sec - x_3^*| \approx 8.50 \times 10^{-6}$
- Residuo: $|f(x_3\_sec)| \approx 4.84 \times 10^{-5}$

El método de la secante logra precisiones comparables a Newton-Raphson para las raíces 1 y 2, y un error ligeramente mayor para la raíz 3 (del orden de 10^{-5}), sin requerir la derivada analítica.

3. Comparación directa de los métodos (Ejercicio 3)

A continuación se resumen los resultados para cada raíz.

3.1 Raíz 1 ($x_1^* \approx -1.234093$)

3.2 Raíz 2 ($x_2^* \approx 0.315466$)

3.3 Raíz 3 ($x_3^* \approx 1.780241$)

4. Análisis e interpretación

En el Ejercicio 3 se resolvió la ecuación no lineal $f(x) = x^3 - x^2 \cdot e^{(-0,5x)} - 3x + 1 = 0$, la cual presenta tres raíces reales en los intervalos [−1.5, −1], [0, 0.5] y [1.5, 2], identificadas a partir de la tabla de exploración y de la gráfica. Mediante un cálculo de alta precisión se tomaron como referencia las soluciones $x_1^* \approx -1.234093$, $x_2^* \approx 0.315466$ y $x_3^* \approx 1.780241$, que se utilizaron para evaluar el desempeño de los métodos de Bisección, Secante y Newton-Raphson.

El método de Bisección, con tolerancia tol = 0.005, logró aproximar correctamente las tres raíces, requiriendo entre 5 y 9 iteraciones, con errores en la solución del orden de 10^{-3}–10^{-4} y residuos $|f(x)|$ coherentes con la tolerancia especificada. Esto confirma su comportamiento robusto y seguro, pero a costa de una convergencia más lenta y de una precisión moderada. En contraste, el método de Newton-Raphson, utilizando la derivada analítica de la función y una tolerancia más estricta tol = 0.00005, alcanzó las tres raíces en únicamente 2 iteraciones de corrección por cada una, con errores del orden de 10^{-6}–10^{-9}, es decir, soluciones prácticamente exactas. Esto refleja claramente su convergencia rápida, siempre que se cuente con una buena elección de valores iniciales y con la derivada disponible.

Por su parte, el método de la Secante también mostró un desempeño muy competitivo: sin requerir la derivada, obtuvo para las raíces 1 y 2 precisiones comparables a Newton-Raphson (errores del orden de 10^{-7}–10^{-9}) y, para la raíz 3, un error cercano a 10^{-5}, con un número de iteraciones intermedio entre Bisección y Newton. De esta manera, la Secante se posiciona como un excelente compromiso entre rapidez y facilidad de implementación, mientras que la Bisección sigue siendo la opción más segura cuando solo se cuenta con un intervalo con cambio de signo. En conjunto, los resultados del Ejercicio 3 refuerzan la idea de que Newton-Raphson es el método más eficiente cuando se dispone de información suficiente de la función, la Secante es una alternativa muy potente sin derivadas y la Bisección es el “plan B” fiable, aunque menos eficiente, en términos de velocidad y precisión fina.

Ejercicio 4

1. Planteamiento del ejercicio

En este ejercicio se analiza la ecuación no lineal:

$$f(x) = \cos^2(x) - 0{,}5 \cdot x \cdot e^{\{0{,}3x\}} + 5 = 0$$

A partir de la tabla de exploración en el intervalo [0,6], se observa que la función es positiva en x cercanos a 0 y 3, y negativa a partir de x ≈ 4, identificándose un único cambio de signo en el intervalo [3,4]. Esto indica la existencia de una sola raíz positiva en dicho intervalo.

Mediante un cálculo de alta precisión (por ejemplo, Newton-Raphson con tolerancia muy estricta), se adopta como solución de referencia:

$x^* \approx 3.7256021765$

Este valor se utiliza como "raíz casi exacta" para evaluar los errores de las aproximaciones obtenidas con cada método.

2. Resultados numéricos de los métodos

2.1 Método de Bisección

En la hoja EJ4_BISECCION.xlsx se trabajó con:

- Tolerancia: tol = 0.00005
- Criterio de parada: $|f(m)| \leq tol$, donde m es el punto medio del intervalo.
- Intervalo inicial: [3,4].

