# CONCORSO DI AMMISSIONE AL XXIV CICLO DI DOTTORATO IN FISICA Università di Pisa - A.A. 2008/2009

# Compito scritto 1

Sono richiesti lo svolgimento di un tema a scelta e la risoluzione di un problema a scelta.

#### Tema n.1

Discutere le proprietá diamagnetiche e paramagnetiche dei metalli.

#### Tema n.2

In molti casi le equazioni che descrivono i fenomeni fisici sono risolte utilizzando il metodo delle approssimazioni successive. A parte le teorie libere, pochi, e molto particolari, sono i problemi risolubili esattamente. Si trattino in dettaglio i più familiari.

### Tema n.3

Descrivere come si dimostra che la particella  $J/\psi$  è uno stato legato charmanticharm, e illustrare le proprietà della famiglia del charmonio. Ricordare la campagna sperimentale che portò alla contemporanea scoperta della particella J e della particella  $\psi$ , e successivamente degli stati eccitati del charmonio  $\psi'$ ,  $\psi''$ ,  $\psi'''$ .

# Esercizio n.1

Si consideri una particella di spin 1/2 immersa in un campo magnetico uniforme diretto lungo l'asse x. Il sistema viene preparato nello stato

$$|\psi_0\rangle = \cos\theta |\uparrow\rangle + \sin\theta |\downarrow\rangle$$

dove  $|\uparrow\rangle$  e  $|\downarrow\rangle$  sono autostati di  $\sigma_z$  - Calcolare la probabilità che dopo un intervallo di tempo t il sistema si trovi ancora nello stato iniziale. Discutere il risultato ottenuto, al variare del parametro  $\theta$ , solamente per tempi piccoli. Discutere il limiti di applicabilità delle approssimazioni fatte

- Considerare la situazione in cui al tempo t/2 is sistema sia proiettato in  $|\psi_0\rangle$  e stabilire se la probabilitá di sopravvivenza nello stato iniziale sia maggiore che nel caso precedente.

## Esercizio n.2

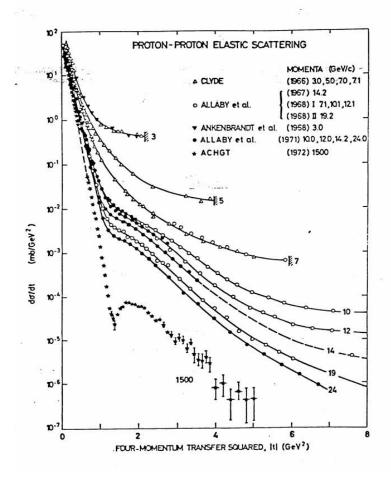
Si consideri una particella relativistica in un campo Coulombiano attrattivo. Si ricavi l'equazione della traiettoria e la si risolva nel caso particolare  $E=mc^2$ .

# Esercizio n.3

1. Un protosincrotrone è un anello di magneti deflettori circolando nel quale pacchetti di protoni vengono accelerati nell'attraversare cavità con campi elettromagnetici a radiofrequenza. In un protosincrotrone da 24 GeV i pacchetti del fascio vengono iniettati sull'orbita centrale della macchina ad energia non ancora

relativistica mentre alla fine del ciclo di accelerazione raggiungono una velocità prossima a quella della luce c. La fase di accelerazione dura alcuni secondi ed è regolata dalla salita continua del campo magnetico B, il quale mantiene fissa l'orbita del fascio mentre questo aumenta in rigidità. Corrispondentemente anche la frequenza del campo a radiofrequenza viene aumentata in modo che durante gli attraversamenti delle cavità sia preservata la fase acceleratrice. Assumendo che l'orbita sia una circonferenza di raggio R, calcolare la legge che istante per istante deve legare la pulsazione della radiofrequenza acceleratrice al valore del campo magnetico guida.

2. Schematizzare le configurazioni degli apparati sperimentali per una misura di scattering elastico di protoni di energia 24 GeV su bersaglio di idrogeno liquido. Si indichi come li si possa raffinare al crescere dell'angolo al fine di vincere il rumore di fondo diffuso causato dall'aumento della intensità del fascio necessaria per assicurare una sufficiente frequenza di eventi elastici al decrescere della sezione d'urto (in figura). Considerare alcuni valori tipici del momento trasferito invariante: abs.t  $\approx 0.01~{\rm GeV/c^2}$ ; abs.t  $\approx 1~{\rm GeV/c^2}$ ; abs.t  $\approx 5~{\rm GeV/c^2}$ . Stimare la risoluzione angolare e in impulso degli apparati disegnati.



# Compito scritto 2

Sono richiesti lo svolgimento di un tema a scelta e la risoluzione di un problema a scelta.

#### Tema n.1

Discutere il fenomeno della condensazione di Bose-Einstein.

#### Tema n.2

Discutere il ruolo delle teorie di gauge nella descrizione delle interazioni fondamentali.

### Tema n.3

Analizzare i parametri che determinano la risoluzione in energia di un calorimetro a campionamento per l'assorbimento di adroni di alta energia, considerando alcune diverse scelte per il mezzo assorbitore e per il mezzo sensibile. Definirne la risoluzione angolare.

