

数学明辨错因、夯实基础(三)、 讲练结合(三)

练习17

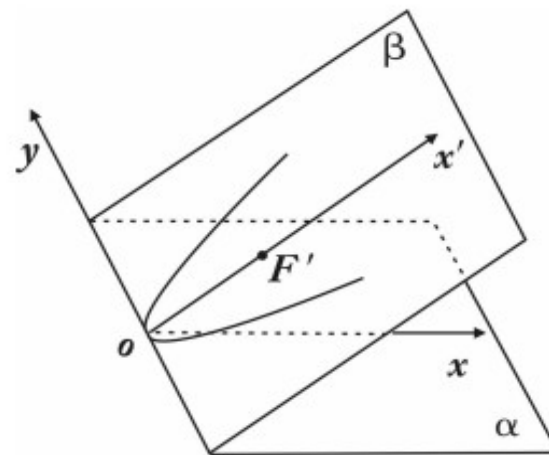
直线与平面平行
直线与平面垂直

练习18

5. 已知 $w > 0$ ，函数 $f(x) = \sin(wx + \frac{\pi}{4})$ 在 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 单调递增，
则 w 的取值范围为_____.

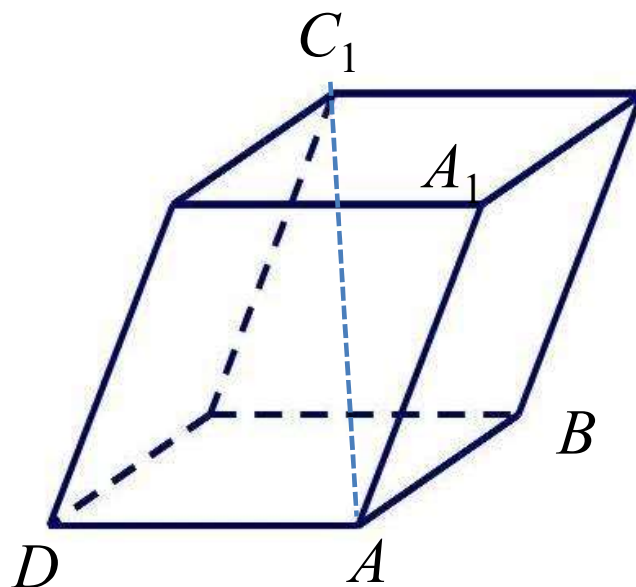
练习18

7. 如图，具有公共 y 轴的两个直角坐标平面 α 和 β 所成的二面角 $\alpha - y\text{轴} - \beta$ 大小为 45° ，已知在 β 内的曲线 C' 的方程是 $y^2 = 4\sqrt{2}x'$ ，曲线 C' 在平面 α 内射影的方程 $y^2 = 2px$ ，则 p 的值是_____.