Resultados principales:

- Iteraciones: 16
- Aproximación final: x_bis = 3.725601
- Error absoluto (respecto a $x^* \approx 3.7256021765$): $|x\_bis - x^*| \approx 9.80 \times 10^{-7}$
- Residuo: $|f(x\_bis)| \approx 4.1 \times 10^{-6}$

Con una tolerancia estricta, el método de bisección converge sin problemas y alcanza una precisión del orden de 10^{-6} en la variable, aunque requiere un número de iteraciones relativamente alto.

2.2 Método de Newton-Raphson

En la hoja EJ4_NEWTON.xlsx se emplea la misma función f(x) y su derivada analítica f'(x), con:

- Tolerancia: tol = 0.00005
- Criterio de parada: $|f(x_i)| \leq tol$
- Valor inicial: $x_o = 3.5$.

A partir de la tabla de iteraciones se tienen, de forma resumida:

- Iteraciones de corrección: 3 (de x_0 a x_3)
- Aproximación final: x_new ≈ 3.72560218
- Error absoluto: $|x\_new - x^*| \approx 2.18 \times 10^{-9}$
- Residuo: $|f(x\_new)| \approx 9.1 \times 10^{-9}$

En pocas iteraciones, Newton-Raphson entrega una solución prácticamente coincidente con la raíz de referencia, con errores del orden de 10^{-9}, lo que refleja su convergencia muy rápida cuando se dispone de una buena aproximación inicial y de la derivada de la función.

2.3 Método de la Secante

En la hoja EJ4_SECANTE.xlsx se utiliza nuevamente f(x), con:

• Tolerancia: tol = 0.00005

• Criterio de parada: $|f(x_i)| \leq tol$

• Valores iniciales: $x_0 = 3$, $x_1 = 4$.

El método de la secante no requiere el cálculo explícito de la derivada; en su lugar, aproxima la pendiente a partir de dos puntos sucesivos.

A partir de la tabla de iteraciones:

- Iteraciones (desde el par inicial): 6
- Aproximación final: x_sec ≈ 3.72560207
- Error absoluto: $|x\_sec - x^*| \approx 1.10 \times 10^{-7}$
- Residuo: $|f(x\_sec)| \approx 4.6 \times 10^{-7}$

La secante logra una precisión alta, con errores del orden de 10^{-7}, utilizando un número de iteraciones intermedio y sin derivadas, lo que la convierte en una alternativa muy atractiva desde el punto de vista práctico.

3. Comparación directa de los métodos (Ejercicio 4)

La siguiente tabla resume el desempeño de los tres métodos alrededor de la raíz x* ≈ 3.725602.

4. Análisis e interpretación

En el Ejercicio 4 se resolvió la ecuación no lineal f(x) = cos²(x) − 0,5·x·e^{0,3x} + 5 = 0 en el intervalo [0,6]. A partir de la tabla de exploración y de la gráfica se observó que f(x) es positiva para valores cercanos a 0 y 3, y negativa a partir de x ≈ 4, identificándose un único cambio de signo en el intervalo [3,4]. Esto permitió concluir la existencia de una sola raíz positiva en dicho intervalo, cuya solución de referencia, obtenida con alta precisión, es x* ≈ 3.7256021765.

