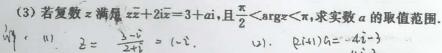
## 42. 复数的基本概念 22+1= 4-3 一、基本训练题 1. 若 x 是纯虚数, y 是实数, 且 2x-1+i=y-(3-y)i, 则 $x=-\frac{5}{2}$ 2. 已知 $i^{3m} = i^{n} (m, n \in \mathbb{Z})$ ,则 $i^{m+n} =$ 3. 设复数 $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$ ,写出两个一为纯虚数的必要且不充分条件是 1040 4. 如果之为复数,那么由复数 z,z,z,|z|,|z|,|z|,|z²,|z²|所组成的集合中,最多含有的元 素个数是 (A) 4 (B) 5 (C) 6 5. 设 z1, z2 为复数,则下列四个结论中正确的是 (C) $z_1^2 + z_2^2 = 0$ 的充要条件是 $z_1 = z_2 = 0$ (D) $z_1 z_2 + z_1 z_2$ 一定是实数 二、典型例题

1. 已知  $x = \sqrt{2a+1} + ai(a \in \mathbb{R}$  且  $a \ge -\frac{1}{2}$ ),若 z = x - |x| + (1-1)分别为实数、虚数、纯 虚数和在第二条限;求实数 a 的取值. 金额: G=1 43. [X] = [ ]a+1= a+1 = orth. 虚如: G≠1 (az-5). : = Jaal + ai - a-1 +1- 2 往春和 公丁七十 2. (1) 复数  $z = \frac{(1+i)^2 + 3(1-i)}{2+i}$ , 若  $z^2 + az + b = 1 + i$ , 求实数 a,b 的值;

(2) 已知 a-1+2ai=-4+4i,来复数 a;



-20 + (1-i) a+b=1+2.

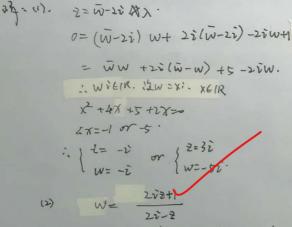
12 2: x+y2. (x-yer). X+4+22(x-42)=3+a2

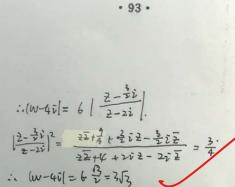
3. 复数之前 w 满足: zw+2iz 2iw+1=0.

(1) 若w-z=2i,求z和w;

, 1 x2+y2+2y=3 : 86(-53,0)

(2) 求证: 若 |z| = √3, 则 |τυ-4i|的值是一个常数,并求出这个常数. ∴ akt-2√3, o





三、测试颗

Hix - H22 y = 2+322 1.  $x, y \in \mathbb{R}, \underline{\mathbb{H}} \frac{x}{1-i} - \frac{y}{1-2i} = \frac{5}{1-3i}, \underline{\mathbb{M}} x = \underline{\hspace{1cm}}$ 

2. 复数 =  $\frac{a^2-3a-4}{a+7}+(a^2-5a-6)i(a\in\mathbb{R})$ , 当 a=-1 时, z 是实数; 当 a‡-1,6,-7 府·z 是虚数;当 a \_\_4 时,z是纯虚数;当a = 时,z=0.

3. 计算 i+2i²+3i³+√·+100i¹00= 50-50 i i-2-3i+4+52-60-47+8 こ 4. 下列四个命題: ① 満足 z== 的复数只有±1, 対i;② 若 a,b∈R,且 a=b,则(a-b)+ (a+b)i 是纯虚数;③ 复数 z∈R 的充要条件是 z=z;④ 复平面内, z 轴是实轴, y 轴是虚轴. 其中正确的有

(A) 0个

(B) 1个

(C) 2个

(D) 3 个

5. 已知 |z|=1 且  $z^2\neq -1$  ,则复数  $\frac{z}{z^2+1}$ 

(A) 必为实数

(C) 是虚数,但不一定是纯虚数

- (D) 可能是实数,也可能是虚数
- 6. 设 z 是纯虚数,且 zz+iz-iz=0,求 z.

7. 已知|z|=1,且 $z^2+2z+\frac{1}{z}<0$ ,求复数 z.

1.(2/2).

8. 设z为虚数, $u=\frac{z-1}{z+1}$ ,求证u为纯虚数的充要条件是|z|=1.

順. 克か他: 場間=1, 町  $u = \frac{2-1}{2+1} = \frac{2-1(2+1)^2}{(2+1)^2} = \frac{2-2}{(2+1)^2} = \frac{1m^2}{(2+1)^2} i かはなれ、$ 及發生: 若 以为任益处。 (制于 以二 至十 = (2×1)(至+1) (2×1)2 = (2×1)2 近七一五首任道收 : (2/2/20.

四、说明

- 1. 若复数 $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$ ,则实数a,b分别叫复数z的实部和虚部,由此可见任一复 数的实部、虚部都是实数,不要错误地认为 $z=a+bi(a,b\in R)$ 的虚部是 bi. 当 b=0 时,z 为实 数;当 $b\neq 0$ 时,z是虚数;当 $b\neq 0$ 且a=0时,z是纯虚数.不要把复数集当作是虚数集;实数集 R 是复数集 C 的真子集;纯虚数集是虚数集的真子集;而虚数集也是复数集的真子集;R \(\) { 虚 数}=Ø,RU{虚数}=C.
- 2. 复数 z=a+bi 和  $z=a-bi(a,b\in\mathbb{R})$  互为共轭复数.  $z\in\mathbb{R}$   $\Leftrightarrow z=z$ ; 当  $z\neq 0$  时, z 为纯虚 数 $\leftrightarrow z+z=0$ ;对于任意复数z均有: $z+z\in R$ ; $|z|^2=|z|^2=z\bar{z}$ .利用这些结论,往往可以使问 题得到简洁明快的解决,