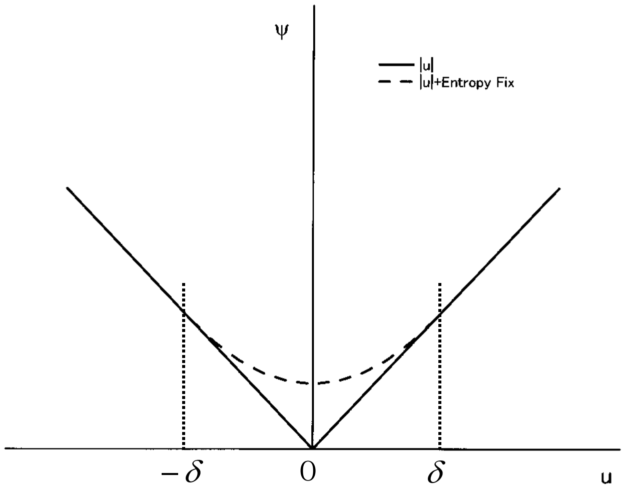
ＦＤＳ法のＢｕｒｇｅｒｓ方程式に対する数値流束は次式で与えられる．



$$\tilde{f} = \frac{1}{2}\left[F_L + F_R - \psi(\bar{\bar{u}})(u_R - u_L)\right]$$
$$\bar{\bar{u}} \equiv \frac{1}{2}(u_L + u_R)$$

ここで、

$$\psi(\bar{\bar{u}}) = \left|\bar{\bar{u}}\right|$$

である．　たとえば、

$$\overline{u}_{i-2} = \overline{u}_{i-1} = -U, \quad \overline{u}_i = \overline{u}_{i+1} = +U$$

のような場合、

$$\tilde{f}_{i-3/2} = \tilde{f}_{i-1/2} = \tilde{f}_{i+1/2} = \frac{1}{2}U^2$$

となってしまい、$\overline{u}_{i-1}, \overline{u}_i$ の値は時間を進めても変化しない．これによって、膨張衝撃波を許すことになる．（数学的な解ではあるが、これを物理的な制約の下で考えるならば、Entropy 条件を破ることに相当する．）　このようなことが起きるのは、数値拡散係数を与える関数ψが絶対値関数であり、引数がゼロの時ゼロとなり、数値拡散が消滅することによるものである．

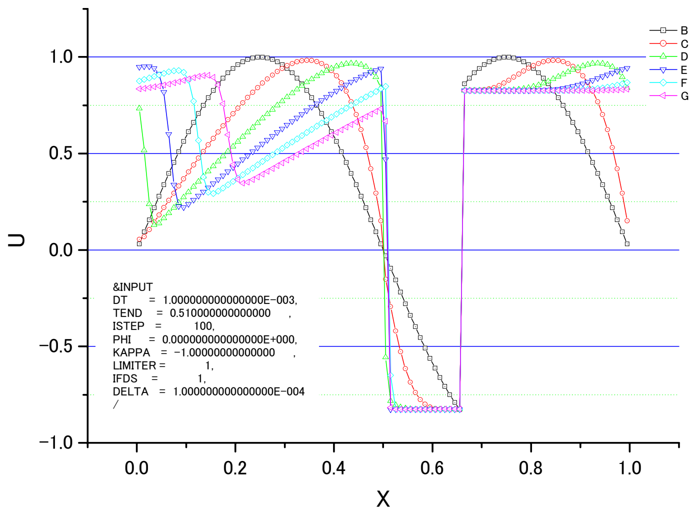
従って、関数ψをゼロ付近で修正し、常に、必要かつ最小限の数値粘性が入るようにすればよい．
ここでは、次の関数形を考える．

$$\psi(\bar{\bar{u}}) = \left|\bar{\bar{u}}\right| \qquad ; \left|\bar{\bar{u}}\right| \geq \delta$$
$$= \frac{1}{2\delta}(u^2 + \delta^2) \qquad ; \left|\bar{\bar{\mathrm{u}}}\right| < \delta$$