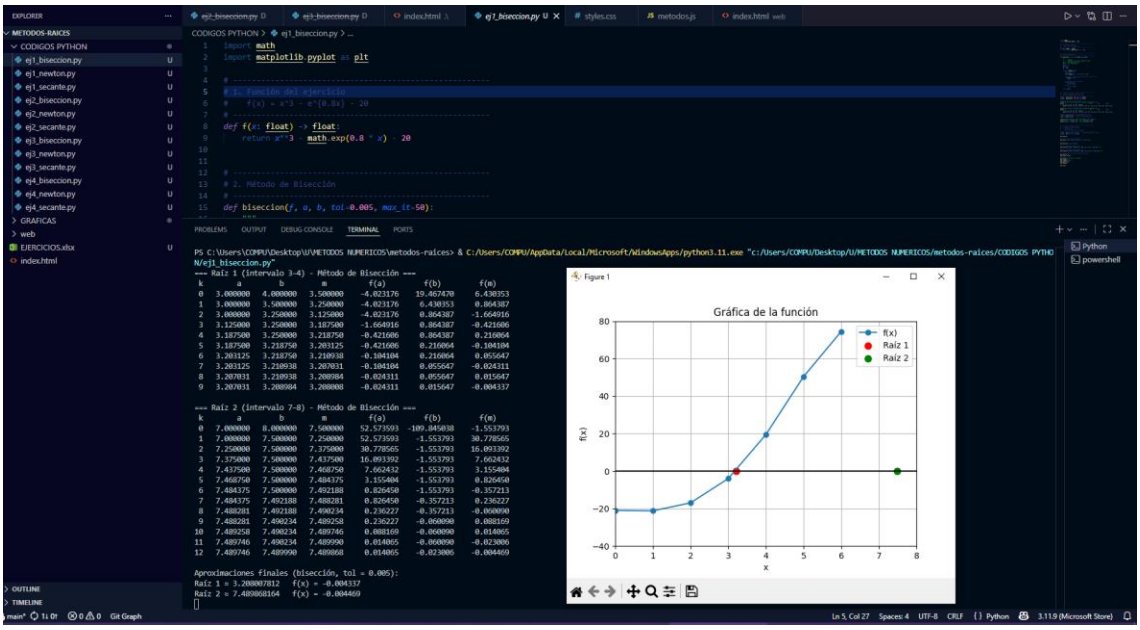
El método de Bisección, con tolerancia tol = 0.00005, necesitó 16 iteraciones para aproximar la raíz en x ≈ 3.725601, con un error absoluto $|x - x^*| \approx 9.80 \times 10^{-7}$ y un residuo $|f(x)| \approx 4.1 \times 10^{-6}$. Esto confirma que la bisección es un método robusto y seguro, que siempre converge cuando hay cambio de signo, pero lo hace de forma relativamente lenta, aun cuando se fija una tolerancia más estricta. En contraste, el método de Newton-Raphson, utilizando la derivada de

la función y un valor inicial $x_o = 3.5$, alcanzó la solución $x \approx 3.72560218$ en solo 3 iteraciones de corrección, con errores del orden de 10^{-9}, es decir, prácticamente coincidente con la raíz de referencia. Esto evidencia su convergencia rápida y su alta eficiencia cuando se cuenta con una buena aproximación inicial y con la derivada analítica.

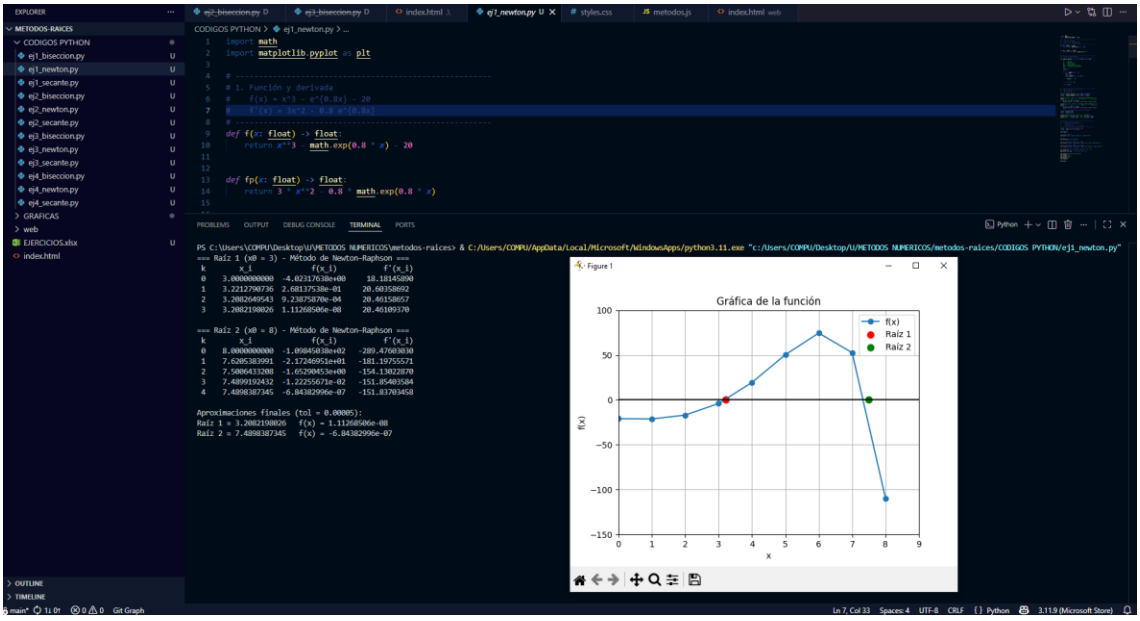
El método de la Secante se ubica en un punto intermedio: partiendo de los valores iniciales $x_o = 3$ y $x_1 = 4$, logró aproximar la raíz en $x \approx 3.72560207$ en 6 iteraciones, con un error del orden de 10^{-7} y $|f(x)| \approx 10^{-7}$, sin requerir la derivada de la función. Este resultado muestra que la secante es un excelente compromiso entre rapidez y facilidad de implementación, sacrificando muy poco en precisión frente a Newton-Raphson. En conjunto, para esta ecuación, Newton-Raphson se posiciona como el método más eficiente, la Secante como una alternativa muy competitiva sin derivadas, y la Bisección como la opción más segura pero menos eficiente en términos de velocidad de convergencia.

