

CH7 HOMEWORK

庞骏翔 ZY2417209

一. 1 Bundle_Adjustment

1、文献阅读（选读 1-5 节）(1) 因为 BA 方法其实很大程度上依赖于参数和代价函数之间的稀疏性，这种稀疏性的特殊结构可以大大降低运算的成本，提高运算的效率 (2) 3D 线、旋转、投影点、平面的参数化都是非线性的，并且全局参数化是有一定约束的（例如四元数的模是 1），或者是不需要内部的自由度，对于远距离的 3D 点，应该使用其次参数化 (X,Y,Z,W) ，近距离的点则使用 $(X,Y,Z,1)$ ；对于旋转而言，由于欧拉角会存在奇异值问题，应当使用带约束的四元数以及等效旋转矢量来进行参数化（描述）；误差模型的建立，平方损失函数的选择仅在高斯分布下成为 ML（极大似然）或 MAP（极大后验）；噪声的建模很重要，噪声建模的准，离群值就能被很好的估计，就不用使用鲁棒核函数；对于鲁棒核函数，则要限制 cost 函数，让其增长的不能过快

类牛顿方法的优点：收敛比较快；缺点：每次迭代的步长要求较高，计算的时间较长，计算二阶导数矩阵的工作量巨大（高斯牛顿一阶近似），远离最小值时，牛顿法的收敛是十分困难的；在鞍点附近，GN 法不是很理想

2、BAL-dataset

见 GenetaSLAM Project homework ch7 g2oBA

二. 2 直接法的 Bundle Adjustment

1、数学模型 (1) 这里的任意一点自己本身是带有图像亮度信息的，这一点需要十分注意，因此这里的 error 就是数据集中的 3D 点经过投影，在图像上的到一个 patch 的亮度信息 (16d 的一个数据，当然也可以 4x4)，和自己本身一个 patch 的亮度信息之差 (2) 特别需要注意，这里的每个 error 是关联 2 个优化变量的，一个是相机的位姿，另外一个为点云的 3D 数据，二者同时进行优化算法的更新，所以在程序中要注意传入 `dynamic_cast` (3) 这里直接使用 `g2o` 的自动求导 (自动计算数值雅可比) 功能，需要雅可比的话可以根据上面的式子求导看看

2、实现 (1) 逆深度参数化：用 (\cdot, \cdot) 表示，其中 $\cdot = 1/z$ 。优势在于对远距离点的优化更稳定，特别适合单目 SLAM。齐次坐标参数化：用 4D 齐次坐标 $[x,y,z,w]$ ，但需归一化（如 $w=1$ ）。球坐标参数化：用 (r, \cdot) 表示，适用于某些特殊场景（如全景相机）。(2) 按照道理来讲，更大一些的 patch 可以观察更多的信息让算法受光照的影响减小（这里存在纹理的问

题), 但是实际上还有几何特性, 我认为灰度不变假设只能停留在一定大小的局部内, 超过这个局部大小, 算法可能匹配到其它位置灰度相近的像素点, 当然, 更大的 patch 也意味着更大的计算量, 但太小的 patch 又会显著受到光照的影响, 因此认为 patch 的大小适中是较为合适的 (3) 见下图

对比维度	直接法	特征点法
优化目标	最小化像素亮度误差 (光度一致性)	最小化重投影误差 (几何一致性)
误差定义	像素级差异 (如L1/L2范数)	特征点位置差异 (如欧氏距离)
雅可比计算	需计算图像梯度 ($\frac{\partial I}{\partial u}$)	仅需几何投影导数 ($\frac{\partial \pi}{\partial T}$)
适用场景	弱纹理、运动模糊、低分辨率图像	高纹理、稳定光照、特征丰富的环境
计算开销	高 (每个像素参与优化)	低 (仅特征点参与)

图 1: 特征点法直接法区别

(4) 感觉得设置初值之后看情况调整
见 GenetaSLAM Project homework ch7 directBA