



简单的三角 方程

知识回顾

1. $\sin x = a$:

- ① $|a| > 1$ 时, 解集为 \emptyset ;
- ② $|a| = 1$ 时, 解集为 $\{x \mid x = 2k\pi + \arcsin a, k \in \mathbb{Z}\}$;
- ③ $|a| < 1$ 时, 解集为 $\{x \mid x = k\pi + (-1)^k \arcsin a, k \in \mathbb{Z}\}$.

2. $\cos x = a$:

- ① $|a| > 1$ 时, 解集为 \emptyset ;
- ② $|a| = 1$ 时, 解集为 $\{x \mid x = 2k\pi + \arccos a, k \in \mathbb{Z}\}$;
- ③ $|a| < 1$ 时, 解集为 $\{x \mid x = 2k\pi \pm \arccos a, k \in \mathbb{Z}\}$.

3. $\tan x = a$: 解集为 $\{x \mid x = k\pi + \arctan a, k \in \mathbb{Z}\}$.

4. $\cot x = a$: 解集为 $\{x \mid x = k\pi + \operatorname{arccot} a, k \in \mathbb{Z}\}$.

典型例题

【例1】 解下列三角方程：

(1) $\sin 5x - \cos x = 0;$

(2) $3\sin x + 4\cos x = 3;$

(3) $\tan 3x = \sin 6x.$

典型例题

【例2】解下列三角方程：

$$(1) 2 \sin x \cos x + \sin x - \cos x = 1;$$

$$(2) \sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 1 = 0;$$

$$(3) \sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0.$$

典型例题

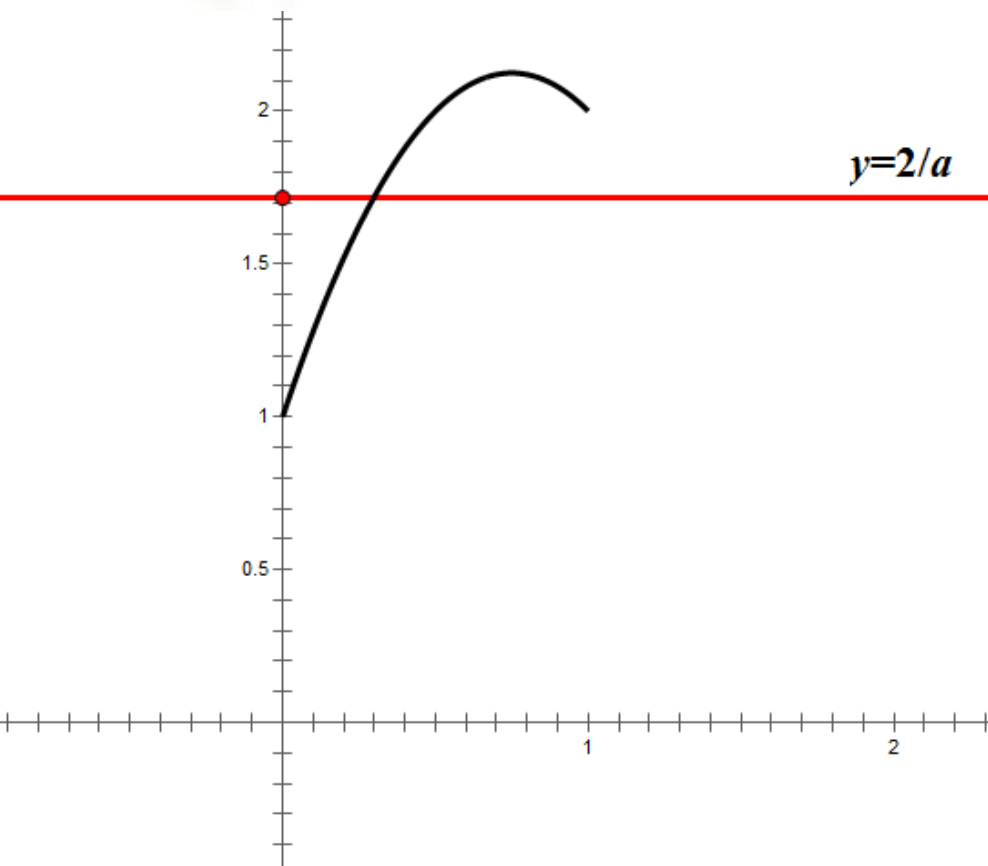
【例3】解下列三角方程：

$$(1) 81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 30;$$

$$(2) \sin(\pi \cos x) = \cos(\pi \sin x).$$

典型例题

【例4】在 $x \in [0, \pi]$ 内，方程 $a \cos 2x + 3a \sin x - 2 = 0$ 有且仅有两解，求 a 的范围.



典型例题

【例5】解三角方程： $a \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin 2x + 9$,

a 为一实常数.