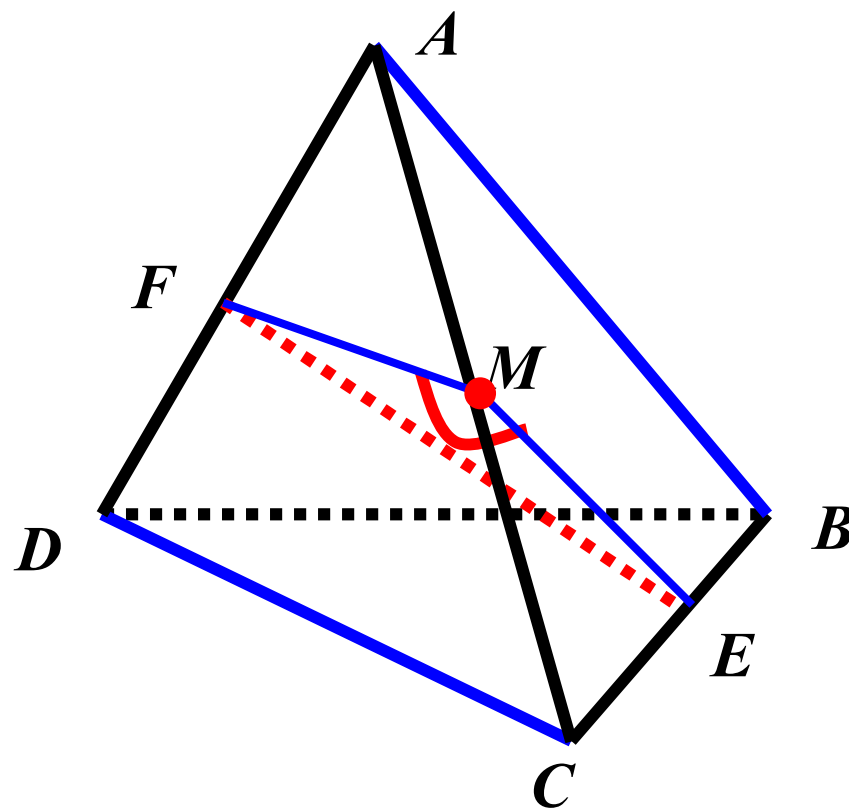
练习18

8. 平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面是边长为 1 的正方形，侧棱 AA_1 的长为 2，且 $\angle A_1AB = \angle A_1AD = 120^\circ$ ，则 AC_1 的长为 _____.



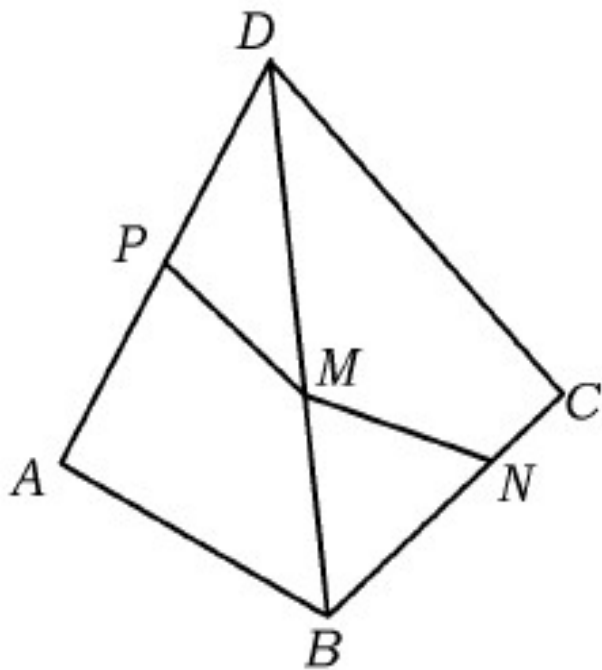
练习18

9. 已知四面体 $ABCD$ 中, $AB = CD = 2$, E 、 F 分别为 BC 、 AD 的中点, 且异面直线 AB 与 CD 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $EF =$ _____.



练习18

10. 如图，在平面四边形 $ABCD$ 中， $AB = BC = 1$ ， $AD = CD = \sqrt{2}$ ， $\angle DAB = \angle DCB = 90^\circ$ ，点 P 为 AD 的中点，点 M, N 分别在线段 BD, BC 上，则 $PM + \frac{\sqrt{2}}{2}MN$ 的最小值为_____.

