

Universität Stuttgart-Vaihingen

Universität Stuttgart  
Fakultät für Mathematik und Physik  
Physikalisches Praktikum II

# Helium-Neon-Laser

**Autor:** Juliane Ratzsch, MatNr. 2967329  
Gentian Rrafshi, MatNr. 2721617

**Version vom:** 2. Juni 2019

# Inhaltsverzeichnis

<b>§1 Grundlagen</b>	<b>3</b>
§1.1 Pre-Lab Exercises . . . . .	6
<b>§2 Versuchsdurchführung</b>	<b>8</b>
<b>§3 Auswertung</b>	<b>9</b>
§3.1 Resonatorstabilität . . . . .	9
§3.1.1 Leistung als Funktion der Resonatorlänge . . . . .	9
§3.1.2 Leistung als Funktion des Resonatorabstandes . . . . .	11
§3.1.3 Leistung als Funktion des Stromes . . . . .	12
§3.2 Untersuchung TEM-Moden . . . . .	13
§3.3 Divergenz . . . . .	13
§3.4 Longitudinale Moden . . . . .	13
§3.5 Messung mit Etalon . . . . .	14
§3.6 Selektion mit dem doppelbrechendem Kristall . . . . .	14
<b>§4 Fehlerbetrachtung</b>	<b>14</b>
<b>§5 Zusammenfassung</b>	<b>14</b>

## §1 Grundlagen

Grundsätzlich werden für den Aufbau eines Lasers drei funktionale Einheiten benötigt, ein aktives Medium, ein Resonator, und eine Energiepumpe. Im Zwei-Niveau-System gibt es drei unterschiedliche Übergänge, die Absorption, die spontane Emission, und die stimulierte Emission. Durch die stimulierte Emission wird ein, zum erregenden Photon, kohärentes Photon erzeugt. Diese kohärenten Photonen werden im Resonator verstärkt. Betrachtet man viele dieser Systeme, kann man Bilanzgleichungen aufstellen. Wenn  $N_1$  die Anzahl der Systeme im Grundzustand ist, und  $N_2$  die der Systeme im angeregten Zustand, gilt:

$$\text{Absorption} \quad \frac{dN_1}{dt} = -B_{12}uN_1 \quad (1)$$

$$\text{spontane Emission} \quad \frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 \quad (2)$$

$$\text{stimulierte Emission} \quad \frac{dN_2}{dt} = -B_{21}uN_2 \quad (3)$$

mit den Einsteinkoeffizienten  $B_{12}$ ,  $B_{21}$ ,  $A_{21}$  und der Intensität des Strahlungsfeldes  $u$ . Aus thermodynamischen Überlegungen folgt  $B_{12} = B_{21}$ . Formt man die Gleichungen um nach den sich im Resonator befindenden Photonen  $n$ , und berücksichtigt Resonatorverluste, durch die Verlustrate  $\beta$  erhält man die Gleichung:

$$\frac{dn}{dt} = B_{12}n(N_2 - N_1) - \beta n \quad (4)$$

Für den Gleichgewichtszustand sind  $N_1$  und  $N_2$  konstant. Und es folgt für die Photonen im Resonator:

$$n(t) = N_0 \exp((B_{21}(N_2 - N_1) - \beta)t) \quad (5)$$

Für Verstärkung braucht man also Besetzungsinversion,  $N_2 > N_1$ . Das erreicht man durch Pumpen. Im Zwei-Niveau-System ist die Besetzungsinversion durch optisches Pumpen jedoch nicht erreichbar. Soll optisch gepumpt werden, benötigt man mindestens ein Drei-Niveau-System.

In Abbildung 1 ist der schematische Aufbau der He-Ne-Gasröhre zu sehen. Der Aufbau entspricht einer Gasentladungsröhre, mit Brewster Fenstern an den Enden, damit das Laserlicht linear polarisiert ist. Durch das angelegte elektrische Feld, werden He-Atome ionisiert. Die dabei frei gewordenen Elektronen ionisieren weitere Atome oder heben bei geringerer Energie gebundene Elektronen auf ein höheres Energieniveau an. In Abbildung 2 ist das hier interessierende Termschema dargestellt. He-Atome werden aus dem Grundzustand angeregt auf die Niveaus  $2^1S_0$  und  $2^3S_1$ . Durch Stöße 2. Art geben die angeregten He-Atome ihre überschüssige Energie ab, und heben Ne-Atome aus dem Grundzustand in den angeregten Zustand  $3S$  oder  $2S$ . Aus diesen Niveaus gibt es strahlende Übergänge, verschiedener Frequenzen. Je nach Aufbau kann der Laser mit diesen Wellenlängen zum Laufen gebracht werden.

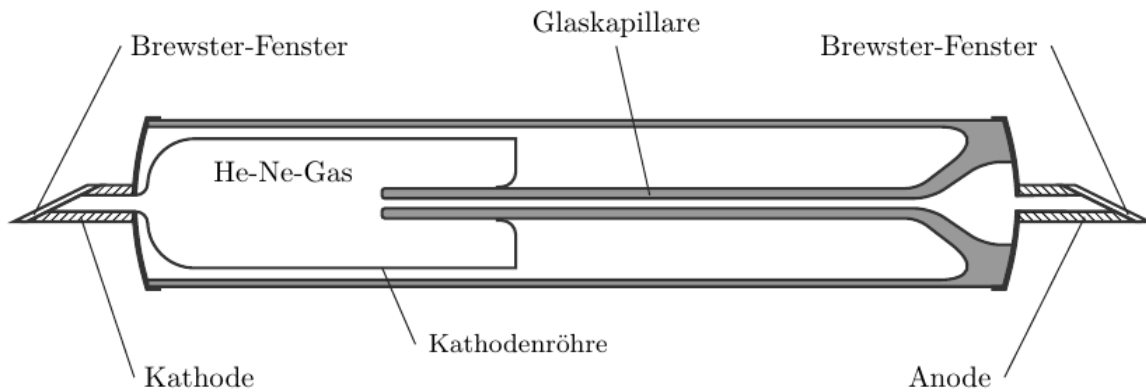


Abbildung 1: Schematische He-Ne-Röhre des Laseraufbaus [5]

