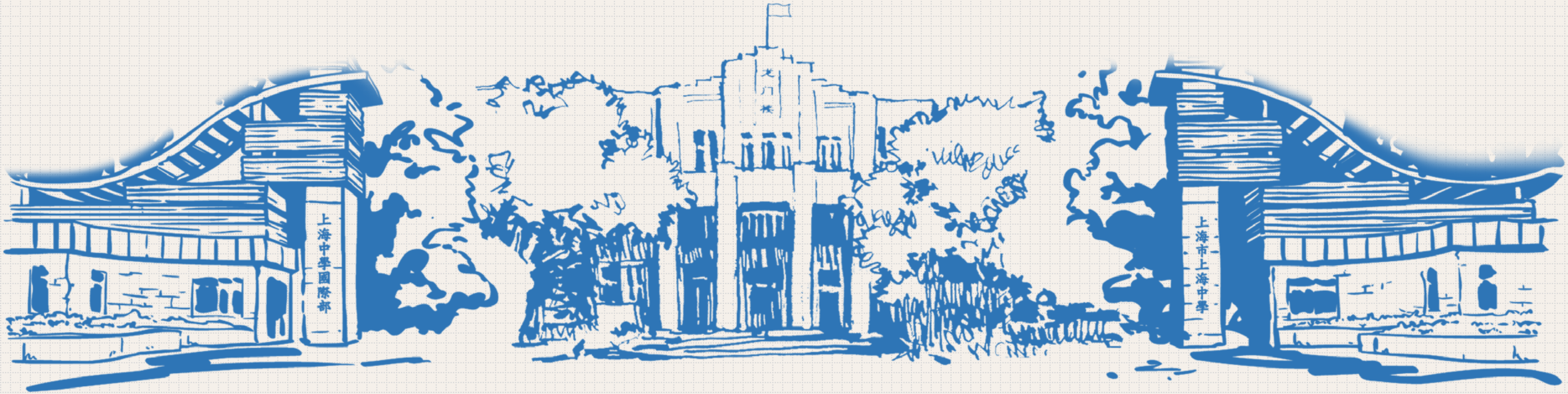
体积
及其应用

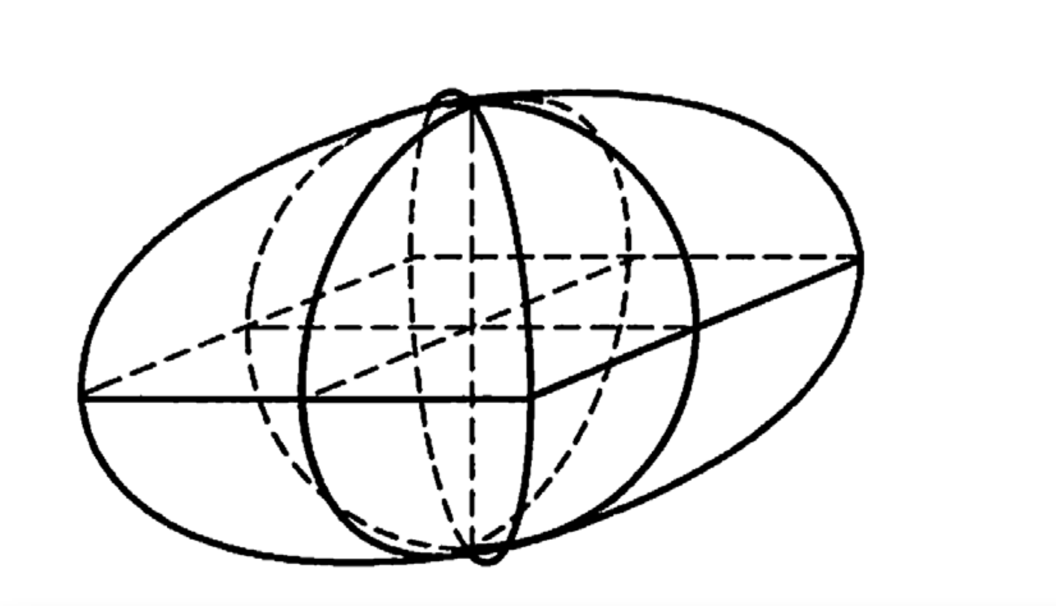
课程老师：吴坚

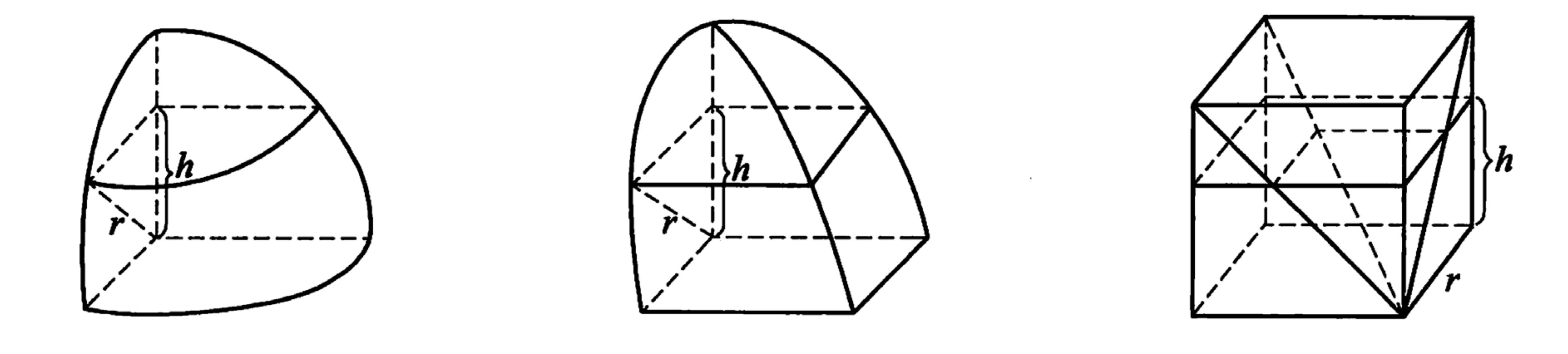


第一部分

『课堂导入』

也谈球的体积---牟合方盖

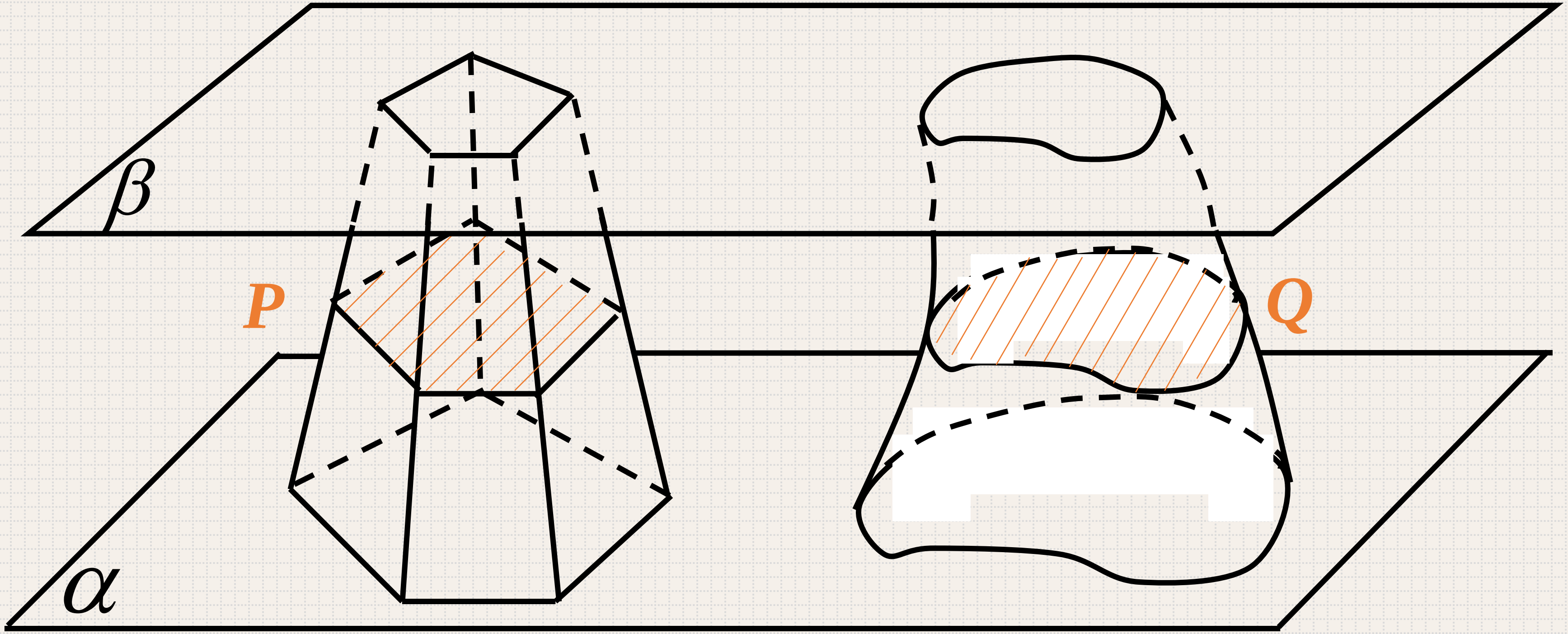




祖暅原理

幂势既同，则积不容异

