§2.2 矩阵的运算

数学系 梁卓滨

2016 - 2017 学年 I 暑修班

矩阵的加法运算

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则定义

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的加法运算

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则定义

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=}\begin{pmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的加法运算

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则定义

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\overset{\text{def}}{=}\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的加法运算

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则定义

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\overset{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的加法运算

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则定义

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\overset{\text{def}}{=}\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的加法运算

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则定义

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\overset{\text{def}}{=}\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的加法运算

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则定义

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=}\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的加法运算

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则定义

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=}\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的加法运算

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则定义

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=}\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的加法运算

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则定义

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=}\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$=(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$$

矩阵的加法运算

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则定义

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\overset{\text{def}}{=}\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$=(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$$

称为矩阵 A，B 的和。

矩阵的减法运算

矩阵 A，B 的差定义为：

$$A - B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} - \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的减法运算

矩阵 A，B 的差定义为：

$$A-B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} - \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\overset{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的减法运算

矩阵 A，B 的差定义为：

$$A-B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} - \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} a_{11}-b_{11} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的减法运算

矩阵 A，B 的差定义为：

$$A - B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} - \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\overset{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的减法运算

矩阵 A，B 的差定义为：

$$A-B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} - \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & \cdots & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的减法运算

矩阵 A，B 的差定义为：

$$A-B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}-\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=}\begin{pmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & \cdots & a_{1n}-b_{1n} \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的减法运算

矩阵 A，B 的差定义为：

$$A-B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}-\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\overset{\text{def}}{=}\begin{pmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & \cdots & a_{1n}-b_{1n} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} & \cdots & a_{2n}-b_{2n} \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的减法运算

矩阵 A，B 的差定义为：

$$A-B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} - \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\overset{\text{def}}{=\!=}\begin{pmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & \cdots & a_{1n}-b_{1n} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} & \cdots & a_{2n}-b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ & & & \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的减法运算

矩阵 A，B 的差定义为：

$$A-B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}-\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=}\begin{pmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & \cdots & a_{1n}-b_{1n} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} & \cdots & a_{2n}-b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}-b_{m1} & a_{m2}-b_{m2} & \cdots & a_{mn}-b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的减法运算

矩阵 A，B 的差定义为：

$$A-B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} - \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$\overset{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & \cdots & a_{1n}-b_{1n} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} & \cdots & a_{2n}-b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}-b_{m1} & a_{m2}-b_{m2} & \cdots & a_{mn}-b_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$=(a_{ij}-b_{ij})_{m\times n}$$

例 $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, 求 $A+B$ 和 $A-B$

例 $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, 求 $A+B$ 和 $A-B$

解

$$A+B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}=$$

例 $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}$, 求 $A+B$ 和 $A-B$

解

$$A+B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

例 $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, 求 $A+B$ 和 $A-B$

解

$$A+B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & & \\ & & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

例 $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}$, 求 $A+B$ 和 $A-B$

解

$$A+B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 2 & \\ & & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

例 $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}$, 求 $A+B$ 和 $A-B$

解

$$A+B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 2 & 8\\ & & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

例 $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}$, 求 $A+B$ 和 $A-B$

解

$$A+B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 2 & 8\\ 6 & 5 & 5\end{pmatrix}_{2\times 3}$$

例 $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}$, 求 $A+B$ 和 $A-B$

解

$$A+B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 2 & 8\\ 6 & 5 & 5\end{pmatrix}_{2\times 3}$$

$$A-B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}=$$

例 $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, 求 $A+B$ 和 $A-B$

解

$$A+B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 6 & 5 & 5 \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

$$A-B=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

例 $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}$，求 $A+B$ 和 $A-B$

解

$$A+B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 2 & 8\\ 6 & 5 & 5\end{pmatrix}_{2\times 3}$$

$$A-B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & & \\ & & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

例 $A=\begin{pmatrix}1&3&5\\-1&2&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&-1&3\\7&3&1\end{pmatrix}$, 求 $A+B$ 和 $A-B$

解

$$A+B=\begin{pmatrix}1&3&5\\-1&2&4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&-1&3\\7&3&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&2&8\\6&5&5\end{pmatrix}_{2\times 3}$$

$$A-B=\begin{pmatrix}1&3&5\\-1&2&4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&-1&3\\7&3&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&4&\\&&\end{pmatrix}_{2\times 3}$$

例 $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}$, 求 $A+B$ 和 $A-B$

解

$$A+B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 2 & 8\\ 6 & 5 & 5\end{pmatrix}_{2\times 3}$$

$$A-B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 4 & 2\\ & & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

例 $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}$, 求 $A+B$ 和 $A-B$

解

$$A+B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 2 & 8\\ 6 & 5 & 5\end{pmatrix}_{2\times 3}$$

$$A-B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5\\ -1 & 2 & 4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ 7 & 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 4 & 2\\ -8 & -1 & 3\end{pmatrix}_{2\times 3}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m \times n}$，$B = (b_{ij})_{m \times n}$，则

$$A + B =$$

$$B + A =$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m \times n}$，$B = (b_{ij})_{m \times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m \times n} + (b_{ij})_{m \times n} =$$

$$B + A =$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} = (\qquad\qquad)_{m\times n},$$

$$B + A =$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n},$$

$$B + A =$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n},$$

$$B + A = (b_{ij})_{m\times n} + (a_{ij})_{m\times n} =$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m \times n}$，$B = (b_{ij})_{m \times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n},$$

$$B + A = (b_{ij})_{m\times n} + (a_{ij})_{m\times n} = (\qquad\qquad)_{m\times n}.$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n},$$

$$B + A = (b_{ij})_{m\times n} + (a_{ij})_{m\times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m\times n}.$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n},$$

$$B + A = (b_{ij})_{m\times n} + (a_{ij})_{m\times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m\times n}.$$

所以 $A + B = B + A$。

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n},$$

$$B + A = (b_{ij})_{m\times n} + (a_{ij})_{m\times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m\times n}.$$

所以 $A + B = B + A$。另外

$$A + O =$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n},$$

$$B + A = (b_{ij})_{m\times n} + (a_{ij})_{m\times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m\times n}.$$

所以 $A + B = B + A$。另外

$$A + O = (a_{ij})_{m\times n} + (0)_{m\times n} =$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n},$$

$$B + A = (b_{ij})_{m\times n} + (a_{ij})_{m\times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m\times n}.$$

所以 $A + B = B + A$。另外

$$A + O = (a_{ij})_{m\times n} + (0)_{m\times n} = ($$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m \times n}$，$B = (b_{ij})_{m \times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m \times n} + (b_{ij})_{m \times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m \times n},$$

$$B + A = (b_{ij})_{m \times n} + (a_{ij})_{m \times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m \times n}.$$

所以 $A + B = B + A$。另外

$$A + O = (a_{ij})_{m \times n} + (0)_{m \times n} = (a_{ij} + 0)_{m \times n}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n},$$

$$B + A = (b_{ij})_{m\times n} + (a_{ij})_{m\times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m\times n}.$$

所以 $A + B = B + A$。另外

$$A + O = (a_{ij})_{m\times n} + (0)_{m\times n} = (a_{ij} + 0)_{m\times n} = (a_{ij})_{m\times n}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，O 是 $m \times n$ 零矩阵，则

1. $A + B = B + A$
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$
3. $A + O = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$A + B = (a_{ij})_{m\times n} + (b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n},$$

$$B + A = (b_{ij})_{m\times n} + (a_{ij})_{m\times n} = (b_{ij} + a_{ij})_{m\times n}.$$

所以 $A + B = B + A$。另外

$$A + O = (a_{ij})_{m\times n} + (0)_{m\times n} = (a_{ij} + 0)_{m\times n} = (a_{ij})_{m\times n} = A.$$

矩阵的数乘

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，k 为数，则定义

$$kA = k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

矩阵的数乘

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，k 为数，则定义

$$kA = k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{pmatrix}$$

矩阵的数乘

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，k 为数，则定义

$$kA = k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \overset{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{pmatrix}$$

$$= (ka_{ij})_{m\times n}$$

矩阵的数乘

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，k 为数，则定义

$$kA = k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{pmatrix}$$

$$= (ka_{ij})_{m\times n}$$

称为数 k 与矩阵 A 的数乘。

矩阵的数乘

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，k 为数，则定义

$$kA=k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \overset{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{pmatrix}$$

$$=(ka_{ij})_{m\times n}$$

称为数 k 与矩阵 A 的数乘。

例 $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$，求 $2A$

矩阵的数乘

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，k 为数，则定义

$$kA = k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{pmatrix}$$

$$= (ka_{ij})_{m\times n}$$

称为数 k 与矩阵 A 的数乘。

例 $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$，求 $2A$

解 $2A = 2\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} =$

矩阵的数乘

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，k 为数，则定义

$$kA=k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \overset{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{pmatrix}$$

$$=(ka_{ij})_{m\times n}$$

称为数 k 与矩阵 A 的数乘。

例 $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$，求 $2A$

解 $2A=2\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}$

矩阵的数乘

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，k 为数，则定义

$$kA=k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \overset{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{pmatrix}$$

$$=(ka_{ij})_{m\times n}$$

称为数 k 与矩阵 A 的数乘。

例 $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$，求 $2A$

解 $2A=2\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 6 & 10 \\ & & \end{pmatrix}$

矩阵的数乘

定义 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，k 为数，则定义

$$kA = k\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \overset{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{pmatrix}$$

$$= (ka_{ij})_{m\times n}$$

称为数 k 与矩阵 A 的数乘。

例 $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$，求 $2A$

解 $2A = 2\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 10 \\ -2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 7 & 6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 9 & 3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 7 & 6\end{pmatrix}$，且 $5A+3X=B$，求 X

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

$$\begin{pmatrix}9&20\\-13&12\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$，且 $5A+3X=B$，求 X

$$\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}\\-\frac{8}{3}&-\frac{14}{3}\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

解

$$3A+2B-4C=3\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}9&20\\-13&12\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, 且 $5A+3X=B$, 求 X

$$\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}\\-\frac{8}{3}&-\frac{14}{3}\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

解

$$3A+2B-4C=3\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3&6\\9&12\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}9&20\\-13&12\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, 且 $5A+3X=B$, 求 X

$$\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}\\-\frac{8}{3}&-\frac{14}{3}\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