Considerare qualche tipo di calorimetro ad assorbimento integrale e paragonarne le prestazioni in risoluzione energetica ed angolare a quelle dei calorimetri a campionamento.

### Esercizio n.1

Si consideri una particella di massa m soggetta ad un potenziale dipendente dal tempo

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 - F(t)x$$

Si scriva l'Hamiltoniana del sistema usando gli operatori di creazione ed annichilazione dell'oscillatore armonico a,  $a^{\dagger}$ . Si derivino inoltre le equazioni di Heisenberg per questi operatori ed infine si discuta l'evoluzione temporale del valor medio di a.

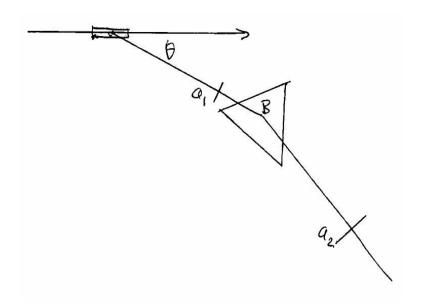
## Esercizio n. 2

Un'onda elettromagnetica piana di frequenza e intensità I investe una piccola antenna lineare di lunghezza  $\ell$ , con n elettroni per unità di lunghezza. Il campo elettrico dell'onda è parallelo all'antenna, mentre il campo magnetico è perpendicolare ad essa. Si calcoli la potenza irraggiata dall'antenna.

### Esercizio n.3

In una misura di sezione d'urto di produzione inclusiva di secondari carichi nella interazione di un fascio di protoni di impulso  $24~{\rm GeV}/c$  su bersaglio fisso, valutare accettanza e risoluzione in angolo ed in impulso di uno spettrometro costituito da un magnete deflettore e da due scintillatori plastici quadrati, uno posto davanti ed uno dietro al magnete (vedi figura), in funzione dei seguenti parametri:

- t, spessore del bersaglio nella direzione del fascio
- $\theta$ , angolo dello spettrometro relativamente al centro del bersaglio nel piano orizzontale, nel quale avviene la analisi magnetica
  - $l_1$ , distanza del primo scintillatore dal centro del bersaglio
  - $a_1$ , larghezza del primo scintillatore, di superficie  $a_1^2$ , nel piano orizzontale
  - B, campo magnetico verticale (uniforme)
- D,lunghezza del campo magnetico attraversato (assunta costante all'interno della accettanza)
  - L, distanza del centro del magnete dal centro del bersaglio
  - $l_2$ , distanza del secondo scintillatore dal centro del magnete
- $a_2$ , larghezza del secondo scintillatore, di superficie  $a_2^2$ , nel piano orizzontale. Si assuma che il fascio abbia dimensioni trasverse trascurabile, e si trascuri la debole dipendenza di accettanza e risoluzione dalla dimensione verticale degli scintillatori.



# Compito scritto 3

Sono richiesti lo svolgimento di un tema a scelta e la risoluzione di un problema a scelta.

## Tema n.1

Discutere il comportamento al variare della temperatura della capacitá termica dei solidi analizzando sia il contributo elettronico che quello fononico.

#### Tema n.2

Discutere il ruolo dell'"azione" nella formulazione delle leggi fisiche. Descriverne le proprietà e l'uso, e trattare alcuni sistemi fisici in dettaglio.

### Tema n.3

Descrivere le proprietà di decadimento dei quark beauty e top. Illustrare gli esperimenti che hanno portato alla loro scoperta.

#### Esercizio n. 1

Ricavare le funzioni d'onda dei livelli energetici con numero quantico principale n=1 e n=2 (e l=0) dell'atomo di idrogeno, trascurando gli spin. Calcolare la prima correzione relativistica alla loro energia.

## Esercizio n. 2

Una spira circolare, di 15 cm di raggio ed avente una resistenza di 3 $\Omega$ , ruota con velocitá angolare  $\omega=100$  rad/s attorno ad un suo diametro. Essa é immersa in un campo magnetico uniforme e costante ortogonale all'asse di rotazione, di modulo B=0.45 T. All'istante iniziale la normale alla spira forma un angolo di  $30^o$  con il campo magnetico. Calcolare la forza elettromotrice indotta, il momento delle forze agenti sulla spira e la potenza necessaria per mantenerla in rotazione (si trascurino gli effetti associati all'autoinduzione).

## Esercizio n.3

Un reattore nucleare ha un moderatore di grafite. I nuclei di carbonio possono essere considerati effettivamente liberi di rinculare quando sono urtati dai neutroni veloci. Un neutrone veloce, di energia cinetica 1 MeV, urta elasticamente contro un nucleo di carbonio 12.

- (a) Quali sono le velocità iniziali delle due particelle nel sistema di centro di massa?
- (b) Nel s.c.m., la velocità del nucleo di carbonio è ruotata di 135° dalla collisione. Quali sono direzione ed energia cinetica del neutrone nel laboratorio dopo l'urto?
- (c) Quante collisioni elastiche sono necessarie in media per il neutrone, assumendo che le le deviazioni angolari siano distribuite uniformemente nel s.c.m., affinchè la sua energia nel sistema del laboratorio sia ridotta da 1 MeV a 1

 $\rm KeV?$  Si assuma come perdita media di energia il valor medio fra la minima e la massima.