夹在两个平行平面间的两个几何体，被平行于这两个平面的任意平面所截，如果截得的两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积相等。



复习回顾

一、常见体积公式：

棱柱和圆柱：$V=S\cdot h$，特别地，$V_{圆柱}=\pi r^2 h$；

棱锥和圆锥：$V=\dfrac{1}{3}S\cdot h$，特别地，$V_{圆锥}=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$；

球：$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

复习回顾

二、求体积的常见方法与技巧:

(1)祖暅原理;(2)分割求和法;(3)补形求差法;(4)等积变换.

三、体积的应用

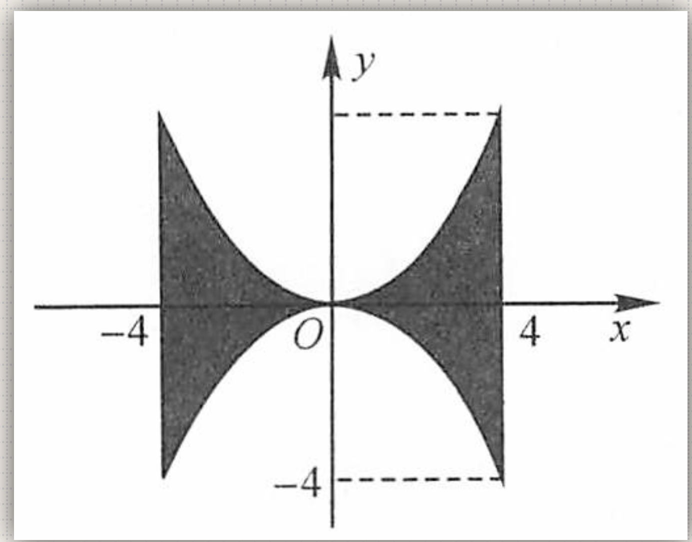
利用“算两次”原理计算同一几何体的体积,从而得出未知元素的等量关系,用这种方法求点到平面的距离,可免去寻找距离或垂直关系的推理过程.