解

$$3A+2B-4C=3\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3&6\\9&12\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&10\\14&12\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}9&20\\-13&12\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, 且 $5A+3X=B$, 求 X

$$\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}\\-\frac{8}{3}&-\frac{14}{3}\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 7 & 6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 9 & 3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

解

$$3A+2B-4C=3\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}3 & 5\\ 7 & 6\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}0 & -1\\ 9 & 3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 9 & 12\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6 & 10\\ 14 & 12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0 & -4\\ 36 & 12\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}9 & 20\\ -13 & 12\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 7 & 6\end{pmatrix}$，且 $5A+3X=B$，求 X

$$\begin{pmatrix}-\frac{2}{3} & -\frac{5}{3}\\ -\frac{8}{3} & -\frac{14}{3}\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

解

$$3A+2B-4C=3\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}3&6\\9&12\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&10\\14&12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&-4\\36&12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&20\\-13&12\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, 且 $5A+3X=B$, 求 X

$$\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}\\-\frac{8}{3}&-\frac{14}{3}\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

解

$$3A+2B-4C=3\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3&6\\9&12\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&10\\14&12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&-4\\36&12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&20\\-13&12\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$，且 $5A+3X=B$，求 X

解

$X=$

$$\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}\\-\frac{8}{3}&-\frac{14}{3}\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

解

$$3A+2B-4C=3\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3&6\\9&12\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&10\\14&12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&-4\\36&12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&20\\-13&12\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$，且 $5A+3X=B$，求 X

解

$$X=\frac{1}{3}(B-5A)=$$

$$\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}\\-\frac{8}{3}&-\frac{14}{3}\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

解

$$3A+2B-4C=3\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3&6\\9&12\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&10\\14&12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&-4\\36&12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&20\\-13&12\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$，且 $5A+3X=B$，求 X

解

$$X=\frac{1}{3}(B-5A)=\frac{1}{3}\left(\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-5\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\right)$$

$$\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}\\-\frac{8}{3}&-\frac{14}{3}\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

解

$$3A+2B-4C=3\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3&6\\9&12\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&10\\14&12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&-4\\36&12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&20\\-13&12\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$，且 $5A+3X=B$，求 X

解

$$X=\frac{1}{3}(B-5A)=\frac{1}{3}\left(\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-5\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5&10\\15&20\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}\\-\frac{8}{3}&-\frac{14}{3}\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

解

$$3A+2B-4C=3\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3&6\\9&12\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&10\\14&12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&-4\\36&12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&20\\-13&12\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$， $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$， 且 $5A+3X=B$， 求 X

解

$$X=\frac{1}{3}(B-5A)=\frac{1}{3}\left(\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-5\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5&10\\15&20\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2&-5\\-8&-14\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}\\-\frac{8}{3}&-\frac{14}{3}\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$, 求 $3A+2B-4C$

解

$$3A+2B-4C=3\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}+2\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}0&-1\\9&3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3&6\\9&12\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&10\\14&12\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&-4\\36&12\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&20\\-13&12\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}$, 且 $5A+3X=B$, 求 X

解

$$X=\frac{1}{3}(B-5A)=\frac{1}{3}\left(\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-5\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\begin{pmatrix}3&5\\7&6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5&10\\15&20\end{pmatrix}\right)=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2&-5\\-8&-14\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}&-\frac{5}{3}\\-\frac{8}{3}&-\frac{14}{3}\end{pmatrix}$$

注 区分

$$k\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \qquad , \qquad k\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

注 区分

$$k\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k & 2k \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \qquad , \quad k\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}k & 2k\\3 & 4\end{vmatrix} \overset{\text{or}}{=} \begin{vmatrix}k & 2\\3k & 4\end{vmatrix} \qquad , \quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}$$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}k & 2k\\ 3 & 4\end{vmatrix} \overset{\text{or}}{=} \begin{vmatrix}k & 2\\ 3k & 4\end{vmatrix}, \quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k & 2k\\ 3k & 4k\end{pmatrix}$$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}k & 2k\\3 & 4\end{vmatrix} \overset{\text{or}}{=} \begin{vmatrix}k & 2\\3k & 4\end{vmatrix} = -2k, \quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k & 2k\\3k & 4k\end{pmatrix}$$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}k & 2k\\ 3 & 4\end{vmatrix} \overset{\text{or}}{=} \begin{vmatrix}k & 2\\ 3k & 4\end{vmatrix} = -2k, \quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k & 2k\\ 3k & 4k\end{pmatrix}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，k, l 是数，则

1. $k(A+B) = kA + kB$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}k & 2k\\ 3 & 4\end{vmatrix} \overset{\text{or}}{=} \begin{vmatrix}k & 2\\ 3k & 4\end{vmatrix} = -2k, \quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k & 2k\\ 3k & 4k\end{pmatrix}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，k, l 是数，则

1. $k(A+B) = kA + kB$
2. $(k+l)A = kA + lA$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}k & 2k\\3 & 4\end{vmatrix}\overset{\text{or}}{=}\begin{vmatrix}k & 2\\3k & 4\end{vmatrix}=-2k,\quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}k & 2k\\3k & 4k\end{pmatrix}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m\times n$ 矩阵，k, l 是数，则

1. $k(A+B)=kA+kB$
2. $(k+l)A=kA+lA$
3. $(kl)A=k(lA)$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}k & 2k\\ 3 & 4\end{vmatrix} \overset{\text{or}}{=} \begin{vmatrix}k & 2\\ 3k & 4\end{vmatrix} = -2k, \quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k & 2k\\ 3k & 4k\end{pmatrix}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，k, l 是数，则

1. $k(A+B) = kA + kB$
2. $(k+l)A = kA + lA$
3. $(kl)A = k(lA)$
4. $1 \cdot A = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}k & 2k\\ 3 & 4\end{vmatrix} \overset{\text{or}}{=} \begin{vmatrix}k & 2\\ 3k & 4\end{vmatrix} = -2k, \quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k & 2k\\ 3k & 4k\end{pmatrix}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，k, l 是数，则

1. $k(A+B) = kA + kB$
2. $(k+l)A = kA + lA$
3. $(kl)A = k(lA)$
4. $1 \cdot A = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$k(A+B) =$$

$$kA + kB =$$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}k & 2k\\3 & 4\end{vmatrix}\overset{\text{or}}{=}\begin{vmatrix}k & 2\\3k & 4\end{vmatrix}=-2k,\quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}k & 2k\\3k & 4k\end{pmatrix}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m\times n$ 矩阵，k, l 是数，则

1. $k(A+B)=kA+kB$
2. $(k+l)A=kA+lA$
3. $(kl)A=k(lA)$
4. $1\cdot A=A$

证明 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则

$$k(A+B)=k(\qquad\qquad)_{m\times n}$$

$$kA+kB=$$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}k & 2k\\3 & 4\end{vmatrix}\overset{\text{or}}{=}\begin{vmatrix}k & 2\\3k & 4\end{vmatrix}=-2k,\quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}k & 2k\\3k & 4k\end{pmatrix}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m\times n$ 矩阵，k, l 是数，则

1. $k(A+B)=kA+kB$
2. $(k+l)A=kA+lA$
3. $(kl)A=k(lA)$
4. $1\cdot A=A$

证明 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则

$$k(A+B)=k(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$$

$$kA+kB=$$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}k & 2k\\3 & 4\end{vmatrix}\overset{\text{or}}{=}\begin{vmatrix}k & 2\\3k & 4\end{vmatrix}=-2k,\quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}k & 2k\\3k & 4k\end{pmatrix}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m\times n$ 矩阵，k, l 是数，则

1. $k(A+B)=kA+kB$
2. $(k+l)A=kA+lA$
3. $(kl)A=k(lA)$
4. $1\cdot A=A$

证明 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则

$$k(A+B)=k(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}=(ka_{ij}+kb_{ij})_{m\times n}$$

$$kA+kB=$$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}k & 2k\\3 & 4\end{vmatrix} \overset{\text{or}}{=} \begin{vmatrix}k & 2\\3k & 4\end{vmatrix} = -2k, \quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k & 2k\\3k & 4k\end{pmatrix}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m \times n$ 矩阵，k, l 是数，则

1. $k(A+B) = kA + kB$
2. $(k+l)A = kA + lA$
3. $(kl)A = k(lA)$
4. $1 \cdot A = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$k(A+B) = k(a_{ij} + b_{ij})_{m\times n} = (ka_{ij} + kb_{ij})_{m\times n}$$

$$kA + kB = (ka_{ij})_{m\times n} + (kb_{ij})_{m\times n}$$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}k & 2k\\ 3 & 4\end{vmatrix} \overset{\text{or}}{=} \begin{vmatrix}k & 2\\ 3k & 4\end{vmatrix} = -2k, \quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k & 2k\\ 3k & 4k\end{pmatrix}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m\times n$ 矩阵，k, l 是数，则

1. $k(A+B) = kA + kB$
2. $(k+l)A = kA + lA$
3. $(kl)A = k(lA)$
4. $1\cdot A = A$

证明 设 $A = (a_{ij})_{m\times n}$，$B = (b_{ij})_{m\times n}$，则

$$k(A+B) = k(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n} = (ka_{ij}+kb_{ij})_{m\times n}$$

$$kA + kB = (ka_{ij})_{m\times n} + (kb_{ij})_{m\times n} = (ka_{ij}+kb_{ij})_{m\times n}$$

注 区分

$$k\begin{vmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}k & 2k\\3 & 4\end{vmatrix}\overset{\text{or}}{=}\begin{vmatrix}k & 2\\3k & 4\end{vmatrix}=-2k,\quad k\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}k & 2k\\3k & 4k\end{pmatrix}$$

性质 设 A, B, C 均是 $m\times n$ 矩阵，k, l 是数，则

1. $k(A+B)=kA+kB$
2. $(k+l)A=kA+lA$
3. $(kl)A=k(lA)$
4. $1\cdot A=A$

证明 设 $A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$，则

$$k(A+B)=k(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}=(ka_{ij}+kb_{ij})_{m\times n}$$

$$kA+kB=(ka_{ij})_{m\times n}+(kb_{ij})_{m\times n}=(ka_{ij}+kb_{ij})_{m\times n}$$

