棱柱、棱锥

知识梳理

1、　棱柱：

a）**定义**：有两个面互相平行，其余各面都是四边形，且相邻两个四边形的交线互相平行的多面体叫做棱柱.

b）**性质**：

（1）棱柱的各个侧面都是平行四边形.

（2）棱柱的两个底面与平行于底面的截面是全等多边形.（横截面）

（3）过棱柱不相邻的两条侧棱的截面都是平行四边形.　（对角面）

知识梳理

注：几个重要的截面

（1）横截面：平行于底面的截面；

（2）对角面：过不相邻的两条侧棱的截面；

（3）直截面：垂直于侧棱且与每条侧棱都相交的截面.

知识梳理

c）特殊棱柱：

斜棱柱、直棱柱、正棱柱、平行六面体

性质：

（1） 直棱柱的各个侧面都是矩形.

（2） 直棱柱的侧棱与高相等.

（3） 正棱柱的侧面是全等的矩形.

（4） 平行六面体的六个面都是平行四边形.

知识梳理

d）分类：

$\{四棱柱\} \supsetneqq \{平行六面体\} \supsetneqq \{直平行六面体\} \supsetneqq \{长方体\}$

$\supsetneqq \{正四棱柱\} \supsetneqq \{正方体\}$

知识梳理

e）侧面积、体积

直棱柱的侧面积：$S=c\cdot l$（c为底面周长、l为侧棱长）

斜棱柱的侧面积：$S=c_{直}\cdot l$（$c_{直}$为直截面周长、l为侧棱长）

$V_{柱}=S\cdot h$

祖暅原理

夹在两个平行平面间的几何体，被平行于这两个平面的任意平面所截，如果截得的两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积相等。

知识梳理

2、 棱锥：

a） **定义**：如果一个多面体有一个面是多边形，且不在这个面上的棱都有一个公共点，那么这个多面体叫做棱锥.

b） **性质**：

若一个棱锥被平行于底面的平面所截.

（1） 侧棱和高被这个平面分成比例线段；

（2） 截面和底面是相似多边形；

（3） $\dfrac{S_{小锥侧}}{S_{大锥侧}}=\dfrac{S_{小锥底}}{S_{大锥底}}$=对应线段平方比

$\dfrac{V_{小锥}}{V_{大锥}}$=对应线段立方比

知识梳理

c）正棱锥

性质：

（1） 正棱锥各侧棱相等，各侧面都是全等的等腰三角形.

（2） 各条侧棱与底面所成的角相等；各个侧面与底面所成的角相等；相邻两个侧面所成的角相等.

（3） 熟悉两个基本的直角三角形.

知识梳理

d) 特殊棱锥的性质

（1） 若棱锥侧棱长都相等，则它的顶点在底面上的射影是底面多边形的外心.

（2） 若棱锥侧面与底面所成角都相等，则顶点在底面上的射影是底面多边形的内心.

（3） 若棱锥顶点到底面各边距离相等，则顶点在底面上的射影是底面多边形的内心.（若棱锥为三棱锥，则还可能为旁心）

（4） 若棱锥为三棱锥，且侧棱两两垂直（或有两组对棱互相垂直），则顶点在底面上的射影为底面三角形的垂心.

（5） 若棱锥各侧面与底面成等角θ，则有$S_{侧}=\frac{S_{底}}{cos\theta}$.

知识梳理

e）正三棱锥与正四面体

三棱锥又叫四面体；

正三棱锥的侧棱长与底面边长可以不相等，但正四面体的所有棱长都相等.

{正四面体} $\subsetneqq$ {正三棱锥}

正四面体可置于正方体内，正四面体的对棱垂直，对棱间的距离是棱长的$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

知识梳理

f）表面积和体积

正棱锥的侧面积：$S=\frac{1}{2}c\cdot h'$（c为底面周长、h'为棱锥的斜高）

$$V_{锥}=\frac{1}{3}S\cdot h$$

经典例题

面积与体积的计算

1、展开

例1、

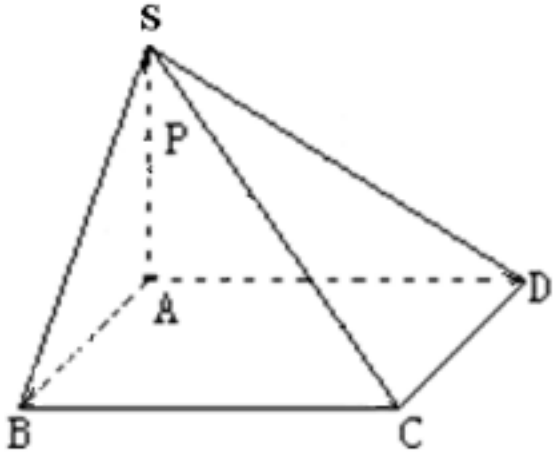
设正三棱锥$P-ABC$的底面边长为a，侧棱长为$2a$，过A作与PB、PC分别交于D、E的截面，当截面周长最小时，求截面面积.

经典例题

2、 比

例2、

已知四棱锥$S-ABCD$，底面$ABCD$是平行四边形，P为AS的三等分点，$PA=2PS$，求过P、C、D的平面将锥体所分的两部分的体积比.



经典例题

3、割或补

例3、

多面体$ABCD-EFGH$是一个长方体被平面斜截所得到的几何体，截面为四边形$EFGH$，已知$AB=4$，$BC=3$，$BF=8$，$CG=12$，$AE=5$.

（1） 求证：截面是一个菱形；

（2） 求这个几何体的体积.

经典例题

4、化

例4、

长方体AC_1中，$AB = BC = 4$，$AA_1 = 8$，E为CC_1的中点，O_1为下底面正方形$A_1B_1C_1D_1$的中心，求：V_{O_1-ABE}.