异面直线所成的角
几何法与向量法的较量

知识回顾

1.定义:设a,b是异面直线,过空间任一点O作$a' \parallel a$,$b' \parallel b$,则a',b'所成的锐角(或直角)叫做异面直线a,b所成的角.

2.异面直线所成角的范围是$(0,\dfrac{\pi}{2}]$.

3.求异面直线所成角的常用方法:

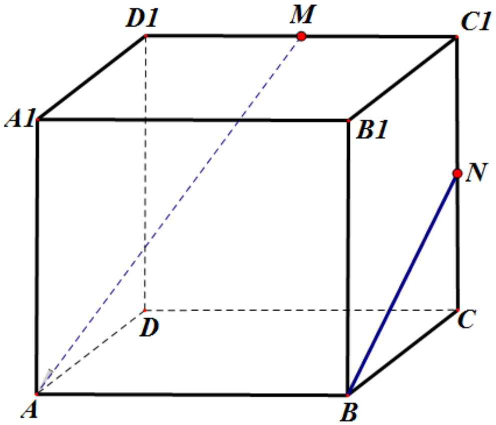
(1)平移法:平移一条直线使之与另一条直线相交或同时平移两条直线使之相交;

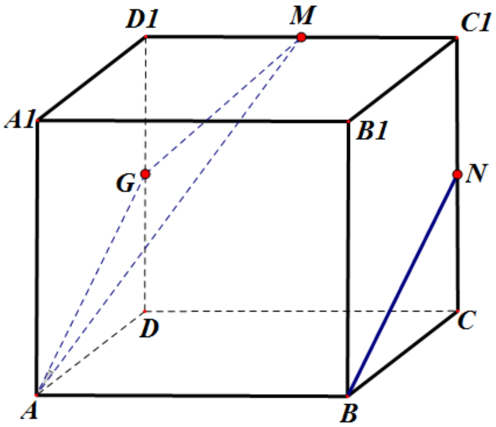
(2)向量法:设异面直线AB,CD所成角大小为θ,

则$\cos\theta = \left|\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{CD}|}\right|$.

典型例题

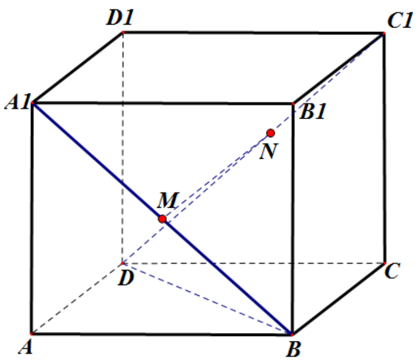
【例1】正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,M,N分别为棱C_1D_1,C_1C的中点,求AM与BN所成角的大小.

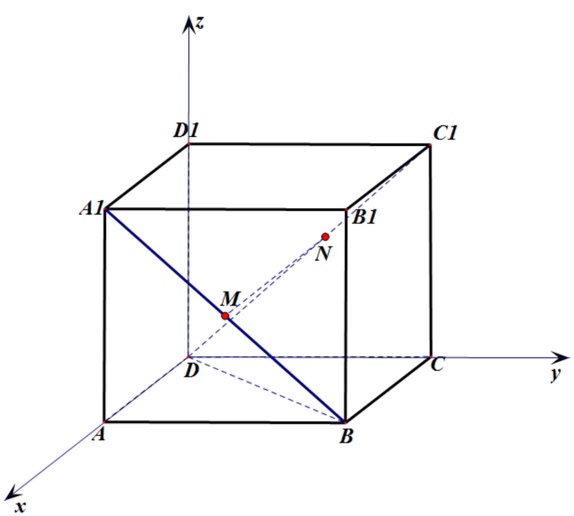




典型例题

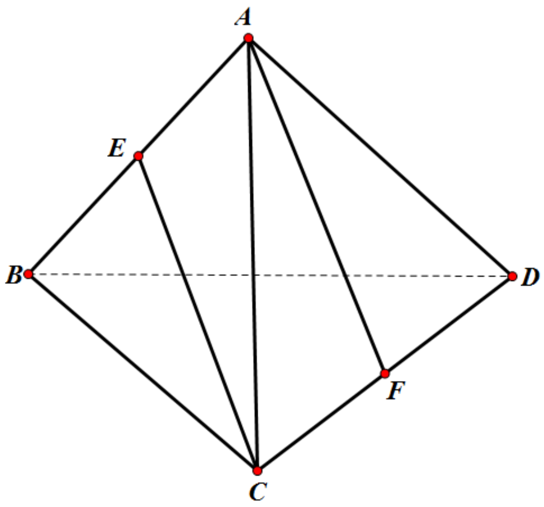
【例2】正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,M是A_1B的中点,N是线段C_1D上任意一点,求MN与BD所成角的余弦值的范围.