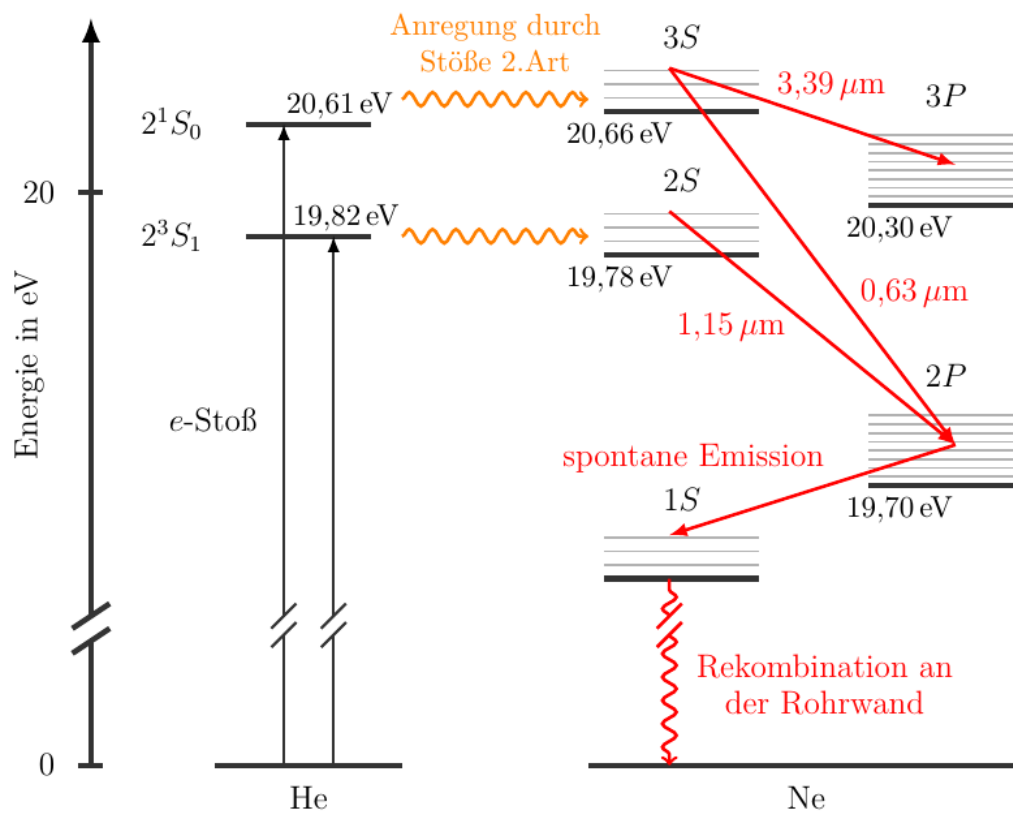


Abbildung 2: Termschema des He-Ne-Lasers [1]

Für die Untersuchung der TM Moden wird die Helmholtz-Gleichung  $(\Delta^2 + k^2) \mathbf{E}(x, y, z) = 0$  gelöst. Die Gleichung entsteht aus der Wellengleichung durch abseparieren des Zeitanteils. Vernachlässigt man die Polarisierung des Lichts, kann mit einer skalaren Gleichung gearbeitet werden. Es wird eine ebene Welle, die sich in z-Richtung ausbreitet, als Ansatz gewählt.

$$\mathbf{E}(x, y, z) = u(x, y, z) \exp ikz \quad (6)$$

Einsetzen in die Helmholtzgleichung ergibt:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

In paraxialer Näherung wird der Term mit der zweiten Ableitung nach z vernachlässigt. Es folgt die paraxiale Helmholtzgleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

Die Lösungen der Gleichung sind von der Form:

$$u(x, y, z) = u_0 \frac{w_0}{w(z)} H_m \left( \frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) H_n \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \exp \left( \frac{-ik(x^2 + y^2)}{2q(z)} \right) \quad (9)$$

mit den hermiteschen Polynomen  $H_m$ , dem Strahlradius  $w(z)$ , der Strahltaile  $w_0$ , und dem Strahlparameter  $q$ .

Für  $H_m = H_n = 0$  ergibt sich die Grundmode, die auch Gauß-Strahl genannt wird. Die komplexe Amplitude des elektrischen Feldes lautet

$$E(r, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left( - \left( \frac{r^2}{w(z)} \right)^2 \right) \exp \left( -ik \frac{r^2}{2R(z)} \right) \exp (i(\zeta(z) + kz)) , \quad (10)$$

mit dem Strahlradius,

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2} \quad (11)$$

der Rayleigh-Länge,

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (12)$$

dem Krümmungsradius,

$$R(z) = z \left( 1 + \left( \frac{z_R}{z} \right)^2 \right) \quad (13)$$

und der Gouy-Phase,

$$\zeta(z) = \arctan \left( \frac{z}{z_R} \right) \quad (14)$$

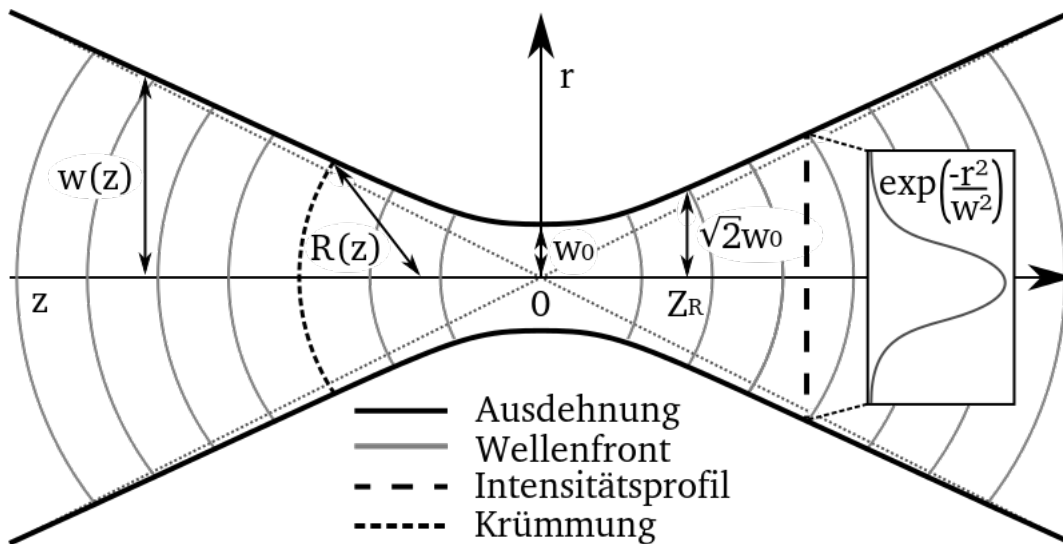


Abbildung 3: Schematisches Bild eines Gauß-Strahls mit Abmessungsparametern. [3]

In Abbildung 3 ist dieser schematisch dargestellt.

