

M10b Trägheitsmomente aus Drehschwingung

Assistent: Daniel Dizdarevic
Datum Versuchsdurchführung:
20. Mai 2015

bearbeitet von
Gruppe 3-031:
Linda Werneck Matrnr. 2901495
Gentian Rrafshi Matrnr. 2721617

9. Juni 2015

Inhaltsverzeichnis

1	Versuchsziel	3
2	Grundlagen	3
3	Versuchsaufbau und Durchführung	4
3.1	Versuchsaufbau und -Durchführung	4
3.2	Bestimmung der Winkelrichtgröße D'	5
3.2.1	Statische Methode	5
3.2.2	Dynamische Methode	5
3.3	Messungen am symmetrischen, anisotropen Körper	5
3.4	Messungen am symmetrischen, isotropen Körper	5
4	Formeln	6
4.1	Berechnung der Schwingungsdauer pro Periode	6
4.2	Berechnung der Winkelrichtgröße	6
4.2.1	statische Methode	6
4.2.2	dynamische Methode	6
4.3	Berechnung für die Trägheitsmomente J	6
5	Messwerte	7
6	Auswertung	8
6.1	Berechnung der Schwingungsdauer pro Periode	8
6.2	Auswertung der Winkelrichtgröße	8
6.2.1	statische Methode	8
6.2.2	dynamische Methode	9
6.3	Auswertung für die Trägheitsmomente J	9
6.3.1	Auswertung des Trägheitsmomentes J für anisotrope Verteilung	9
6.3.2	Auswertung des Trägheitsmomentes J für isotrope Verteilung	10
7	Fehlerrechnung	11
7.1	Fehlerquellen	11
7.2	Fehlerrechnung	11
7.2.1	Fehler bei der Schwingungsdauer pro Periode	11
7.2.2	Fehler bei der Winkelrichtgröße	11
7.2.3	Fehler für die Trägheitsmomente J	12
8	Zusammenfassung	13
9	Literaturverzeichnis	15
10	Anhang	15

1 Versuchsziel

Ziel des Versuchs ist die Bestimmung der Winkelrichtwertkonstante und anschließende Berechnung der drei Hauptträgheitsmomente eines isotropen und eines anisotropen Körpers.

2 Grundlagen

Wichtige Grundlage für den Versuch ist die Tatsache, dass über einen starren Körper um jede beliebige Drehachse

$$J(\omega) = \int r^2 dm$$

als Trägheitsmoment definiert werden kann mit r als Abstand des Massenelements dm von der Drehachse, welche sich mit Winkelgeschwindigkeit ω bewegt.

Für einen Trägheitsellipsoiden ist das Trägheitsmoment ein Tensor 2. Stufe, d.h. hier in diesem Versuch eine 3×3 -Matrix. Für die kinetische Energie der Drehbewegung ergibt sich dann also:

$$E_r = \frac{1}{2} \omega^t \cdot J \cdot \omega = \frac{1}{2} (\omega_x, \omega_y, \omega_z) \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{pmatrix} (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^t = \frac{1}{2} J(\omega) |\omega|^2$$

Falls J diagonalisierbar ist, ergibt sich durch Hauptachsentransformation und Division mit $J(\omega)$ folgende Gleichung:

$$\frac{(\omega_x, \omega_y, \omega_z)}{\sqrt{J(\omega)}} \begin{pmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{pmatrix} \frac{(\omega_x, \omega_y, \omega_z)^t}{\sqrt{J(\omega)}} = 1$$

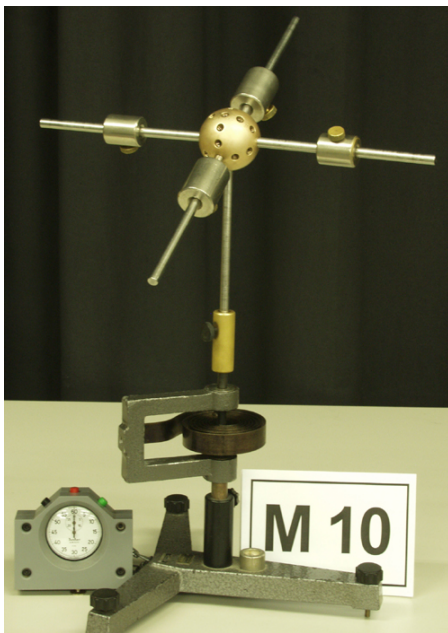
Dies ist die mathematische Beschreibung eines Ellipsoid.