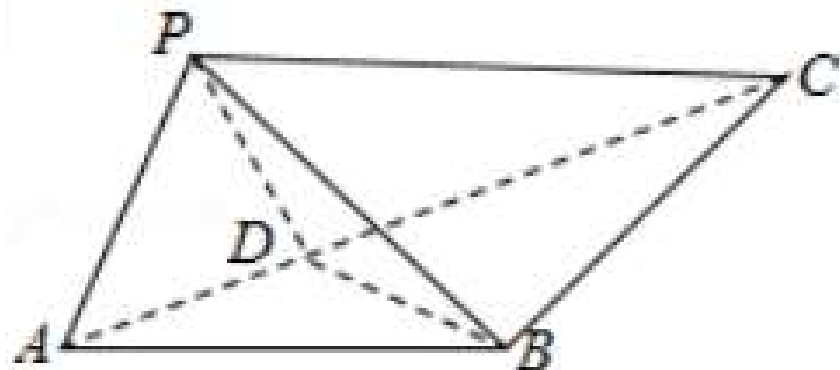


练习18

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\angle ABC = 120^\circ$. $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 D , 且 $BD = 1$, 则 $4a + c$ 的最小值为 _____.

练习18

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 2$, $\angle ABC = 120^\circ$. 若平面 ABC 外的点 P 和线段 AC 上的点 D , 满足 $PD = DA$, $PB = BA$, 则四面体 $PBCD$ 的体积的最大值是_____.



练习18

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle CAB = \theta$ ，

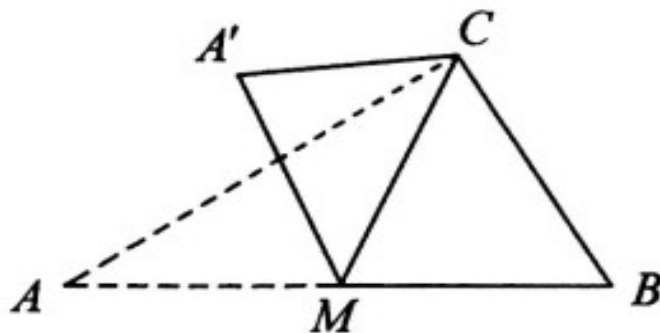
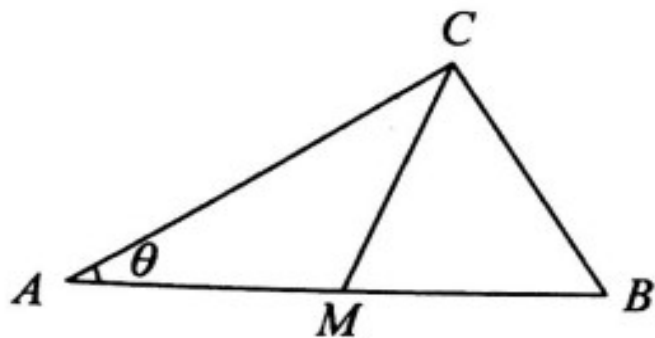
M 为 AB 的中点. 将 $\triangle ACM$ 沿着 CM 翻折至 $\triangle A'CM$ 使得 $A'M \perp MB$ ，则 θ 的取值不可能为()

A. $\frac{\pi}{9}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{5}$

D. $\frac{\pi}{3}$



练习18

19. 已知关于 x 的方程 $2\sin x + \cos x = m$ 在 $[0, 2\pi]$ 内有两个不同的解 α, β . (2) 求 $\cos(\alpha - \beta)$ (用 m 表示).

练习18

21. 已知无穷数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 分别为等差数列与等比数列, 其中 $a_n = 3n - 2$, $b_1 = 1$ 记 $q (q > 0)$ 为 $\{b_n\}$ 的公比, S_n 为 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 且满足: $S_{n+1} \leq 4b_n (n \in N^*)$

(1) 求 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 记集合 $A = \{x \mid x = a_n, n \in N^*\}$, $B = \{x \mid x = b_n, n \in N^*\}$, $M = A \cup B$.

① 将 $C_M A$ 中元素从小到大排列构成数列 $\{c_n\}$, 求 $\{c_n\}$ 的通项公式;

② 将 M 中元素从小到大排列构成数列 $\{d_n\}$, 求 $\{d_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

54.直线与平面平行 二.1

1. 求证:经过两条异面直线中的一条,有且只有一个平面和另一条直线平行.