所以 $k(A+B)=kA+kB$。

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&2&1&2\\2&1&2&1\\1&2&3&4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}4&3&2&1\\-2&1&-2&1\\0&-1&0&-1\end{pmatrix}$$

若 Y 满足 $(2A-Y)-2(B+Y)=O$，求 Y

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&2&1&2\\2&1&2&1\\1&2&3&4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}4&3&2&1\\-2&1&-2&1\\0&-1&0&-1\end{pmatrix}$$

若 Y 满足 $(2A-Y)-2(B+Y)=O$，求 Y

解 $Y=$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&2&1&2\\2&1&2&1\\1&2&3&4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}4&3&2&1\\-2&1&-2&1\\0&-1&0&-1\end{pmatrix}$$

若 Y 满足 $(2A-Y)-2(B+Y)=O$，求 Y

解 $Y=\frac{2}{3}(A-B)$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&2&1&2\\2&1&2&1\\1&2&3&4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}4&3&2&1\\-2&1&-2&1\\0&-1&0&-1\end{pmatrix}$$

若 Y 满足 $(2A-Y)-2(B+Y)=O$，求 Y

解 $Y=\frac{2}{3}(A-B)$，所以

$$Y=\frac{2}{3}(A-B)=$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&2&1&2\\2&1&2&1\\1&2&3&4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}4&3&2&1\\-2&1&-2&1\\0&-1&0&-1\end{pmatrix}$$

若 Y 满足 $(2A-Y)-2(B+Y)=O$，求 Y

解 $Y=\frac{2}{3}(A-B)$，所以

$$Y=\frac{2}{3}(A-B)=\frac{2}{3}\left(\begin{pmatrix}1&2&1&2\\2&1&2&1\\1&2&3&4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4&3&2&1\\-2&1&-2&1\\0&-1&0&-1\end{pmatrix}\right)$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&2&1&2\\2&1&2&1\\1&2&3&4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}4&3&2&1\\-2&1&-2&1\\0&-1&0&-1\end{pmatrix}$$

若 Y 满足 $(2A-Y)-2(B+Y)=O$，求 Y

解 $Y=\frac{2}{3}(A-B)$，所以

$$Y=\frac{2}{3}(A-B)=\frac{2}{3}\left(\begin{pmatrix}1&2&1&2\\2&1&2&1\\1&2&3&4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4&3&2&1\\-2&1&-2&1\\0&-1&0&-1\end{pmatrix}\right)$$

$$=\frac{2}{3}\begin{pmatrix}-3&-1&-1&1\\4&0&4&0\\1&3&3&5\end{pmatrix}$$

练习 设

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

假设 $aA + bB + cC = I$，求数 a, b, c 的值

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix},\ I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$aA+bB+cC=$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix},\ I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 $a,\ b,\ c$ 的值

解

$$aA+bB+cC=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix},\ I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$aA+bB+cC=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}\quad&\quad\\\quad&\quad\end{pmatrix}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}, I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$aA+bB+cC=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}a+b-c & \\ & \end{pmatrix}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}, I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$aA+bB+cC=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}a+b-c&b\\ & \end{pmatrix}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix},\ I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$aA+bB+cC=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}a+b-c&b\\2a+3b+c&\end{pmatrix}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix},\ I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$aA+bB+cC=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}a+b-c&b\\2a+3b+c&a-c\end{pmatrix}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix},\ I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$\begin{aligned}aA+bB+cC&=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}\\&=\begin{pmatrix}a+b-c&b\\2a+3b+c&a-c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\end{aligned}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}, I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$\begin{aligned} aA+bB+cC &= a\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix}a+b-c & b\\ 2a+3b+c & a-c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\end{aligned}$$

所以

$$\left\{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}, I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$aA+bB+cC=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}a+b-c&b\\2a+3b+c&a-c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

所以

$$\begin{cases}a+b-c=1\\ \\ \\ \end{cases}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix},C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix},I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$\begin{aligned}aA+bB+cC&=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}\\&=\begin{pmatrix}a+b-c&b\\2a+3b+c&a-c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\end{aligned}$$

所以

$$\begin{cases}a+b-c=1\\b=0\\ \\ \end{cases}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix},\ I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$aA+bB+cC=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}a+b-c&b\\2a+3b+c&a-c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

所以

$$\begin{cases}a+b-c=1\\b=0\\2a+3b+c=0\\\end{cases}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix},\ I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$aA+bB+cC=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}a+b-c&b\\2a+3b+c&a-c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

所以

$$\begin{cases}a+b-c=1\\b=0\\2a+3b+c=0\\a-c=1\end{cases}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}, I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$aA+bB+cC=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}a+b-c&b\\2a+3b+c&a-c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

所以

$$\begin{cases}a+b-c=1\\b=0\\2a+3b+c=0\\a-c=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=0\end{cases}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix},\ I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$\begin{aligned}aA+bB+cC&=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}\\&=\begin{pmatrix}a+b-c&b\\2a+3b+c&a-c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\end{aligned}$$

所以

$$\begin{cases}a+b-c=1\\b=0\\2a+3b+c=0\\a-c=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{3}\\b=0\\ \end{cases}$$

练习 设

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix},\ I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

假设 $aA+bB+cC=I$，求数 a, b, c 的值

解

$$\begin{aligned}aA+bB+cC&=a\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}1&1\\3&0\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}-1&0\\1&-1\end{pmatrix}\\&=\begin{pmatrix}a+b-c&b\\2a+3b+c&a-c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\end{aligned}$$

所以

$$\begin{cases}a+b-c=1\\b=0\\2a+3b+c=0\\a-c=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{3}\\b=0\\c=-\frac{2}{3}\end{cases}$$

矩阵的乘积

定义 设 $A=(a_{ik})_{m\times l}$，$B=(b_{kj})_{l\times n}$，定义矩阵 A，B 的乘积为 $m\times n$ 矩阵：

$$AB=A\cdot B=(a_{ik})_{m\times l}\cdot(b_{kj})_{l\times n}=(c_{ij})_{m\times n}$$

矩阵的乘积

定义 设 $A=(a_{ik})_{m\times l}$，$B=(b_{kj})_{l\times n}$，定义矩阵 A，B 的乘积为 $m\times n$ 矩阵：

$$AB=A\cdot B=(a_{ik})_{m\times l}\cdot(b_{kj})_{l\times n}=(c_{ij})_{m\times n}$$

矩阵的乘积

定义 设 $A=(a_{ik})_{m\times l}$，$B=(b_{kj})_{l\times n}$，定义矩阵 A，B 的乘积为 $m\times n$ 矩阵：

$$AB = A\cdot B = (a_{ik})_{m\times l}\cdot(b_{kj})_{l\times n} = (c_{ij})_{m\times n}$$

其中

$$c_{ij} = A\text{ 第 } i \text{ 行与 } B \text{ 第 } j \text{ 列对应元素乘积的和}$$

矩阵的乘积

定义 设 $A=(a_{ik})_{m\times l}$，$B=(b_{kj})_{l\times n}$，定义矩阵 A，B 的乘积为 $m\times n$ 矩阵：

$$AB = A\cdot B = (a_{ik})_{m\times l}\cdot(b_{kj})_{l\times n} = (c_{ij})_{m\times n}$$

其中

$$c_{ij} = A\,\text{第}\,i\,\text{行与}\,B\,\text{第}\,j\,\text{列对应元素乘积的和}$$

即

$$a_{i1} \qquad a_{i2} \qquad \cdots \qquad a_{il}$$

矩阵的乘积

定义 设 $A=(a_{ik})_{m\times l}$，$B=(b_{kj})_{l\times n}$，定义矩阵 A，B 的乘积为 $m\times n$ 矩阵：

$$AB=A\cdot B=(a_{ik})_{m\times l}\cdot(b_{kj})_{l\times n}=(c_{ij})_{m\times n}$$

其中

$$c_{ij}\;=A\,\text{第}\,i\,\text{行与}\,B\,\text{第}\,j\,\text{列对应元素乘积的和}$$

即

$$a_{i1}b_{1j}\quad a_{i2}b_{2j}\quad\cdots\quad a_{il}b_{lj}$$

矩阵的乘积

定义 设 $A = (a_{ik})_{m\times l}$，$B = (b_{kj})_{l\times n}$，定义矩阵 A，B 的乘积为 $m \times n$ 矩阵：

$$AB = A \cdot B = (a_{ik})_{m\times l} \cdot (b_{kj})_{l\times n} = (c_{ij})_{m\times n}$$

其中

$$c_{ij} = A\text{ 第 } i \text{ 行与 } B \text{ 第 } j \text{ 列对应元素乘积的和}$$

即

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{il}b_{lj}$$

矩阵的乘积

定义 设 $A=(a_{ik})_{m\times l}$，$B=(b_{kj})_{l\times n}$，定义矩阵 A，B 的乘积为 $m\times n$ 矩阵：

$$AB = A\cdot B = (a_{ik})_{m\times l}\cdot(b_{kj})_{l\times n} = (c_{ij})_{m\times n}$$

其中

$$c_{ij} = A\text{ 第 } i \text{ 行与 } B \text{ 第 } j \text{ 列对应元素乘积的和}$$

即

$$a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{il}b_{lj}=\sum_{k=1}^{l}a_{ik}b_{kj}$$

矩阵的乘积

定义 设 $A=(a_{ik})_{m\times l}$，$B=(b_{kj})_{l\times n}$，定义矩阵 A，B 的乘积为 $m\times n$ 矩阵：

$$AB=A\cdot B=(a_{ik})_{m\times l}\cdot(b_{kj})_{l\times n}=(c_{ij})_{m\times n}$$

其中

$$c_{ij}\ =A\,\text{第}\,i\,\text{行与}\,B\,\text{第}\,j\,\text{列对应元素乘积的和}$$

即

$$c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{il}b_{lj}=\sum_{k=1}^{l}a_{ik}b_{kj}$$

矩阵的乘积

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & \cdots & a_{1l} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & \cdots & a_{il} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & \cdots & a_{ml} \end{pmatrix}_{m\times l} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{l1} & \cdots & b_{lj} & \cdots & b_{ln} \end{pmatrix}_{l\times n}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ & \cdots & c_{ij} & \cdots & \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & & \cdots & c_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