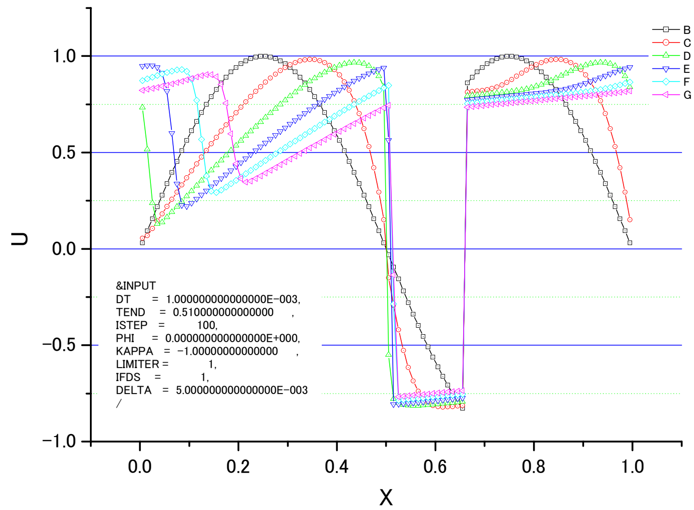
δはパラメータであり、数値実験によって、適切な値を定める．

FDS $\phi = 0$

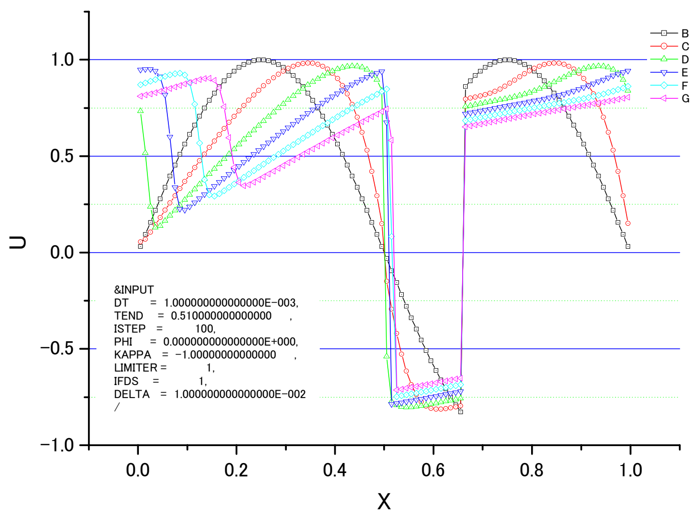
B: t=0, C: t=0.1, D: t=0.2
E: t=0.3, F: t=0.4, G: t=0.5



