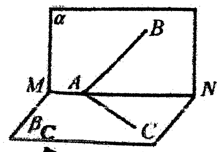
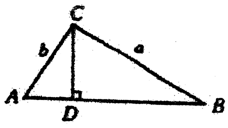
57. 两个平面垂直

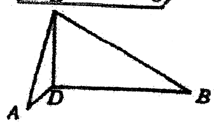
一、基本训练题

1. 设α-MN-β是直二面角，$A\in MN$，$AB\subset\alpha$，$AC\subset\beta$，$\angle BAN=\angle CAN=45^\circ$，则$\angle BAC=$____________.



2. 在直角$\triangle ABC$中，两直角边$AC=b$，$BC=a$，$CD\perp AB$于D，把$\triangle ABC$沿CD折成直二面角A-CD-B后，$\cos\angle ACB=$______.





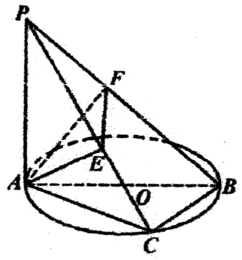
3. 对于直线m，n和平面α，β，$\alpha\perp\beta$的一个充分条件是 ( )

(A) $m\perp n$，$m/\!/\alpha$，$n/\!/\beta$ (B) $m\perp n$，$\alpha\cap\beta=m$，$n\subset\alpha$

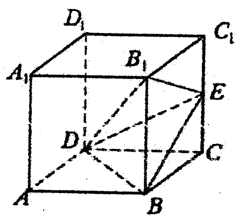
(C) $m/\!/n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$ (D) $m/\!/n$，$n\perp\beta$，$m\subset\alpha$

二、典型例题

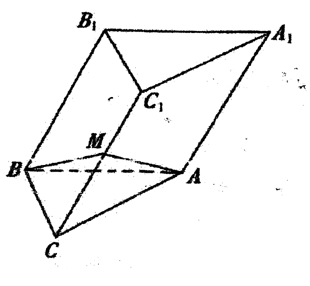
1. 如图，AB是圆O的直径，C是圆周上一点，$PA\perp$平面ABC. (1) 求证：平面$PAC\perp$平面PBC；(2) 若$AE\perp PC$，E为垂足，F为PB上任意一点. 求证：平面$AEF\perp$平面PBC.



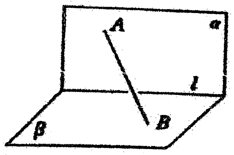
2. 如图，$ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$是正方体，E是CC_1的中点. (1) 求证：平面$B_1DE\perp$平面B_1BD；(2) 求二面角B-B_1E-D的余弦值.



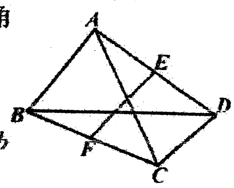
3. 已知斜三棱柱ABC-$A_1B_1C_1$，在底面$\triangle ABC$中，$\angle A=30^\circ$，$\angle C=90^\circ$，$BC=1$，侧面$A_1ACC_1\perp$底面ABC，侧棱与底面成60°角，$AA_1=\sqrt{3}$，M是CC_1的中点. (1) 求证：$AM\perp BC$；(2) 求直线A_1B与平面AA_1C_1C所成的角.



三、测试题



1. α-l-β 是直二面角，$A\in\alpha$，$B\in\beta$，A，B 不在 l 上，设 AB 与 α，β 成的角分别是 θ_1，θ_2，则 $\theta_1+\theta_2$ 的取值区间为________.

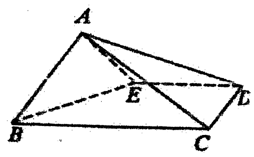


2. 如图：在空间四边形 $ABCD$ 中，平面 $ABD\perp$ 平面 BCD，$\angle BDC=90°$，E，F 分别是 AD 和 BC 的中点，当 $EF=CD$ 时，EF 与 CD 所成的角为________，EF 与平面 ABD 所成的角为________.

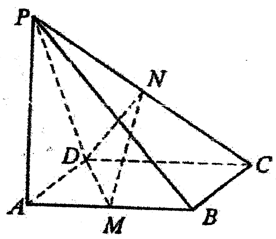
3. 在直二面角 α-l-β 中，直线 $a\subset\alpha$，直线 $b\subset\beta$，a，b 与 l 都斜交，则(　　)

(A) a 不和 b 垂直，但可能 $a/\!/b$　　(B) a 可能和 b 垂直，也可能 $a/\!/b$

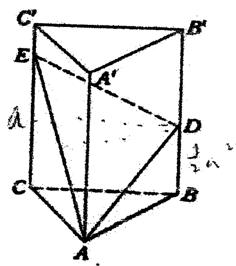
(C) a 不和 b 垂直，a 也不与 b 平行　(D) a 不和 b 平行，但可能 $a\perp b$



4. 在四棱锥 A-$BCDE$ 中，$BC/\!/DE$，$\angle BCD=\angle CDE=90°$，$DE=CD=\frac{1}{2}BC$，$AB=AE=\frac{1}{2}BC$，$AC=AD$. (1) 证明：平面 $ABE\perp$ 平面 $BCDE$；(2) 求 AC 与平面 $BCDE$ 所成角的正弦值.



5. 如图，$PA\perp$ 矩形 $ABCD$ 所在平面，$PA=AD=a$，M，N 分别是 AB，PC 的中点. (1) 求证：平面 $MND\perp$ 平面 PCD；(2) 若二面角 N-MD-C 为 $60°$，求 AB 的长.



6. ABC-$A'B'C'$ 是正三棱柱，底面边长为 a，D，E 分别是 BB'，CC' 上的点，$BD=\frac{1}{2}a$，$EC=a$. (1) 求证：平面 $ADE\perp$ 平面 $ACC'A'$；(2) 求截面 $\triangle ADE$ 的面积.

四、说明

1. 本节复习两平面垂直的概念、判定定理和性质定理. 应掌握“线线垂直”、“线面垂直”、“面面垂直”间的转化及转化的条件.

2. 在证两平面垂直时，一般可先从现有的直线寻找平面的垂线，如例 1，证平面 $PAC\perp$ 平面 PBC 时，可找到 $BC\perp$ 平面 PAC. 如果这样的直线图中不存在，则可通过作辅助线来解决，如测试题 6，可通过取 AE 的中点 P，再证 $DP\perp$ 平面 $ACC'A'$；如测试题 4 取 CD，BE 的中点 M，N，通过证明 $AN\perp$ 平面 $BCDE$ 得平面 $ABE\perp$ 平面 $BCDE$.