2020届高三 练习十八

班级________学号________姓名________

一．填空题(每题3分，共36分)

1. 已知集合$M=\{i,i^2,\frac{1}{i},\frac{(1+i)^2}{i}\}$，$i$是虚数单位，$Z$为整数集，则集合$Z\cap M$中的元素个数为__2__.

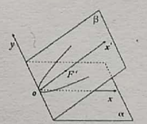
2. 若复数$z=1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{2022}+\frac{|3-4i|}{3-4i}$，则$z$的共轭复数的虚部为__$-\frac{9}{5}$__.

3. 对任意复数$z=x+yi\ (x,y\in R)$，i为虚数单位，则下列结论正确的是__④__.(填序号)
①$|z-\bar{z}|=2y$；②$z^2=x^2+y^2$；③$|z-\bar{z}|\geq 2x$；④$|z|\leq|x|+|y|$.

4. 函数$y=\cos x(x\in[\pi,\frac{3}{2}\pi))$的反函数为__$y=2\pi-\arccos x\ (-1\leq x<0)$__

5. 已知$w>0$，函数$f(x)=\sin(wx+\frac{\pi}{4})$在$(\frac{\pi}{2},\pi)$单调递增，则$w$的取值范围为__$(0,\frac{1}{4}]$__

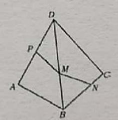
6. 已知直线l与平面α成45°角，直线$m\subsetneqq\alpha$，若直线l在α内的射影与直线m也成45°角，则l与m所成的角大小是__60°__.



7. 如图，具有公共y轴的两个直角坐标平面α和β所成的二面角$\alpha-y$轴$-\beta$大小为45°，已知在β内的曲线C'的方程是$y^2=4\sqrt{2}x'$，曲线C'在平面α内射影的方程$y^2=2px$，则p的值是__4__.

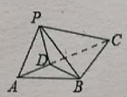
8. 平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面是边长为1的正方形，侧棱AA_1的长为2，且$\angle A_1AB=\angle A_1AD=120^\circ$，则$AC_1$的长为__$\sqrt{2}$__.

9. 已知四面体$ABCD$中，$AB=CD=2$，E、F分别为BC、AD的中点，且异面直线AB与CD所成的角为$\frac{\pi}{3}$，则$EF=$__1 or $\sqrt{3}$__



10. 如图，在平面四边形$ABCD$中，$AB=BC=1$，$AD=CD=\sqrt{2}$，$\angle DAB=\angle DCB=90^\circ$，点$P$为$AD$的中点，点$M,N$分别在线段$BD,BC$上，则$PM+\frac{\sqrt{2}}{2}MN$的最小值为__1__.

11. 在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，$\angle ABC=120^\circ$，$\angle ABC$的平分线交AC于点D，且$BD=1$，则$4a+c$的最小值为__9__.



12. 如图，在ΔABC中，$AB=BC=2$，$\angle ABC=120^\circ$．若平面ABC外的点P和线段AC上的点D，满足$PD=DA$，$PB=BA$，则四面体$PBCD$的体积的最大值是__$\frac{1}{2}$__.

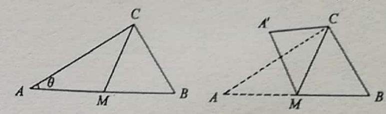
二．选择题(每题4分，共16分)

13. 已知$z_1,z_2,z_3\in C$，下列结论正确的是(C)
A．若$z_1^2+z_2^2+z_3^2=0$，则$z_1=z_2=z_3=0$　B．若$z_1^2+z_2^2+z_3^2>0$，则$z_1^2+z_2^2>-z_3^2$
C．若$z_1^2+z_2^2>-z_3^2$，则$z_1^2+z_2^2+z_3^2>0$　D．若$\overline{z_1}=-z_1$，则z_1为纯虚数．