已知直线 a 与 b 异面, 求证: 有且仅有一个平面 α , 使 $a // \alpha$ 且 $b \not\subset \alpha$.

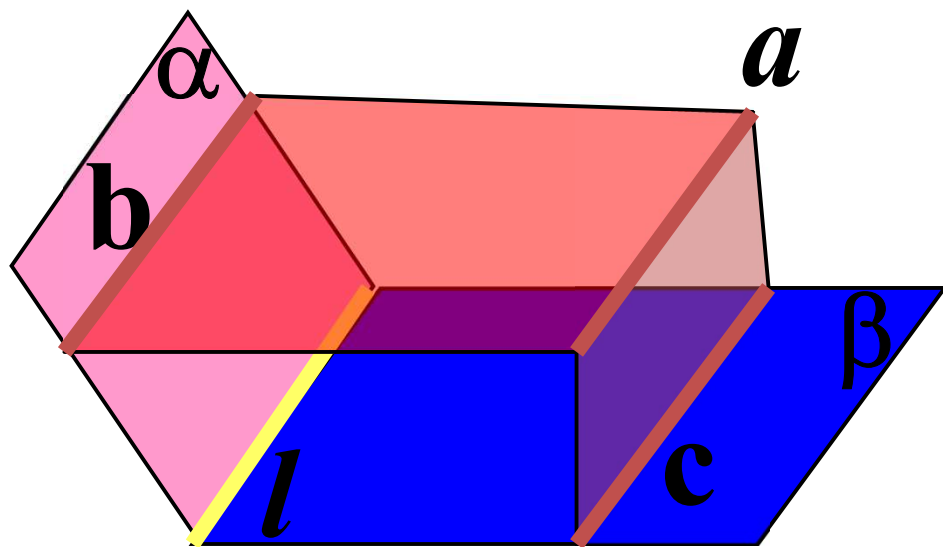
需证明存在性和唯一性

例2

如果一条直线和两个相交平面都平行，则这条直线与它们的交线平行

已知： $a // \alpha$, $a // \beta$, $\alpha \cap \beta = l$

求证： $a // l$



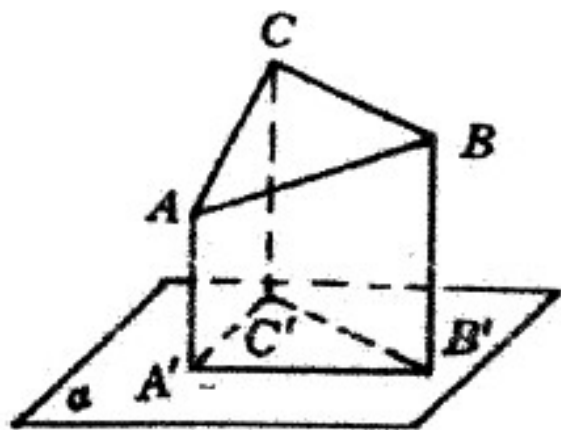
思路

$$\left. \begin{array}{l} a // \alpha \Rightarrow a // b \\ a // \beta \Rightarrow a // c \end{array} \right\} \Rightarrow b // c$$
$$\Rightarrow b // \beta \Rightarrow b // l \Rightarrow a // l$$