$\delta = 10^{-4}$

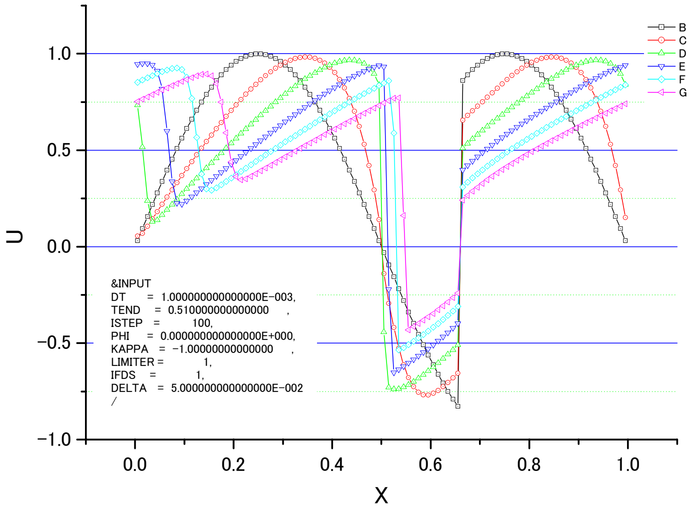


$\delta = 5 \times 10^{-3}$

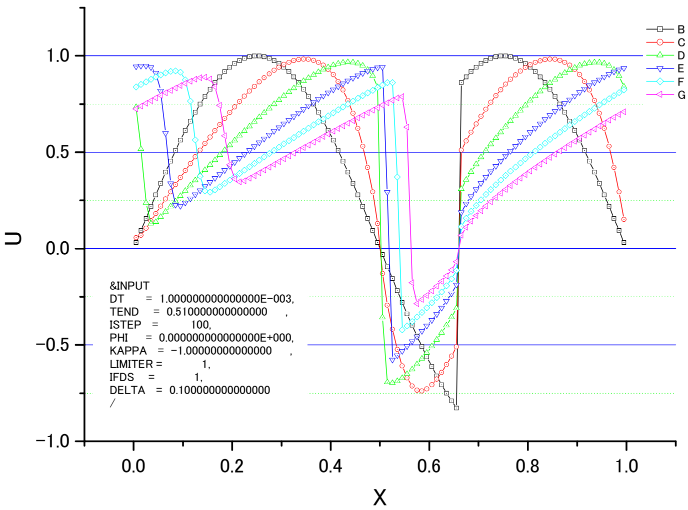


$\delta = 10^{-2}$

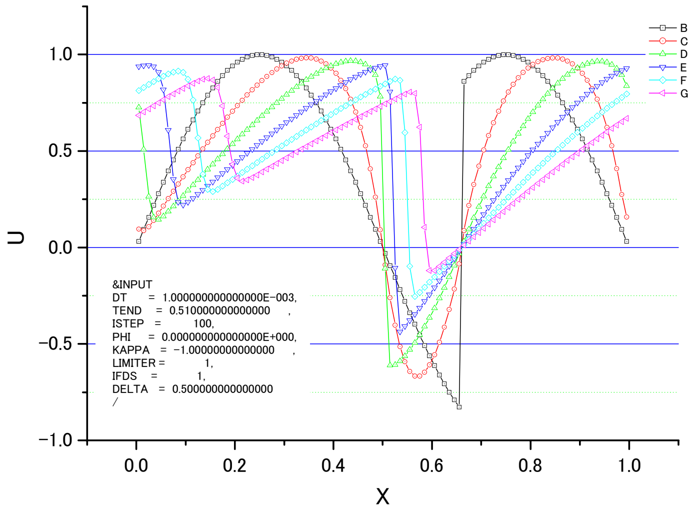
FDS $\phi = 0$



$\delta = 5 \times 10^{-2}$

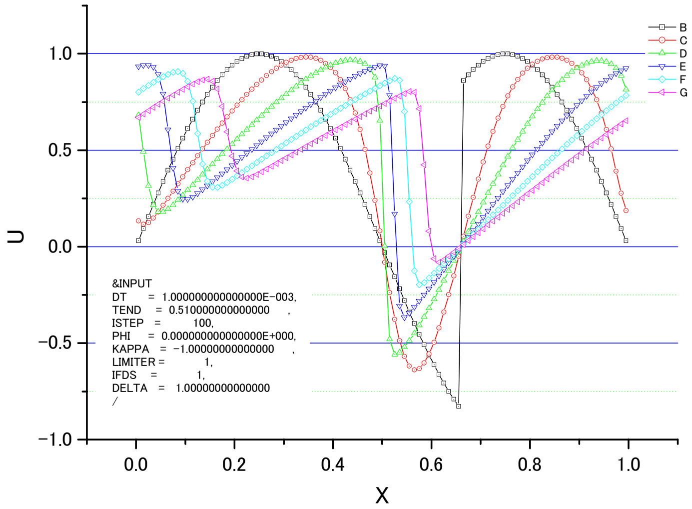


$\delta = 10^{-1}$