Ein paar höhere Moden sind in Abbildung 4 dargestellt. Die Ordnung der Hermite-Polynome gibt dabei jeweils die Anzahl der Knoten an.

### §1.1 Pre-Lab Exercises

Abbildung 5 zeigt das Termschema eines 4-Niveau Lasers. Folgende Relationen zwischen den Relaxationszeiten der verschiedenen Übergänge maximieren die gewollte Besetzungsinversion zwischen  $E_1$  und  $E_2$ :

- die spontane Emissionsrate von  $E_3$  zu  $E_2$  soll größer sein als die zu  $E_0$ .
- die spontane Emissionsrate von  $E_1$  zu  $E_0$  soll größer sein als die von  $E_2$  zu  $E_1$ .
- Der Übergang von  $E_3$  nach  $E_2$  soll schneller sein, als der Laserübergang
- Der Übergang von  $E_1$  nach  $E_0$  soll schneller sein, als der von  $E_3$  zu  $E_0$

Die Doppler Breite des Lasers beträgt 1,5 GHz. Bei einer Resonatorlänge von 50 cm wird die Anzahl  $n$  der longitudinalen Moden geschätzt. Der Frequenzabstand zweier Moden ist  $c/2L$ . Daraus ergibt sich:  $n = \frac{\Delta\nu_{Doppler}}{\delta\nu_{Abstand}} \approx 5$

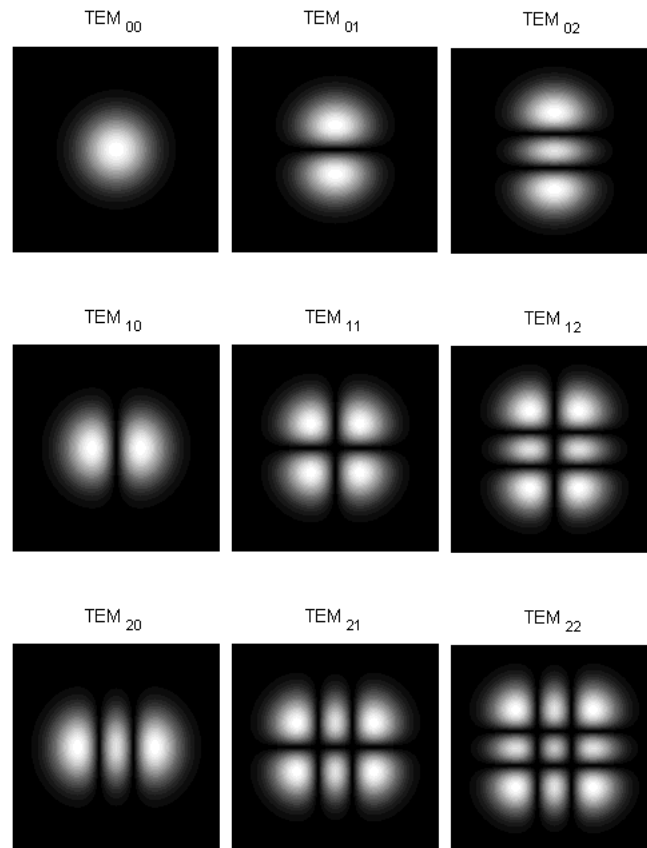


Abbildung 4: Intensitätsverteilung verschiedener TEM-Moden [4]

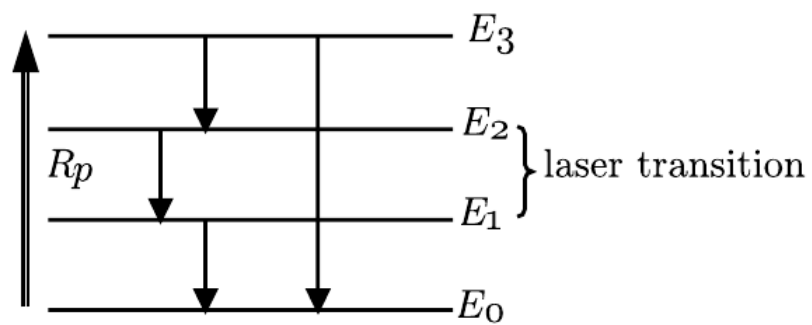
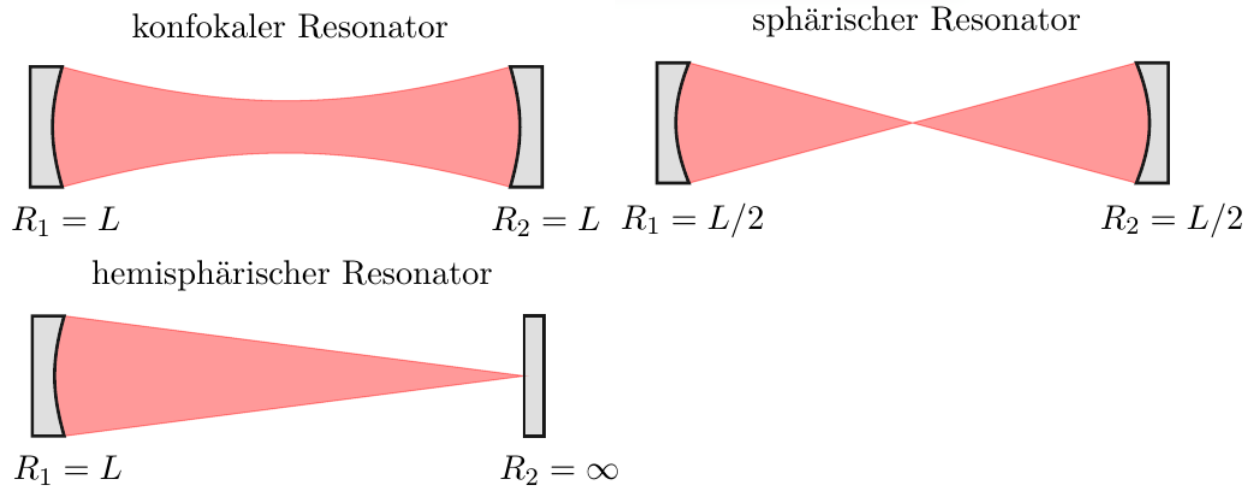


