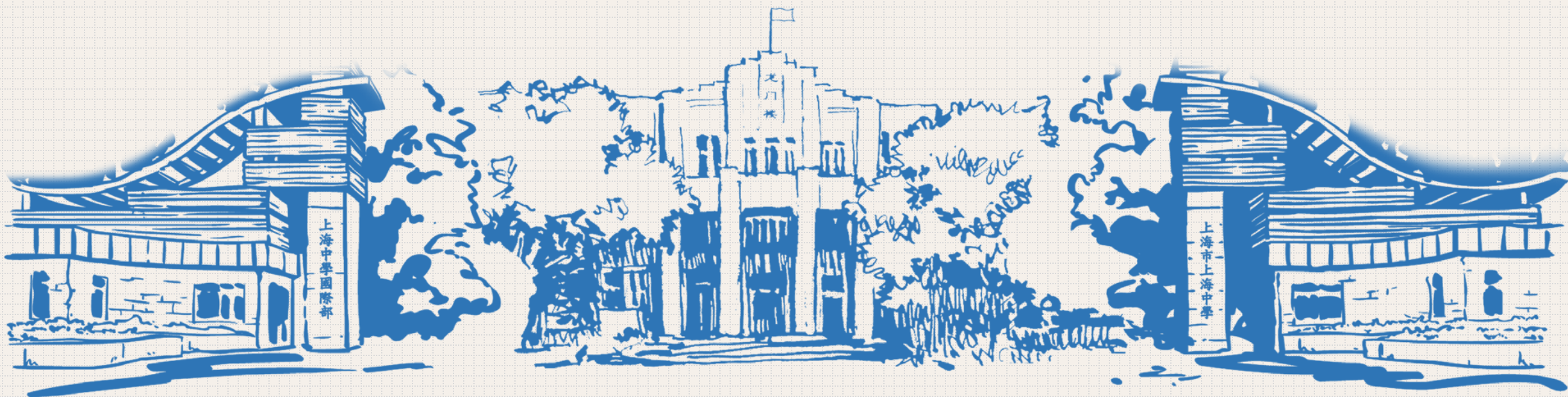




# 立体问题的 模型化思考

课程老师：吴坚





# 第一部分

## 『课堂导入』





# 第二部分

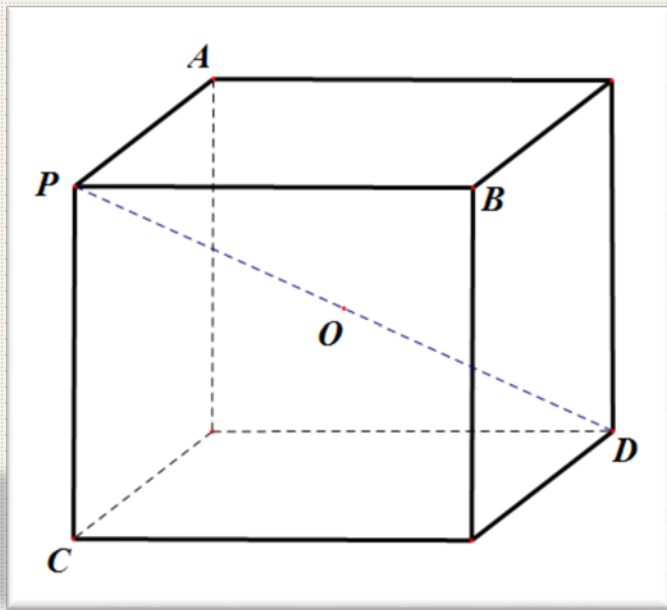
## 『应用举例』



## 例题选讲



例1.在球面上有 $P, A, B, C$ 四个点,若 $PA, PB, PC$ 两两垂直且均为1,那么球面的面积是\_\_\_\_\_.