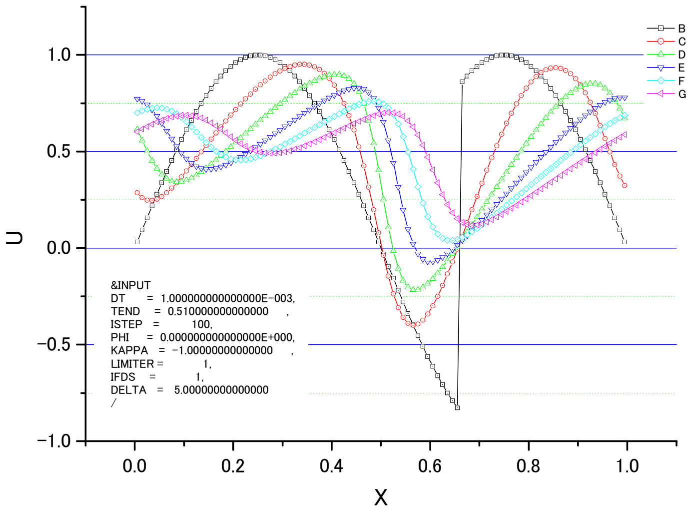


$\delta = 5 \times 10^{-1}$

FDS　　$\phi = 0$



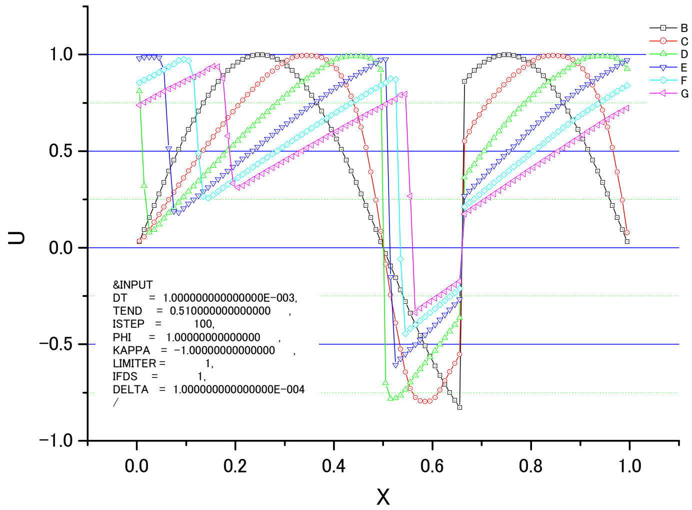
$\delta = 1$



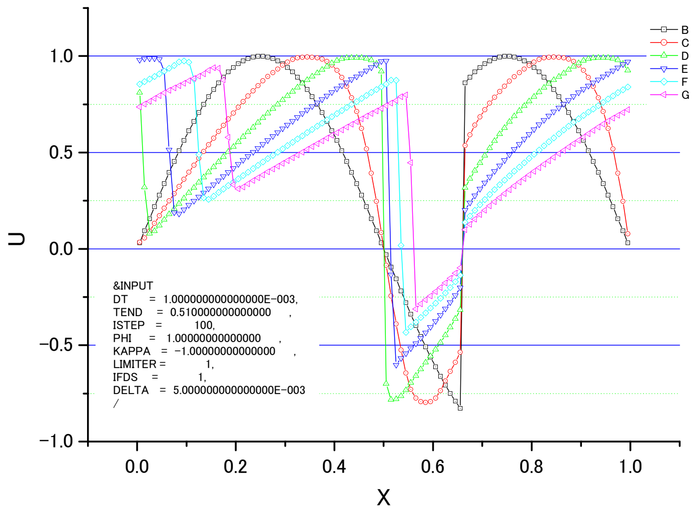
$\delta = 5$

FDS $\phi = 1, \quad \kappa = -1$

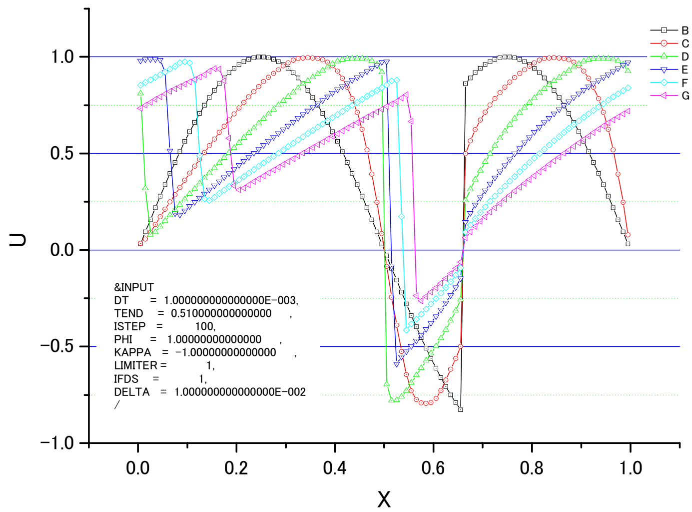
B:t=0.0 C:t=0.1, D:t=0.2
E:t=0.3, F:t=0.4, G:t=0.5