Abbildung 5: Termschema eines 4-Niveau Lasers [2]

Für den konfokalen Resonator werden im Versuch zwei Spiegel mit einem Krümmungsradius von 700 mm verwendet, in einem Abstand von 700 mm, für den sphärischen Resonator zwei Spiegel mit Krümmungsradius 700 mm, im Abstand von 350 mm. Und für den hemisphärischen Resonator ein planer Spiegel und einer mit einem Krümmungsradius von 700 mm oder 1000 mm, in einem Abstand kleiner als der Krümmungsradius des zweiten Spiegels.



Beim sphärischen Resonator mit großer Resonatorlänge wird erwartet am einfachsten höhere TEM-Moden zu beobachten.

Die Kohärenzlänge wird bestimmt durch die Linienbreite der Frequenz des Lasers. Beim He-Ne-Laser ist der Hauptbeitrag die Doppler-Verbreiterung von etwa 1,5 GHz. Es ergibt sich eine Kohärenzlänge von  $l = \frac{c}{\Delta\nu_D} \approx 20$  cm. Mit einem Michelson-Morley-Interferometer kann dies experimentell überprüft werden. Wenn die Wegdifferenz der beiden aufgeteilten Strahlen 20 cm übersteigt, gibt es kein Interferenzmuster mehr, beim Variieren der Wegdifferenz.

## §2 Versuchsdurchführung

Der Aufbau wird so justiert, dass der Laserbetrieb startet. Mit einem grünen Justage-Laser wird zunächst die Gasröhre so eingestellt, dass der Lichtstrahl beim Durchgang durch die Röhre möglichst wenig verzerrt wird. Dann werden mit dem grünen Laser die Spiegel justiert, so dass das Licht direkt zurück reflektiert wird. Mit diesen Einstellungen müssen die Spiegel nur noch minimal justiert werden, damit der Laser startet.

Dann wird für die verschiedenen Resonatortypen das Ausgangssignal gemessen, als Funktion der Resonatorlänge, dann als Funktion der Röhrenposition, und als Funktion des Pumpstroms.

Im nächsten Versuchsteil werden verschiedene TEM-Moden untersucht. Durch leichtes Verstellen der Spiegel, und durch die Platzierung eines Haares in den Strahlengang werden verschiedene TEM-Moden beobachtet. Für die Grundmode wird die Divergenz bestimmt. Dazu wird der Strahlradius



bei zwei verschiedenen Abständen vom Resonatorende gemessen.

Auch die longitudinalen Moden werden untersucht. Dazu wird das Fabry-Perot-Etalon mit einem Piezo benutzt. Die Einstellungen sind 30-40 Vp-p bei 100 Hz. Es wird untersucht wie viele Moden zu sehen sind, und wie eine Veränderung der Resonatorlänge die Anzahl verändert.

Um den Laser in den single-mode Betrieb zu bringen, wird in den Strahlengang ein Etalon eingesetzt, und so justiert, dass nur noch eine Mode gemessen wird.

Im letzten Versuchsteil wird ein doppelbrechendes Prisma in den Strahlengang gebracht. Mit einem Spektrometer wird die Wellenlänge des Laserstrahls analysiert. Durch Drehen des Kristalls werden die vier 632,3 nm Moden gesucht. Durch weiteres Drehen wird untersucht, welche weiteren Wellenlängen beobachtet werden können.

## §3 Auswertung

### §3.1 Resonatorstabilität

Im ersten Teil des Versuchs wird das Ausgangssignal als Funktion der Resonatorlänge, als Funktion der Röhrenposition, und als Funktion des Pumpstroms gemessen. Wir verwendeten in diesem Versuch zum einen einen konfokalen und hemisphärischen Resonator.

#### §3.1.1 Leistung als Funktion der Resonatorlänge

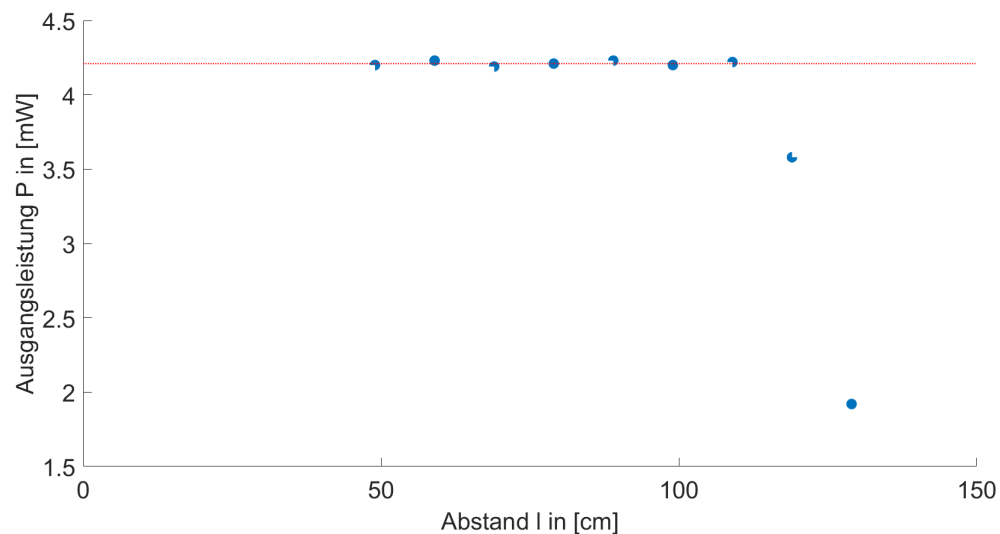


Abbildung 6: Leistung als Funktion der Resonatorlänge für den konfokalen Resonator