矩阵的乘积

$$
\begin{pmatrix}
a_{11} & \cdots & \cdots & a_{1l} \\
\vdots & & & \vdots \\
a_{i1} & \cdots & \cdots & a_{il} \\
\vdots & & & \vdots \\
a_{m1} & \cdots & \cdots & a_{ml}
\end{pmatrix}_{m\times l}
\cdot
\begin{pmatrix}
b_{11} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
b_{l1} & \cdots & b_{lj} & \cdots & b_{ln}
\end{pmatrix}_{l\times n}
$$

$$
=
\begin{pmatrix}
c_{11} & \cdots & & \cdots & c_{1n} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
& \cdots & c_{ij} & \cdots & \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
c_{m1} & \cdots & & \cdots & c_{mn}
\end{pmatrix}_{m\times n}
$$

$$a_{i1} \qquad a_{i2} \qquad \cdots \qquad a_{il}$$

矩阵的乘积

$$
\begin{pmatrix}
a_{11} & \cdots & \cdots & a_{1l} \\
\vdots & & & \vdots \\
a_{i1} & \cdots & \cdots & a_{il} \\
\vdots & & & \vdots \\
a_{m1} & \cdots & \cdots & a_{ml}
\end{pmatrix}_{m\times l}
\cdot
\begin{pmatrix}
b_{11} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
b_{l1} & \cdots & b_{lj} & \cdots & b_{ln}
\end{pmatrix}_{l\times n}
$$

$$
= \begin{pmatrix}
c_{11} & \cdots & & \cdots & c_{1n} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
& \cdots & c_{ij} & \cdots & \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
c_{m1} & \cdots & & \cdots & c_{mn}
\end{pmatrix}_{m\times n}
$$

$$a_{i1}b_{1j} \quad a_{i2}b_{2j} \quad \cdots \quad a_{il}b_{lj}$$

矩阵的乘积

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & \cdots & a_{1l} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & \cdots & a_{il} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & \cdots & a_{ml} \end{pmatrix}_{m\times l} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{l1} & \cdots & b_{lj} & \cdots & b_{ln} \end{pmatrix}_{l\times n}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ & \cdots & c_{ij} & \cdots & \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & & \cdots & c_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{il}b_{lj}$$

矩阵的乘积

$$
\begin{pmatrix}
a_{11} & \cdots & \cdots & a_{1l} \\
\vdots & & & \vdots \\
a_{i1} & \cdots & \cdots & a_{il} \\
\vdots & & & \vdots \\
a_{m1} & \cdots & \cdots & a_{ml}
\end{pmatrix}_{m\times l}
\cdot
\begin{pmatrix}
b_{11} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
b_{l1} & \cdots & b_{lj} & \cdots & b_{ln}
\end{pmatrix}_{l\times n}
$$

$$
= \begin{pmatrix}
c_{11} & \cdots & & \cdots & c_{1n} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
& \cdots & c_{ij} & \cdots & \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
c_{m1} & \cdots & & \cdots & c_{mn}
\end{pmatrix}_{m\times n}
$$

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{il}b_{lj} = \sum_{k=1}^{l} a_{ik}b_{kj}$$

矩阵的乘积

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & \cdots & a_{1l} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & \cdots & a_{il} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & \cdots & a_{ml} \end{pmatrix}_{m\times l} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{l1} & \cdots & b_{lj} & \cdots & b_{ln} \end{pmatrix}_{l\times n}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ & \cdots & c_{ij} & \cdots & \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & & \cdots & c_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n}$$

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{il}b_{lj} = \sum_{k=1}^{l} a_{ik}b_{kj}$$

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{4\times 3}$$

矩阵的乘积

例 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$$

$$c_{23} =$$

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$$

$$c_{23} = a_{21} \qquad\qquad a_{22}$$

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} \quad a_{22}b_{23}$$

矩阵的乘积

例 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

矩阵的乘积

例 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

例 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, 求 AB

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

例 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, 求 AB

解

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 3} =$$

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

例 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, 求 AB

解

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

例 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, 求 AB

解

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} * & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

矩阵的乘积

例 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

例 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, 求 AB

解

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 8 & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

矩阵的乘积

例
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

例 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, 求 AB

解

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 8 & * & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

矩阵的乘积

例 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

例 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$，求 AB

解

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 8 & -7 & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

矩阵的乘积

例 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

例 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$，求 AB

解

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 8 & -7 & * \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

例 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, 求 AB

解

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 8 & -7 & -6 \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

例 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$，求 AB

解

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 8 & -7 & -6 \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

例 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, 求 AB

解

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 8 & -7 & -6 \\ -3 & 0 & -3 \\ & & \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

矩阵的乘积

例 $$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ \color{red}{a_{21}} & \color{red}{a_{22}} \\ a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{pmatrix}_{4\times 2} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \color{red}{b_{13}} \\ b_{21} & b_{22} & \color{red}{b_{23}} \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & \color{red}{c_{23}} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} \end{pmatrix}_{4\times 3}$$

$$c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$$

例 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, 求 AB

解

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 8 & -7 & -6 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & -7 & -9 \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

矩阵的乘积

练习 求 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

矩阵的乘积

练习 求 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

解

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{3\times 3} =$$

矩阵的乘积

练习 求 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

解

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{3\times 3} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

矩阵的乘积

练习 求 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

解

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{3\times 3} = \begin{pmatrix} 10 & & \\ & & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

矩阵的乘积

练习 求 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

解

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{3\times 3} = \begin{pmatrix} 10 & 4 & \\ & & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

矩阵的乘积

练习 求 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

解

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{3\times 3} = \begin{pmatrix} 10 & 4 & -1 \\ & & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

矩阵的乘积

练习 求 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

解

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{3\times 3} = \begin{pmatrix} 10 & 4 & -1 \\ 4 & & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

矩阵的乘积

练习 求 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

解

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{3\times 3} = \begin{pmatrix} 10 & 4 & -1 \\ 4 & -3 & \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

矩阵的乘积

练习 求 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

解

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{3\times 3} = \begin{pmatrix} 10 & 4 & -1 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(\qquad\qquad\qquad\qquad)_{1\times 1}$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5 & -19 & 11\\6 & -9 & 4\\7 & 1 & -3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 3)_{1\times 1}$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5 & -19 & 11\\6 & -9 & 4\\7 & 1 & -3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 3)_{1\times 1}=14$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5 & -19 & 11\\6 & -9 & 4\\7 & 1 & -3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(1\cdot1+2\cdot2+3\cdot3)_{1\times1}=14$$

$$BA=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}(1,\ 2,\ 3)=$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(1\cdot1+2\cdot2+3\cdot3)_{1\times1}=14$$

$$BA=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}(1,\ 2,\ 3)=\begin{pmatrix}\ & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{3\times3}$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(1\cdot1+2\cdot2+3\cdot3)_{1\times1}=14$$

$$BA=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}(1,\ 2,\ 3)=\begin{pmatrix}1&2&3\\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{3\times3}$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 3)_{1\times 1}=14$$

$$BA=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}(1,\ 2,\ 3)=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&4&6\\ & & \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(1\cdot1+2\cdot2+3\cdot3)_{1\times1}=14$$

$$BA=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}(1,\ 2,\ 3)=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&4&6\\3&6&9\end{pmatrix}_{3\times3}$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(1\cdot1+2\cdot2+3\cdot3)_{1\times1}=14$$

$$BA=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}(1,\ 2,\ 3)=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&4&6\\3&6&9\end{pmatrix}_{3\times3}$$

$$CB=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(1\cdot1+2\cdot2+3\cdot3)_{1\times1}=14$$

$$BA=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}(1,\ 2,\ 3)=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&4&6\\3&6&9\end{pmatrix}_{3\times3}$$

$$CB=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\ \\ \ \\ \ \end{pmatrix}_{3\times1}$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 3)_{1\times 1}=14$$

$$BA=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}(1,\ 2,\ 3)=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&4&6\\3&6&9\end{pmatrix}_{3\times 3}$$

$$CB=\begin{pmatrix}5&-19&11\\6&-9&4\\7&1&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ \\ \end{pmatrix}_{3\times 1}$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5 & -19 & 11\\6 & -9 & 4\\7 & 1 & -3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 3)_{1\times 1}=14$$

$$BA=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}(1,\ 2,\ 3)=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 4 & 6\\3 & 6 & 9\end{pmatrix}_{3\times 3}$$

$$CB=\begin{pmatrix}5 & -19 & 11\\6 & -9 & 4\\7 & 1 & -3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\ \end{pmatrix}_{3\times 1}$$

练习 $A=(1,\ 2,\ 3)$，$B=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}5 & -19 & 11\\6 & -9 & 4\\7 & 1 & -3\end{pmatrix}$ 计算 AB，BA 及 CB。

解

$$AB=(1,\ 2,\ 3)\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=(1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 3)_{1\times 1}=14$$

$$BA=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}(1,\ 2,\ 3)=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\2 & 4 & 6\\3 & 6 & 9\end{pmatrix}_{3\times 3}$$

$$CB=\begin{pmatrix}5 & -19 & 11\\6 & -9 & 4\\7 & 1 & -3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}_{3\times 1}$$

矩阵的乘积

例 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$，求 AB，BA

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & 0\\ -3 & 5\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}_{1\times 3}\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & 0\\ -3 & 5\end{pmatrix}_{3\times 2} \quad =$$

矩阵的乘积

例 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{1\times 3} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} \quad & \quad \end{pmatrix}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & 0\\ -3 & 5\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}_{1\times 3}\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & 0\\ -3 & 5\end{pmatrix}_{3\times 2}=\begin{pmatrix} \quad & \quad \end{pmatrix}_{1\times 2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 1\\-4 & 0\\-3 & 5\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}_{1\times 3}\begin{pmatrix}2 & 1\\-4 & 0\\-3 & 5\end{pmatrix}_{3\times 2}=\begin{pmatrix}2 & \quad\end{pmatrix}_{1\times 2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{1\times 3} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 0 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}_{1\times 2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & 0\\ -3 & 5\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}_{1\times 3}\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & 0\\ -3 & 5\end{pmatrix}_{3\times 2}=\begin{pmatrix}2 & 3\end{pmatrix}_{1\times 2}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & 0\\ -3 & 5\end{pmatrix}_{3\times 2}\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}_{1\times 3}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 1\\-4 & 0\\-3 & 5\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}_{1\times 3}\begin{pmatrix}2 & 1\\-4 & 0\\-3 & 5\end{pmatrix}_{3\times 2}=\begin{pmatrix}2 & 3\end{pmatrix}_{1\times 2}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 1\\-4 & 0\\-3 & 5\end{pmatrix}_{3\times 2}\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}_{1\times 3}\text{ 没有意义！}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & 0\\ -3 & 5\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}_{1\times 3}\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & 0\\ -3 & 5\end{pmatrix}_{3\times 2}=\begin{pmatrix}2 & 3\end{pmatrix}_{1\times 2}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & 0\\ -3 & 5\end{pmatrix}_{3\times 2}\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\end{pmatrix}_{1\times 3}\text{ 没有意义！}$$