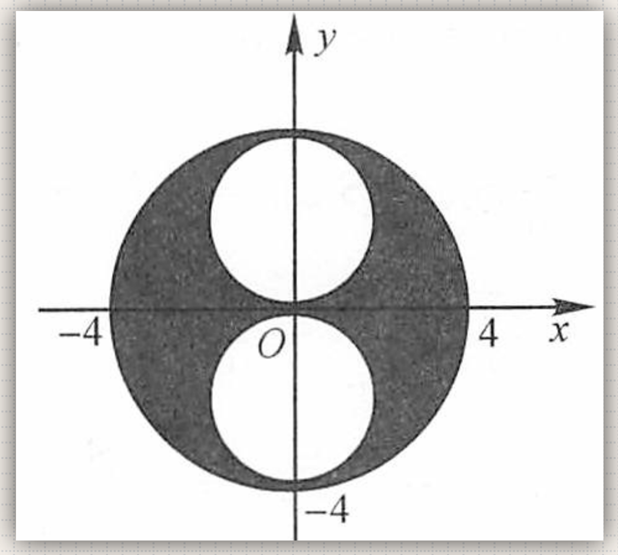
第二部分

『应用举例』

例题选讲

【例1】由曲线$x^2=4y, x^2=-4y, x=4, x=-4$围成的图形绕$y$轴旋转一周所得的旋转体的体积为$V_{甲}$;满足$x^2+y^2\le 16$, $x^2+(y-2)^2\ge 4, x^2+(y+2)^2\ge 4$的点构成的图形绕$y$轴旋转一周所得的旋转体的体积为$V_{乙}$,证明:$V_{甲}=V_{乙}$.