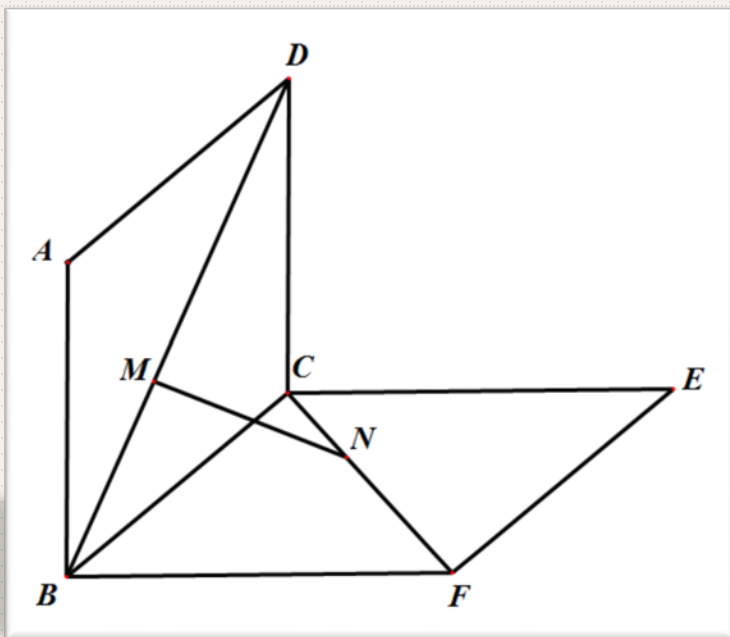
# 例题选讲



例2.已知 $ABCD$ 与 $CBFE$ 是全等的两个正方形,面 $BCEF$

$\perp$  面 $ABCD$ ,若  $\frac{BM}{MD} = \frac{CN}{NF} = \frac{1}{2}$ , 求证:  $MN$  为  $BD$  与  $CF$  的

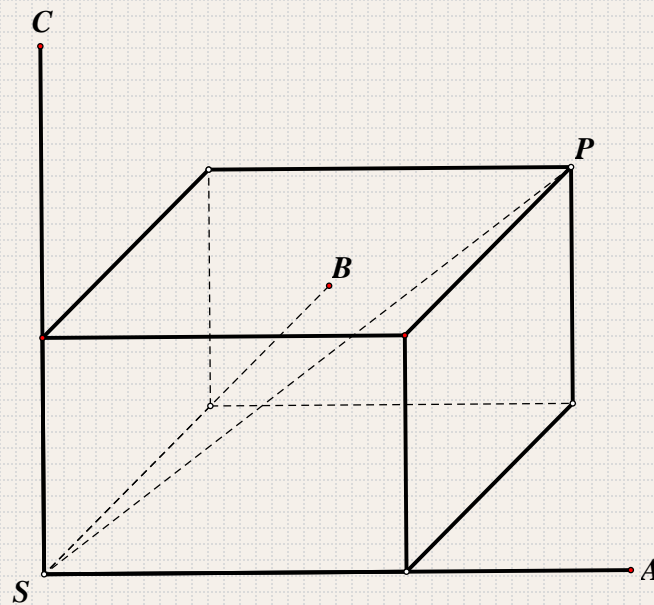
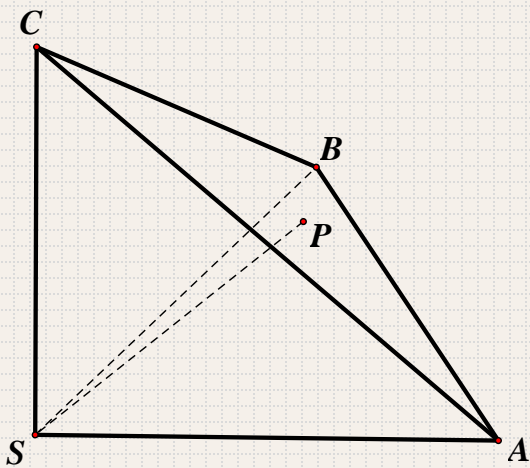
公垂线段.



## 例题选讲



例3. 三棱锥  $S-ABC$  的三条侧棱两两垂直,  $P$  为底面  $ABC$  内任意一点, 若  $SP$  与三个侧面所成角为  $\alpha, \beta, \gamma$ , 求  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma$  的值.



