

61. 棱柱、棱锥、棱台(2)

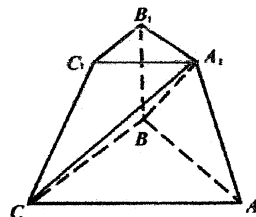
一、基本训练题

1. 一个斜棱柱的高是 h , 直截面的周长是 p , 侧棱和底面所成的角是 α , 则它的侧面积是 _____ (用三角函数表示).
2. 在四棱锥的四个侧面中, 直角三角形的个数最多可以有 _____ 个.
3. 将正方体截下一个角, 截得三个面的面积分别为 $3\text{cm}^2, 4\text{cm}^2, 12\text{cm}^2$, 截面面积为 S , 则 $S =$ _____.
4. 正四棱台两底面边长分别为 2 和 6, 侧面与下底面成 60° 的二面角, 则棱台的全面积为 _____.

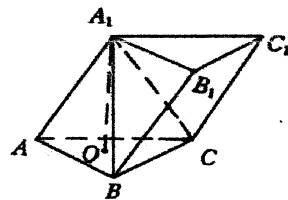
二、典型例题

1. 在一张硬纸上挖去一个半径为 $\sqrt{3}$ 的圆洞, 然后把此洞套在一个底面边长为 4, 高为 6 的正三棱锥上, 并使纸面与锥底面平行, 则能穿过这张纸面的棱锥的高的最大值是多少?

2. 在三棱台 $A_1B_1C_1-ABC$ 中, 侧棱 $B_1B \perp$ 底面 ABC , $\angle ABC = \angle AA_1C = 90^\circ$. (1) 求证: $AA_1 \perp A_1B$; (2) 若 $A_1B_1 = B_1C_1 = 1, AB = 2$, 求该棱台的侧面积.



3. 如图, 斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是边长为 2 的正三角形, 顶点 A_1 在底面 ABC 上的射影 O 是 $\triangle ABC$ 的中心, AA_1 与 AB 的夹角是 45° . (1) 求证: $AA_1 \perp$ 平面 A_1BC ; (2) 求此棱柱的侧面积.



三、测试题

1. 若一个三棱锥中有五条棱的长为 a , 其余一条棱长为 b , 则长为 b 的棱与不通过它的面所成角的余弦函数值为_____.

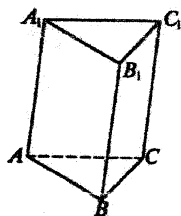
2. 棱台的上、下底面积分别为 9 cm^2 和 16 cm^2 , 则它的中截面面积为_____; 正棱台上、下底面及侧面面积之比为 $4:9:10$, 则侧面与底面所成的角为_____.

3. 三棱锥 $V-ABC$ 中, 已知 $VA \perp$ 底面 ABC , $BA \perp AC$, 且 $AC=4$, $AB=5$, $VA=3$, 那么过棱 AB 的截面中, 面积最小的值是_____.

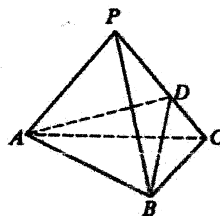
4. 一个正四棱台上、下底面的边长分别为 a, b , 高为 h , 且侧面积等于两底面面积之和, 则下列关系正确的是 ()

(A) $\frac{1}{h} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ (B) $\frac{1}{h} = \frac{1}{a+b}$ (C) $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{h}$ (D) $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{h}$

5. 斜棱柱的底面是等腰三角形 ABC , $AB=AC=10$, $BC=12$, 棱柱顶点 A_1 到 A, B, C 三点等距离, 侧棱长是 13, 求它的侧面积.



6. 正三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB=a$, 相邻两个侧面所成的二面角为 θ . (1) 若 $BD \perp PC$, 求 BD 的长; (2) 求这棱锥的侧面积.



四、说明

1. 本节重点是复习棱柱、棱锥、棱台的侧面积、全面积计算以及棱锥、棱台平行于底面的截面的性质. 掌握正棱锥、正棱台的性质, 通过解直角三角形、直角梯形达到正确运算的结果.

2. 求斜棱柱的侧面积一类问题时, 除了会计算各侧面面积的方法, 还要掌握“ $S_{\text{侧}} = \text{侧棱长} \times \text{直截面周长}$ ”的方法, 本节通过三、5 训练了这一解法, 要注意直截面的作法过程就是严密的解题过程.

3. 本节仍然以棱柱、棱锥、棱台为载体, 在训练计算能力的同时, 重视直线与平面的基本性质在棱柱、棱锥、棱台上的运用.