注 AB 可以存在，但 BA 不一定有意义

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}-16 & \\ & \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}-16 & -32\\ & \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}_{2\times 2} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}_{2\times 2} = \begin{pmatrix} -16 & -32 \\ 8 & \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}-16 & -32\\ 8 & 16\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}-16 & -32\\ 8 & 16\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}=$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}-16 & -32\\ 8 & 16\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}-16 & -32\\ 8 & 16\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times2}=\begin{pmatrix}-16 & -32\\ 8 & 16\end{pmatrix}_{2\times2}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times2}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times2}=\begin{pmatrix}0 & \\ & \end{pmatrix}_{2\times2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}-16 & -32\\ 8 & 16\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ & \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times2}=\begin{pmatrix}-16 & -32\\ 8 & 16\end{pmatrix}_{2\times2}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times2}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times2}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & \end{pmatrix}_{2\times2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}-16 & -32\\ 8 & 16\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}-16 & -32\\ 8 & 16\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

注

1. 即便 AB，BA 都有意义，也不一定相等。

   矩阵的乘法不满足交换律！

矩阵的乘积

例 设 $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}$，求 AB，BA

解

$$AB=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}-16 & -32\\ 8 & 16\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$BA=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -3 & -6\end{pmatrix}_{2\times 2}\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 1 & -2\end{pmatrix}_{2\times 2}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

注

1. 即便 AB，BA 都有意义，也不一定相等。

   矩阵的乘法不满足交换律！

2. $BA=0$ 不能推出 $B=0$ 或 $A=0$

矩阵的乘积

注 即便假设 $A \neq 0$，$BA = CA$ 也推不出 $B = C$。如

矩阵的乘积

注 即便假设 $A \neq 0$，$BA = CA$ 也推不出 $B = C$。如

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}}_{B}\underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}}_{A} \qquad \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}}_{C}\underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}}_{A}$$

矩阵的乘积

注 即便假设 $A \neq 0$，$BA = CA$ 也推不出 $B = C$。如

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}}_{B} \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}}_{A} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}}_{C} \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}}_{A}$$

矩阵的乘积

注 即便假设 $A \neq 0$，$BA = CA$ 也推不出 $B = C$。如

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}}_{B}\underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}}_{A} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}}_{C}\underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}}_{A}$$

总结

1. AB 可以存在，但 BA 不一定有意义
2. 即便 AB，BA 都有意义，也不一定相等。矩阵的乘法不满足交换律！（矩阵相乘要注意顺序）
3. $BA = 0$ 不能推出 $B = 0$ 或 $A = 0$
4. 即便假设 $A \neq 0$，$BA = CA$ 也退不出 $B = C$。

矩阵乘法的运算法则

设下列各式所涉及的矩阵乘法都是有意义，则

1. $(AB)C = A(BC)$
2. $(A+B)C = AC + BC$
3. $C(A+B) = CA + CB$
4. $k(AB) = (kA)B = A(kB)$

矩阵的转置

定义 将 $m \times n$ 矩阵 A 的行与列互换，得到的 $n \times m$ 矩阵，称为矩阵 A 的转置矩阵，记为 A^T。

矩阵的转置

定义 将 $m \times n$ 矩阵 A 的行与列互换，得到的 $n \times m$ 矩阵，称为矩阵 A 的转置矩阵，记为 A^T。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m \times n}$$

矩阵的转置

定义 将 $m \times n$ 矩阵 A 的行与列互换，得到的 $n \times m$ 矩阵，称为矩阵 A 的转置矩阵，记为 A^T。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

矩阵的转置

定义 将 $m \times n$ 矩阵 A 的行与列互换，得到的 $n \times m$ 矩阵，称为矩阵 A 的**转置矩阵**，记为 A^T。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} \phantom{a_{11}} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{n\times m}$$

矩阵的转置

定义 将 $m \times n$ 矩阵 A 的行与列互换，得到的 $n \times m$ 矩阵，称为矩阵 A 的转置矩阵，记为 A^T。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m \times n} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & & & \\ a_{12} & & & \\ \vdots & & & \\ a_{1n} & & & \end{pmatrix}_{n \times m}$$

矩阵的转置

定义 将 $m \times n$ 矩阵 A 的行与列互换，得到的 $n \times m$ 矩阵，称为矩阵 A 的转置矩阵，记为 A^T。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & & \\ a_{12} & a_{22} & & \\ \vdots & \vdots & & \\ a_{1n} & a_{2n} & & \end{pmatrix}_{n\times m}$$

矩阵的转置

定义 将 $m \times n$ 矩阵 A 的行与列互换，得到的 $n \times m$ 矩阵，称为矩阵 A 的**转置矩阵**，记为 A^T。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & \\ \vdots & \vdots & & \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & \end{pmatrix}_{n\times m}$$

矩阵的转置

定义 将 $m \times n$ 矩阵 A 的行与列互换，得到的 $n \times m$ 矩阵，称为矩阵 A 的转置矩阵，记为 A^T。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{n\times m}$$

矩阵的转置

定义 将 $m \times n$ 矩阵 A 的行与列互换，得到的 $n \times m$ 矩阵，称为矩阵 A 的转置矩阵，记为 A^T。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{n\times m}$$

注

	A	A^T
位置 (i, j) 上的元素		

矩阵的转置

定义 将 $m \times n$ 矩阵 A 的行与列互换，得到的 $n \times m$ 矩阵，称为矩阵 A 的**转置矩阵**，记为 A^T。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{n\times m}$$

注

	A	A^T
位置 (i, j) 上的元素	a_{ij}	

矩阵的转置

定义 将 $m \times n$ 矩阵 A 的行与列互换，得到的 $n \times m$ 矩阵，称为矩阵 A 的**转置矩阵**，记为 A^T。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m\times n} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}_{n\times m}$$

注

	A	A^T
位置 (i, j) 上的元素	a_{ij}	a_{ji}

矩阵的转置

例 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$，则 $A^T =$

矩阵的转置

例 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, 则 $A^T = \begin{pmatrix} & \\ & \\ & \end{pmatrix}$

矩阵的转置

例 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, 则 $A^T = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ & \\ & \end{pmatrix}_{3\times 2}$

矩阵的转置

例 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, 则 $A^T = \begin{pmatrix} 1 & \quad \\ 2 & \\ 3 & \end{pmatrix}_{3\times 2}$

矩阵的转置

例 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}$，则 $A^T=\begin{pmatrix}1&4\\2&5\\3&6\end{pmatrix}_{3\times 2}$

矩阵的转置

例 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}$，则 $A^T=\begin{pmatrix}1&4\\2&5\\3&6\end{pmatrix}_{3\times 2}$

例 设 $x=\begin{pmatrix}x_1&x_2&\cdots&x_n\end{pmatrix}$，$y=\begin{pmatrix}y_1&y_2&\cdots&y_n\end{pmatrix}$，则

$x^Ty=$

矩阵的转置

例 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}$，则 $A^T=\begin{pmatrix}1&4\\2&5\\3&6\end{pmatrix}_{3\times 2}$

例 设 $x=\begin{pmatrix}x_1&x_2&\cdots&x_n\end{pmatrix}$，$y=\begin{pmatrix}y_1&y_2&\cdots&y_n\end{pmatrix}$，则

$$x^Ty=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}_{n\times 1}$$

矩阵的转置

例 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$，则 $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}_{3\times 2}$

例 设 $x = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{pmatrix}$，$y = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_n \end{pmatrix}$，则

$$x^T y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}_{n\times 1} \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_n \end{pmatrix}_{1\times n} =$$

矩阵的转置

例 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}$，则 $A^T=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 5\\ 3 & 6\end{pmatrix}_{3\times 2}$

例 设 $x=\begin{pmatrix}x_1 & x_2 & \cdots & x_n\end{pmatrix}$，$y=\begin{pmatrix}y_1 & y_2 & \cdots & y_n\end{pmatrix}$，则

$$x^Ty=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{pmatrix}_{n\times 1}\begin{pmatrix}y_1 & y_2 & \cdots & y_n\end{pmatrix}_{1\times n}=\begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

矩阵的转置

例 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}$，则 $A^T=\begin{pmatrix}1&4\\2&5\\3&6\end{pmatrix}_{3\times 2}$

例 设 $x=\begin{pmatrix}x_1&x_2&\cdots&x_n\end{pmatrix}$，$y=\begin{pmatrix}y_1&y_2&\cdots&y_n\end{pmatrix}$，则

$$x^Ty=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}_{n\times 1}\begin{pmatrix}y_1&y_2&\cdots&y_n\end{pmatrix}_{1\times n}=\begin{pmatrix}\\ \\ \\ \end{pmatrix}_{n\times n}$$

矩阵的转置

例 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}$，则 $A^T=\begin{pmatrix}1&4\\2&5\\3&6\end{pmatrix}_{3\times 2}$

例 设 $x=\begin{pmatrix}x_1&x_2&\cdots&x_n\end{pmatrix}$，$y=\begin{pmatrix}y_1&y_2&\cdots&y_n\end{pmatrix}$，则

$$x^Ty=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}_{n\times 1}\begin{pmatrix}y_1&y_2&\cdots&y_n\end{pmatrix}_{1\times n}=\begin{pmatrix}x_1y_1&&&\\&&&\\&&&\\&&&\end{pmatrix}_{n\times n}$$

矩阵的转置

例 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$，则 $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}_{3\times 2}$