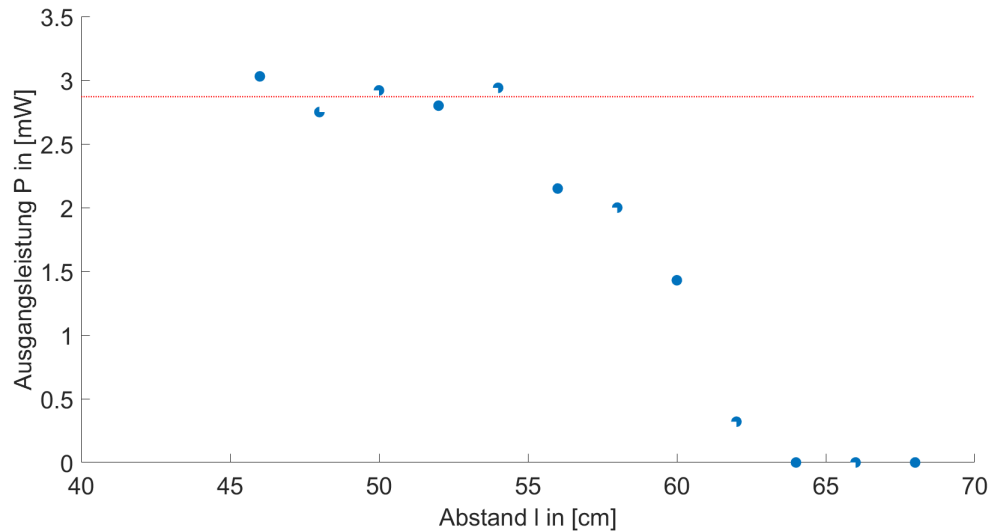


Abbildung 7: Leistung als Funktion der Resonatorlänge für den hemisphärischen Resonator

Die Abbildungen (6) und (7) zeigen unsere Messergebnisse für die Leistung als Funktion der Resonatorlänge für einen konfokalen (beide Krümmungsradien  $R=700$  mm) und einen hemisphärischen (ein Krümmungsradius  $R=700$  mm) Resonator. In folgender Tabelle sind alle nötigen Ergebnisse zusammengefasst, wobei ein Krümmungsradius fix als  $r_1 = 700$  mm gesetzt wird und die Gehäuselänge des He-Ne-Lasers etwa 39,5 cm beträgt:

	konfokaler Resonator	hemisphärischer Resonator
Krümmungsradius $r_2$ [mm]	700 mm	$\infty$
theoretische Resonatorlänge $L$ [cm]	$0 < L < 70$ & $70 < L < 140$	$0 < L < 70$
gemessene Resonatorlänge $L$ [cm]	$39.5 < L < 110$	$39.5 < L < 55$

Der konfokale Resonator hat wie erwartet einen größeren Stabilitätsbereich als der Hemisphärische. Die gemessene Leistung im konfokalen Resonator sinkt ab einer Resonatorlänge von 110 cm, bei 130 cm ist sie schon stark abgefallen. Beim hemisphärischen Resonator beginnt die Leistung bereits ab einer Länge von 55 cm zu sinken, schon bei 65 cm startet der Laser nicht mehr. Die gemessenen Stabilitätsbereiche sind bei beiden Resonatoren etwas geringer als die berechneten, was daran liegen kann, dass die genaue Ausrichtung der einzelnen Komponenten des Aufbaus schwer zu erreichen war.

### §3.1.2 Leistung als Funktion des Resonatorabstandes

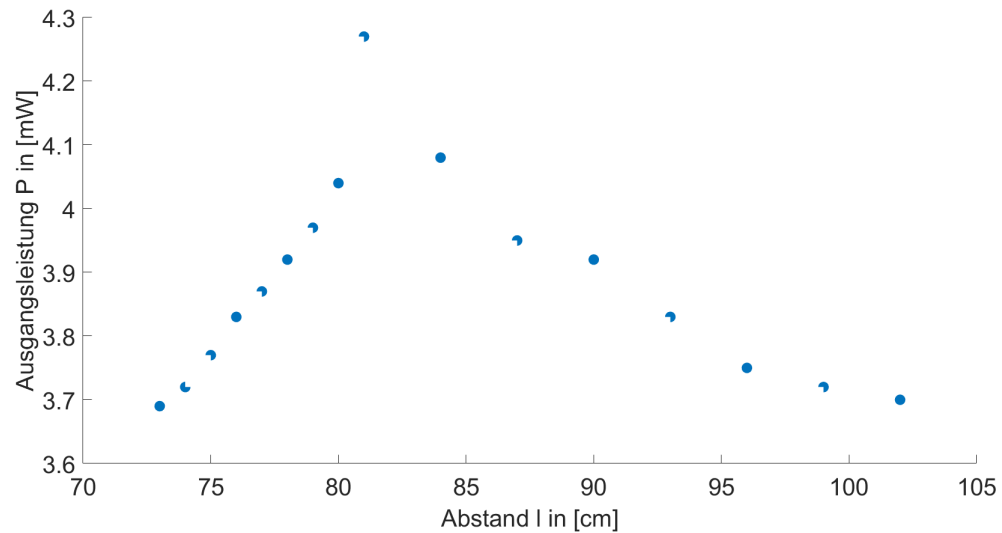


Abbildung 8: Leistung als Funktion des Resonatorabstandes für den konfokalen Resonator