$\delta = 10^{-4}$

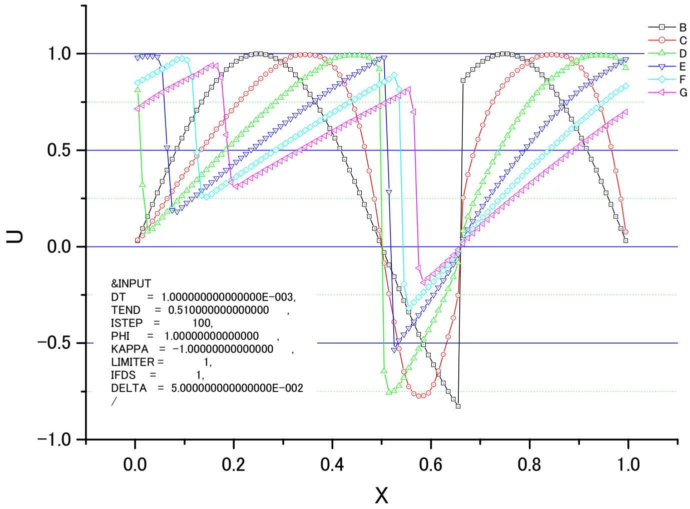


$\delta = 5 \times 10^{-3}$

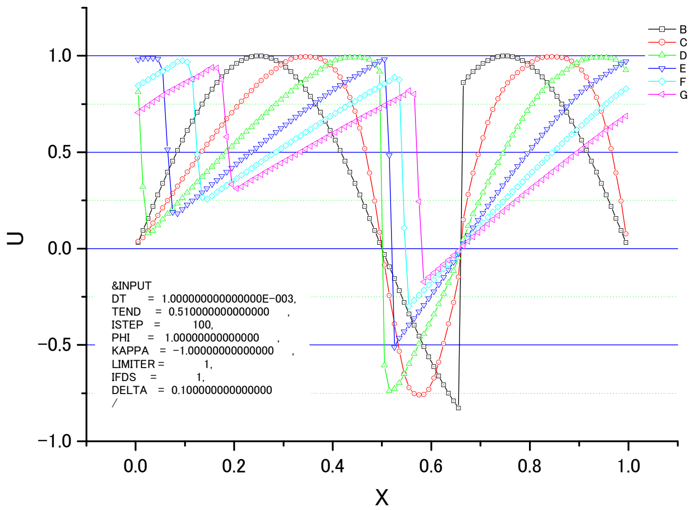


$\delta = 10^{-2}$

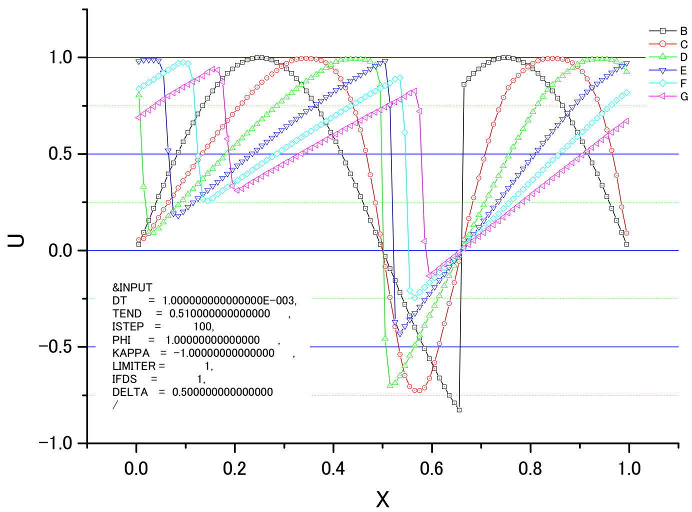
FDS $\phi = 1, \quad \kappa = -1$



$\delta = 5 \times 10^{-2}$

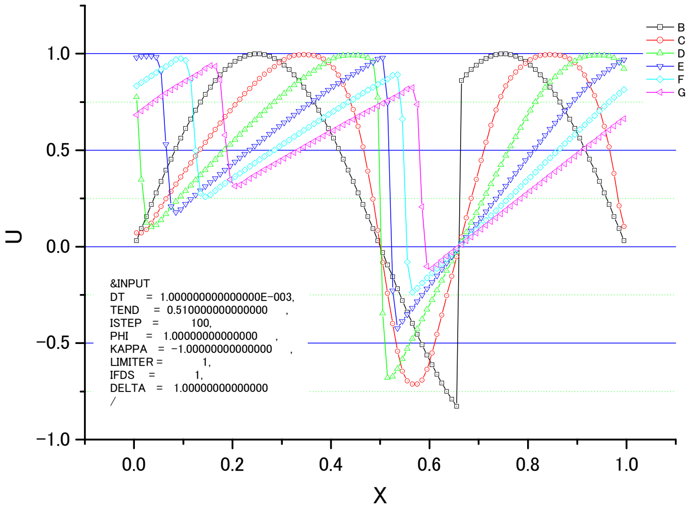


$\delta = 10^{-1}$

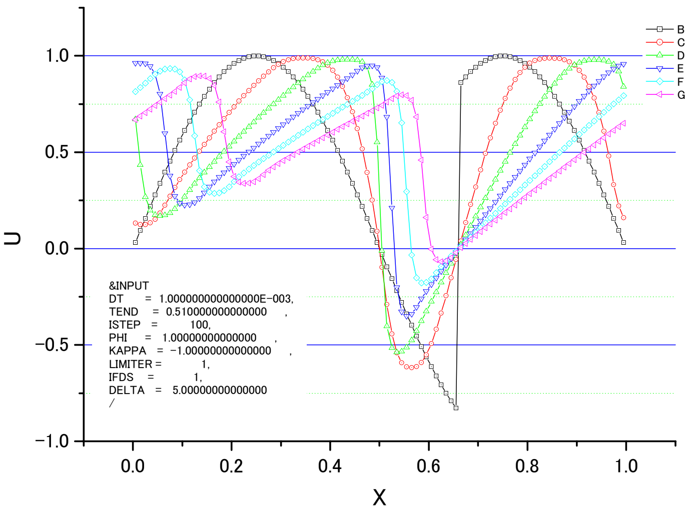


$\delta = 5 \times 10^{-1}$