例 设 $x = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{pmatrix}$，$y = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_n \end{pmatrix}$，则

$$x^T y = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}_{n\times 1} \begin{pmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_n \end{pmatrix}_{1\times n} = \begin{pmatrix} x_1 y_1 & x_1 y_2 & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{n\times n}$$

矩阵的转置

例 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}$，则 $A^T=\begin{pmatrix}1&4\\2&5\\3&6\end{pmatrix}_{3\times 2}$

例 设 $x=\begin{pmatrix}x_1&x_2&\cdots&x_n\end{pmatrix}$，$y=\begin{pmatrix}y_1&y_2&\cdots&y_n\end{pmatrix}$，则

$$x^Ty=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}_{n\times 1}\begin{pmatrix}y_1&y_2&\cdots&y_n\end{pmatrix}_{1\times n}=\begin{pmatrix}x_1y_1&x_1y_2&\cdots&\\&&&\\&&&\\&&&\end{pmatrix}_{n\times n}$$

矩阵的转置

例 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}$，则 $A^T=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 5\\ 3 & 6\end{pmatrix}_{3\times 2}$

例 设 $x=\begin{pmatrix}x_1 & x_2 & \cdots & x_n\end{pmatrix}$，$y=\begin{pmatrix}y_1 & y_2 & \cdots & y_n\end{pmatrix}$，则

$$x^Ty=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{pmatrix}_{n\times 1}\begin{pmatrix}y_1 & y_2 & \cdots & y_n\end{pmatrix}_{1\times n}=\begin{pmatrix}x_1y_1 & x_1y_2 & \cdots & x_1y_n\\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{n\times n}$$

矩阵的转置

例 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}$，则 $A^T=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 5\\ 3 & 6\end{pmatrix}_{3\times 2}$

例 设 $x=\begin{pmatrix}x_1 & x_2 & \cdots & x_n\end{pmatrix}$，$y=\begin{pmatrix}y_1 & y_2 & \cdots & y_n\end{pmatrix}$，则

$$x^Ty=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{pmatrix}_{n\times 1}\begin{pmatrix}y_1 & y_2 & \cdots & y_n\end{pmatrix}_{1\times n}=\begin{pmatrix}x_1y_1 & x_1y_2 & \cdots & x_1y_n\\ x_2y_1 & x_2y_2 & \cdots & x_2y_n\\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}_{n\times n}$$

矩阵的转置

例 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}$，则 $A^T=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 5\\ 3 & 6\end{pmatrix}_{3\times 2}$

例 设 $x=\begin{pmatrix}x_1 & x_2 & \cdots & x_n\end{pmatrix}$，$y=\begin{pmatrix}y_1 & y_2 & \cdots & y_n\end{pmatrix}$，则

$$x^Ty=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_n\end{pmatrix}_{n\times 1}\begin{pmatrix}y_1 & y_2 & \cdots & y_n\end{pmatrix}_{1\times n}=\begin{pmatrix}x_1y_1 & x_1y_2 & \cdots & x_1y_n\\ x_2y_1 & x_2y_2 & \cdots & x_2y_n\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ & & & \end{pmatrix}_{n\times n}$$

矩阵的转置

例 $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}$，则 $A^T=\begin{pmatrix}1&4\\2&5\\3&6\end{pmatrix}_{3\times 2}$

例 设 $x=\begin{pmatrix}x_1&x_2&\cdots&x_n\end{pmatrix}$，$y=\begin{pmatrix}y_1&y_2&\cdots&y_n\end{pmatrix}$，则

$$x^Ty=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}_{n\times 1}\begin{pmatrix}y_1&y_2&\cdots&y_n\end{pmatrix}_{1\times n}=\begin{pmatrix}x_1y_1&x_1y_2&\cdots&x_1y_n\\x_2y_1&x_2y_2&\cdots&x_2y_n\\\vdots&\vdots&&\vdots\\x_ny_1&x_ny_2&\cdots&x_ny_n\end{pmatrix}_{n\times n}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，计算 AA^T 及 A^TA。

练习 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，计算 AA^T 及 A^TA。

解

$$AA^T=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，计算 AA^T 及 A^TA。

解

$$AA^T = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，计算 AA^T 及 A^TA。

解

$$AA^T=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 21 & \\ & \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，计算 AA^T 及 A^TA。

解

$$AA^T=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 21 & 2 \\ & \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，计算 AA^T 及 A^TA。

解

$$AA^T=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 21 & 2 \\ 2 & \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 4\\ -3 & 0 & 2\end{pmatrix}$，计算 AA^T 及 A^TA。

解

$$AA^T=\begin{pmatrix}2 & 1 & 4\\ -3 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -3\\ 1 & 0\\ 4 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}21 & 2\\ 2 & 13\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 4\\ -3 & 0 & 2\end{pmatrix}$，计算 AA^T 及 A^TA。

解

$$AA^T=\begin{pmatrix}2 & 1 & 4\\ -3 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -3\\ 1 & 0\\ 4 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}21 & 2\\ 2 & 13\end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$A^TA=\begin{pmatrix}2 & -3\\ 1 & 0\\ 4 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1 & 4\\ -3 & 0 & 2\end{pmatrix}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，计算 AA^T 及 A^TA。

解

$$AA^T=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 21 & 2 \\ 2 & 13 \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$A^TA=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，计算 AA^T 及 A^TA。

解

$$AA^T=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 21 & 2 \\ 2 & 13 \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$A^TA=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 13 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 20 \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	$B^T A^T$
阶数					

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	$B^T A^T$
阶数	$m \times n$				

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	$B^T A^T$
阶数	$m\times n$	$n\times m$			

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	$B^T A^T$
阶数	$m\times n$	$n\times m$	$l\times m$		

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	$B^T A^T$
阶数	$m\times n$	$n\times m$	$l\times m$	$n\times l$	

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	B^TA^T
阶数	$m\times n$	$n\times m$	$l\times m$	$n\times l$	$n\times m$

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	$B^T A^T$
阶数	$m\times n$	$n\times m$	$l\times m$	$n\times l$	$n\times m$

并且

$$\begin{array}{c}(AB)^T\\(i,j)\text{元素}\end{array} =$$

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	$B^T A^T$
阶数	$m\times n$	$n\times m$	$l\times m$	$n\times l$	$n\times m$

并且

$$\begin{matrix}(AB)^T\\(i,j)\text{元素}\end{matrix} = \qquad\qquad \begin{matrix}B^TA^T\\(i,j)\text{元素}\end{matrix}$$

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	$B^T A^T$
阶数	$m\times n$	$n\times m$	$l\times m$	$n\times l$	$n\times m$

并且

$$\underset{(i,j)\text{元素}}{(AB)^T} = \underset{(j,i)\text{元素}}{AB} = \qquad\qquad \underset{(i,j)\text{元素}}{B^T A^T}$$

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	$B^T A^T$
阶数	$m\times n$	$n\times m$	$l\times m$	$n\times l$	$n\times m$

并且

$$\underset{(i,j)\text{元素}}{(AB)^T} = \underset{(j,i)\text{元素}}{AB} = a_{j1} \qquad a_{j2} \qquad \cdots \qquad a_{jl} \qquad \underset{(i,j)\text{元素}}{B^T A^T}$$

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	$B^T A^T$
阶数	$m\times n$	$n\times m$	$l\times m$	$n\times l$	$n\times m$

并且

$$\underset{(i,j)\text{元素}}{(AB)^T} = \underset{(j,i)\text{元素}}{AB} = a_{j1}b_{1i} \quad a_{j2}b_{2i} \quad \cdots \quad a_{jl}b_{li} \qquad \underset{(i,j)\text{元素}}{B^T A^T}$$

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	B^TA^T
阶数	$m\times n$	$n\times m$	$l\times m$	$n\times l$	$n\times m$

并且

$$\underset{(i,j)\text{元素}}{(AB)^T} = \underset{(j,i)\text{元素}}{AB} = a_{j1}b_{1i} + a_{j2}b_{2i} + \cdots + a_{jl}b_{li} \qquad \underset{(i,j)\text{元素}}{B^TA^T}$$

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	B^TA^T
阶数	$m\times n$	$n\times m$	$l\times m$	$n\times l$	$n\times m$

并且

$$\underset{(i,j)\text{元素}}{(AB)^T} = \underset{(j,i)\text{元素}}{AB} = a_{j1}b_{1i} + a_{j2}b_{2i} + \cdots + a_{jl}b_{li} \qquad \underset{(i,j)\text{元素}}{B^TA^T}$$

A^T第j列元素

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	B^TA^T
阶数	$m\times n$	$n\times m$	$l\times m$	$n\times l$	$n\times m$

并且

$$\begin{array}{c}(AB)^T\\ (i,j)\text{元素}\end{array} = \begin{array}{c}AB\\ (j,i)\text{元素}\end{array} = a_{j1}b_{1i} + a_{j2}b_{2i} + \cdots + a_{jl}b_{li} \qquad \begin{array}{c}B^TA^T\\ (i,j)\text{元素}\end{array}$$

A^T第 j 列元素　　　　B^T第 i 行元素

转置矩阵的性质

1. $(A^T)^T = A$
2. $(A+B)^T = A^T + B^T$，$(kA)^T = kA^T$
3. $(AB)^T = B^T A^T$

证明 设 $A = A_{m\times l}$，$B = B_{l\times n}$，则

	AB	$(AB)^T$	A^T	B^T	B^TA^T
阶数	$m\times n$	$n\times m$	$l\times m$	$n\times l$	$n\times m$

并且

$$\underset{(i,j)\text{元素}}{(AB)^T} = \underset{(j,i)\text{元素}}{AB} = a_{j1}b_{1i} + a_{j2}b_{2i} + \cdots + a_{jl}b_{li} = \underset{(i,j)\text{元素}}{B^TA^T}$$