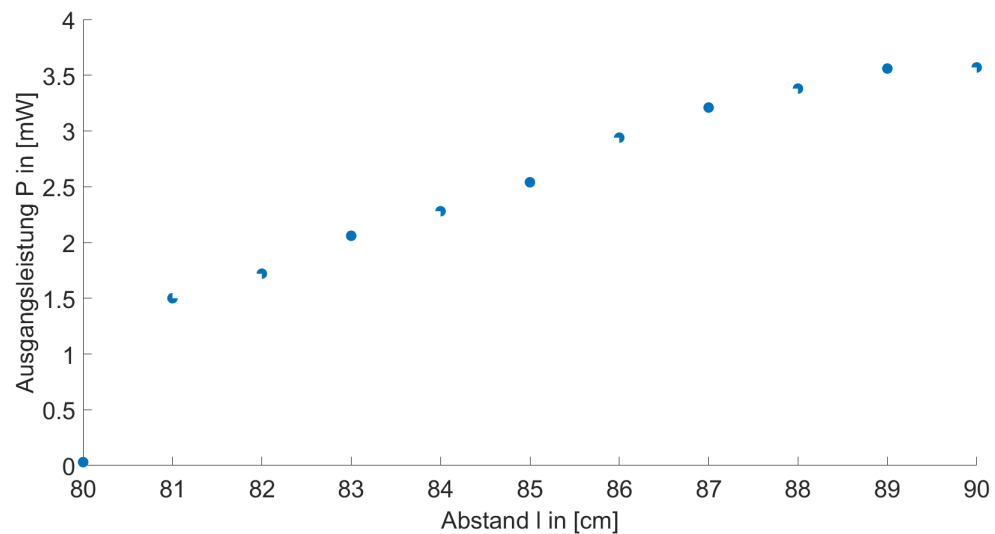


Abbildung 9: Leistung als Funktion des Resonatorabstandes für den hemisphärischen Resonator

Nun wird die Leistung als Funktion des Resonatorabstandes betrachtet. Aus Abbildung (8) wird ersichtlich, dass beim konfokalen Resonator die Leistung am höchsten ist, wenn die Laserröhre

sich mittig zwischen den Resonatorspiegeln befindet, während Abbildung (9) zeigt, dass beim hemisphärischen Resonator die Leistung maximal ist, wenn die Laserröhre möglichst nah am planaren Spiegel ist.

### §3.1.3 Leistung als Funktion des Stromes

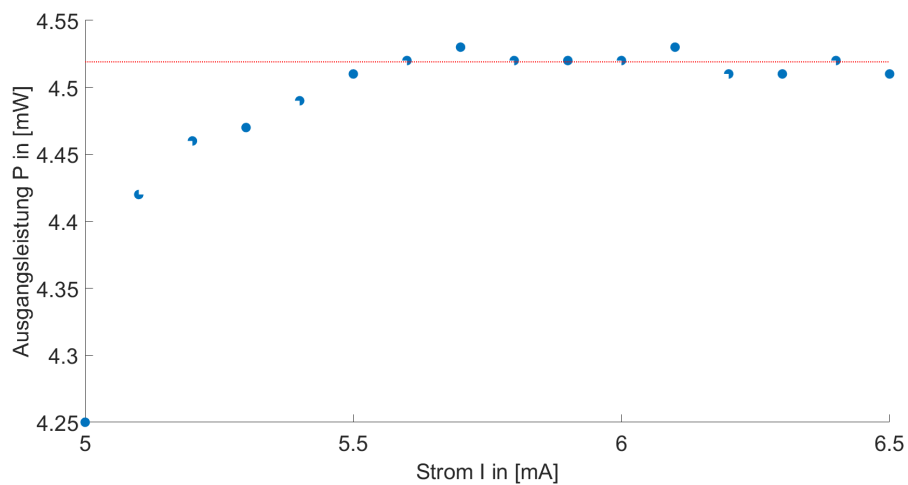


Abbildung 10: Leistung als Funktion des Stromes für den konfokalen Resonator

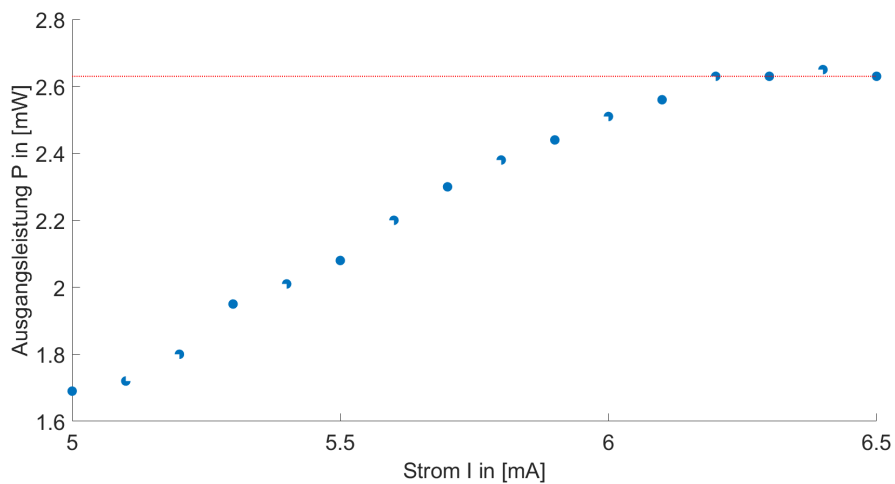


Abbildung 11: Leistung als Funktion des Stromes für den hemisphärischen Resonator

Bei der Darstellung der Leistung als Funktion des Stromes ist in Abbildung (10) zu erkennen, dass ab etwa 5,5 mA die Leistung sich bei etwa 4,52 mW sättigt. Beim hemisphärischen sättigt die Leistung ab 6,2 mA auf etwa 2,62 mW.

