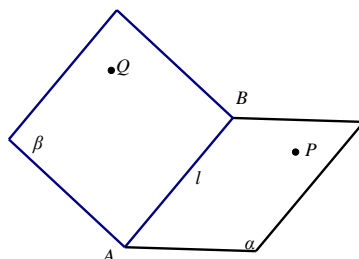


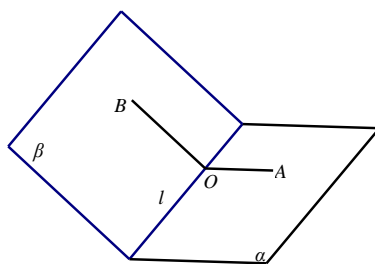
高三立体几何复习：二面角

一、基础知识

如图，从一条直线出发的两个半平面所组成的图形叫做**二面角**，这条直线叫做**二面角的棱**，这两个半平面叫做**二面角的面**.如图所示的二面角既可以记作二面角 $\alpha - l - \beta$ ，也可以记作二面角 $P - AB - Q$.



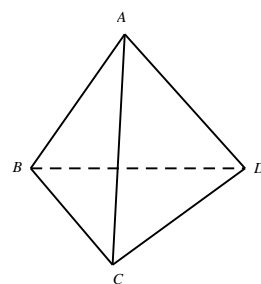
如图，在二面角 $\alpha - l - \beta$ 的棱 l 上任取一点 O ，以点 O 为垂足，在半平面 α 和 β 内分别作垂直于 l 的射线 OA 和 OB ，则射线 OA 和 OB 构成的 $\angle AOB$ 叫做**二面角的平面角**.二面角的平面角是多少度，就说这个二面角是多少度.二面角的平面角 α 的取值范围是 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$.



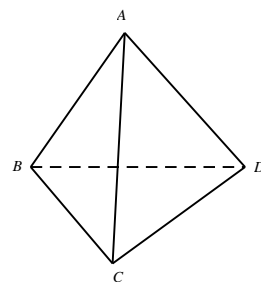
二、典型例题

例 1.在正四面体 $ABCD$ 中，求二面角 $A - BC - D$ 的大小.

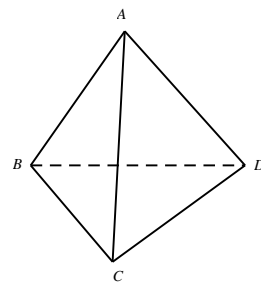
法一：



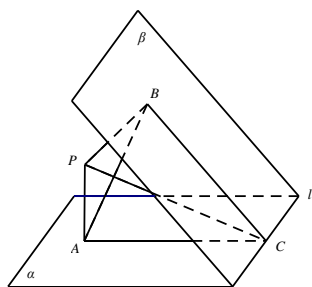
法二：



法三:



例 2. 已知 P 是角度为 θ 的锐二面角 $\alpha - l - \beta$ 内一点, 若点 P 到 α, β 的距离分别为 a, b , 求点 P 到棱 l 的距离.



小结一: **直接法求二面角**, 直接作出二面角的平面角, 经证明再进行计算.

①定义法:

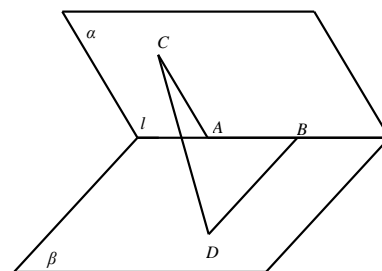
②三垂线定理法:

③垂面法:

例 3. 如图, 在二面角 $\alpha - l - \beta$ 的棱上有两个点 A, B , AC, BD 分别是半平面 α, β 内垂直于 l 的线段, 已知 $AB =$

$a, BD = b, CA = c$, 二面角 $\alpha - l - \beta$ 的大小为 θ , 试求 DC 的长 d .

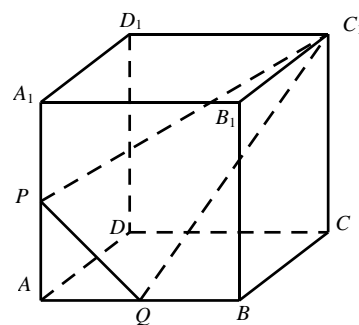
法一:



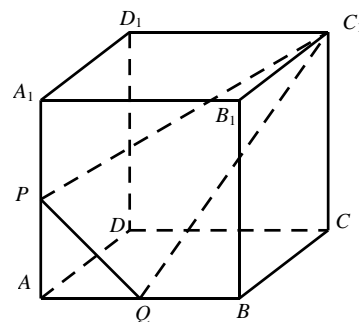
法二:

例 4.如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P, Q 分别为 AA_1, AB 的中点, 求平面 C_1PQ 和平面 $ABCD$ 所成角的大小.