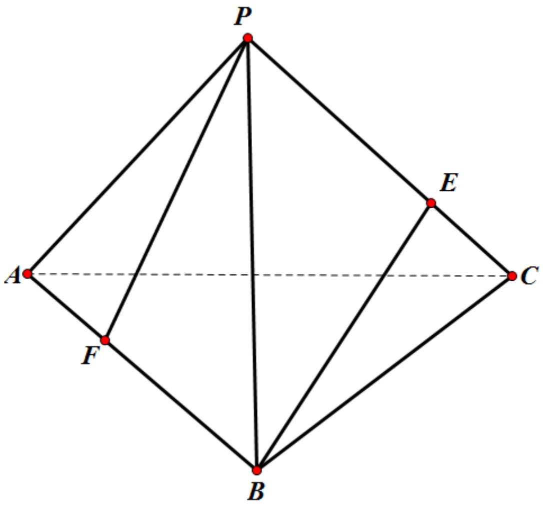
典型例题

【例3】正四面体$ABCD$中,E,F分别为边AB,CD的中点,求AF,CE所成角的大小.



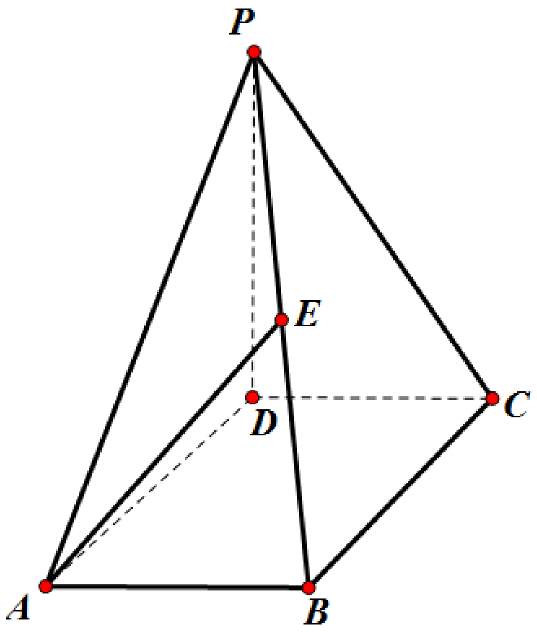
变式探究

正四面体$PABC$中，E,F分别在棱PC,AB上，$\frac{|CE|}{|PC|}=\frac{|AF|}{|AB|}=\frac{1}{3}$，求$PF,BE$所成角的大小.



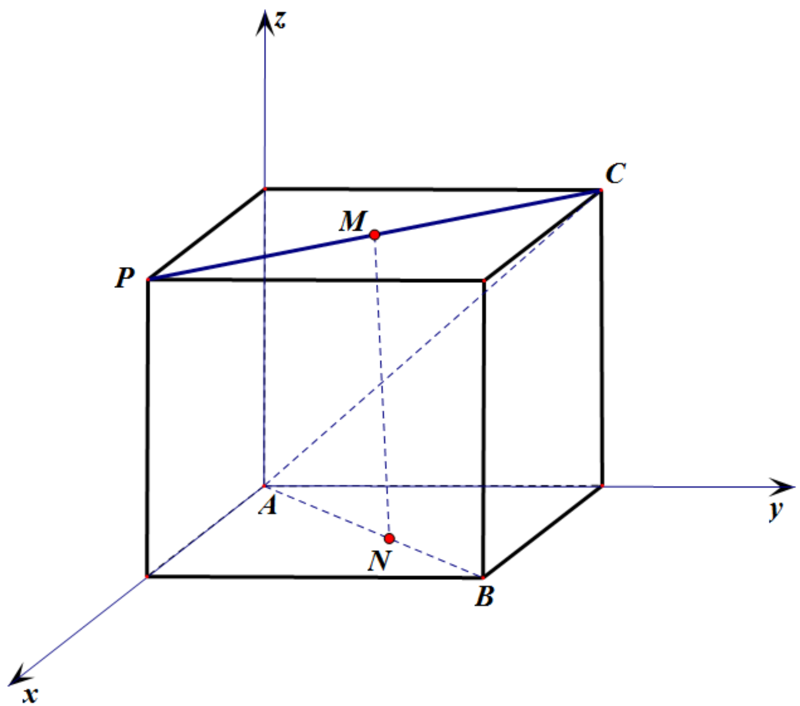
典型例题

【例4】四边形$ABCD$是矩形，$AB=1, BC=2, PD\perp$平面$ABCD$，$PD=3, E$为PB中点，求AE, PC所成角的大小.