### §3.2 Untersuchung TEM-Moden

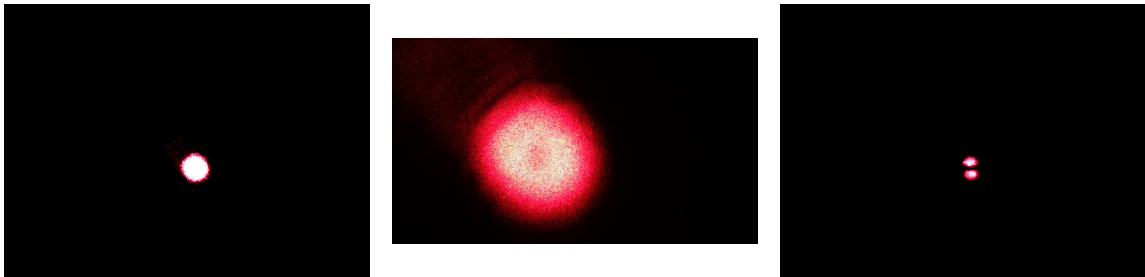


Abbildung 12: Aufgenommene TEM-Moden mit Hilfe eines konfokalen Resonators

In diesem Teil des Versuchs sollten wir verschiedene Longitudinale und Transversale Moden erzeugen. Wie in Abbildung (12 links) zu sehen ist, haben wir eine Grundmode ( $\text{TEM}_{00}$ ), eine  $\text{TEM}_{10}$  (Abbildung 12 mitte) und eine  $\text{TEM}_{01}$  (Abbildung 12 rechts) erzeugen können. Weiteres war nicht möglich, hierauf wird in der Fehlerbetrachtung näher eingegangen.

### §3.3 Divergenz

Zur Divergenzbestimmung verwenden wir folgende Formel:

$$\tan(\theta) = \frac{r_2 - r_1}{d}$$

Dabei ist  $d = 115,9 \text{ cm}$  der Abstand zwischen den gemessenen Radien  $r_1 = 0,1 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 0,3 \text{ cm}$  und  $\theta$  die Divergenz. Durch Umformen und einsetzen ergibt sich ein Winkel von:

$$\theta \approx 0,1^\circ$$

### §3.4 Longitudinale Moden

In diesem Versuchsteil sollten wir uns die longitudinalen Moden anschauen. Laut Prelab-Exercise sollten wir 5 Stück sehen. Bei Abbildung (13) sind nur 2 Moden zu erkennen. Erst mit größerer Resonatorlänge sind auch alle 5 zu sehen, wie in Abb.(14) und Abb.(15) zu sehen ist.

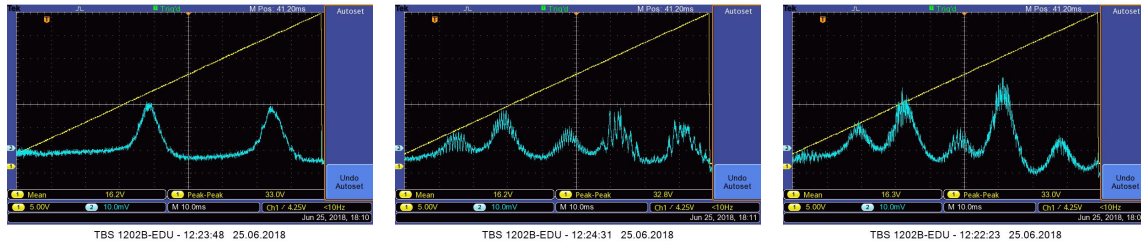


Abbildung 13: Longitudinale Moden bei 45 cm Abstand

Abbildung 14: Longitudinale Moden bei 55 cm Abstand

Abbildung 15: Longitudinale Moden bei 65 cm Abstand

### §3.5 Messung mit Etalon

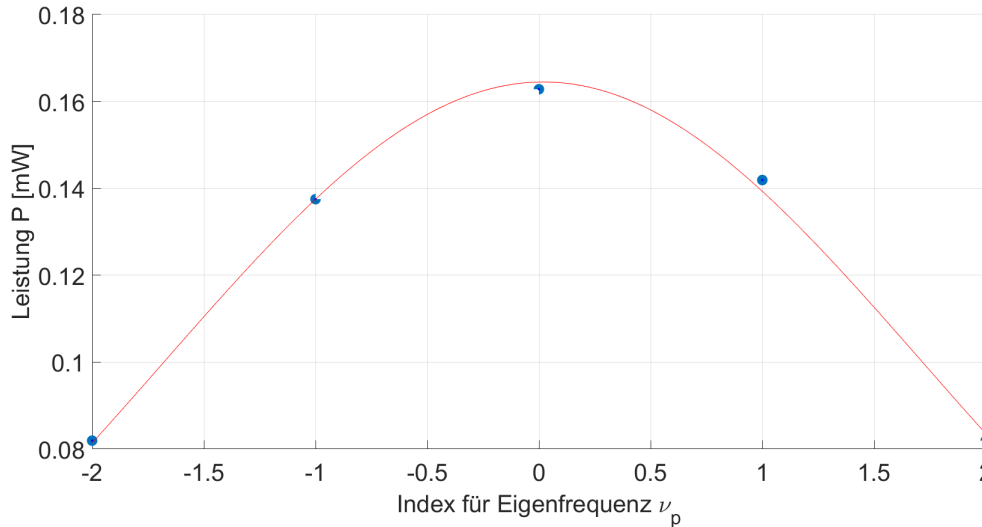


Abbildung 16: Leistung der einzelnen longitudinalen Moden. Über diese wurde ein Gaußfit angelegt.

Das Fabry-Pérot-Etalon ist ein optischer Resonator, bestehend aus zwei planparallelen lichtdurchlässigen Quarzgläsern, die teilverspiegelt sind. Dadurch erfahren die einfallenden Lichtstrahlen im Resonator konstruktive und destruktive Interferenz. Somit werden bestimmte Wellenlängen selektiert, welche die Resonanzbedingung erfüllen. Daraus folgt, dass die Transmissionsmaxima frequenzabhängig sind und der Frequenzmaximaabstand  $\Delta\nu$  wie folgt beschreiben werden kann:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2d(n^2 - \sin^2(\theta))^{\frac{1}{2}}}$$

Hierbei ist  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $d$  die Dicke des Etalons,  $n$  der Brechungsindex der Quarzplättchen und  $\theta$  der Neigungswinkel der Normalen der Resonatorachse. Damit ist durch Rotation

ein Einmodenbetrieb möglich. Wie in Abbildung (16) zu sehen ist, haben wir 5 Transmissionsmaxima selektieren können. Alle liegen bei der selben Wellenlänge von  $\lambda = 632.9 \text{ nm}$ . Desweiteren wurde ein Gaußfit angelegt, um die Verteilung der Transmissionsmaxima zu untersuchen.