FDS　　$\phi = 1, \quad \kappa = -1$



$\delta = 1$



$\delta = 5$

- 高次精度近似を使うことが重要
- $\delta = 0.5$ 程度が適切な量

以上

追加

先述の数値拡散項は膨張衝撃波を除去するのに効果的であったが、δ を大きくするにつれて衝撃波が鈍ってしまうため、適切な量を選定する必要がある.

そこで、δ を大きくしても衝撃波が鈍らないようにするため、さらに工夫する.

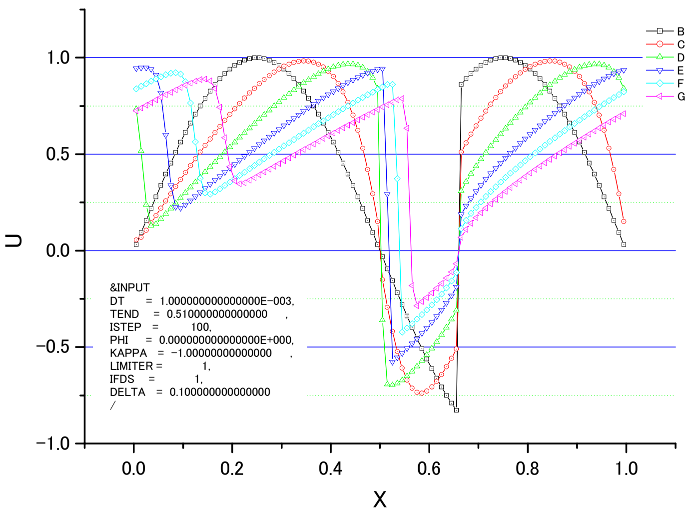
膨張衝撃波が生じるのは、

$u_R \geq 0$　　かつ　　$u_L \leq 0$

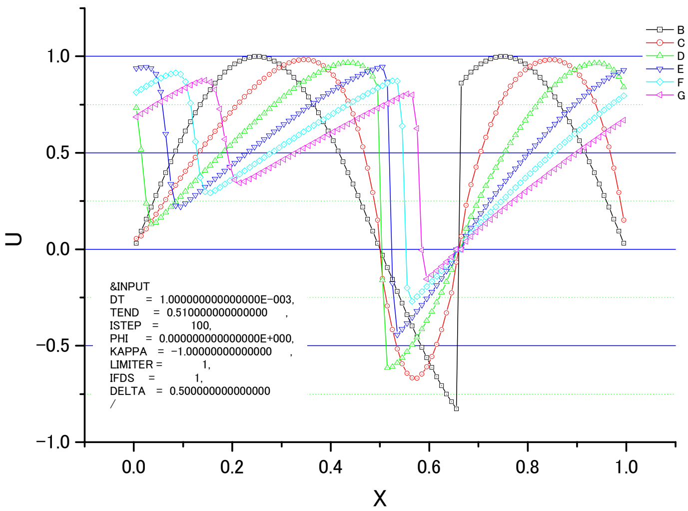
が成立しているときである.　従って、この場合にのみ、Entropy Fix を施すようにすればよい.