14. 已知两个平面α,β和三条直线m,a,b，若$\alpha\cap\beta=m$，$a\subsetneqq\alpha$且$a\perp m$，$b\subsetneqq\beta$，设α和β所成的一个二面角的大小为θ_1，直线a和平面β所成的角的大小为θ_2，直线a,b所成的角的大小为θ_3，则(D)
A．$\theta_1=\theta_2\geq\theta_3$　B．$\theta_3\geq\theta_1=\theta_2$　C．$\theta_1\geq\theta_3$，$\theta_2\geq\theta_3$　D．$\theta_1\geq\theta_2$，$\theta_3\geq\theta_2$

15. 已知长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，对角线AC_1与平面A_1BD交于点O，则O为ΔA_1BD的(C)
A．外心　B．内心　C．重心　D．垂心

16. 如图，在ΔABC中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle CAB=\theta$，M为AB的中点．将ΔACM沿着CM翻折至$\Delta A'CM$，使得$A'M\perp MB$，则θ的取值不可能为(A)

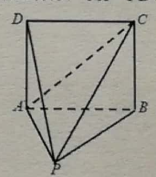


A．$\frac{\pi}{9}$　B．$\frac{\pi}{6}$　C．$\frac{\pi}{5}$　D．$\frac{\pi}{3}$

三．解答题(共48分)

17. 如图，在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=2$，$AD=1$，$A_1A=1$.
4′ (1)证明直线BC_1平行于平面D_1AC；
4′ (2)求直线BC_1到平面D_1AC的距离．$\frac{2}{3}$

18. 如图，在几何体$PABCD$中，平面$PAB\perp$平面$ABCD$，四边形$ABCD$是正方形，$PA=PB$，且平面$PBC\perp$平面PAC．
4′ (1)求证：$AP\perp$平面PBC；
4′ (2)求直线PD与平面PAC所成角的正弦值．$\frac{\sqrt{2}}{3}$



19. 已知关于 x 的方程 $2\sin x+\cos x=m$ 在 $[0,2\pi]$ 内有两个不同的解 α,β.

(1)求实数 m 的取值范围；(2) 求 $\cos(\alpha-\beta)$（用 m 表示）.

4' (1) $(-\sqrt{5},1)\cup(1,\sqrt{5})$

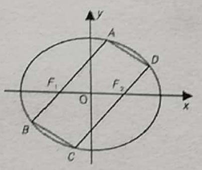
4' (2) $\frac{2m^2}{5}-1$

20. 已知椭圆 E 的中心在坐标原点，左、右焦点 F_1、F_2 分别在 x 轴上，离心率为 $\frac{1}{2}$，在其上有一动点 A，A 到点 F_1 距离的最小值是 1，过 A、F_1 作一个平行四边形，顶点 A,B,C,D 都在椭圆 E 上，如图所示.

4' (1)求椭圆 E 的方程：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

4' (2)判断平行四边形 $ABCD$ 能否为菱形，并说明理由：否

4' (3)求平行四边形 $ABCD$ 面积的最大值. 6



21. 已知无穷数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 分别为等差数列与等比数列，其中 $a_n=3n-2$，$b_1=1$，记 $q(q>0)$ 为 $\{b_n\}$ 的公比，S_n 为 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，且满足：$S_{n+1}\le 4b_n\ (n\in N^*)$

4' (1)求 $\{b_n\}$ 的通项公式：$b_n=2^{n-1}$

(2)记集合 $A=\{x\mid x=a_n,n\in N^*\}$，$B=\{x\mid x=b_n,n\in N^*\}$，$M=A\cup B$.

4' ①将 $C_M A$ 中元素从小到大排列构成数列 $\{c_n\}$，求 $\{c_n\}$ 的通项公式：$c_n=2^{2n-1}$

4' ②将 M 中元素从小到大排列构成数列 $\{d_n\}$，,求 $\{d_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

$$T_n=\begin{cases}1, & n=1\\ \frac{(n-k)(3n-3k-1)}{2}+\frac{2(4^k-1)}{3}, & n\in\left[\frac{2^{2k-1}+3k+1}{3},\frac{2^{2k+1}+3k+1}{3}\right],\ k\in N^*\end{cases}$$