### §3.6 Selektion mit dem doppelbrechendem Kristall

Durch Drehen des doppelbrechenden Kristalls, finden sich verschiedene Positionen bei denen der Laser startet, zwischen diesen bricht der Laserbetrieb zusammen. Es werden 6 Positionen gefunden, bei denen das Spektrum des Laserlichts aufgenommen wird (Abbildung 17). Die Auflösung des Spektrometers ist nicht optimal für diese Verwendung, es lässt sich aber erkennen, dass die Peaks bei leicht unterschiedlichen Wellenlängen um die 633 nm liegen.

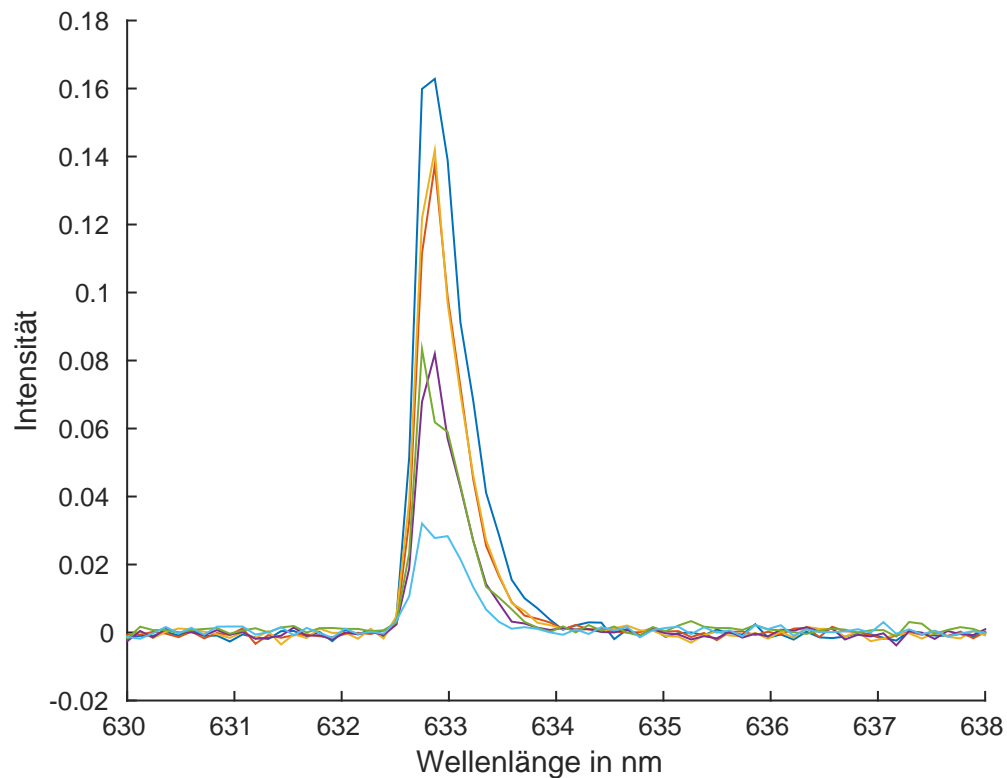


Abbildung 17: Spektrometermessung für verschiedene Drehwinkel des doppelbrechenden Prismas.

## §4 Fehlerbetrachtung

Wie schon in der Auswertung angedeutet, war der Versuch technisch sehr empfindlich. So ist es uns nur bei drei TEM-Moden möglich gewesen, eine Fotoaufnahme zu machen. Die anderen Moden sind

Aufgrund der schlechten Auflösung nicht möglich gewesen. Der Laser war auch sehr störanfällig. So war bei kleinsten Bewegungen oder Stöße am Tisch keine Messung möglich.

## §5 Zusammenfassung

Im ersten Teil des Versuchs wurde die Leistung als Funktion der Resonatorlänge, als Funktion der Röhrenposition, und als Funktion des Pumpstroms betrachtet für jeweils einen hemisphärischen und konfokalen Resonator. Als Funktion der Resonatorlänge erfüllten beide die Stabilitätsungleichung  $0 < (1 - \frac{L}{r_1})(1 - \frac{L}{r_2}) < 1$ . Betrachtet man die Röhrenposition, so ist das Leistungsmaximum beim konfokalen Resonator genau dann, wenn die Röhre mit dem He-Ne-Gasgemisch sich mittig zu den Resonatoren befindet, beim hemisphärischen Resonator je näher sie sich am planaren Resonator befindet. Als Funktion des Pumpstroms sättigt der hemisphärische Resonator langsamer und bei weniger maximaler Leistung.

Danach wurden TEM-Moden betrachtet, welche in Abbildung (12) zu sehen sind und die Divergenz mit etwa  $0.1^\circ$  bestimmt.

Bei der Betrachtung der longitudinalen Moden entstehen, mit zunehmendem Abstand, mehr Moden. Es konnten fünf Moden beobachtet werden. Dies stimmt mit unseren Prelab-Exercises überein.

Im letzten Versuchsteil beschäftigten wir uns nochmal mit den longitudinalen Moden. Wir konnten mit dem Fabry-Pérot-Etalon die einzelnen Moden erkennen, welche alle bei der selben Wellenlänge  $\lambda = 632.9 \text{ nm}$  lagen und erkannten ebenfalls, dass es sich um 5 gaußverteilte Moden handelt.

## Literaturverzeichnis

- [1] „Der Helium-Neon-Laser“, <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/1804> 23.Juli.2018
- [2] Universität Stuttgart (Hrsg.) Physikalisches Praktikum II: Versuchsanleitung. Universität Stuttgart. 2018.
- [3] „schematischer Gauß-Strahl, Bild von Aleph“, <http://commons.wikimedia.org> 17.August.2018
- [4] „TEM-Moden“, <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:TEMmn.png> 17.August.2018
- [5] „Aufbau eines Versuches für das Fortgeschrittenpraktikum zu den Grundlagen des He-Ne-Lasers“, Universität Bremen (Hrsg.) Bachelorarbeit vorgelegt von Jan Kehlbeck 2018.