CAPTURAS DE PANTALLA DE CORRITA DE CODIGO

EJERCICIO 1
METODO BISECCION

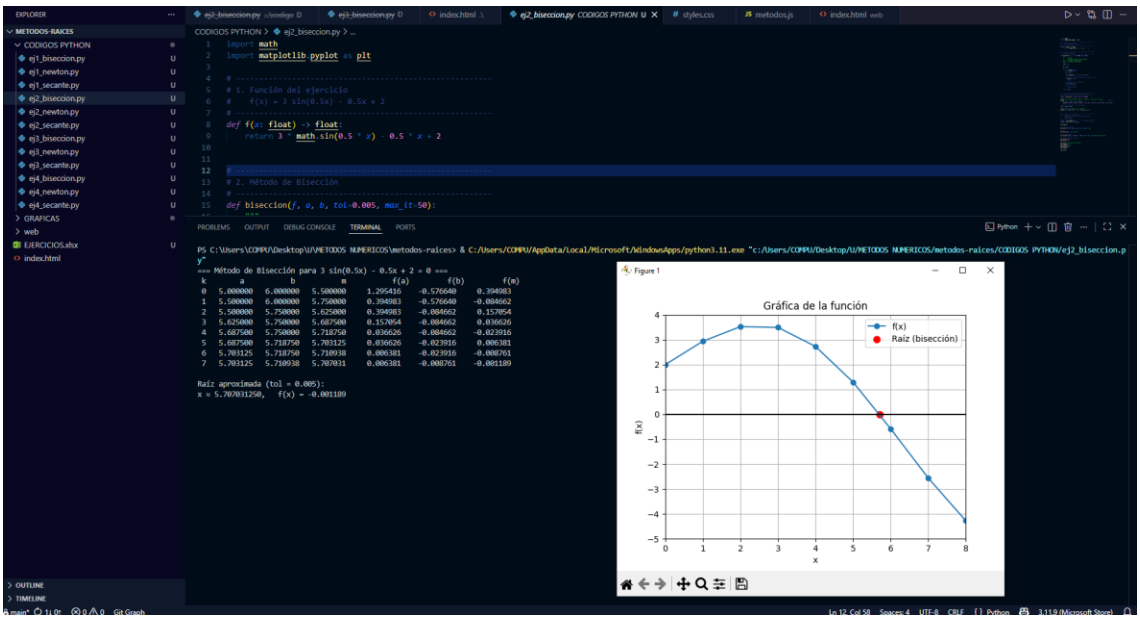


METODO NEWTON

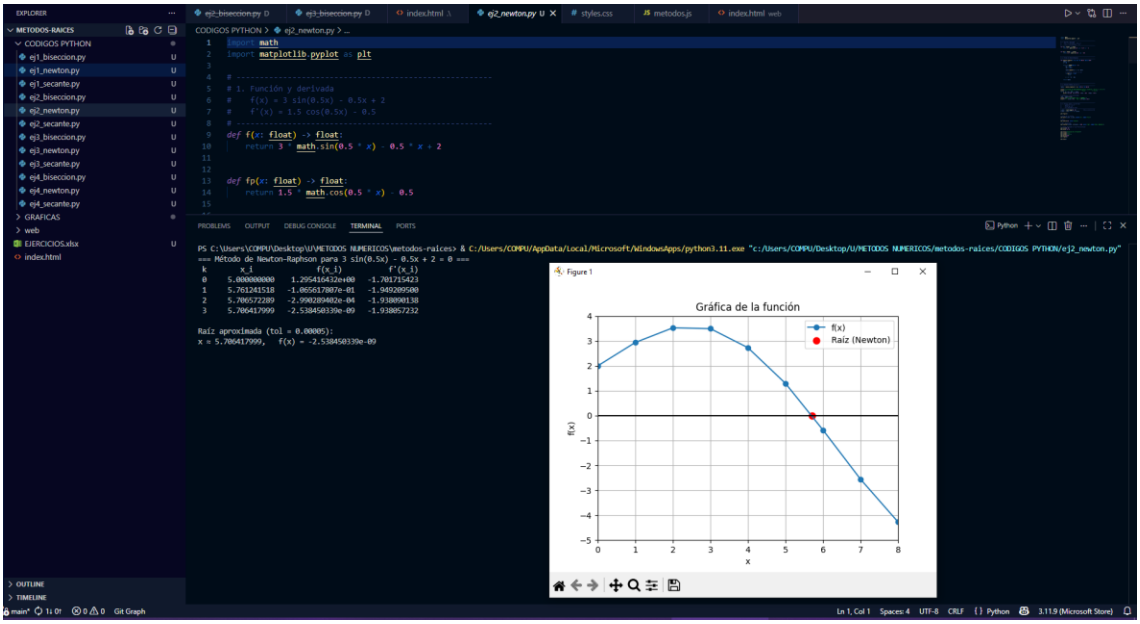


METODO SECANTE

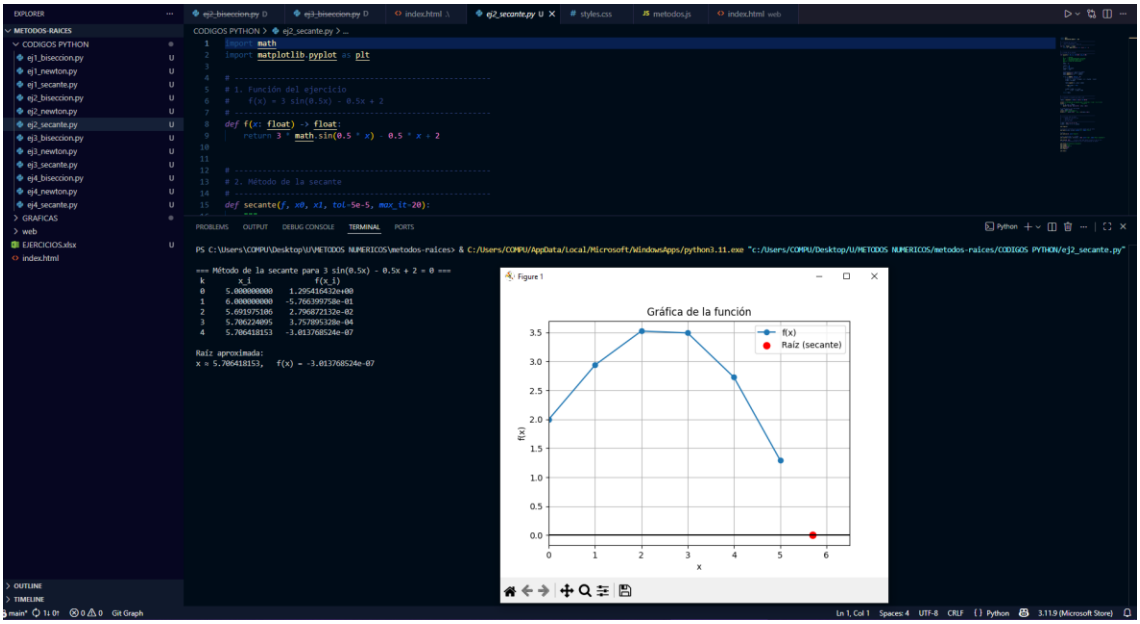
EJERCICIO 2
METODO BISECCION



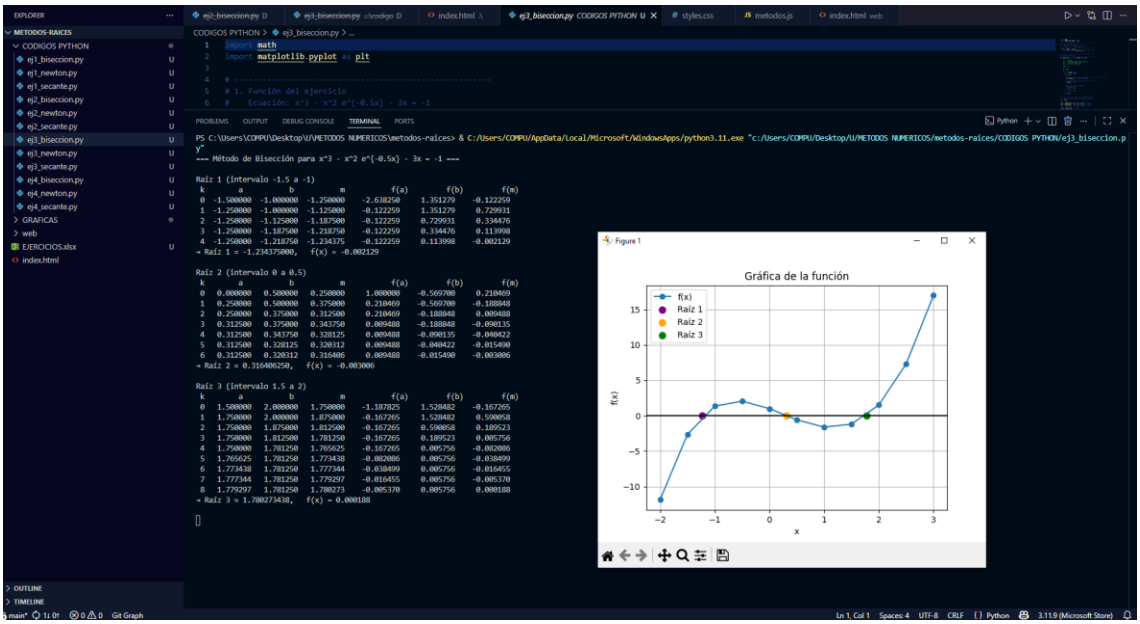
METODO NEWTON



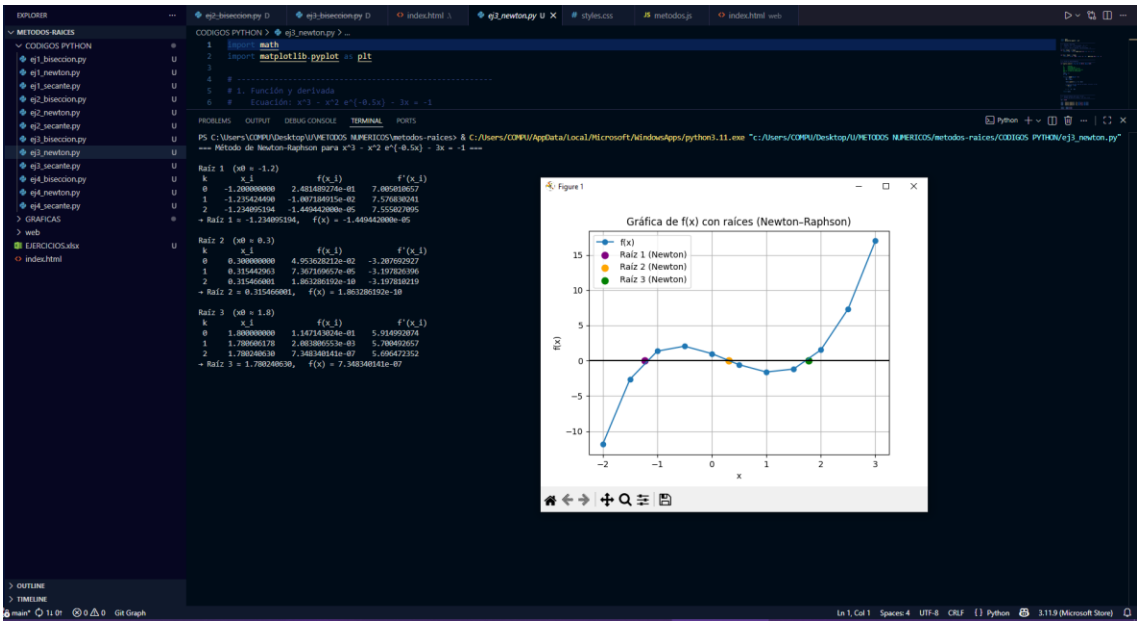
METODO SECANTE