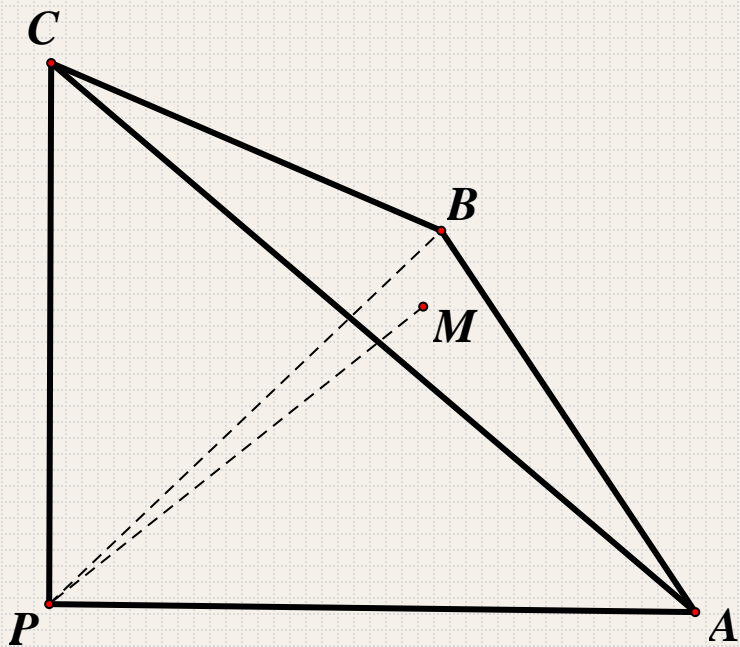
变式:

若  $SP$  与侧棱所成的角分别为  $\alpha, \beta, \gamma$ , 求  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma$ .

## 变式探究



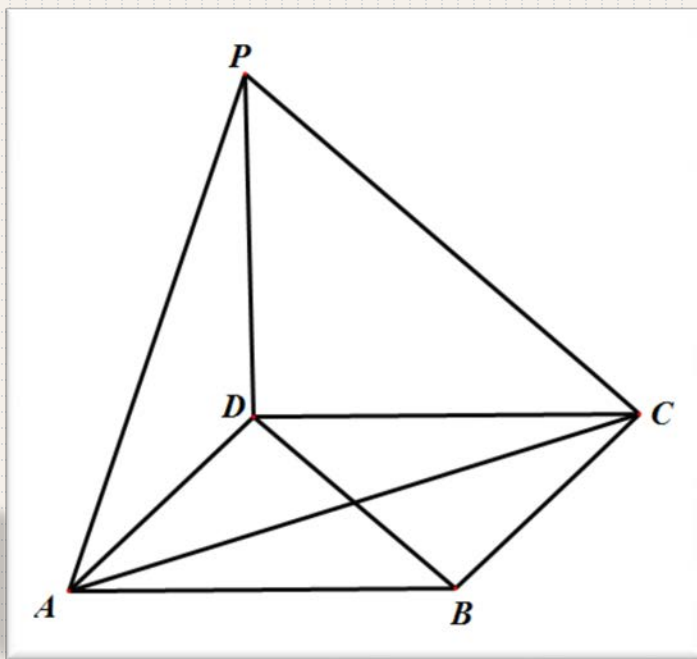
已知三棱锥 $P-ABC$ 中,三条侧棱 $PA, PB, PC$ 两两垂直, $M$ 是面 $ABC$ 内一点,且 $\angle MPA = 45^\circ$ ,  $\angle MPB = 60^\circ$ ,求 $\angle MPC$ .



## 例题选讲



例4.点 $P$ 在正方形 $ABCD$ 所在平面外, $PD \perp$  平面 $ABCD$ ,  
 $PD = AD$ ,则 $PA$ 与 $BD$ 所成角的度数为\_\_\_\_\_.