このように修正した場合の計算結果を以下に示す.

FDS　　$\phi = 0$

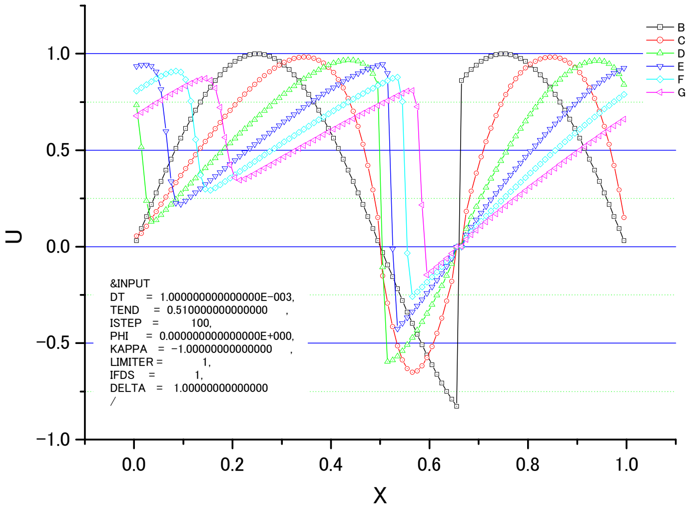


$\delta = 0.1$

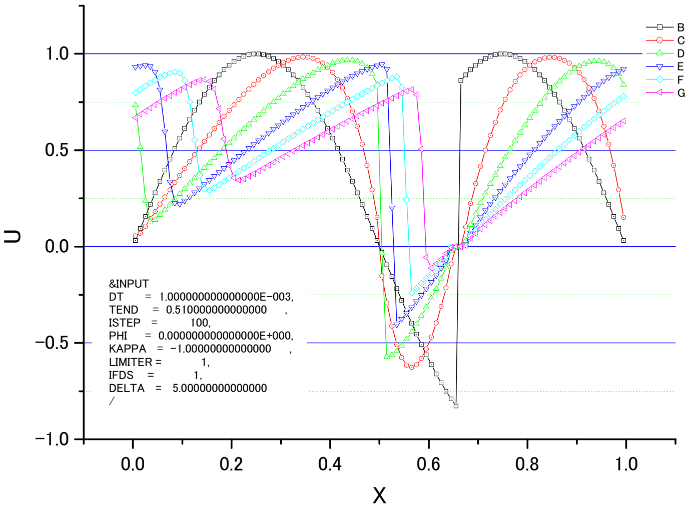


$\delta = 0.5$

FDS　　$\phi = 0$



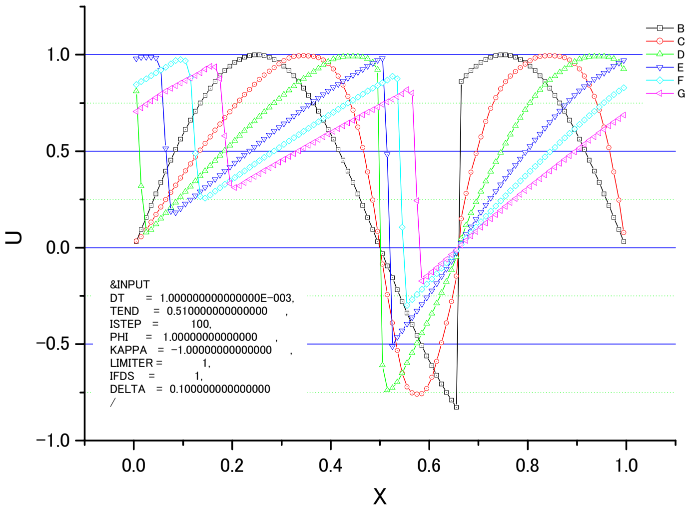
$\delta = 1$



$\delta = 5$

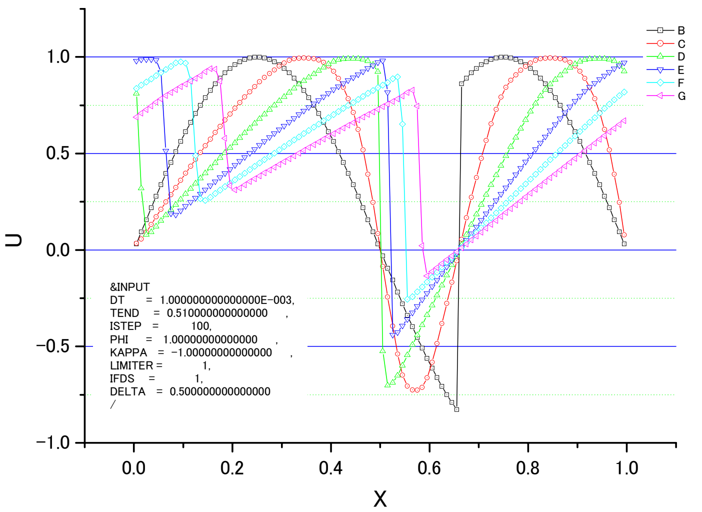