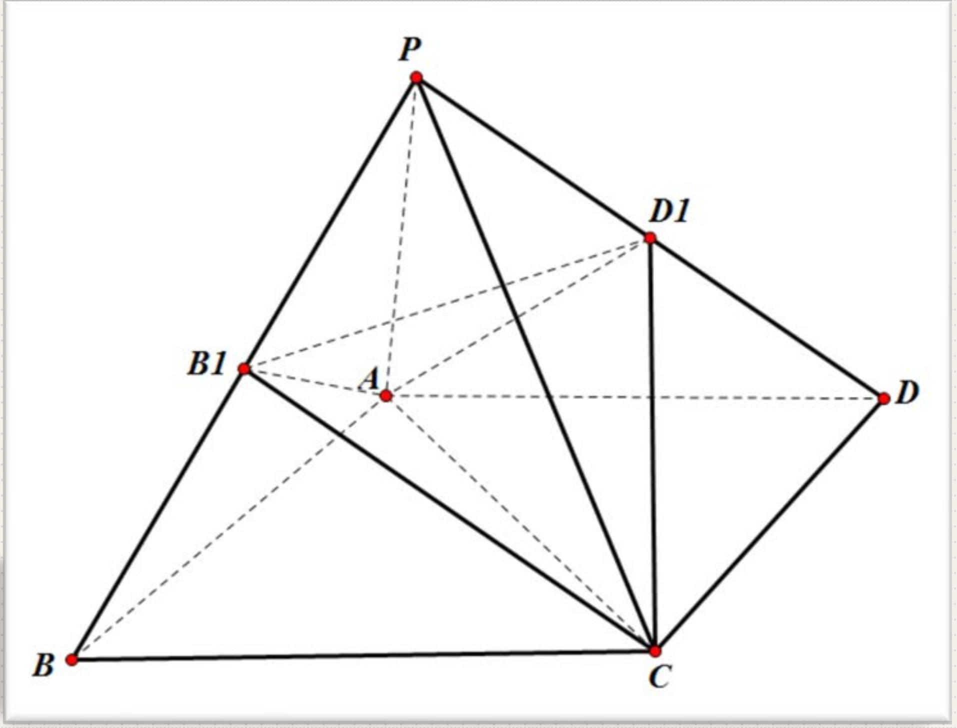




例题选讲

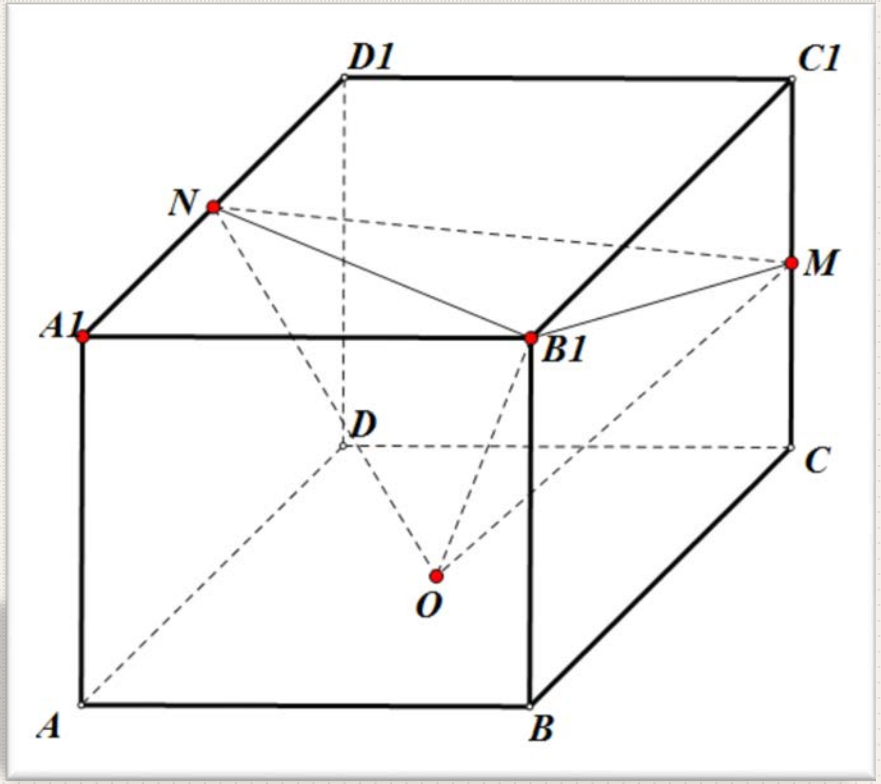
【例2】正四棱锥$P-ABCD$中, B_1为PB中点, D_1为PD中点,

求棱锥$A-B_1CD_1$与$P-ABCD$的体积之比.



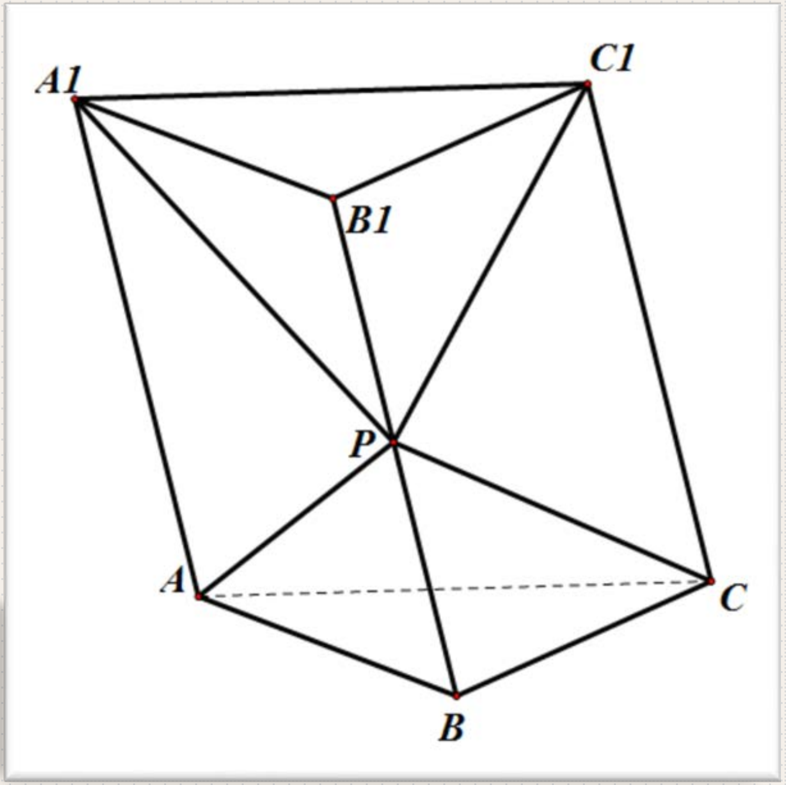
例题选讲

【例3】正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1, O为底面$ABCD$的中心, 点M, N分别为CC_1, A_1D_1的中点, 求四面体$O-MNB_1$的体积.