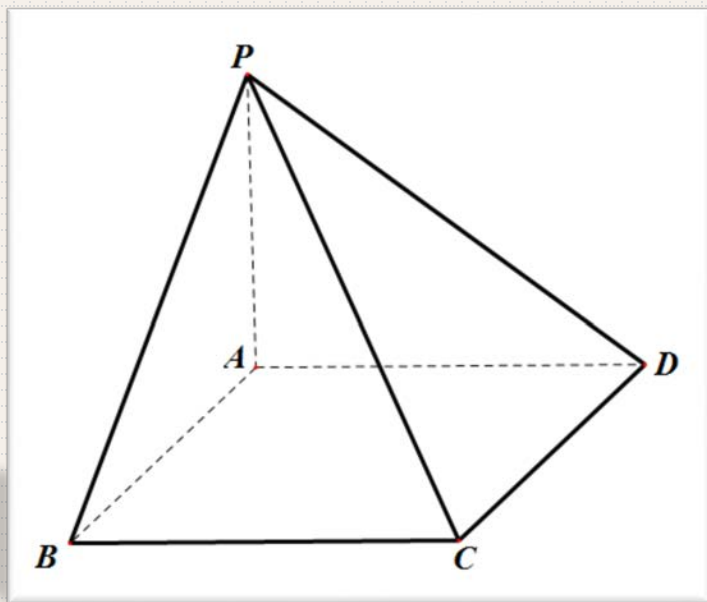




## 例题选讲



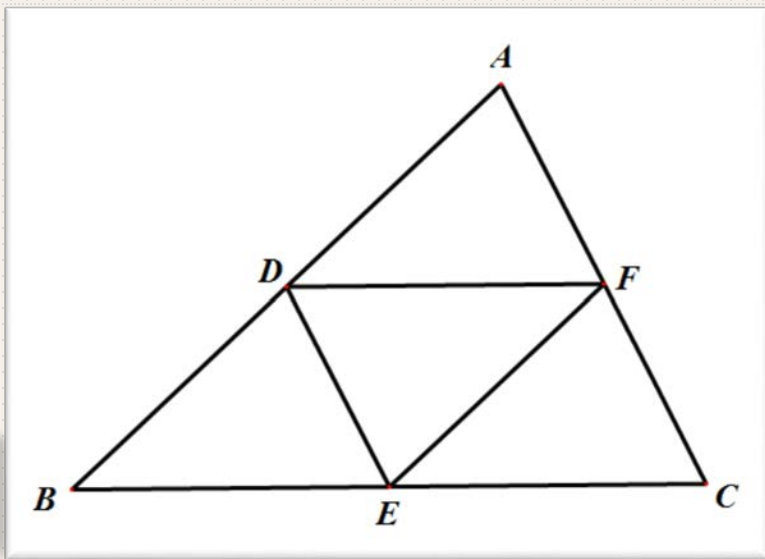
例5. 过正方形 $ABCD$ 的顶点 $A$ 作 $PA \perp$  平面 $ABCD$ , 设 $PA = AB = a$ , 求平面 $PAB$ 和平面 $PCD$ 所成锐二面角的大小.



## 例题选讲



例6. 已知 $\triangle ABC$ 的三条边长分别为 $AC = 10$ ,  $CB = 12$ ,  $BA = 14$ , 沿三条中位线折成三棱锥 $G - DEF$ , 求此三棱锥的体积.

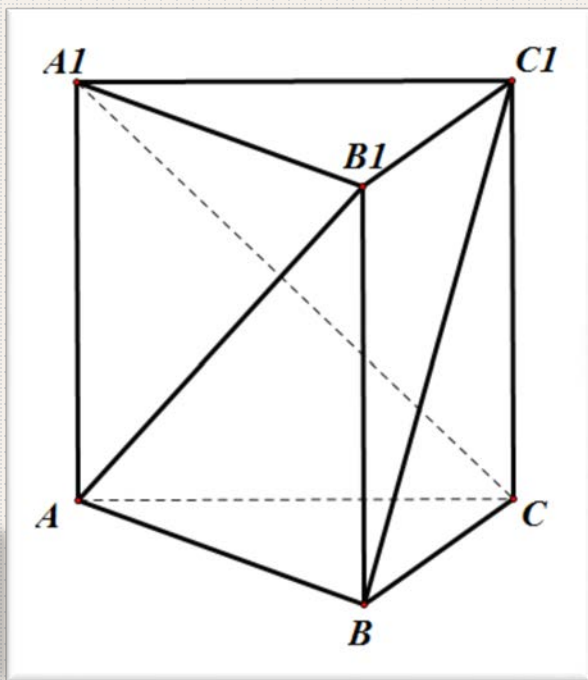


## 例题选讲



例7.正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中,若 $AB_1 \perp BC_1$ ,求证:

