65. 体积计算及其应用(1)

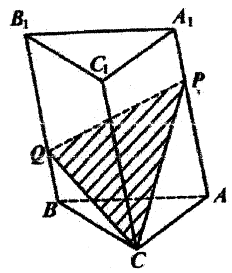
一、基本训练题

1. 若四面体的六条棱中，有五条棱的长为 2，则这四面体体积的取值范围是________.

2. 长方体的表面积为 $32cm^2$，体积为 $8cm^3$，长、宽、高成等比数列，则长方体所有棱长之和为________.

3. 正四棱锥的底面积为 $12cm^2$，侧面积为 $24cm^2$，则它的体积为________.

4. 在斜三棱柱侧棱 AA_1 和 BB_1 上各有一个动点 P,Q，满足 $A_1P=BQ$(如图). 过 P,Q,C 三点的截面把三棱柱分成两部分，这上、下两部分体积之比为 (　　)

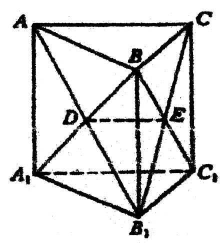


(A) 3 ∶ 1　　(B) 2 ∶ 1

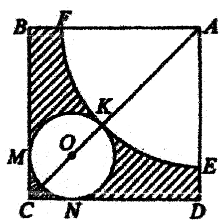
(C) 4 ∶ 1　　(D) $\sqrt{3}$ ∶ 1

二、典型例题

1. 如图，直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的侧棱和底面边长都是 a，截面 AB_1C 和截面 A_1BC_1 相交于 DE，求三棱锥 $B\text{-}B_1DE$ 的体积.



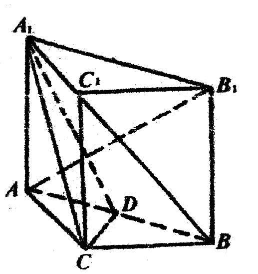
2. 在边长为 $5+\sqrt{2}$ 的正方形 $ABCD$ 内，以 A 为圆心画一个扇形，再画一个圆 O，它与 BC、CD 相切，切点为 M,N，又与扇形的圆弧 $\overset{\frown}{EF}$ 相切于 K 点(如图)，把扇形围成圆锥的侧面，圆 O 为圆锥的底面，求这圆锥的体积.



3. 如图，在斜三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AC=BC$，D 为 AB 的中点，平面 $A_1B_1C_1\perp$ 平面 ABB_1A_1，异面直线 BC_1 与 AB_1 互相垂直.

(1) 求证：$AB_1\perp$ 平面 A_1CD；

(2) 若 CC_1 与平面 ABB_1A_1 的距离为 1，$A_1C=\sqrt{37}$，$AB_1=5$，求三棱锥 $A_1\text{-}ACD$ 的体积.



三、测试题

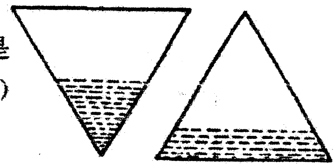
1. 一个圆锥的全面积为 πa^2 个面积单位，其侧面展开图扇形的圆心角为 60°，则这个圆锥的体积为________.

2. 已知函数 $f(x)=|x-2|$ 和 $g(x)=\frac{1}{2}x+2$，将这两个函数的图象围成的平面图形绕 x 轴旋转一周，则所得旋转体的体积为________立方单位.

3. 在三棱锥 $S\text{-}ABC$ 的侧棱 SA,SB,SC 上分别取 A',B',C' 三点，使 $SA'=\frac{1}{2}SA$，$SB'=\frac{1}{3}SB$，$SC'=\frac{1}{4}SC$，过 A',B',C' 三点作截面把棱锥分成两部分，这两部分的体积之比是（　　）

(A) 1∶21　　(B) 1∶22　　(C) 1∶23　　(D) 1∶24

4. 一个容器形如倒置的等边圆锥，如右图所示，当所盛水深是容器高的一半时，将容器倒转，那么水深将是容器高的　　（　　）

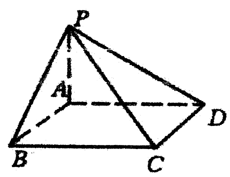


(A) $1+\frac{1}{2}\sqrt[3]{7}$　　(B) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{7}$

(C) $1-\frac{1}{2}\sqrt[3]{7}$　　(D) $1-\frac{1}{3}\sqrt[3]{7}$

5. 三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中，$PA=a$，$AB=AC=2a$，$\angle PAB=\angle PAC=\angle BAC=60°$，求三棱锥 $P-ABC$ 的体积.

6. 在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$PD\perp DC$，$DC\parallel$ 侧面 PAB. (1) 求证：$DA\perp AB$；(2) 设 $PB=PC$，且 $DC=PA=3\text{cm}$，$DA=4\text{cm}$，求这个四棱锥的体积.



四、说明

本节复习内容主要是柱体的体积计算及锥体的体积计算.

1. 复习中要善于抓住立体的图形、性质和平面几何的图形和性质的联系以及相互转化，体会把空间问题转化为平面问题来研究的思想方法，并以棱柱、棱锥等几何体为载体，运用第一章直线与平面的性质，达到复习直线与平面位置关系的目的.

2. 三棱锥的体积计算特别灵活，常用“换底”法来达到计算或证明的目的，应重视训练.

3. 熟练掌握柱、锥、台体积公式及其内在联系是达到准确计算的关键. 要能灵活地运用比例性质来解有关问题.