# 63. 球

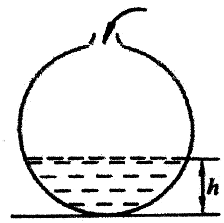
## 一、基本训练题

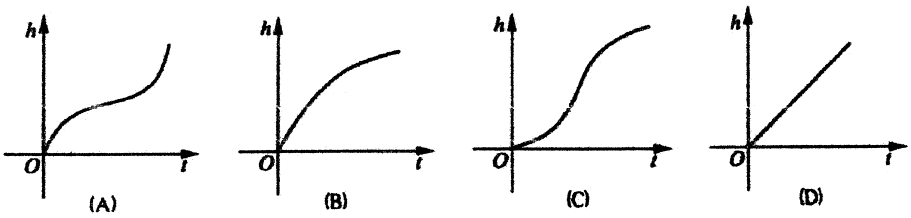
1. 球的半径为 $R$，则它的外切正方体的棱长为________，内接正方体的棱长为________.

2. 已知球的两个平行截面的面积分别为 $5\pi$ 和 $8\pi$，它们位于球心的同一侧，且相距为 1，则这球的半径为________.

3. 湖面上浮着一个球，湖水结冰后将球取出，冰上留下一个面直径为 24cm，深为 8cm 的空穴，则这球的半径为________.

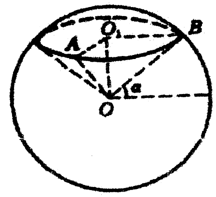
4. 从如图放置的球体容器顶部的一个孔向球内以相同的速度注水，容器中水面的高度 $h$ 与注水时间 $t$ 之间的关系用图象表示应为 （　　）



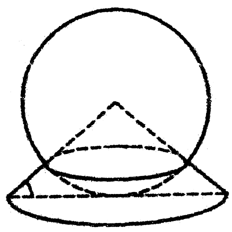




## 二、典型例题

1. 把地球看作半径为 $R$ 的球，$A$，$B$ 是北纬 $\alpha$ 度圈上的两点，它们的经度差为 $\beta$ 度，求 $A$，$B$ 两点间的球面距离.

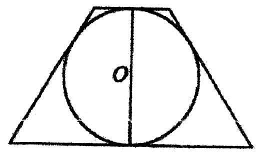



2. 如图所示，圆锥和一个球面相交，球心是圆锥的顶点，半径等于圆锥的高，若圆锥的侧面积被球与圆锥侧面的交线所平分，求圆锥母线与底面所成角的大小.



3. 过半径为 $R$ 的球面上一点作三条两两垂直的弦 $MA$，$MB$，$MC$，(1) 求证：$MA^2+MB^2+MC^2$ 为定值；(2) 求三棱锥 $M\text{-}ABC$ 的体积的最大值.

## 三、测试题




1. 在北纬 60°圈上有甲、乙两地，它们在纬度圈上的弧长等于 $\frac{\pi R}{2}$（$R$ 为地球半径），则甲、乙两地的球面距离为__________.

2. 如果一个球内切于上、下底面边长为 $a,b$ 的正四棱台，那么这个球的面积为________.

3. 已知圆台的轴截面是底角为 $\alpha$ 的等腰梯形，并有一个内切球，则圆台的侧面积和球面积之比为 （ ）

(A) $\csc^2\alpha$ (B) $\sec^2\alpha$ (C) $\csc\alpha$ (D) $\sec\alpha$

4. 有三个球和一个正方体，第一个球与正方体各个面内切，第二个球与正方体各条棱相切，第三个球过正方体各顶点，则三个球面积之比是 （ ）

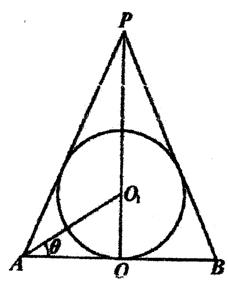
(A) $1:2:3$ (B) $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$ (C) $1:2\sqrt{2}:2\sqrt{3}$ (D) $1:4:9$

5. 把地球当作半径为 $R$ 的球，地球上的两地 $A,B$ 都在北纬 45°，它们的球面距离为 $\frac{\pi}{3}R$，若 $A$ 在东经 20°处，求 $B$ 的位置.

6. 已知球 $O_1$ 的半径为 $R$，内切于顶点为 $P$ 的圆锥，（轴截面如图），设 $\angle O_1AO=\theta$，

(1) 试用 $R,\theta$ 表示圆锥底面半径 $r$，母线 $l$ 和全面积 $S$；

(2) 当 $\theta$ 为何值时，圆锥全面积取最小值？最小值是多少？




## 四、说明

本节复习球的性质和它的表面积计算，涉及少量体积计算. 在解题应用中需注意：

1. 球、圆类比；球与圆柱、圆锥、圆台类比——在旋转体中找出共性.

2. 在计算中常用到联系球的直径、截面圆半径等直角三角形，注意在直角三角形中射影定理的灵活应用.

3. 注意球面上两点 $A,B$ 间的直线距离与球面距离的区别. 求 $A,B$ 两点间的球面距离 $l_{AB}$，实际上就是先求 $A,B$ 两点对球心 $O$ 的张角 $\theta$（弧度），然后由弧长公式 $l=R\theta$ 求得 $l_{AB}$.

4. 在解一类与球有关的旋转体综合计算问题时，应注意通过“轴截面”转化为平面问题. 对于球与多面体的综合计算题，应重视球的截面（含球的切面）的性质.