A^T第j列元素

B^T第i行元素

方阵的幂

设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为 n 阶方阵，$k\in\mathbb{N}$ 为自然数，定义

$$A^k=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k\text{个}}$$

称为方阵 A 的 k 次幂

方阵的幂

设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为 n 阶方阵，$k\in\mathbb{N}$ 为自然数，定义

$$A^k=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k\text{个}}$$

称为方阵 A 的 k 次幂

方阵的幂的性质 $A^{k_1}A^{k_2}=A^{k_1+k_2}$，$(A^{k_1})^{k_2}=A^{k_1k_2}$

方阵的幂

设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为 n 阶方阵，$k\in\mathbb{N}$ 为自然数，定义

$$A^k=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k\text{个}}$$

称为方阵 A 的 k 次幂

方阵的幂的性质 $A^{k_1}A^{k_2}=A^{k_1+k_2}$，$(A^{k_1})^{k_2}=A^{k_1k_2}$

这是因为：

$$A^{k_1}A^{k_2}=$$

方阵的幂

设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为 n 阶方阵，$k\in\mathbb{N}$ 为自然数，定义

$$A^k=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k\text{ 个}}$$

称为方阵 A 的 k 次幂

方阵的幂的性质 $A^{k_1}A^{k_2}=A^{k_1+k_2}$，$(A^{k_1})^{k_2}=A^{k_1k_2}$

这是因为：

$$A^{k_1}A^{k_2}=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k_1\text{ 个}}\cdot$$

方阵的幂

设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为 n 阶方阵，$k\in\mathbb{N}$ 为自然数，定义

$$A^k=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k\text{ 个}}$$

称为方阵 A 的 k 次幂

方阵的幂的性质 $A^{k_1}A^{k_2}=A^{k_1+k_2}$，$(A^{k_1})^{k_2}=A^{k_1k_2}$

这是因为：

$$A^{k_1}A^{k_2}=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k_1\text{ 个}}\cdot\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k_2\text{ 个}}$$

方阵的幂

设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为 n 阶方阵，$k\in\mathbb{N}$ 为自然数，定义

$$A^k=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k\text{ 个}}$$

称为方阵 A 的 k 次幂

方阵的幂的性质 $A^{k_1}A^{k_2}=A^{k_1+k_2}$，$(A^{k_1})^{k_2}=A^{k_1k_2}$

这是因为：

$$A^{k_1}A^{k_2}=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k_1\text{ 个}}\cdot\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k_2\text{ 个}}=A^{k_1+k_2}$$

方阵的幂

设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为 n 阶方阵，$k\in\mathbb{N}$ 为自然数，定义

$$A^k=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k\text{个}}$$

称为方阵 A 的 k 次幂

方阵的幂的性质 $A^{k_1}A^{k_2}=A^{k_1+k_2}$，$(A^{k_1})^{k_2}=A^{k_1k_2}$

这是因为：

$$A^{k_1}A^{k_2}=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k_1\text{个}}\cdot\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k_2\text{个}}=A^{k_1+k_2}$$

$$(A^{k_1})^{k_2}=$$

方阵的幂

设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为 n 阶方阵，$k\in\mathbb{N}$ 为自然数，定义

$$A^k=\underbrace{A\cdot A\cdot\dots\cdot A}_{k\text{个}}$$

称为方阵 A 的 k 次幂

方阵的幂的性质 $A^{k_1}A^{k_2}=A^{k_1+k_2}$，$(A^{k_1})^{k_2}=A^{k_1k_2}$

这是因为：

$$A^{k_1}A^{k_2}=\underbrace{A\cdot A\cdot\dots\cdot A}_{k_1\text{个}}\cdot\underbrace{A\cdot A\cdot\dots\cdot A}_{k_2\text{个}}=A^{k_1+k_2}$$

$$(A^{k_1})^{k_2}=\underbrace{A^{k_1}\cdot A^{k_1}\cdot\dots\cdot A^{k_1}}_{k_2\text{个}}$$

方阵的幂

设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为 n 阶方阵，$k\in\mathbb{N}$ 为自然数，定义

$$A^k=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k\text{ 个}}$$

称为方阵 A 的 k 次幂

方阵的幂的性质 $A^{k_1}A^{k_2}=A^{k_1+k_2}$，$(A^{k_1})^{k_2}=A^{k_1k_2}$

这是因为：

$$A^{k_1}A^{k_2}=\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k_1\text{ 个}}\cdot\underbrace{A\cdot A\cdot\cdots\cdot A}_{k_2\text{ 个}}=A^{k_1+k_2}$$

$$(A^{k_1})^{k_2}=\underbrace{A^{k_1}\cdot A^{k_1}\cdot\cdots\cdot A^{k_1}}_{k_2\text{ 个}}=A^{k_1k_2}$$

练习 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \lambda & 1 \end{pmatrix}$，其中 λ 为常数，计算 A^n。

练习 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \lambda & 1 \end{pmatrix}$，其中 λ 为常数，计算 A^n。

解

$$A^2 =$$

$$A^3 =$$

$$A^4 =$$

$$\vdots$$

$$A^n =$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$，其中 λ 为常数，计算 A^n。

解

$$A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^3=$$

$$A^4=$$

$$\vdots$$

$$A^n=$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$，其中 λ 为常数，计算 A^n。

解

$$A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^3=$$

$$A^4=$$

$$\vdots$$

$$A^n=$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$，其中 λ 为常数，计算 A^n。

解

$$A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^3=A^2\cdot A$$

$$A^4=$$

$$\vdots$$

$$A^n=$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$，其中 λ 为常数，计算 A^n。

解

$$A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^3=A^2\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^4=$$

$$\vdots$$

$$A^n=$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$，其中 λ 为常数，计算 A^n。

解

$$A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^3=A^2\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^4=$$

$$\vdots$$

$$A^n=$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$，其中 λ 为常数，计算 A^n。

解

$$A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^3=A^2\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^4=A^3\cdot A$$

$$\vdots$$

$$A^n=$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$，其中 λ 为常数，计算 A^n。

解

$$A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^3=A^2\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^4=A^3\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3\lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$\vdots$$

$$A^n=$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$，其中 λ 为常数，计算 A^n。

解

$$A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^3=A^2\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^4=A^3\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3\lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 4\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$\vdots$$

$$A^n=$$

练习 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}$，其中 λ 为常数，计算 A^n。

解

$$A^2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^3=A^2\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2\lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$A^4=A^3\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3\lambda & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0\\ \lambda & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 4\lambda & 1\end{pmatrix}$$

$$\vdots$$

$$A^n=\begin{pmatrix}1 & 0\\ n\lambda & 1\end{pmatrix}$$

方阵的幂

注 设 A, B 为 n 阶方阵，一般地

$$(AB)^k \neq A^k B^k$$

方阵的幂

注 设 A, B 为 n 阶方阵，一般地

$$(AB)^k \neq A^k B^k$$

这是，例如 $k = 2$ 时，

$$(AB)^2 =$$

方阵的幂

注 设 A, B 为 n 阶方阵，一般地

$$(AB)^k \neq A^k B^k$$

这是，例如 $k = 2$ 时，

$$(AB)^2 = (AB) \cdot (AB) =$$

方阵的幂

注 设 A, B 为 n 阶方阵，一般地

$$(AB)^k \neq A^k B^k$$

这是，例如 $k=2$ 时，

$$(AB)^2 = (AB)\cdot(AB) = ABAB$$

方阵的幂

注 设 A, B 为 n 阶方阵，一般地

$$(AB)^k \neq A^k B^k$$

这是，例如 $k = 2$ 时，

$$(AB)^2 = (AB) \cdot (AB) = ABAB$$

$$A^2 B^2 =$$

方阵的幂

注 设 A, B 为 n 阶方阵，一般地

$$(AB)^k \neq A^k B^k$$

这是，例如 $k=2$ 时，

$$(AB)^2 = (AB)\cdot(AB) = ABAB$$

$$A^2B^2 = (AA)\cdot(BB) =$$

方阵的幂

注 设 A, B 为 n 阶方阵，一般地

$$(AB)^k \neq A^k B^k$$

这是，例如 $k = 2$ 时，

$$(AB)^2 = (AB) \cdot (AB) = ABAB$$

$$A^2 B^2 = (AA) \cdot (BB) = AABB$$

方阵的幂

注 设 A, B 为 n 阶方阵，一般地

$$(AB)^k \neq A^k B^k$$

这是，例如 $k = 2$ 时，

$$(AB)^2 = (AB) \cdot (AB) = ABAB$$

$$A^2 B^2 = (AA) \cdot (BB) = AABB$$

但一般地，$AB \neq BA$，

方阵的幂

注 设 A, B 为 n 阶方阵，一般地

$$(AB)^k \neq A^k B^k$$

这是，例如 $k = 2$ 时，

$$(AB)^2 = (AB) \cdot (AB) = ABAB$$

$$A^2 B^2 = (AA) \cdot (BB) = AABB$$

但一般地，$AB \neq BA$，所以 $(AB)^2 \neq A^2 B^2$

方阵的行列式

回忆：对 n 阶方阵

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

方阵的行列式

回忆：对 n 阶方阵

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

其行列式规定为

方阵的行列式

回忆：对 n 阶方阵

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

其行列式规定为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

方阵的行列式

回忆：对 n 阶方阵

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

其行列式规定为

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

方阵行列式的性质

设 A, B 均是 n 阶方阵，k 为数，则

1. $|A^T| = |A|$
2. $|kA| = k^n|A|$
3. $|AB| = |A| \cdot |B|$
4. $|AB| = |BA|$

方阵行列式的性质

设 A, B 均是 n 阶方阵，k 为数，则

1. $|A^T| = |A|$
2. $|kA| = k^n|A|$
3. $|AB| = |A| \cdot |B|$
4. $|AB| = |BA|$

例如

$$|kA| =$$

方阵行列式的性质

设 A, B 均是 n 阶方阵，k 为数，则

1. $|A^T| = |A|$
2. $|kA| = k^n|A|$
3. $|AB| = |A| \cdot |B|$
4. $|AB| = |BA|$

例如

$$|kA| = \left| k \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \right| =$$

方阵行列式的性质

设 A, B 均是 n 阶方阵，k 为数，则

1. $|A^T| = |A|$
2. $|kA| = k^n|A|$
3. $|AB| = |A| \cdot |B|$
4. $|AB| = |BA|$

例如

$$|kA| = \left| k \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{n1} & ka_{n2} & \cdots & ka_{nn} \end{vmatrix}$$

方阵行列式的性质

设 A, B 均是 n 阶方阵，k 为数，则

1. $|A^T| = |A|$
2. $|kA| = k^n|A|$
3. $|AB| = |A| \cdot |B|$
4. $|AB| = |BA|$

例如

$$|kA| = \left| k \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{n1} & ka_{n2} & \cdots & ka_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= k \cdot k \cdot \cdots \cdot k \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

