CH3 HOMEWORK

庞骏翔　ZY2417209

一. 2 图像去畸变

见 GenetaSLAM Project homework ch4 undistort

把 u、v 先转化为归一化坐标，即将 u、v 增维坐标构成 $\mathbb{R}^3$ 向量，然后左乘内参矩阵的逆，这样就得到了归一化坐标，再用多项式公式得到正确的归一化平面坐标，再增维用内参矩阵左乘得到再图像上的正确位置

二. 3 双目视差的使用

见 GenetaSLAM Project homework ch4 Binocular Imaging

也是套公式的题，要注意的是视差是最难计算的，有了视差就可以计算 Z，即物体到相机距离（远近），然后这里因为只有一个时刻的图像，所以实际可以把世界系和相机系重合（R=I,t=0），相当于 T 位姿矩阵为单位阵（这样理解右下角元素肯定为 1 了）

三. 4 矩阵微分

1、设 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_N]^T$，$\mathbf{A} = [a_{ij}]_{N\times N}$，

则 $\mathbf{Ax} = \left[\sum_{j=1}^N a_{1j}x_j, \sum_{j=1}^N a_{2j}x_j, \cdots, \sum_{j=1}^N a_{Nj}x_j\right]^T$。

根据向量对向量求导的定义，$\frac{d(\mathbf{Ax})}{d\mathbf{x}}$ 的 (i,j) 元素为 $\frac{\partial(\mathbf{Ax})_i}{\partial x_j}$。

$(\mathbf{Ax})_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}x_j$，对 x_j 求偏导得 $\frac{\partial(\mathbf{Ax})_i}{\partial x_j} = a_{ij}$。

所以 $\frac{d(\mathbf{Ax})}{d\mathbf{x}} = \mathbf{A}$。

2、设 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_N]^T$，$\mathbf{A} = [a_{ij}]_{N\times N}$，

则 $\mathbf{Ax} = \left[\sum_{j=1}^N a_{1j}x_j, \sum_{j=1}^N a_{2j}x_j, \cdots, \sum_{j=1}^N a_{Nj}x_j\right]^T$。

根据向量对向量求导的定义，$\frac{d(\mathbf{Ax})}{d\mathbf{x}}$ 的 (i,j) 元素为 $\frac{\partial(\mathbf{Ax})_i}{\partial x_j}$。

$(\mathbf{Ax})_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}x_j$，对 x_j 求偏导得 $\frac{\partial(\mathbf{Ax})_i}{\partial x_j} = a_{ij}$。所以 $\frac{d(\mathbf{Ax})}{d\mathbf{x}} = \mathbf{A}$。

3、设 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_N]^T$，$\mathbf{A} = [a_{ij}]_{N\times N}$。

- 左边：$\mathbf{x}\mathbf{A}^T\mathbf{x} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i a_{ji} x_j$。

- 右边:$\mathbf{Axx}^T$ 是一个 $N\times N$ 的矩阵,$(\mathbf{Axx}^T)_{ii} = \sum_{j=1}^N a_{ij}x_jx_i$。则 $\mathrm{tr}(\mathbf{Axx}^T) = \sum_{i=1}^N (\mathbf{Axx}^T)_{ii} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij}x_jx_i$。

由于 $\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i a_{ji} x_j = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} a_{ij} x_j x_i$，
所以 $\mathbf{x}\mathbf{A}^T\mathbf{x} = \mathrm{tr}(\mathbf{A}\mathbf{x}\mathbf{x}^T)$ 得证。

四. 5 高斯牛顿法的曲线拟合实验

见 GenetaSLAM Project homework ch4