Solution

1.La matrice A de f dans la base canonique est définie comme étant la matrice dont les vecteurs colonnes sont les images des vecteurs de la base canonique.

$f(e_1) = \begin{pmatrix} 3,1,1 \end{pmatrix}$ $f(e_2) = \begin{pmatrix} 1,3,1 \end{pmatrix}$ $f(e_3) = \begin{pmatrix} 1,1,3 \end{pmatrix}$ Ainisi

$$A = \begin{pmatrix} 311 \\ 131 \\ 113 \end{pmatrix}$$

2.. Soit $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ tel que: $AX = 2X$. Ceci est équivalant à

$$X \in \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / 3x + y + z = 2x, x + 3y + z = 2y, x + y + 3z = 2z\}$$

or $\begin{cases} 3x + y + z \ \ \&= 2x \\ x + 3y + z = 2y \\ x + y + 3z \ \ \&= 2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x + y + z = 0$

Tout vecteur $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, qui verifie la condition $x + y + z = 0$, est solution de l'équation $AX = 2X$