方阵行列式的性质

设 A, B 均是 n 阶方阵，k 为数，则

1. $|A^T| = |A|$
2. $|kA| = k^n|A|$
3. $|AB| = |A| \cdot |B|$
4. $|AB| = |BA|$

例如

$$|kA| = \left| k \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \right| = \begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{n1} & ka_{n2} & \cdots & ka_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= k \cdot k \cdot \cdots \cdot k \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = k^n|A|$$

方阵行列式的性质

例 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 6 & 15 & 5 \end{pmatrix}$，求 $|4A|$

方阵行列式的性质

例 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 6 & 15 & 5 \end{pmatrix}$，求 $\left|4A\right|$

解

$$\left|4A\right| = 4^3|A| =$$

方阵行列式的性质

例 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 6 & 15 & 5 \end{pmatrix}$，求 $|4A|$

解

$$|4A| = 4^3|A| = 64 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 6 & 15 & 5 \end{vmatrix} =$$

方阵行列式的性质

例 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 6 & 15 & 5\end{pmatrix}$，求 $\left|4A\right|$

解

$$\left|4A\right|=4^3|A|=64\begin{vmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 6 & 15 & 5\end{vmatrix}=64\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 6 & 3 & 5\end{vmatrix}=$$

方阵行列式的性质

例 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&3&4\\6&15&5\end{pmatrix}$，求 $\left|4A\right|$

解

$$\left|4A\right|=4^3|A|=64\begin{vmatrix}1&2&0\\0&3&4\\6&15&5\end{vmatrix}=64\begin{vmatrix}1&0&0\\0&3&4\\6&3&5\end{vmatrix}=64\times 3=$$

方阵行列式的性质

例 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 6 & 15 & 5\end{pmatrix}$，求 $|4A|$

解

$$|4A|=4^3|A|=64\begin{vmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 6 & 15 & 5\end{vmatrix}=64\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 6 & 3 & 5\end{vmatrix}=64\times 3=192$$

方阵行列式的性质

例 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 6 & 15 & 5\end{pmatrix}$，求 $|4A|$

解

$$|4A|=4^3|A|=64\begin{vmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 6 & 15 & 5\end{vmatrix}=64\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 6 & 3 & 5\end{vmatrix}=64\times 3=192$$

练习 设 A 为三阶方阵，且 $|A|=-2$，求 $\left||A|A^2A^T\right|$

方阵行列式的性质

例 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&3&4\\6&15&5\end{pmatrix}$，求 $|4A|$

解

$$|4A|=4^3|A|=64\begin{vmatrix}1&2&0\\0&3&4\\6&15&5\end{vmatrix}=64\begin{vmatrix}1&0&0\\0&3&4\\6&3&5\end{vmatrix}=64\times 3=192$$

练习 设 A 为三阶方阵，且 $|A|=-2$，求 $\left||A|A^2A^T\right|$

解

$$\left||A|A^2A^T\right|=|A|^3\left|A^2A^T\right|$$

方阵行列式的性质

例 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&3&4\\6&15&5\end{pmatrix}$，求 $\left|4A\right|$

解

$$\left|4A\right|=4^3|A|=64\begin{vmatrix}1&2&0\\0&3&4\\6&15&5\end{vmatrix}=64\begin{vmatrix}1&0&0\\0&3&4\\6&3&5\end{vmatrix}=64\times3=192$$

练习 设 A 为三阶方阵，且 $|A|=-2$，求 $\left||A|A^2A^T\right|$

解

$$\begin{aligned}\left||A|A^2A^T\right|&=|A|^3\left|A^2A^T\right|\\&=|A|^3\left|A^2\right|\left|A^T\right|\end{aligned}$$

方阵行列式的性质

例 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 6 & 15 & 5\end{pmatrix}$，求 $\left|4A\right|$

解

$$\left|4A\right|=4^3|A|=64\begin{vmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 6 & 15 & 5\end{vmatrix}=64\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 4\\ 6 & 3 & 5\end{vmatrix}=64\times 3=192$$

练习 设 A 为三阶方阵，且 $|A|=-2$，求 $\left||A|A^2A^T\right|$

解

$$\begin{aligned}\left||A|A^2A^T\right| &= |A|^3\left|A^2A^T\right|\\ &= |A|^3\left|A^2\right|\left|A^T\right|\\ &= |A|^3|A|^2|A|\end{aligned}$$

方阵行列式的性质

例 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&3&4\\6&15&5\end{pmatrix}$，求 $\left|4A\right|$

解

$$\left|4A\right|=4^3|A|=64\begin{vmatrix}1&2&0\\0&3&4\\6&15&5\end{vmatrix}=64\begin{vmatrix}1&0&0\\0&3&4\\6&3&5\end{vmatrix}=64\times3=192$$

练习 设 A 为三阶方阵，且 $|A|=-2$，求 $\left||A|A^2A^T\right|$

解

$$\begin{aligned}\left||A|A^2A^T\right|&=|A|^3\left|A^2A^T\right|\\&=|A|^3\left|A^2\right|\left|A^T\right|\\&=|A|^3|A|^2|A|\\&=|A|^6\end{aligned}$$

方阵行列式的性质

例 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&3&4\\6&15&5\end{pmatrix}$，求 $\left|4A\right|$

解

$$\left|4A\right|=4^3|A|=64\begin{vmatrix}1&2&0\\0&3&4\\6&15&5\end{vmatrix}=64\begin{vmatrix}1&0&0\\0&3&4\\6&3&5\end{vmatrix}=64\times 3=192$$

练习 设 A 为三阶方阵，且 $|A|=-2$，求 $\left||A|A^2A^T\right|$

解

$$\begin{aligned}\left||A|A^2A^T\right| &= |A|^3\left|A^2A^T\right|\\ &= |A|^3\left|A^2\right|\left|A^T\right|\\ &= |A|^3|A|^2|A|\\ &= |A|^6=(-2)^6\end{aligned}$$

方阵行列式的性质

例 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&3&4\\6&15&5\end{pmatrix}$，求 $|4A|$

解

$$|4A|=4^3|A|=64\begin{vmatrix}1&2&0\\0&3&4\\6&15&5\end{vmatrix}=64\begin{vmatrix}1&0&0\\0&3&4\\6&3&5\end{vmatrix}=64\times 3=192$$

练习 设 A 为三阶方阵，且 $|A|=-2$，求 $\left||A|A^2A^T\right|$

解

$$\begin{aligned}\left||A|A^2A^T\right| &= |A|^3\left|A^2A^T\right| \\ &= |A|^3\left|A^2\right|\left|A^T\right| \\ &= |A|^3|A|^2|A| \\ &= |A|^6=(-2)^6=64\end{aligned}$$

方程组的矩阵表示

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

方程组的矩阵表示

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

等价于

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

方程组的矩阵表示

$$
\begin{cases}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\
\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m
\end{cases}
$$

等价于

$$
\begin{pmatrix}
a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\
a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn}
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m
\end{pmatrix}
$$

$$\|$$

$$\left(\qquad\qquad\qquad\qquad \right)$$

方程组的矩阵表示

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

等价于

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$$\|$$

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

方程组的矩阵表示

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

等价于

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$$\|$$

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

方程组的矩阵表示

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

等价于

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

$$\|$$

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \end{pmatrix}$$

方程组的矩阵表示

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

等价于

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

方程组的矩阵表示

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

等价于

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}}_{\substack{A \\ \text{系数矩阵}}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

方程组的矩阵表示

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

等价于

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}}_{\substack{A \\ \text{系数矩阵}}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}}_{\substack{b \\ \text{常数项矩阵}}}$$

方程组的矩阵表示

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

等价于

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}}_{\substack{A \\ \text{系数矩阵}}} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}}_{\substack{b \\ \text{常数项矩阵}}}$$

进一步改写成

$$Ax = b$$

线性方程组的矩阵表示

例方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = -2 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 + x_4 = 7 \end{cases}$$

线性方程组的矩阵表示

例方程组

$$\begin{cases} x_1 & -x_2 & +5x_3 & -x_4 & = -2 \\ x_1 & +x_2 & -2x_3 & +3x_4 & = 3 \\ 3x_1 & -x_2 & +8x_3 & +x_4 & = 7 \end{cases}$$

的矩阵表示 $Ax = b$ 是

$$\begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \quad \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

线性方程组的矩阵表示

例 方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = -2 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 + x_4 = 7 \end{cases}$$

的矩阵表示 $Ax = b$ 是

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 8 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

线性方程组的矩阵表示

例方程组

$$\begin{cases} x_1 & -x_2 & +5x_3 & -x_4 & =-2 \\ x_1 & +x_2 & -2x_3 & +3x_4 & =3 \\ 3x_1 & -x_2 & +8x_3 & +x_4 & =7 \end{cases}$$

的矩阵表示 $Ax=b$ 是

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 8 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

线性方程组的矩阵表示

例方程组

$$\begin{cases} x_1 & -x_2 & +5x_3 & -x_4 & =-2 \\ x_1 & +x_2 & -2x_3 & +3x_4 & =3 \\ 3x_1 & -x_2 & +8x_3 & +x_4 & =7 \end{cases}$$

的矩阵表示 $Ax=b$ 是

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 8 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

线性方程组的矩阵表示

例方程组

$$\begin{cases} x_1 & -x_2 & +5x_3 & -x_4 & = -2 \\ x_1 & +x_2 & -2x_3 & +3x_4 & = 3 \\ 3x_1 & -x_2 & +8x_3 & +x_4 & = 7 \end{cases}$$

的矩阵表示 $Ax = b$ 是

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 8 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 + x_4 \end{pmatrix}$$

线性方程组的矩阵表示

例方程组

$$
\begin{cases}
x_1 & -x_2 & +5x_3 & -x_4 & = -2 \\
x_1 & +x_2 & -2x_3 & +3x_4 & = 3 \\
3x_1 & -x_2 & +8x_3 & +x_4 & = 7
\end{cases}
$$

的矩阵表示 $Ax = b$ 是

$$
\begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 8 & 1 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 + x_4 \end{pmatrix}
\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}
$$