Concorso di Dottorato in Fisica 2015 Università di PISA

Il candidato svolga a scelta 1 dei seguenti temi e 2 dei seguenti esercizi

TEMI (massimo 3 facciate)

- **Tema 1.** Discutere un esperimento che ritenete abbia avuto o avrà un'importanza strategica per gli sviluppi della fisica delle particelle elementari o dell'astrofisica.
- **Tema 2.** Si discuta un esempio particolarmente significativo tra i recenti sviluppi relativi a nuovi stati della materia (graphene, cold atoms, high T superconductivity...)
- **Tema 3.** Si discuta un fenomeno fisico in cui due o più scale fisiche di una stessa grandezza sono particolarmente rilevanti (massa e dimensioni spaziali per esempio).
- **Tema 4.** Teorie fondamentali e teorie effettive: discutere un esempio rilevante per la fisica attuale.

ESERCIZI

Esercizio 1

Un sistema è composto da *n* moli di un gas ideale monoatomico e da radiazione. L'equazione di stato e l'energia interna del sistema sono:

$$p = \frac{nRT}{V} + \frac{1}{3}aT^4;$$
 $U = \frac{3}{2}nRT + aT^4V;$ $a = 7.6 \times \frac{10^{-16}J}{m^3K^4}.$

- a) Rappresentare le isoterme (reversibili) nel piano (p, V).
- b) Scrivere l'espressione della capacità termica del sistema a volume costante. Nel caso di una ipotetica stella (nelle stelle non ipotetiche è importante anche l'interazione gravitazionale) composta di idrogeno monoatomico, di massa $M=10^{31}$ kg e volume $V=10^{27}$ m³, per quale temperatura il contributo della radiazione alla capacità termica è pari a quello del gas?
- c) Calcolare il calore assorbito ed il lavoro fatto sul sistema in una espansione isoterma reversibile da V_1 a V_2 .

Esercizio 2

L'effetto fionda gravitazionale è stato usato per accelerare le sonde dirette ai confini del sistema solare sfruttando l'attrazione di gravità dei pianeti cui passano vicino e risparmiando così carburante.

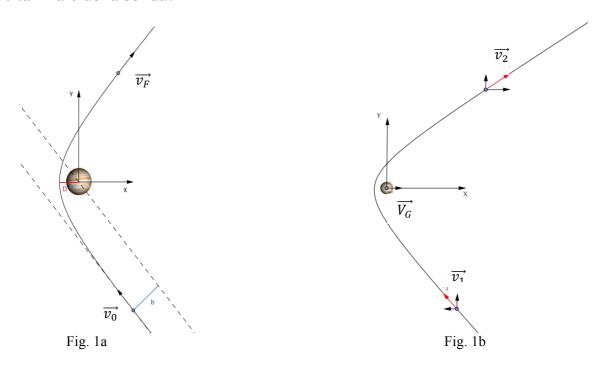
Si vuole accelerare una sonda attraverso un passaggio ravvicinato su Giove. Si consideri il sistema Giove-sonda come un sistema isolato. Si consideri inoltre trascurabile la massa della sonda rispetto a quella di Giove.

Si cominci con lo studiare il problema nel sistema di riferimento solidale con Giove. Sia $\overrightarrow{v_0}$ la velocità iniziale (t=- ∞) della sonda e b il suo parametro di impatto (Fig. 1a).

- a) Si scriva l'espressione delle grandezze fisiche conservate in funzione di $v_0 = |\overrightarrow{v_0}|$ e b.
- b) Si trovi la distanza minima della sonda da Giove.
- c) Supponendo v_0 fissata, qual è il minimo valore di b per cui la sonda non precipita su Giove?
- d) Si scrivano le componenti cartesiane della velocità finale $\overrightarrow{v_f}$ (t=+ ∞) della sonda in funzione delle componenti cartesiane di $\overrightarrow{v_0}$.