典型例题

【例5】在正四面体$P-ABC$中,M是棱PC的中点,N是线段AB上的动点,$\overrightarrow{AN}=\lambda\overrightarrow{AB}$,设$NM$与$AC$所成角为$\alpha$,当$\frac{1}{3}\le\lambda\le\frac{2}{3}$时,求$\cos\alpha$的范围.



典型例题

【例6】异面直线a,b所成角为60°,过空间一点O的直线l与a,b所成的角均为60°,则l有几条?

变式探究

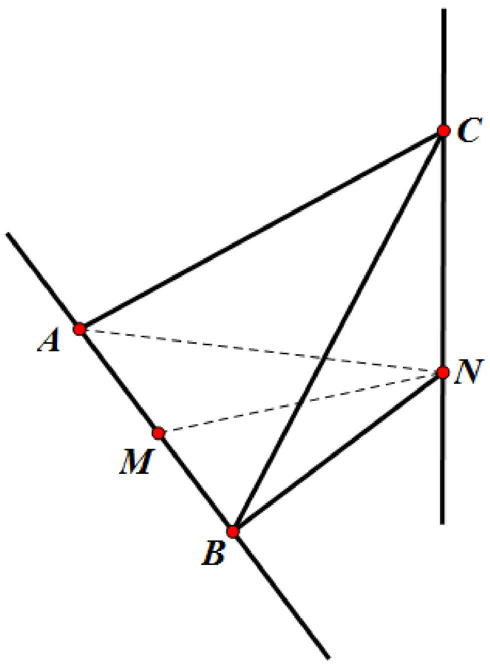
异面直线a,b所成角为60°，过空间一点O的直线l与a,b所成的角均为$\theta(0^\circ \le \theta \le 90^\circ)$，则$l$有几条？

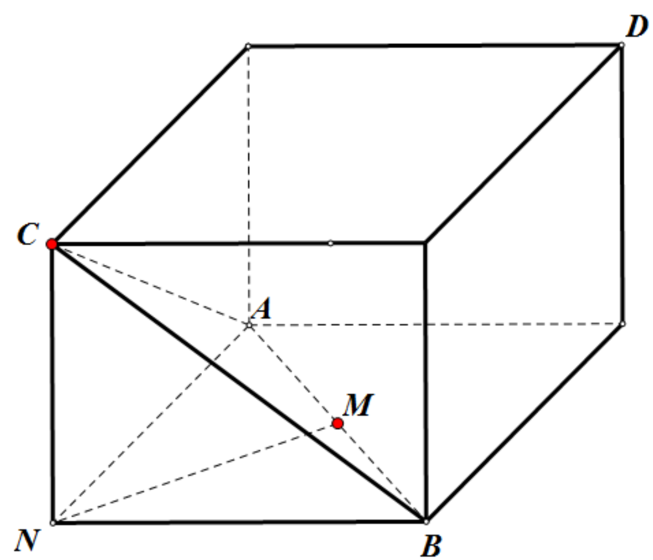
典型例题

【例7】l_1, l_2为互相垂直的异面直线, MN为l_1, l_2的公垂线, 点A, B在l_1上, 点C在l_2上, $AM = MB = MN$.

(1)求异面直线AC, NB所成角;

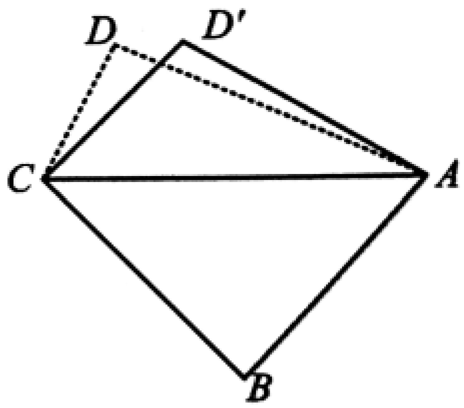
(2)若$\angle ACB = 60^\circ$, 求NB与平面ABC所成角的余弦值.





典型例题

【例8】如图,已知平面四边形$ABCD$, $AB=BC=3, CD=1$, $AD=\sqrt{5}, \angle ADC=90^{\circ}$.沿直线$AC$将$\Delta ACD$翻折成$\Delta ACD'$,则直线$AC$与$BD'$所成角的余弦的最大值是__________.



探究拓展

在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,棱长为1, O是底面的中心,则A_1O与BC_1所成角大小为________.