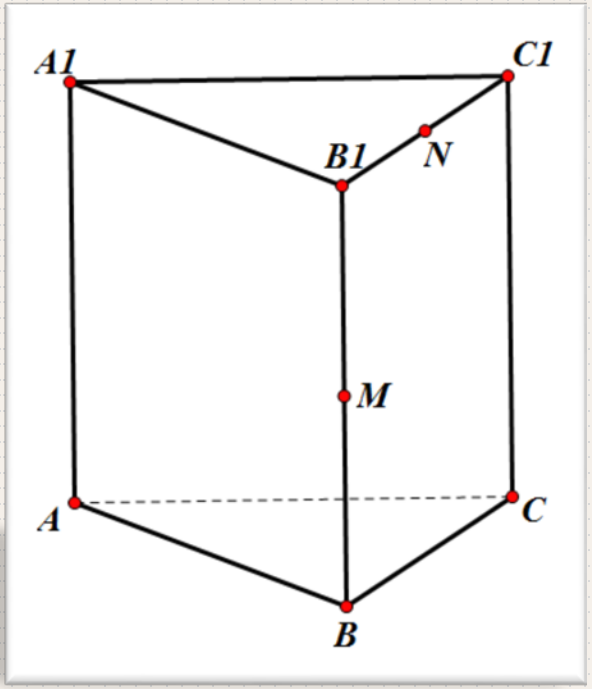
变式探究

已知体积为V的三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$，P是棱BB_1上除B_1，B以外的任意一点，求四棱锥$P-AA_1C_1C$的体积.



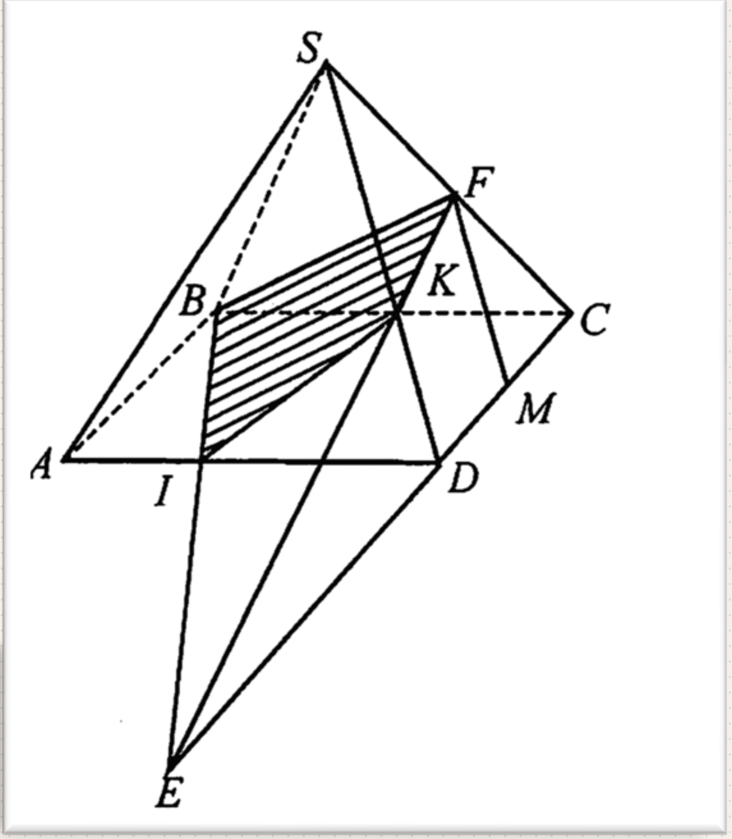
例题选讲

【例4】三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，点A，BB_1的中点M以及B_1C_1的中点N所确定的平面将三棱柱分割成体积不相同的两部分，求这两部分的体积之比.



