

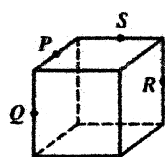
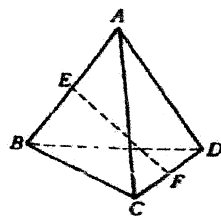
53. 空间两直线的位置关系

一、基本训练题

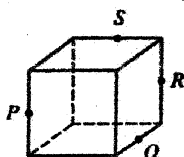
1. 已知平面 $\alpha \cap$ 平面 $\beta = a, b \subset \alpha, c \subset \beta$, 则直线 b, c 是异面直线的充分条件是_____。(只需填写一个.)

2. 如图, 在正四面体 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AB, CD 的中点, 则 EF 与 AC 所成角的大小为_____.

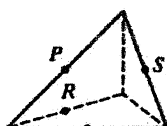
3. 下列各图是正方体或四面体, P, Q, R, S 分别是所在棱的中点, 这四个点不共面的一个图是 ()



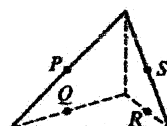
(A)



(B)



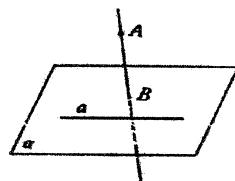
(C)



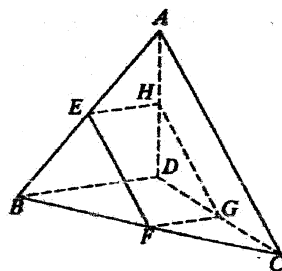
(D)

二、典型例题

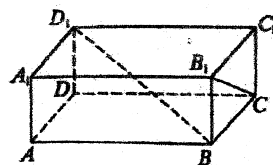
1. 已知: $a \subset$ 平面 $\alpha, A \notin \alpha, B \in \alpha, B \in a$. 用反证法证明: 直线 AB 和 a 是异面直线.



2. 设 E, F, G, H 依次是空间四边形 $ABCD$ 各边 AB, BC, CD, DA 的中点(如图), 设 $AC + BD = a, AC \cdot BD = b$, 求 $EG^2 + FH^2$ 的值.

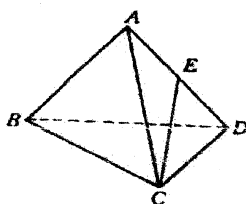


3. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = a, BC = b, AA_1 = c$, 求异面直线 BD_1 和 B_1C 所成角的余弦值.



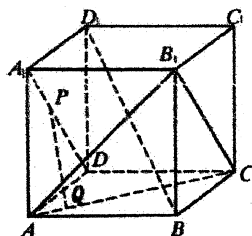
三、测试题

1. 如图,在三棱锥 $A-BCD$ 中,六条棱长均相等, E 是 AD 的中点,则 AB 和 CE 所成角的余弦值为_____.



2. 如图,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, PQ 是异面直线 A_1D 和 AC 的公垂线,则直线 PQ 与 BD_1 的关系是 ()

- (A) 异面直线 (B) 平行
(C) 垂直不相交 (D) 垂直相交

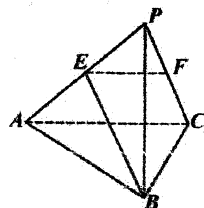


3. 在正方体的一个面所在的平面内任意画一条直线,则与它异面的正方体的棱的条数是 ()

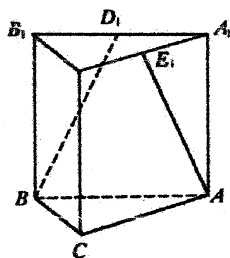
- (A) 4 或 5 或 6 或 7 (B) 4 或 6 或 7 或 8
(C) 6 或 7 或 8 (D) 4 或 5 或 6

4. 如图,已知 P 为 $\triangle ABC$ 所在平面外的一点, E 为 PA 的中点, F 为 PC 的中点, $BE \perp AC$, $PC \perp AC$.

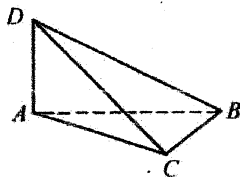
- (1) 求证: EF 是 BE, PC 的公垂线;
(2) 若 $PA=a$, $PC=b$, 求异面直线 BE, PC 的距离.



5. 如图, $ABC-A_1B_1C_1$ 是直三棱柱, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D_1, E_1 分别是 A_1B_1, A_1C_1 的中点, 若 $BC=CA=CC_1$, 求 BD_1 与 AE_1 所成角的余弦值.



6. 如图,在三棱锥 $D-ABC$ 中, $DA \perp$ 平面 ABC , $\angle ACB=90^\circ$, $\angle ABD=30^\circ$, $AC=BC$, 求异面直线 AB 与 CD 所成的角的余弦值.



四、说明

1. 本节复习内容为: (1) 平面的性质(三个公理及其推论); (2) 空间两直线的位置关系; (3) 两异面直线所成的角; (4) 给出公垂线的两异面直线的距离.

2. 通过复习, 应初步掌握反证法. 证明两直线异面常用反证法外, 本节例 1 即教材第 10 页的结论也可用来证明两直线异面.

3. 通过平移, 把两异面直线所成角转化为两相交直线所成角时, 注意异面直线所成角的取值范围为 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.