55. 直线与平面垂直

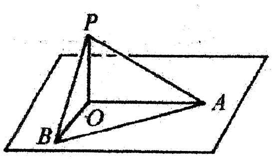
一、基本训练题

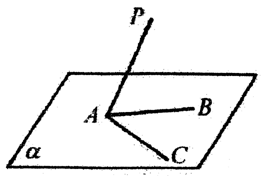
1. 如图，设 $PO \perp$ 平面 AOB，PA，PB 与平面 AOB 所成角分别为 $30°$，$45°$，$\angle AOB=90°$，$PO=10$，则 P 到 AB 的距离为________.

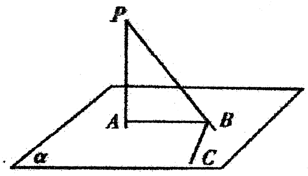
2. 如图，$\angle BAC$ 在平面 α 内，PA 是 α 的斜线，若 $\angle PAB=\angle PAC=\angle BAC=60°$，$PA=a$，则点 P 到 α 的距离为________.

3. 如图，从平面 α 外一点 P 向平面 α 引垂线和斜线，A 为垂足，B 为斜足，射线 $BC \subset \alpha$，且 $\angle PBC$ 为钝角，设 $\angle PBC=x$，$\angle ABC=y$，则有　　(　　)

(A) $x>y$　　(B) $x=y$　　(C) $x<y$　　(D) x，y 的大小关系不确定

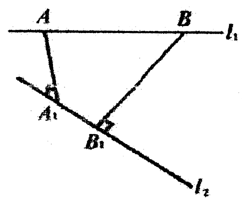




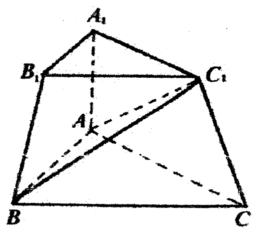


二、典型例题

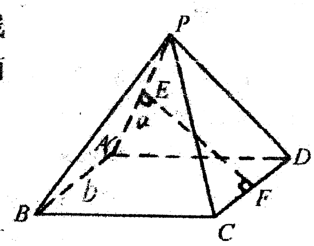
1. l_1，l_2 是异面直线，A，$B \in l_1$，A_1，$B_1 \in l_2$，$AA_1 \perp l_2$，$BB_1 \perp l_2$.(1) 当 A_1，B_1 重合时，求证：$l_1 \perp l_2$；(2) 当 l_1，l_2 所成角为 θ $\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$，且 $AB=a$ 时，求 A_1B_1 的长.



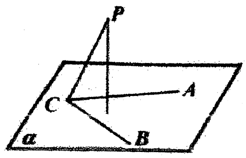
2. 在三棱台 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AA_1 \perp$ 底面 ABC，$\angle BAC=\angle BC_1C=90°$，$A_1C_1=a$，$BC_1=2a$.(1) 求证：$CC_1 \perp$ 平面 ABC_1；(2) 求 BC_1 与平面 A_1B_1BA 所成的角.



3. 在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，异面直线 PA，CD 所成角为 α，它们的公垂线为 EF.(1) 求证：$EF \perp$ 平面 PAB；(2) 当 $PA=a$，$CD=b$，$EF=c$ 时，求 $V_{P\text{-}ABCD}$.



三、测试题



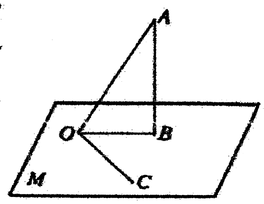
1. $\angle ACB=90°$在平面 α 内，PC 与 CA，CB 所成角 $\angle PCA=\angle PCB=60°$，则 PC 与平面 α 所成角为________.

2. 空间三条线段 AB，BC，CD，$AB\perp BC$，$BC\perp CD$，已知 $AB=3$，$BC=4$，$CD=6$，则 AD 的取值范围是__________.

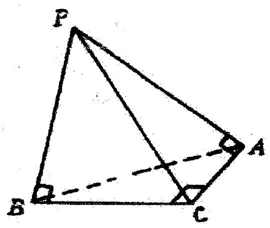
3. a，b，c 表示直线，α 表示平面，下列条件中能使 $a\perp\alpha$ 的是　　（　　）

(A) $a\perp b$，$a\perp c$，$b\subset\alpha$，$c\subset\alpha$　　(B) $a\perp b$，$b/\!/\alpha$

(C) $a\cap b=A$，$b\subset\alpha$，$a\perp b$　　(D) $a/\!/b$，$b\perp\alpha$



4. OA 是平面 M 的斜线，O 为斜足，OB 是 OA 在 M 内的射影，OC 是 M 内过 O 的任一直线，设 $\angle AOB=\alpha$，$\angle BOC=\beta$，$\angle COA=\gamma$，α，β，γ 均为锐角.(1) 求 α，β，γ 应满足的关系；(2) 指出 α，β，γ 中的最大角并说明理由.



5. 在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中，$PA\perp AC$，$PB\perp BC$，$AC\perp BC$，PA，PB 与平面 ABC 所成角分别为 30°和 45°.(1) 若 P 到底面 ABC 的距离为 h，求 P 到直线 AB 的距离；(2) 问：直线 PC 与 AB 能否垂直？证明你的结论.

6. 已知三棱台 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$，$CC_1\perp$底面 ABC，$AB\perp BC$，$BC=CC_1=A_1B_1=\frac{1}{2}B_1C_1$.(1) 求证：$AC_1\perp BB_1$；(2) 求斜线 A_1C_1 与平面 AA_1B_1B 所成角的大小.

四、说明

1. 本节的复习内容为：(1) 直线和平面垂直的定义、判定定理、性质定理；(2) 三垂线定理及其逆定理；(3) 点到平面的距离，直线和平面所成的角. 三垂线定理及其逆定理是立几中的重要定理，应注意各种图式的变换.

2. 立几中求空间角和距离时，首先要写出前提，证明某个对象就是所求的角或距离. 立几中“作、证、算”这三个步骤缺一不可.