变式探究

在正四棱锥$S-ABCD$中，延长CD至E，使$DE=2CD$，过点B,E和棱SC的中点F作一平面，该平面将四棱锥分成两部分，求这两部分的体积之比.

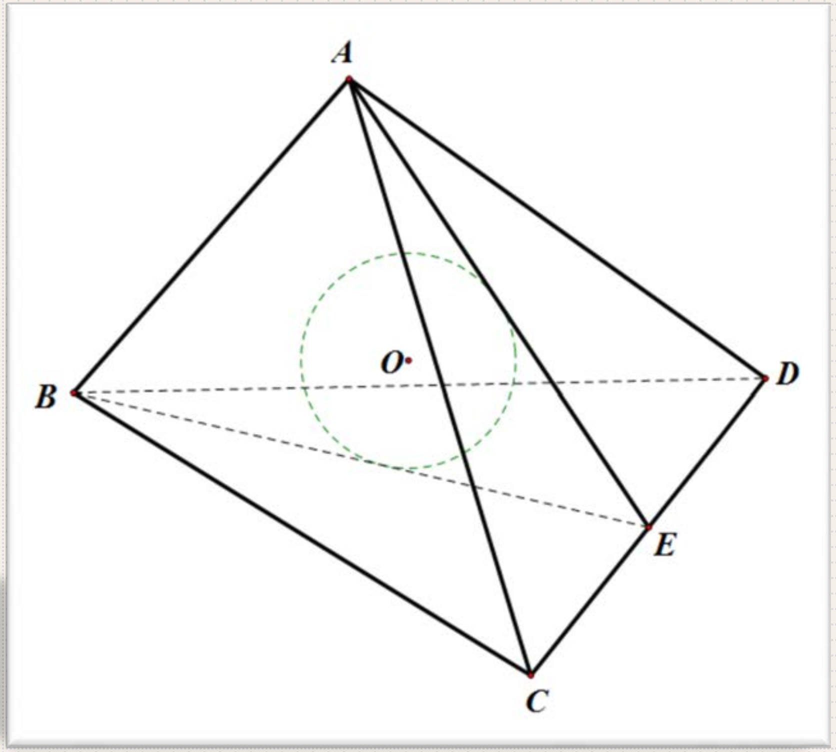


例题选讲

【例5】已知四面体$ABCD$的一条棱长为x,其余各棱长均为a.当x为何值时,该四面体的体积最大?

变式探究

三棱锥$A-BCD$的两条棱$AB=CD=6$,其余各棱长均为5,求三棱锥的内切球的体积.

