# 高三数学练习十六

班级______________ 姓名______________ 成绩______________

## 一. 填空题 3'×12=36'

1.若复数 z 满足 $z^2-z+1=0$，则|z|=__1__.

2.定义在区间[0，3π]上的函数 y=sin2x 的图象与 y=cosx 的图象的交点个数是__7个__.

3.函数 $y=\sin^2 x(-\frac{\pi}{2}<x<0)$ 的反函数为__y=arcsin(-√x)，x∈(0,1)__.

4.方程 $\arcsin x+\arcsin\frac{x}{2}=\frac{2\pi}{3}$ 的解为__x=1__.

5.已知 A（2，0），P 是圆 C：$x^2+y^2+4x-32=0$ 上的动点，线段 AP 的垂直平分线与直线 PC 的交点为 M，则当 P 运动时．点 M 的轨迹方程是__$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$__

6.若 x∈[1，100]，则函数 $f(x)=x^{2-\lg x}$ 的值域为__[1,10]__

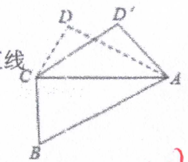
7.已知 $0<x<\frac{\pi}{2}$，且 sin（$2x-\frac{\pi}{4}$）$=-\frac{\sqrt{2}}{10}$，则 sinx+cosx=__$\frac{2}{5}\sqrt{10}$__.

8.函数 $f(x)=\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}$ 的对称中心为__(-1.5，2)__

9.小明给朋友发拼手气红包，1 毛钱分成三份（不定额度，每份是 1 分的正整数倍），若这三个红包被甲、乙、丙三位同学抢到，则甲同学抢到 5 分钱的概率为__$\frac{2}{9}$__.

10.实数 x，y 满足 $x^2-2xy+2y^2=2$，则 $x^2+2y^2$ 的最小值为__4-2√2__.

11.如图，已知平面四边形 ABCD，AB=BC=3，CD=1，AD=$\sqrt{5}$，∠ADC=90°，沿直线 AC 将△ACD 翻折成△ACD′，直线 AC 与 BD′所成角的余弦的最大值是__$\frac{\sqrt{6}}{6}$__.



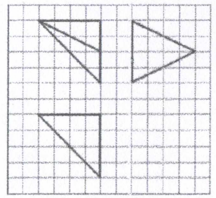

12.已知函数 f（x）$=x^2+ax+b$ 存在实数 $x_0$，且有$|x_0|\ge 3$，使得 f（$x_0$）=0，则 $a^2+4b^2$ 的最小值是__$\frac{324}{37}$__.

## 二. 选择题 4'×4=16'

13.采用系统抽样方法从 1000 人中抽取 50 人做问卷调查，为此将他们随机编号为 1，2，…，1000，适当分组后在第一组采用简单随机抽样的方法抽到的号码为 8．抽到的 50 人中，编号落入区间[1，400]的人做问卷 A，编号落入区间[401，750]的人做问卷 B，其余的人做问卷 C．则抽到的人中，做问卷 C 的人数为（ D）

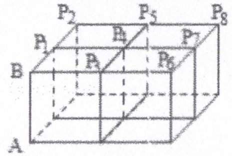
A．12 B．13 C．14 D．15

14.如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的各面中，面积最大的是（ C ）



A．8 B．$4\sqrt{5}$ C．12 D．16

15.如图，四个棱长为 1 的正方体排成一个正四棱柱，AB 是一条侧棱，$P_i$（i=1，2，…8）是上底面上其余的八个点，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP_i}$（i=1，2，…，8）的不同值的个数为（ D）




A．1 B．2 C．3 D．4

16.定义“规范 01 数列”$\{a_n\}$如下：$\{a_n\}$共有 2m 项，其中 m 项为 0，m 项为 1，且对任意 k≤2m，$a_1$，$a_2$，…，$a_k$ 中 0 的个数不少于 1 的个数，若 m=4，则不同的“规范 01 数列”共有（ C）

A．18 个 B．16 个 C．14 个 D．12 个

## 三. 解答题

17.已知函数 $f(x)=a^{x+b}(a>0$ 且 $a\ne1)$满足 $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$，且 $f(3)=8$．

4' (1)求实数 $a,b$ 的值；a=2，b=0

4' (2)若不等式$|x-1|<m$ 的解集为$(b,a)$，求实数 $m$ 的值.

m=1

18.在△ABC 中，AD 是角 A 的平分线.

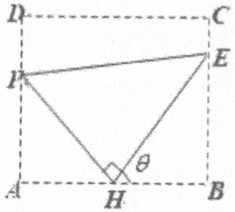
4' (1)用正弦定理或余弦定理证明：$\frac{BD}{DC}=\frac{BA}{AC}$；4' (2)已知 AB=2．BC=4，$\cos B=\frac{1}{4}$，求 AD 的长.

BD=$\frac{3}{5}\sqrt{10}$

19.如图：某污水处理厂要在一个矩形污水处理池($ABCD$)的池底水平铺设污水净化管道($Rt\Delta FHE$，$H$是直角顶点)来处理污水，管道越长，污水净化效果越好．设计要求管道的接口$H$是$AB$的中点，$E,F$分别落在线段$BC,AD$上．已知$AB=20$米，$AD=10\sqrt{3}$米，记$\angle BHE=\theta$．

(1)试将污水净化管道的长度$L$表示为$\theta$的函数,并写出定义域；

(2)问：当$\theta$取何值时，污水净化效果最好？并求出此时管道的长度．




$L=\frac{10}{\cos\theta}+\frac{10}{\sin\theta}+\frac{10}{\sin\theta\cos\theta}$，$\theta\in[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$

$\theta=\frac{\pi}{6}$或$\frac{\pi}{3}$时 $L_{max}=20\sqrt{3}+20$ 米

20.已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a>b>0）的长轴长为4，焦距为$2\sqrt{2}$．

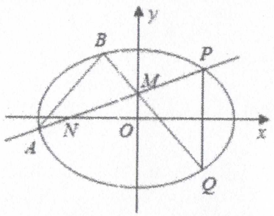
(1)求椭圆C的方程；　$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$

(2)过动点M（0，m）（m>0）的直线交x轴于点N，交C于点A，P（P在第一象限），且M是线段PN的中点，过点P作x轴的垂线交C于另一点Q，延长QM交C于点B.

①设直线PM，QM的斜率分别为k，k'，证明$\frac{k'}{k}$为定值并求此定值；　$\frac{k'}{k}=-3$

②求直线AB的斜率的最小值.

$(k_{AB})_{min}=\frac{\sqrt{6}}{2}$




21.若存在常数k（k∈N*，k≥2）、q、d，使得无穷数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+d, & \frac{n}{k}\notin N^*\\ qa_n, & \frac{n}{k}\in N^*\end{cases}$，则称数列$\{a_n\}$为“段比差数列”，其中常数k、q、d分别叫做段长、段比、段差．设数列$\{b_n\}$为“段比差数列”.

(1)若$\{b_n\}$的首项、段长、段比、段差分别为1、3、q、3.

①当q=0时，求$b_{2020}$；　$b_{2020}=0$

②当q=1时，设$\{b_n\}$的前3n项和为$S_{3n}$，若不等式$S_{3n}\le\lambda\cdot3^{n-1}$对n∈N*恒成立，求实数λ的取值范围；　$\lambda\ge14$

(2)设$\{b_n\}$为等比数列，且首项为b，试写出所有满足条件的$\{b_n\}$，并说明理由.

$b_n=b$ 或 $b_n=(-1)^{n-1}b$