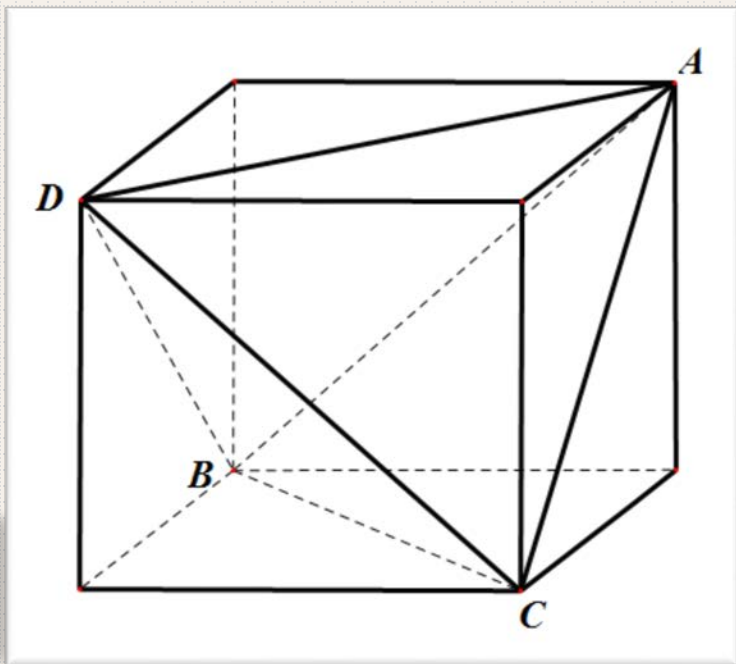
$AB_1 \perp CA_1$ .



## 例题选讲



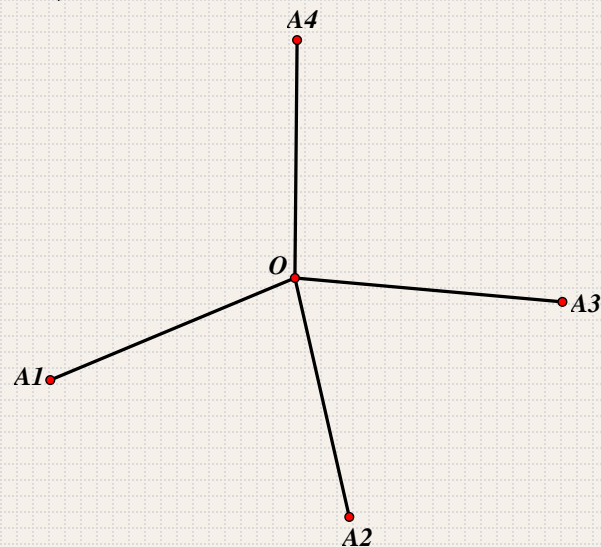
例8.由空间一点 $O$ 出发的四条射线,两两所成的角都相等,求这个角.



## 例题选讲



例9.如图所示,某地出土的一种“钉”是由四条线段组成,组成该种钉的四条线段长相等,且两两所成的角相等,其结构能使它任意抛至水平面后,总有一端所在的直线竖直向上,并记组成该“钉”的四条线段的公共点为 $O$ ,钉尖为 $A_i (i = 1, 2, 3, 4)$ ,当 $A_1, A_2, A_3$ 在同一水平面内时,求 $OA_1$ 与平面 $A_1A_2A_3$ 所成角的大小.



# 例题选讲

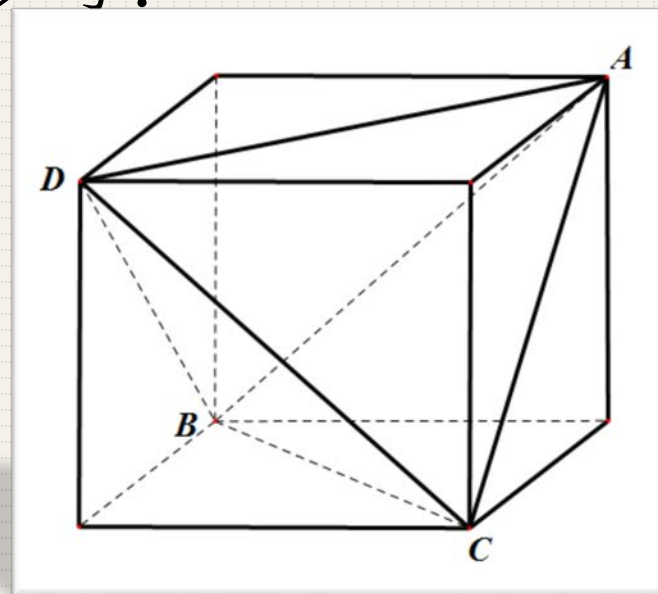


例10.已知平面 $\alpha$ 及以下三个几何体：

- (1)长、宽、高皆不相等的长方体；
- (2)底面为平行四边形,但不是菱形和矩形的四棱锥；
- (3)正四面体.