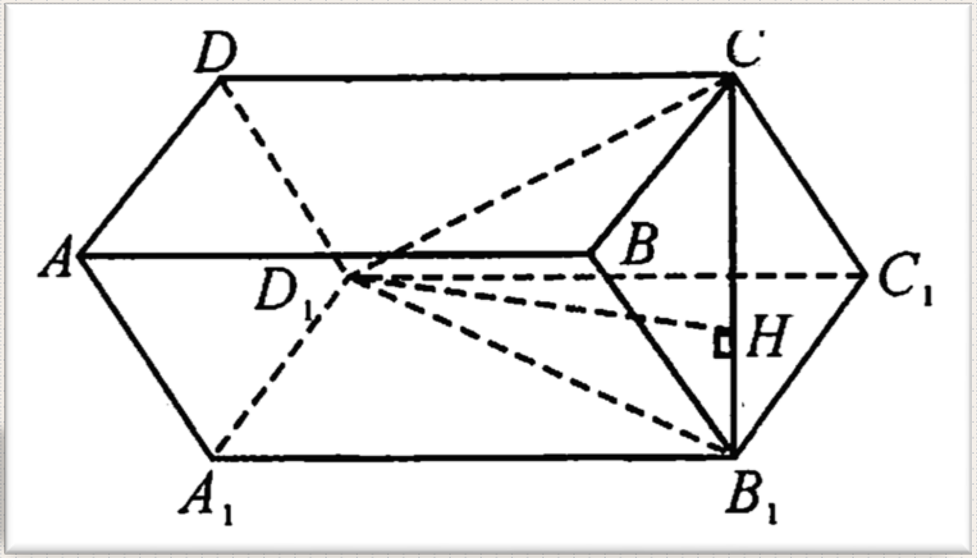


例题选讲

【例6】在平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中, $AB=AD=2a$, $AA_1=a, \angle A_1AD=\angle A_1AB=\angle DAB=60^\circ$.

(1)求证: $AA_1\perp$平面B_1CD_1;

(2)求该平行六面体的体积.

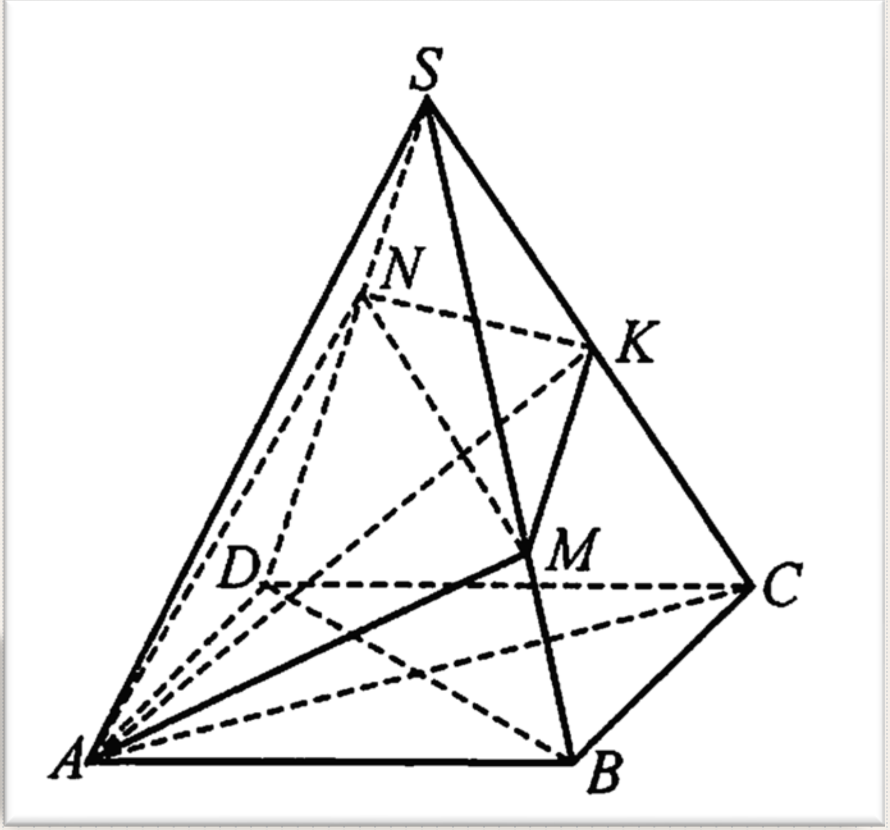


例题选讲

【例7】三棱锥$P-ABC$中, $PA=a, AB=AC=2a, \angle PAB=\angle PAC=\angle BAC=60^{\circ}$, 求三棱锥$P-ABC$的体积.

例题选讲

【例8】四棱锥$S-ABCD$的底面是平行四边形,过顶点A和侧棱SC的中点K作一平面分别交棱SB,SD于点M,N,试求$\dfrac{V_{S-AMKN}}{V_{S-ABCD}}$的最大值和最小值.



感谢观看

课程老师：吴坚