FDS　　$\phi = 1, \quad \kappa = -1$

B:t=0.0 C:t=0.1, D:t=0.2
E:t=0.3, F:t=0.4, G:t=0.5

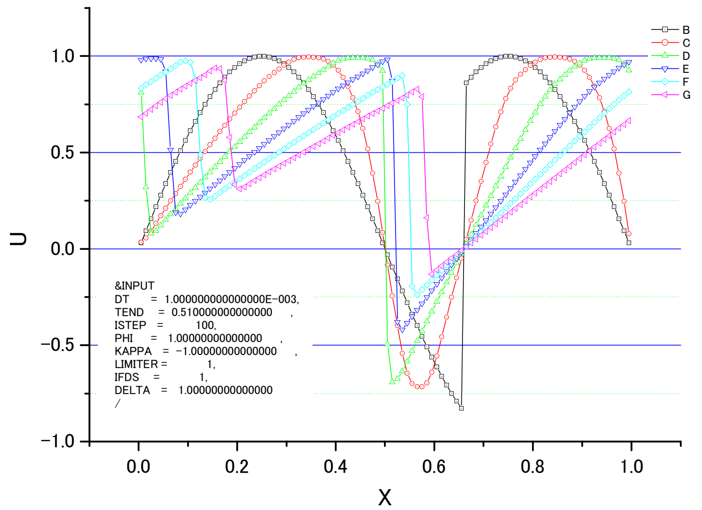


$\delta = 0.1$

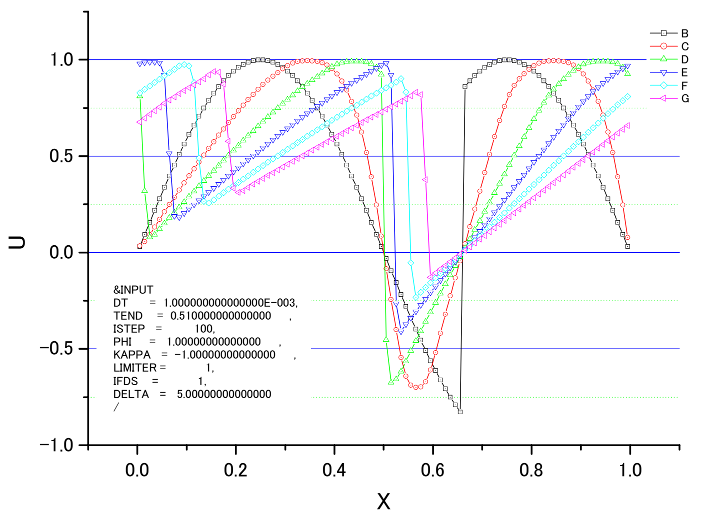
FDS $\phi = 1, \quad \kappa = -1$



$\delta = 0.5$



$\delta = 1$



$\delta = 5$