这三个几何体在平面 $\alpha$ 上的射影可以为正方形吗？

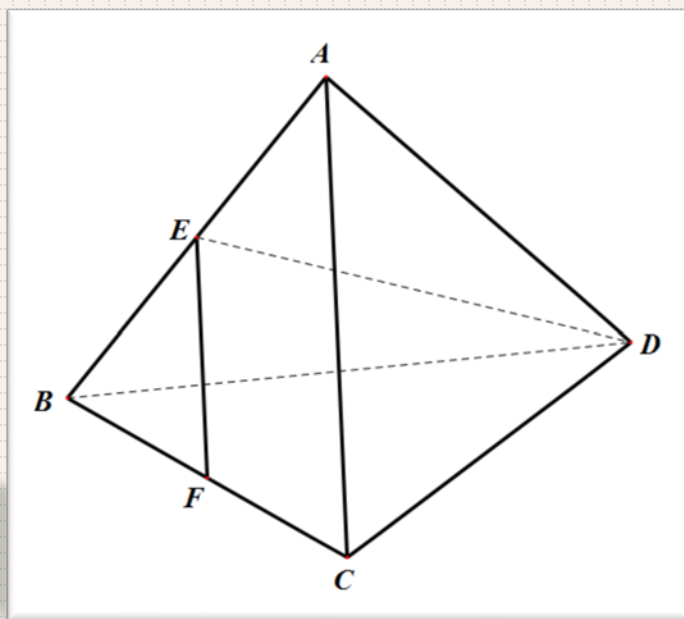
请加以说明.



