

56. 两个平面平行

一、基本训练题

1. α, β 是两个不重合的平面, 在下列条件中, 可判定 $\alpha // \beta$ 的是 ()

(A) α, β 都垂直于平面 γ

(B) α 内不共线的三点到 β 的距离相等

(C) l, m 是 α 内的直线且 $l // \beta, m // \beta$

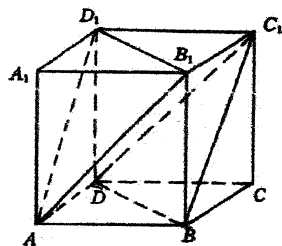
(D) l, m 是两条异面直线, 且 $l // \alpha, m // \alpha, l // \beta, m // \beta$

2. 已知平面 $\alpha //$ 平面 β , 直线 a, b 分别与平面 α 和 β 所成的锐角相等, 则 a, b 的位置关系是_____.

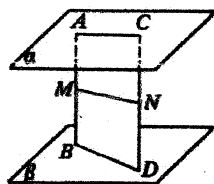
3. 已知 a, b 是两条直线, α, β 是两个平面. 试用这四个元素, 并借助于它们之间的位置关系, 构造出一个判断 $\alpha // \beta$ 的真命题:_____.

二、典型例题

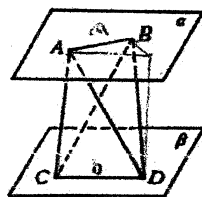
1. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 棱长为 a . (1) 求证: 平面 $AB_1D_1 //$ 平面 C_1BD ; (2) 求平面 AB_1D_1 与平面 C_1BD 间的距离.



2. 平面 $\alpha //$ 平面 β , $A, C \in \alpha, B, D \in \beta$, $AB = a$ 是 α, β 的公垂线, CD 是斜线, 若 $AC = BD = b, CD = c, M, N$ 分别是 AB 和 CD 的中点. (1) 求证: $MN // \beta$; (2) 求 MN 的长.

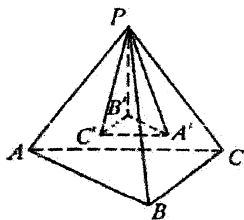


3. $AB = a, CD = b$, 分别是位于平行平面 α, β 内的两条定长的异面线段, 它们所成的角为 θ , α, β 间的距离为 h . 求证: 不论 AB, CD 在 α, β 内作怎样的平行移动, 三棱锥 $A-BCD$ 的体积不变. 并用 a, b, h 和 θ 表示这个体积.



三、测试题

1. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, A', B', C' 分别是侧面三角形 PBC, PCA 和 PAB 的重心, 则 $\frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}} = \underline{\hspace{2cm}}$; $\frac{V_{P-A'B'C'}}{V_{P-ABC}} = \underline{\hspace{2cm}}$.



2. a, b 是直线, α, β, γ 是平面, 给出下列命题:

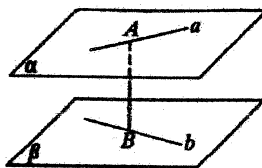
① 若 a, b 与 α 成等角, 则 $a \parallel b$; ② 若 $a \perp \alpha, a \perp \beta$, 则 $a \parallel \beta$; ③ 若 $a \cap \beta = a$, 且 $a \perp \gamma$, 则 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$; ④ $\alpha \cap \beta = a$, 若 b, c 在 α 内的射影互相平行, 则 b, c 在 β 内的射影也互相平行; ⑤ 若 a, b 是异面直线, $a \subset \alpha, b \subset \beta$ 且 $a \parallel \beta, b \parallel \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$. 其中正确命题的序号是 .

3. α, β 是两个不重合的平面, l, m 是两条不重合的直线, 那么 $\alpha \parallel \beta$ 的一个充分而不必要的条件是 ()

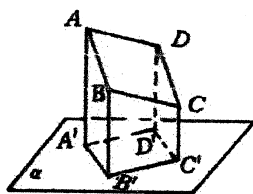
(A) $l \subset \alpha, m \subset \alpha$, 且 $l \parallel \beta, m \parallel \beta$ (B) $l \subset \alpha, m \subset \beta$, 且 $l \parallel m$

(C) $l \perp \alpha, m \perp \beta$, 且 $l \parallel m$ (D) $l \parallel \alpha, m \parallel \beta$, 且 $l \parallel m$

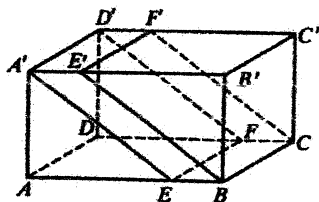
4. 已知 AB 是异面直线 a, b 的公垂线, $a \subset$ 平面 $\alpha, b \subset$ 平面 β , 且 $\alpha \parallel \beta$, 求证: AB 即是平面 α 与平面 β 的公垂线.



5. $ABCD$ 是矩形, 四个顶点在平面 α 上的射影分别为 A', B', C', D' , 直线 $A'B'$ 与 $C'D'$ 不重合. (1) 求证: $A'B'C'D'$ 是平行四边形; (2) 在怎样的条件下, $A'B'C'D'$ 也是矩形? 并证明你的结论.



6. 如图, 在长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, $AB=12, BC=6, AA'=5$, 分别过 BC 和 $A'D'$ 的两个平行平面将长方体分为体积相等的三部分, 求这两个平行平面的距离.



四、说明

本节复习两平面平行的定义、判定定理和性质定理及两平行平面间的距离的概念. 要很好掌握“线线平行”、“线面平行”、“面面平行”间的转化及转化的条件. 如例 2 要证 $MN \parallel \beta$, 只需要找到一个过 MN 的平面与 β 平行即可; 又如由三、4 的结论可知, 求两条异面直线的距离可以转化为求两个平行平面的距离等.