Si consideri ora il sistema di coordinate solidale con il sole (Fig. 1b). Nel caso che la velocità di Giove $\overrightarrow{V_G}$ sia diretta lungo l'asse X e quella iniziale della sonda $(\overrightarrow{v_1})$ abbia componenti $v_{1x}=v_1\cos\theta$ e $v_{1y}=v_1\sin\theta$,

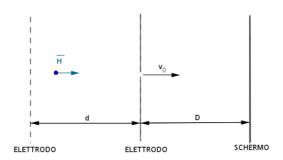
- e) si scrivano le componenti della velocità finale della sonda in funzioni delle componenti della velocità iniziale v_{0x} e v_{0y} e di $V_G = |\overrightarrow{V_G}|$;
- f) nel caso particolare in cui $v_I = V_G$, per quale valore di θ si ottiene la massima velocità finale della sonda?



Esercizio 3

Si vuole verificare se un atomo di anti-idrogeno sente la stessa forza di gravità di un atomo di idrogeno o se invece sente un'anti-gravità di segno opposto.

- a) Un atomo di anti-idrogeno può essere eccitato al livello *n* tramite un fascio laser. Usando l'approssimazione di Bohr, ricavare il valore dell'energia per il livello n dell'atomo di anti-idrogeno
- b) L'atomo viene immerso in un intenso campo elettrico che lo polarizza senza produrre transizioni elettroniche. Se $r_B=0.5$ Å è il raggio di Bohr, si stimi l'ordine di grandezza del dipolo elettrico p_n corrispondente al livello n?
- c) Si vuole accelerare gli atomi di anti-idrogeno dopo averli raffreddati ($v_0 \sim 0$) ed eccitati al livello n=10, facendoli passare attraverso una regione lunga d=1 m in cui si ha un gradiente costante di campo elettrico. Si stimi il gradiente del campo elettrico necessario a portare gli atomi a una velocità di 400 m/s?
- d) Gli atomi vengono quindi fatti passare attraverso una fenditura sufficientemente larga da poter trascurare gli effetti diffrattivi. Oltre la fenditura, gli atomi attraversano una regione priva di campo elettrico lunga D=1 m fino a annichilarsi su uno schermo che ne misura la posizione. Se la risoluzione sulla posizione dello schermo è 10 μ m, quanti atomi servono per osservare uno spostamento dell'1% dal valore noto di g?
- e) Esperimenti simili sono stati tentati accelerando antiprotoni (atomi di anti-idrogeno ionizzati) in un campo elettrico ma sono falliti, riuscite a immaginare perché?
- f) Se Ry=-13.6 eV è l'energia dello stato fondamentale dell'atomo di idrogeno, si può predire, usando qualche simmetria fondamentale, quale sia l'energia dello stato fondamentale dell'anti-idrogeno? Quale simmetria si può usare? Usando la stessa simmetria si può prevedere il valore dell'accelerazione di gravità g* sentita sulla terra da un atomo di anti-idrogeno?



Esercizio 4

Nell'usuale equazione di Schrödinger dell'atomo di idrogeno il protone è considerato puntiforme. Si vogliono studiare le perturbazioni dovute al fatto che il protone ha un raggio non nullo $R_p \sim 10^{-13}$ cm.

- a) Considerando la carica uniformemente distribuita all'interno del protone, si scriva l'espressione per il potenziale perturbativo
- b) Si discutano gli effetti qualitativi sugli stati elettronici dell'atomo di idrogeno
- c) Si stimi la correzione all'energia del livello fondamentale

Esercizio 5

- a) Dati due fermioni di spin 1/2 e massa m, non interagenti e confinati in un segmento di lato L, si determinino gli stati fondamentali (funzione d'onda, energia e degenerazione) per spin totale S=0 e S=1.
- b) Introdotta quindi la perturbazione $H_J = -J\overrightarrow{\sigma_1} \cdot \overrightarrow{\sigma_2}$ si determini il valore di J affinché gli stati fondamentali di singoletto e tripletto risultino degeneri. $[\vec{\sigma}=(\sigma_X,\sigma_Y,\sigma_Z): \text{spin del fermione}].$
- c) Discutere gli stati di energia più bassa, i primi stati eccitati e la loro degenerazione nel caso si aggiunga un terzo fermione.