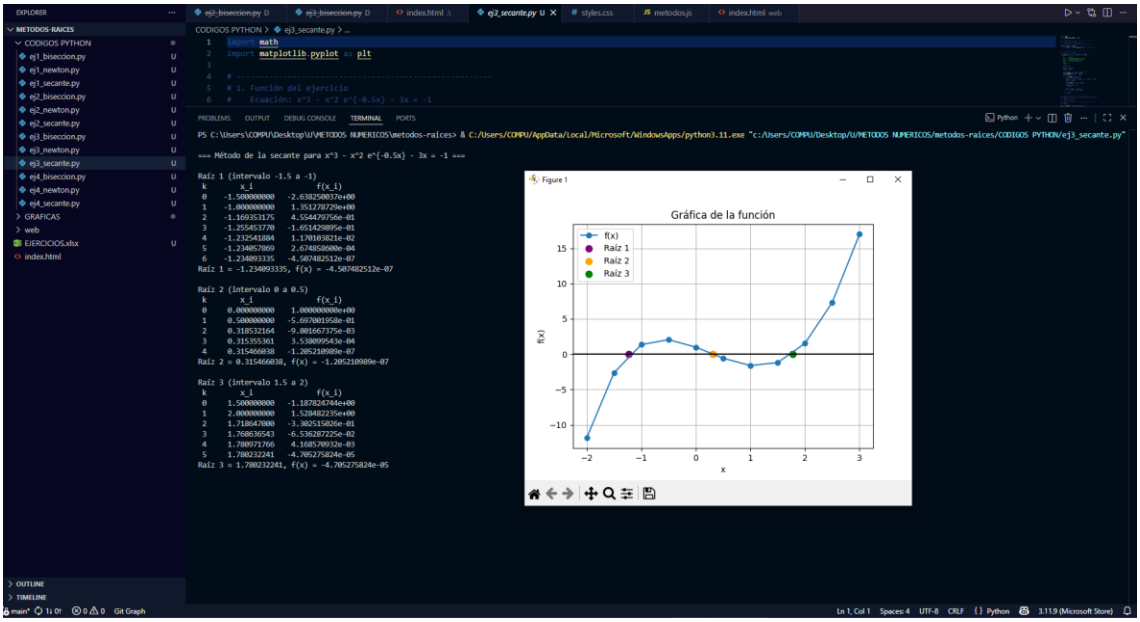
EJERCICIO 3
METODO BISECCION



METODO NEWTON



METODO SECANTE



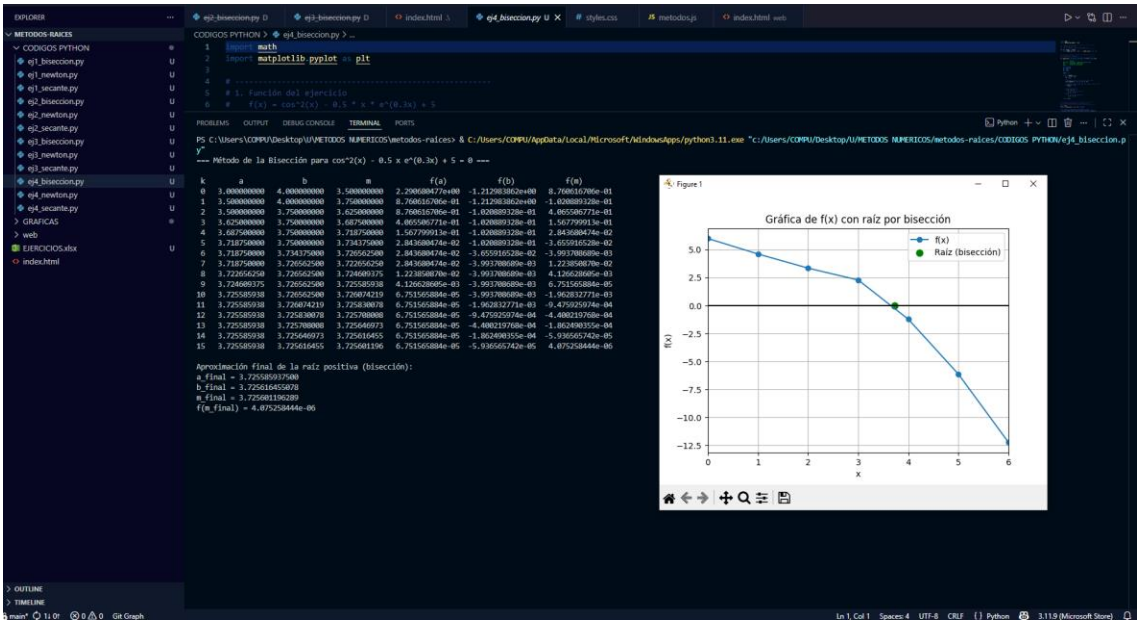

```
=== Método de la secante para x^3 - x^2 e^(-0.5x) - 3x = -1 ===

Raíz 1 (intervalo -1.5 a -1)
 k        x_i              f(x_i)
 0   -1.500000000   -2.638250837e+00
 1   -1.000000000    1.353127829e+00
 2   -1.169353175    4.554479756e-01
 3   -1.255453770   -1.651429895e-01
 4   -1.232541884    1.170103821e-02
 5   -1.234057869    2.674858600e-04
 6   -1.234093335   -4.507482512e-07
Raíz 1 ≈ -1.234093335, f(x) = -4.507482512e-07

Raíz 2 (intervalo 0 a 0.5)
 k        x_i              f(x_i)
 0    0.000000000    1.000000000e+00
 1    0.500000000   -5.697001958e-01
 2    0.318532164   -9.801667375e-03
 3    0.315355361    3.538099541e-04
 4    0.315466038   -1.205210889e-07
Raíz 2 ≈ 0.315466038, f(x) = -1.205210889e-07

Raíz 3 (intervalo 1.5 a 2)
 k        x_i              f(x_i)
 0    1.500000000   -1.187824744e+00
 1    2.000000000    1.528482235e+00
 2    1.718647000   -3.302515026e-01
 3    1.768636543   -6.536287225e-02
 4    1.780971766    4.168570932e-03
 5    1.780232241   -4.705275824e-05
Raíz 3 ≈ 1.780232241, f(x) = -4.705275824e-05
```

