

26. 反三角函数

一. 填空题:

1. 一个直角三角形三内角的正弦值成等比数列, 其最小内角为_____
2. 已知方程 $x^2 + 3\sqrt{3}x + 4 = 0$ 的两个实根为 x_1, x_2 , 则 $\arctan x_1 + \arctan x_2 =$ _____
3. $\arcsin x > \arccos x$ 成立的 x 的取值范围是_____
4. 函数 $y = 2\arccos(x-2)$ 的反函数是_____
5. 若关于 x 的方程 $\sin x - \cos x = m$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上有且仅有一个解, 则 m 的值是_____.

二. 选择题:

1. 已知 $\sin \alpha = m$ ($|m| \leq 1$), 且 $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, 若用反三角函数表示 α , 则 α 为()

A $\arcsin m$ B $2\pi - \arcsin m$ C $\pi + \arcsin m$ D $\pi - \arcsin m$

2. $y = \arcsin x + \arctan x$ 的值域为 ()

A $[-\pi, \pi]$ B $[0, \pi]$ C $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ D $\left(-\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$

3. 设 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = \pi - \arccos(\sin x)$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x) =$ ()

A $\arccos(\sin x)$ B $\pi + \arccos(\sin x)$ C $-\arccos(\sin x)$ D $-\pi - \arccos(\sin x)$

三. 解答题:

1. 求下列函数的反函数

$$(1) y = \cos x, x \in \left[\frac{5\pi}{2}, 3\pi\right] \quad (2) y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right), x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$$

2. 求下列函数的定义域和值域

$$(1) y = 2\arccos \frac{1}{x-2} \quad (2) y = \arcsin(x^2 - x) \quad (3) y = 2\arcsin(x^2 + x - 1) \quad (4) y = \lg \arcsin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$3. \text{ 求下列各式的值 } (1) \cos\left[\arccos \frac{4}{5} + \arccos\left(-\frac{5}{13}\right)\right] \quad (2) \sin\left[\frac{\pi}{3} + \frac{1}{2}\arctan(-2\sqrt{2})\right]$$

$$4. \text{ 求函数 } y = (\arccos x)^2 - 5\arccos x, x \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right] \text{ 的最值}$$

$$5. \text{ 若 } \arctan(1+x) + \arctan(1-x) = \frac{\pi}{4}, \text{ 求 } \arccos \frac{x}{2} \text{ 的值}$$

$$6. \text{ 二次函数 } f(x) \text{ 的二次项系数为正数, 且满足关系式 } f(x) = f(2-x), \text{ 解不等式}$$

$$f\left(\frac{\arccos x}{4}\right) > f\left(\frac{\arccos(1-x)}{4}\right)$$

$$7. \text{ 讨论函数 } y = \arccos(x^2 - x) \text{ 的性质(定义域, 值域, 单调性, 最值)}$$