## 例题选讲



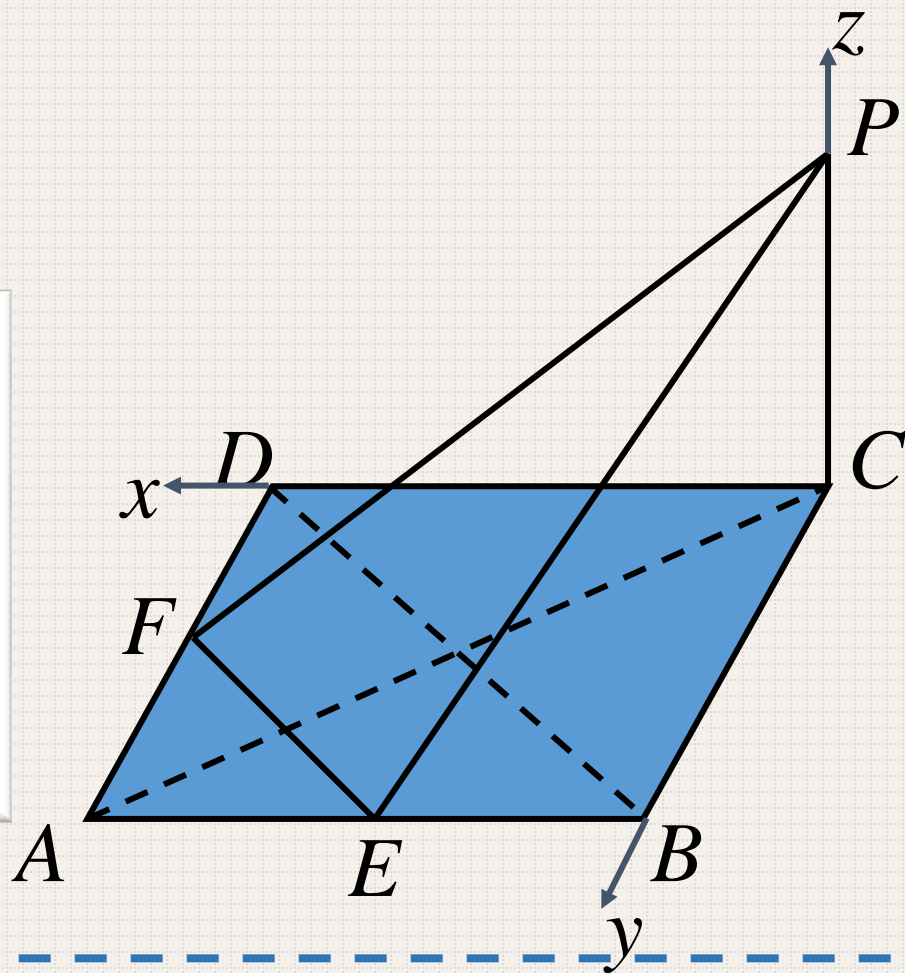
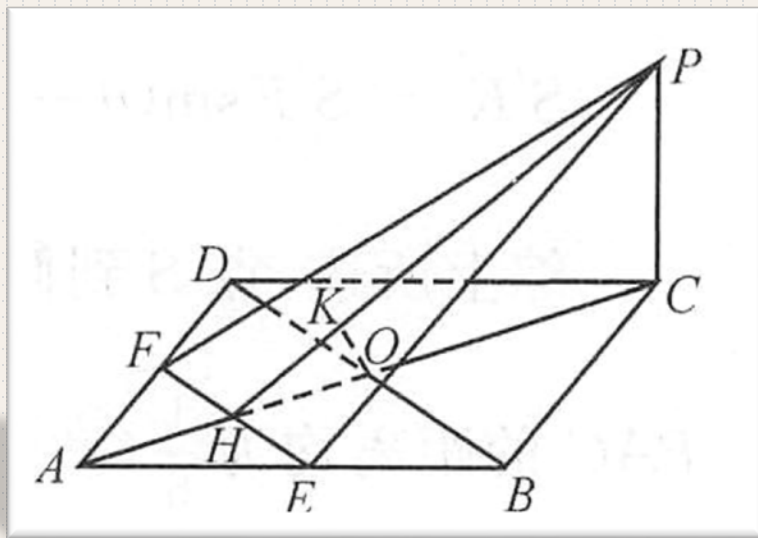
例11.如图,在正三棱锥 $A-BCD$ 中, $E, F$ 分别是 $AB, BC$ 的中点, $EF \perp DE$ 且 $BC = 1$ ,则正三棱锥的体积是\_\_\_\_\_.



## 例题选讲



【例12】正方形 $ABCD$ 边长为4,  $PC \perp$  面 $ABCD$ ,  $PC = 2$ ,  $E, F$ 分别为 $AB, AD$ 的中点, 求 $BD$ 到平面 $PEF$ 的距离.



$$d = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{BE}|}{|\vec{n}|} = \frac{2\sqrt{11}}{11}.$$

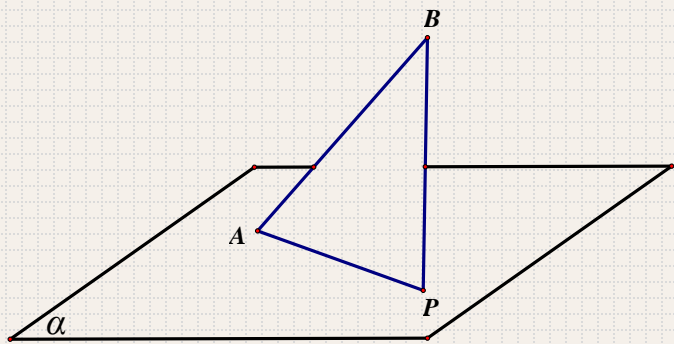


# 拓展探究



如图,  $AB$  是平面  $\alpha$  的斜线段,  $A$  为斜足, 若点  $P$  在平面  $\alpha$  内运动, 使得  $\triangle ABP$  的面积为定值, 则动点  $P$  的轨迹是\_\_\_\_\_.

- A. 圆      B. 椭圆      C. 双曲线      D. 抛物线



## 拓展探究



如果空间三条直线两两成异面直线,那么与 $a, b, c$ 都相交的直线有多少条?请说明理由.



立体问题的模型



# 感谢观看

---

课程老师：吴坚

---

