

## 27. 三角方程

一. 选择题:

1. 设方程  $\sin 4x=0$  的解集为  $M$ , 方程  $\cos 2x=1$  的解集为  $P$ , 则( )

(A)  $P \subset M$  (B)  $M \subset P$  (C)  $P=M$  (D)  $P \cap M = \emptyset$

2. 已知关于  $x$  的方程  $\cos 2x - 2\sin x + 2a + 1 = 0$  在区间  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  内有解, 则实数  $a$  的取值范围是

( )

A  $[-1, 1]$

B  $(-1, 1)$

C  $[0, 1)$

D  $[-1, 0)$

二. 解答题:

1. 解下列三角方程

(1)  $\sin 5x - \cos x = 0$

(2)  $3\sin x - 4\cos x = 2$

(3)  $\cos 3x = \cos 2x$

(4)  $\cos 3x + \sin 2x = \cos x$

(5)  $6\sin^2 x = 8\sin x \cos x - 1$

(6)  $3\tan x + 2 = 2\sec^2 x$

(7)  $2\sin x \cos x + \sin x - \cos x = 1$

(8)  $\tan 3x = \sin 6x$

2. 设关于  $x$  的方程  $\sin^4 x + 2a \sin^2 x - 2a - 2 = 0$  有实数解, 求实数  $a$  的取值范围。

3. 设两个集合  $M = \{a + 2\cos\alpha, a + \cos\alpha, a\}$ ,  $N = \{a\sin\alpha, a\sin^2\alpha, a\}$ , 问  $a, \alpha$  为何值时  $M = N$ .

4. 已知函数  $f(x) = x^2 - x$ , 实数  $a$  为何值时, 集合  $M_x = \{x \mid f(\sin x) = a - 1, x \in [0, 2\pi)\}$  为一元素, 二元素, 三元素, 四元素

5. 已知  $k \in \mathbb{R}$ , 不等式  $a + \cos 2x < 5 - 4\sin x + \sqrt{5a - 4}$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围

6. 设集合  $A = \{x_k \mid \cos x_k = a, 0 < a < 1, x_k > 0\}$ ,  $x_k \in A$ , 记  $S_k = x_1 + x_2 + \dots + x_k$ , 求  $S_{2008}$  的最小值