

59. 综合应用

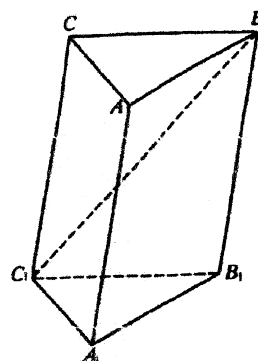
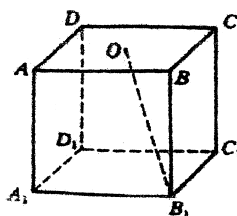
一、基本训练题

1. 如图, $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是棱长为 a 的正方体, O 是上底面 $ABCD$ 的中心, 则异面直线 OB_1 与 BC 所成角的正切值为_____.

2. $P-ABC$ 是三棱锥, $\angle APB = \angle BPC = \angle CPA = 60^\circ$, $PA = a$, 则点 A 到平面 PBC 的距离为_____.

3. 如图, 斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $BC_1 \perp AC$, 则 C_1 在底面 ABC 上的射影 H 必在 ()

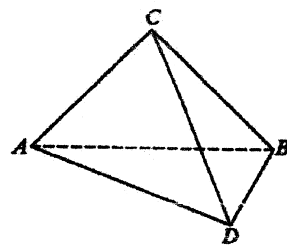
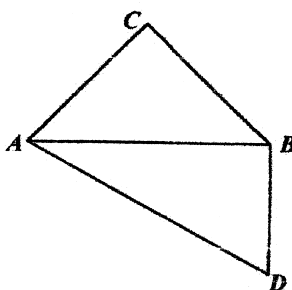
- (A) 直线 AB 上 (B) 直线 BC 上
(C) 直线 CA 上 (D) $\triangle ABC$ 的内部



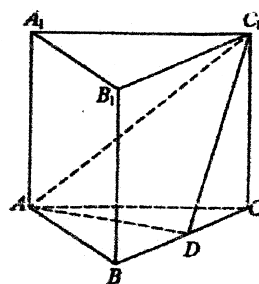
二、典型例题

1. 将一副三角板放在同一个平面上组成左图所示的四边形 $ACBD$, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$; $\triangle ABD$ 中, $\angle ABD = 90^\circ$, $\angle D = 60^\circ$, 设 $AC = a$, 现将四边形 $ACBD$ 沿着 AB 翻折成直二面角 $C-AB-D$, 连结 CD 得一个四面体(如右图).

- (1) 求证: 平面 $ACD \perp$ 平面 BCD ;
(2) 求直线 AD 和 BC 所成的角;
(3) 求直线 AD 和平面 BCD 所成的角;
(4) 求平面 ACD 和平面 ABD 所成二面角(锐角)的大小.



2. $ABC-A_1B_1C_1$ 是各棱长相等的正三棱柱, D 是 BC 上一点, $\angle ADC_1 = 90^\circ$, 求二面角 $D-AC_1-C$ 的大小.

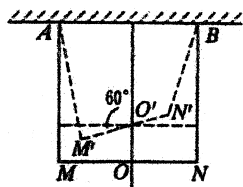


三、测试题

1. 设 α, β 表示平面, m 表示既不在 α 内也不在 β 内的直线, 存在下列三个事实: (1) $m \perp \alpha$; (2) $m \parallel \beta$; (3) $\alpha \perp \beta$. 若以其中两个作为条件, 另一个作为结论所组成的三个命题中, 正确命题的个数是_____.

2. 经过空间一点作直线和两条异面直线都成 60° 角, 若这两条异面直线也成 60° 角, 则这样的直线可以作_____条.

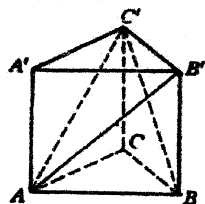
3. 在水平横梁上 A, B 两点处各挂长为 50cm 的细线 AM, BN , AB 的长为 60cm, 在 MN 处挂长为 60cm 的木条 MN 平行于横梁, 木条中点为 O , 若木条绕过 O 的铅垂线旋转角 60° , 则木条比原来升高了多少? ()



- (A) 10cm (B) 5cm
(C) $10\sqrt{3}$ cm (D) $5\sqrt{3}$ cm

4. 一个气球以每分钟 14m 的垂直分速度由地面向上, 10 分钟后由观察点 D 测得气球在 D 的正东方向, 仰角为 45° ; 又经过 10 分钟后, 测得气球在 D 的北偏东 60° 方向, 仰角为 60° . 若气球是匀速直线运动, 求观察过程中的风向和风速.

5. 在正三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, 底面的边长为 6cm, 侧棱长为 $3\sqrt{3}$ cm, 过侧面对角线 AB' 且平行于另一侧面对角线 BC' 的平面与底面 ABC 所成二面角大小为 β (β 为锐角). (1) 求 β 的大小; (2) 求三棱锥 $A-BB'C'$ 的体积.

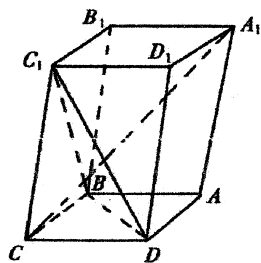


6. 如图, 已知平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是菱形, 且 $\angle C_1CB = \angle C_1CD = \angle BCD = 60^\circ$.

(1) 证明: $C_1C \perp BD$;

(2) 假定 $CD=2, CC_1=\frac{3}{2}$, 记面 C_1BD 为 α , 面 CBD 为 β , 求二面角 $\alpha-BD-\beta$ 的平面角的余弦值;

(3) 当 $\frac{CD}{CC_1}$ 的值为多少时, 能使 $A_1C \perp$ 平面 C_1BD ? 请给出证明.



四、说明

1. 直线与平面这一章是立几的基础部分, 通过复习应掌握立体几何中元素的位置判定; 平行、垂直的性质和判定; 角和距离的计算.

2. 把空间问题转化为同一平面内的问题, 这是立几中的重要方法, 应很好掌握.

3. 当给出的问题没有图形时, 应根据题意选择恰当的角度构图; 当有图形给出而需要添加辅助线时, 应充分注意添加的辅助线与原图形的元素的位置关系.

4. 证明题应注意推理的严密性; 计算题应注意计算方法的正确性, 先证某一对象是所要求的元素, 作、证、算是一般计算题的解题步骤——要求先证, 要证先作.