60. 棱柱、棱锥、棱台(1)

一、基本训练题

1. 若长方体的三个交于同一顶点的面的面积分别是$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{6}$，则长方体的对角线的长为________.

2. 正三棱锥 $S\text{-}ABC$ 侧面等腰三角形底角 θ 的取值范围是________，正 n 棱锥侧面等腰三角形底角 θ 的取值范围是________.

3. 棱柱成为直棱柱的一个必要而不充分条件是 (　　)

(A) 棱柱有一条侧棱和底面垂直　　(B) 棱柱有一条侧棱和底面的两条边垂直

(C) 棱柱有一个侧面和底面的一条边垂直　　(D) 棱柱有一个侧面是矩形且和底面垂直

4. 正四棱锥相邻两侧面形成的二面角为 θ，则 θ 的取值范围是 (　　)

(A) $(0,\frac{\pi}{3})$　　(B) $(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2})$　　(C) $(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3})$　　(D) $(\frac{\pi}{2},\pi)$

二、典型例题

1. 已知正三棱锥的高为 3cm，一个侧面三角形的面积为 $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$，求这个正三棱锥的侧面和底面所成的二面角的大小.

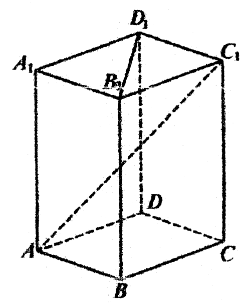
2. 如图，四棱柱 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中给出三个论断：

① 四棱柱 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 是直四棱柱；

② 底面 $ABCD$ 是菱形；

③ $AC_1\perp B_1D_1$.

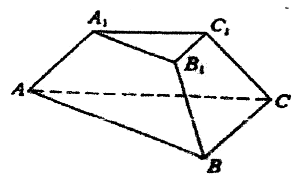
以其中两个论断作条件，余下一个作结论，可以得到三个命题，其中有几个真命题？为什么？



3. 已知三棱台 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的侧面 A_1ACC_1 是底角为 45°的等腰梯形，且该侧面与底面垂直，$\angle ACB=90°$.

(1) 求证二面角 $A\text{-}BB_1\text{-}C$ 为直二面角；

(2) 若 $AB=5$，$BC=3$，求二面角 $A_1\text{-}AB\text{-}C$ 的大小.



三、测试题

1. 长方体中，设对角线 AC' 和与 A 共点的三条棱所成的角分别为 α,β,γ，则 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=$________.

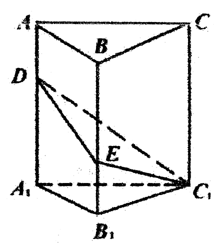
2. 一个棱锥被平行于底面的平面所截，若截面面积是底面面积的一半，则此棱锥的一条侧棱被截面所分成的两段(自上而下)的比是________.

3. 过正三棱锥高的中点作平行于底面的截面，截得正三棱台的上底面边长为 2cm，高恰好是上、下底面边长的等差中项. 则棱台的侧棱与底面所成的角是________.

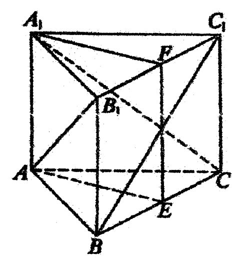
4. 正三棱台两底面的边长分别是 4 和 8，斜高为 4，若过下底面的一条边作该棱台的截面，且截面为三角形，则该截面面积的最小值是 ( )

(A) 24 (B) $4\sqrt{37}$ (C) $4\sqrt{35}$ (D) $\frac{16}{5}\sqrt{55}$

5. 已知 D,E 分别是正三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的侧棱 AA_1 和 BB_1 上的点，且 $A_1D=2B_1E=B_1C_1$. (1) 画出过 D,E,C_1 的平面与棱柱的下底面的交线；(2) 求平面 DEC_1 与下底面所成二面角的大小.



6. 直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$BC_1\perp AB_1$，$BC_1\perp A_1C$，$AE\perp BC$ 于 E，$A_1F\perp B_1C_1$ 于 F. 求证：(1) B_1ECF 是平行四边形；(2) $AB=AC$；(3) $AB_1=A_1C$.



四、说明

1. 本节重点是复习棱柱、棱锥、棱台的概念及其基本性质，在概念的复习中应善于运用"充要条件"的语言进行变式训练，如一、3.

2. 有些几何体中的计算问题，可以根据已知条件通过列方程(组)转化为代数问题来解决，如例 1.

3. 在解柱、锥的综合习题时，要善于综合联想，灵活运用线面关系，如三、6.