EJERCICIO 4
METODO BISECCION




```
=== Método de la Bisección para cos^2(x) - 0.5 x e^(0.3x) + 5 - 0 ===

 k        a              b              m              f(a)             f(b)             f(m)
 0   3.000000000    4.000000000    3.500000000    2.290680477e+00  -1.212983862e+00   8.760616706e-01
 1   3.500000000    4.000000000    3.750000000    8.760616706e-01  -1.212983862e+00  -1.020889328e-01
 2   3.500000000    3.750000000    3.625000000    8.760616706e-01  -1.020889328e-01   4.065586771e-01
 3   3.625000000    3.750000000    3.687500000    4.065586771e-01  -1.020889328e-01   1.567799913e-01
 4   3.687500000    3.750000000    3.718750000    1.567799913e-01  -1.020889328e-01   2.843680474e-02
 5   3.718750000    3.750000000    3.734375000    2.843680474e-02  -1.020889328e-01  -3.655916528e-02
 6   3.718750000    3.734375000    3.726562500    2.843680474e-02  -3.655916528e-02  -3.993708689e-03
 7   3.718750000    3.726562500    3.722656250    2.843680474e-02  -3.993708689e-03   1.223858070e-02
 8   3.722656250    3.726562500    3.724609375    1.223858070e-02  -3.993708689e-03   4.126628605e-03
 9   3.724609375    3.726562500    3.725585938    4.126628605e-03  -3.993708689e-03   6.751565884e-05
10   3.725585938    3.726562500    3.726074219    6.751565884e-05  -3.993708689e-03  -1.962832771e-03
11   3.725585938    3.726074219    3.725830078    6.751565884e-05  -1.962832771e-03  -9.475925974e-04
12   3.725585938    3.725830078    3.725708008    6.751565884e-05  -9.475925974e-04  -4.400219768e-04
13   3.725585938    3.725708008    3.725646973    6.751565884e-05  -4.400219768e-04  -1.862490355e-04
14   3.725585938    3.725646973    3.725616455    6.751565884e-05  -1.862490355e-04  -5.936565742e-05
15   3.725585938    3.725616455    3.725601196    6.751565884e-05  -5.936565742e-05   4.075258444e-06

Aproximación final de la raíz positiva (bisección):
a_final = 3.725585937500
b_final = 3.725616455078
m_final = 3.725601196289
f(m_final) = 4.075258444e-06
```

METODO NEWTON

METODO SECANTE