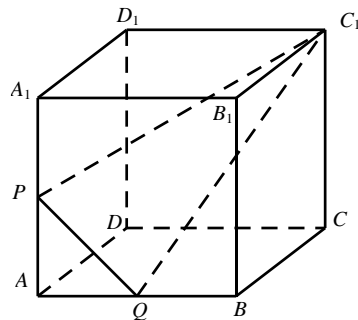
法一:



法二:



法三：



小结：间接法求二面角，当二面角的平面角不易作出时，可考虑运用间接法.记二面角 $\alpha - l - \beta$ 的大小为 θ .

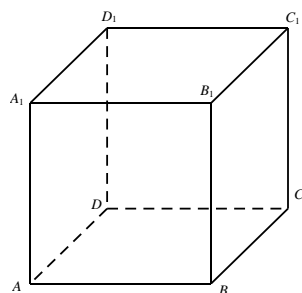
①射影法：

②异面直线法：

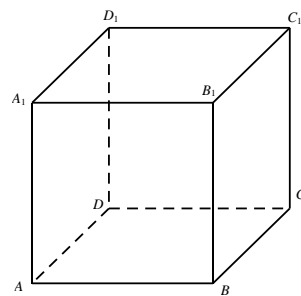
③坐标系法：

例 5.若正方体的棱长为 a ，则与正方体对角线垂直的截面中，面积最大的是哪一个？最大面积是多少？

法一：



法二：

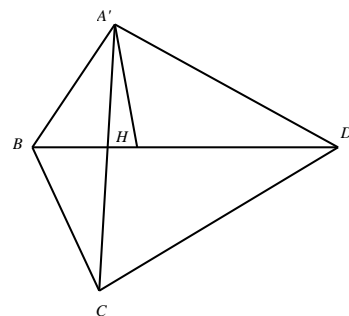


例 6.在矩形 $ABCD$ 中， $AB < BC$ ，现将 $\triangle ABD$ 沿矩形的对角线 BD 所在的直线进行翻折，在翻折的过程中，给出下列结论：

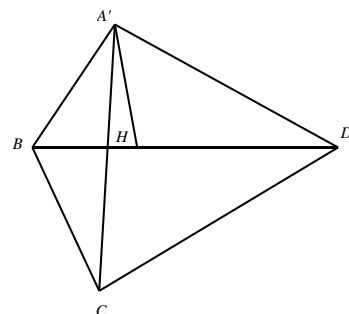
- ①存在某个位置，使得直线 AC 与直线 BD 垂直；
- ②存在某个位置，使得直线 AB 与直线 CD 垂直；
- ③存在某个位置，使得直线 AD 与直线 BC 垂直.

其中正确的结论有_____.

法一：



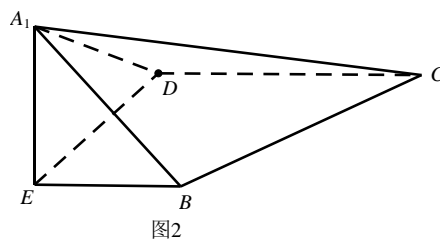
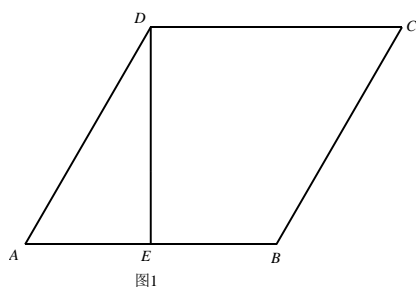
法二：



例 7.如图 1, 在边长为 4 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 60^\circ$, $DE \perp AB$ 于点 E , 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1D \perp DC$, 如图 2.

(1) 求二面角 $E - A_1B - C$ 的余弦值;

(2) 判断在线段 EB 上是否存在一点 P , 使平面 $A_1DP \perp$ 平面 A_1BC ? 若存在, 求出 $\frac{EP}{PB}$ 的值; 若不存在, 说明理由.



三、小结回顾

1.二面角的求法: 直接法、间接法.

2.二面角的用法: 翻折问题、动点问题