

## 26. 反三角函数

### 一. 填空题:

1. 一个直角三角形三内角的正弦值成等比数列, 其最小内角为\_\_\_\_\_
2. 已知方程  $x^2 + 3\sqrt{3}x + 4 = 0$  的两个实根为  $x_1, x_2$ , 则  $\arctan x_1 + \arctan x_2 =$ \_\_\_\_\_
3.  $\arcsin x > \arccos x$  成立的  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_
4. 函数  $y = 2\arccos(x-2)$  的反函数是\_\_\_\_\_
5. 若关于  $x$  的方程  $\sin x - \cos x = m$  在  $[-\pi, \pi]$  上有且仅有一个解, 则  $m$  的值是\_\_\_\_\_.

### 二. 选择题:

1. 已知  $\sin \alpha = m$  ( $|m| \leq 1$ ), 且  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ , 若用反三角函数表示  $\alpha$ , 则  $\alpha$  为( )  
A  $\arcsin m$     B  $2\pi - \arcsin m$     C  $\pi + \arcsin m$     D  $\pi - \arcsin m$
2.  $y = \arcsin x + \arctan x$  的值域为 ( )  
A  $[-\pi, \pi]$     B  $[0, \pi]$     C  $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$     D  $\left(-\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$
3. 设  $f(x)$  为奇函数, 且当  $x > 0$  时,  $f(x) = \pi - \arccos(\sin x)$ , 则当  $x < 0$  时,  $f(x) =$  ( )  
A  $\arccos(\sin x)$     B  $\pi + \arccos(\sin x)$     C  $-\arccos(\sin x)$     D  $-\pi - \arccos(\sin x)$

### 三. 解答题:

1. 求下列函数的反函数

$$(1) y = \cos x, x \in \left[\frac{5\pi}{2}, 3\pi\right] \quad (2) y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right), x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$$

2. 求下列函数的定义域和值域

$$(1) y = 2\arccos \frac{1}{x-2} \quad (2) y = \arcsin(x^2 - x) \quad (3) y = 2\arcsin(x^2 + x - 1) \quad (4) y = \lg \arcsin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

3. 求下列各式的值 (1) $\cos\left[\arccos\frac{4}{5} + \arccos\left(-\frac{5}{13}\right)\right]$  (2) $\sin\left[\frac{\pi}{3} + \frac{1}{2}\arctan(-2\sqrt{2})\right]$

4. 求函数  $y=(\arccos x)^2 - 5\arccos x$ ,  $x \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right]$  的最值

5. 若  $\arctan(1+x) + \arctan(1-x) = \frac{\pi}{4}$ , 求  $\arccos\frac{x}{2}$  的值

6. 二次函数  $f(x)$  的二次项系数为正数, 且满足关系式  $f(x) = f(2-x)$ , 解不等式

$$f\left(\frac{\arccos x}{4}\right) > f\left(\frac{\arccos(1-x)}{4}\right)$$

7. 讨论函数  $y = \arccos(x^2 - x)$  的性质(定义域, 值域, 单调性, 最值)