一、填空题

1. 若复数z满足$(1+2i)z=4+3i$（i是虚数单位），则z的虚部为 -1 .

2. 设$z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$,那么$z+z^2+z^3+z^4+z^5+z^6=$ 0 .

3. 设$m\in R$，若z是关于x的方程$x^2+mx+m^2-1=0$的一个虚根，则$|\bar{z}|$的取值范围是 $(\frac{\sqrt{3}}{3},+\infty)$.

4. 已知$\cos 2\alpha=\frac{7}{25},\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\sin\beta=-\frac{5}{13},\beta\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$,用**反余弦**表示$\alpha+\beta=$ $\pi+\arccos\frac{33}{65}$.

5. 关于x的方程$x^2-(2+i)x+1+mi=0(m\in R)$有一实根为$n$，则$\frac{1}{m+ni}$ $=$ $\frac{1-i}{2}$.

6. 已知椭圆$x^2+\frac{y^2}{4}=1$，A、B是椭圆的左、右顶点，P是椭圆上不与A、B重合的一点，PA、PB的倾斜角分别为α、β，则$\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=$ $-\frac{3}{5}$.

7. 在闭区间$[-\pi,\pi]$上，方程$\frac{1}{|\sin x|}=\sin x-\cos x$的不同的实根个数是 2 .

8. 已知复数z_1，z_2和z，其中$z_2=2-2i$，$z=\overline{z_1}i-z_2$，若复数z_1所对应点M在曲线$y=(x+3)^2+1$上运动，则复数z所对应点的轨迹方程是 $x+1=(y+1)^2$.

9. 把10个相同的球放入三个不同的盒子中，使得每个盒子中的球数不少于2，则不同的放法有 15 .

10. 在△ABC中，角A、B、C的对边分别为a、b、c，面积为S，且$4S=(a+b)^2-c^2$，则$\cos C=$ 0 .

11. 方程$\sqrt{5\cos x+\cos 2x}+\sin x=0, x\in[0,2\pi]$的解为 $x=2\pi-\arccos\frac{1}{5}$

12. 定义：关于x的两个不等式$f(x)<0$和$g(x)<0$的解集分别为(a,b)和$\left(\frac{1}{b},\frac{1}{a}\right)$，则称这两个不等式为对偶不等式.如果不等式$x^2-4\sqrt{3}x\cos 2\theta+2<0$与不等式$2x^2+4x\sin 2\theta+1<0$为对偶不等式，且$\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，则$\theta=$ $\frac{5}{6}\pi$.

二、选择题

13. 已知z_1和z_2都是复数，$z_1-z_2>0$是$z_1>z_2$的（ B ）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

14. 将函数$f(x)=2\sin(3x+\frac{\pi}{4})$的图像向下平移1个单位，得到$g(x)$的图像，若$g(x_1)\cdot g(x_2)=9$，其中$x_1,x_2\in[0,4\pi]$，则$\frac{x_1}{x_2}$的最大值为（ A ）

A. 9　　B. $\frac{37}{5}$　　C. 3　　D. 1

15. 设$a_n=\left(2+\sqrt{7}\right)^{2n+1}$，$b_n$是$a_n$的小数部分，则当$n\in N^*$时，$a_nb_n$的值（ B ）

A. 必为无理数 B. 必为奇数 C. 必为偶数 D. 可为无理数或有理数

16. 方程$2\cos(2x)\left(\cos(2x)-\cos\left(\frac{2020\pi^2}{x}\right)\right)=\cos(4x)-1$所有的正数解之和为（ C ）

A. 825π B. 1011π C. 1836π D. 2020π

三、解答题

17. 设集合$A=\{a,b\}$，其中a和b都是复数，且使得$\{a,b\}=\{a^2,b^2\}$成立，试求所有满足要求的集合A.

$\{1,0\}$ $\left\{\frac{-1+\sqrt{3}i}{2},\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}\right\}$

18.已知△ABC的三个内角A、B、C所对应的边分别为a、b、c，复数$z_1=a+bi$，$z_2=\cos A+i\cos B$，（其中i是虚数单位），且$z_1\cdot z_2=3i$.

（1）求证：$a\cos B+b\cos A=c$，并求边长c的值；

（2）判断△ABC的形状，并求当$b=\sqrt{3}$时，角A的大小.

(1) $C=3$

(2) 等腰 or 直角. $\sin 2A=\sin 2B$

$A=B$. $A=\frac{\pi}{6}$

$C=\frac{\pi}{2}$. $A=\cancel{\arcsin}\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}$

19. 设非零复数z,w满足关系$\overline{wz}-w=0$，且z的实部为$\frac{1-ra^2}{1+a^2}$(a、$r\in$R)

(1)当r=2时，z对应的复平面上的点位于实轴的下方，求a的取值范围；

(2)是否存在正整数r，使得u=$|z^2-z+2|$对于任意实数a，只有最小值而无最大值，若存在，请求出使u取得最小值的a的值，若不存在，请说明理由.

(1) $(-\sqrt{2},0)\cup(0,\sqrt{2})$

(2) $\pm\frac{\sqrt{15}}{11}$

20. 已知点P是直角坐标平面内的动点，点P到直线l_1: $x=-2$的距离为d_1，到点$F(-1,0)$的距离为d_2，且$\frac{d_2}{d_1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1)求动点P的轨迹C的方程；

(2)直线l过点F且与曲线C交于不同两点A、B(A、B不在x轴上)，分别过A、B点作直线l_1: $x=-2$的垂线，对应的垂足分别为M、N，试判断点F与以线段MN为直径的圆的位置关系(指在圆内、圆上、圆外等情况)；

(3)记$S_1=S_{\Delta FAM}$, $S_2=S_{\Delta FMN}$, $S_3=S_{\Delta FBN}$(A、B、M、N是(2)中的点)，问是否存在常数λ，使$S_2^2=\lambda S_1S_3$成立. 若存在，求出λ的值；若不存在，请说明理由.

(1) $\frac{x^2}{2}+y^2=1$

(2) 圆外

(3) $\lambda=4$

21. 已知二次函数$y=f(x)$的图像的顶点坐标为$\left(-1,-\frac{1}{3}\right)$，且过坐标原点.数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，点$(n,S_n)(n\in N^*)$在二次函数$y=f(x)$的图像上.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=a_na_{n+1}\cos(n+1)\pi$，$(n\in N^*)$，数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$，若$T_n\geq tn^2$对$(n\in N^*)$恒成立，求实数$t$的取值范围；

（3）在数列$\{a_n\}$中是否存在这样一些项：$a_{n_1},a_{n_2},a_{n_3}\cdots,a_{n_k},\cdots$ $(1=n_1<n_2<n_3<\cdots<n_k<\cdots,k\in N^*)$，这些项都能够构成以$a_1$为首项，$q(0<q<5,q\in N^*)$为公比的等比数列$\{a_{n_k}\}(k\in N^*)$？若存在，写出$n_k$关于$k$的表达式；若不存在，说明理由.

(1) $a_n=\frac{2n+1}{3}$

(2) $t\leq-\frac{5}{9}$

(3) $n_k=\frac{3^k-1}{2}$