54. 直线与平面平行 三.1

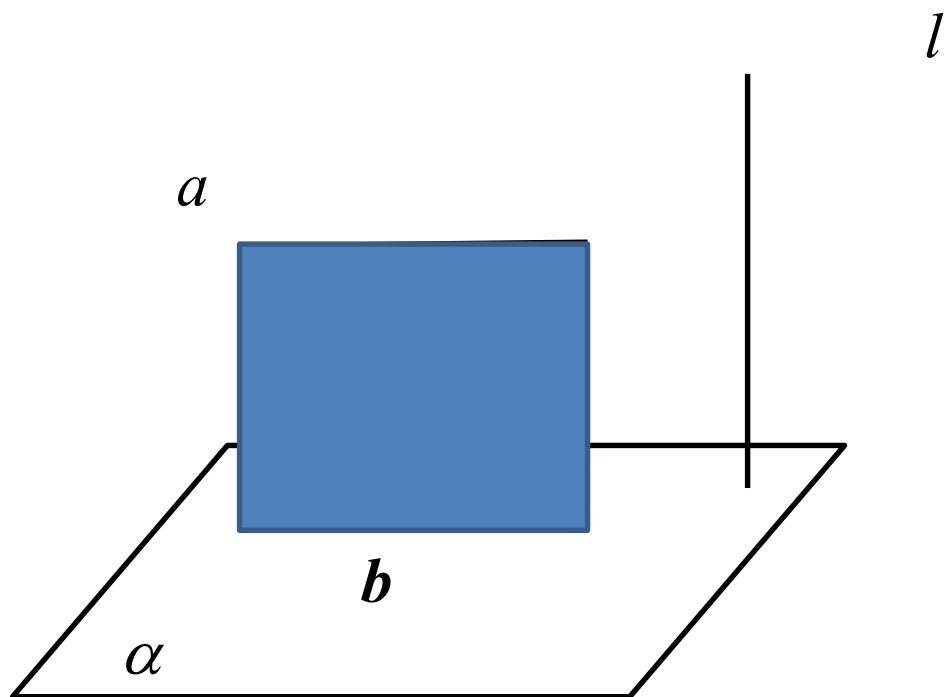
1. $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形, $BC \parallel$ 平面 α , A, B, C 在 α 的同侧, 它们在 α 内的射影分别为 A', B', C' , 若 $\triangle A'B'C'$ 为直角三角形, BC 与 α 间的距离为 5, 则 A 到 α 的距离为_____.

$$5 \pm \sqrt{2}$$



54.直线与平面平行 三.4

4. 对于命题：“若直线 $a \parallel$ 平面 α , 直线 $l \perp$ 平面 α , 则 $l \perp$ 直线 a .”进行如下证明：“在平面 α 内作直线 $b \parallel$ 直线 a , $\because l \perp \alpha, \therefore l \perp b$, 而 $b \parallel a, \therefore l \perp a$.”试指出证明中的错误.



55. 直线与平面垂直 一.3

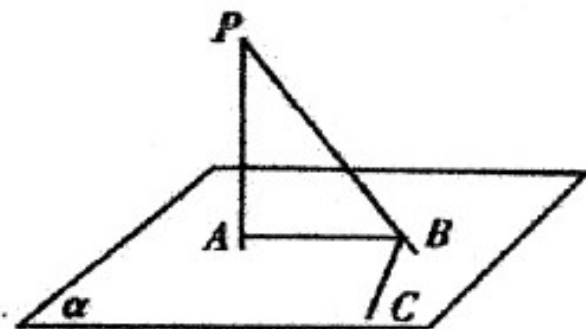
3. 如图,从平面 α 外一点 P 向平面 α 引垂线和斜线, A 为垂足, B 为斜足,射线 $BC \subset \alpha$, 且 $\angle PBC$ 为钝角, 设 $\angle PBC = x$, $\angle ABC = y$, 则有 (C)

(A) $x > y$

(B) $x = y$

(C) $x < y$

(D) x, y 的大小关系不确定



55. 直线与平面垂直 二.3

3. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, 异面直线 PA, CD 所成角为 α , 它们的公垂线为 EF . (1) 求证: $EF \perp$ 平面 PAB ; (2) 当 $PA=a, CD=b, EF=c$ 时, 求 V_{P-ABCD} .

提示: $V_{P-ABCD} = 2V_{P-ABC} = 2V_{P-ABF}$

$$= 2V_{F-PAB} = 2 \times \frac{1}{3} S_{\triangle PAB} \times |EF| = \frac{1}{3} abc \sin \alpha$$