3 Versuchsaufbau und Durchführung

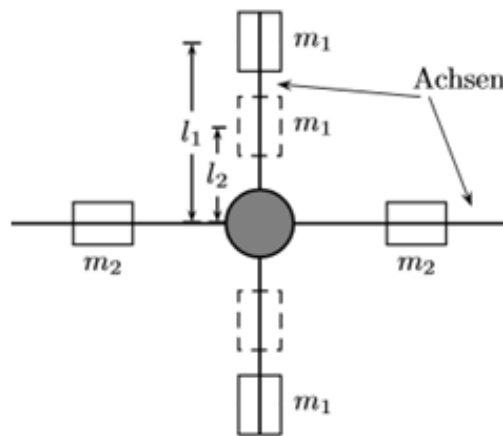
Um den Versuch durchführen zu können benötigt man:

- 1 Kugel mit Bohrungen auf drei zueinander senkrecht stehenden Seiten
- 2 5 Stangen, die in die Bohrungen der Kugel eingeschraubt werden können
- 3 4 Massen (zwei jeweils gleich große), die man auf den Stangen verschiebbar aufsteckt kann
- 4 Schneckenfeder
- 5 Federkraftmesser
- 6 Stoppuhr

3.1 Versuchsaufbau und -Durchführung



(a) Foto Versuchsaufbau^[A]



(b) Skizze Versuchsaufbau^[A]

3.2 Bestimmung der Winkelrichtgröße D'

Vier Stangen werden wie in Abbildung (b) an die Kugel geschraubt. Die fünfte Stange steckt senkrecht zu den anderen in der Kugel und wird mit der Schneckenfeder verbunden (Abbildung (a)). Die Winkelrichtgröße D' wird mit zwei Methoden bestimmt:

3.2.1 Statische Methode

Zwei gleich große Massen werden mit gleichem Abstand zum Kugelmittelpunkt auf zwei gegenüber liegende Stäbe gesteckt. Mit einem Federkraftmesser wird der Körper aus der Ruhelage um eine komplette Drehung senkrecht zur Verbindungsstange gedreht.

3.2.2 Dynamische Methode

Die Schwingungsdauer von zwei unterschiedlichen Systemen wird gemessen. Zunächst misst man die Zeit, die das System ohne Gewicht für fünf Perioden braucht. Diese Messung führt man drei Mal durch.

Das zweite System hat den gleichen Aufbau wie das System in 3.1.1. Auch bei diesem System misst die Zeit, die das System für fünf Perioden braucht, drei mal. Aus den Messwerten kann die Winkelrichtgröße berechnet werden

3.3 Messungen am symmetrischen, anisotropen Körper

Es muss ein symmetrischer und anisotroper Körper konstruiert werden. Dazu steckt man jeweils zwei gleich große Massen mit gleichem Abstand zur Kugelmitte an die Stäbe gegenüber voneinander. Die kleineren Massen schiebt man auf den Stäben weiter nach innen als die größeren.

Die Schwingungsdauer des Körpers um verschiedene Achsen wird nun gemessen. Die Achse wird eingestellt, indem man die fünfte Stange in die unterschiedlichen Bohrungen der Kugel einschraubt.

Dabei muss genau notiert werden, um welche Bohrung es sich bei welcher Messung handelt, damit man später die Hauptträgheitsmomente bestimmen kann. Die Messung um jede Achse wird dreimal wiederholt. Man misst dabei die Zeit, die zehn Periodendauern in Anspruch nehmen.

3.4 Messungen am symmetrischen, isotropen Körper

Es wird ein isotroper Körper konstruiert. Dazu variiert man die Abstände der Gewichte zur Kugelmitte so, dass das System um die zwei Achsen, an denen die Massen befestigt sind, die gleichen Periodendauern hat.

Die Messung wird analog zum anisotropen Körper an den verschiedenen Achsen mehrmals durchgeführt.

4 Formeln

4.1 Berechnung der Schwingungsdauer pro Periode

$$\bar{T} = \frac{\sum_{k=1}^n T_k}{n \cdot p} \quad (1)$$

Hier ist T_k die jeweilige Schwingungsdauer pro p Perioden für insgesamt n Messungen.

4.2 Berechnung der Winkelrichtgröße

4.2.1 statische Methode

$$D' = \frac{M}{\varphi} = \frac{F \cdot l}{\varphi} \quad (2)$$

Wobei D' : Winkelrichtgröße, F : Kraft, die für eine Umdrehung benötigt wird, l : Abstand zwischen Massemittelpunkt und Kugelmittelpunkt, φ : Auslenkung (in diesem Fall 360°)

4.2.2 dynamische Methode

$$D' = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot (l_1^2 - l_2^2)}{T_1^2 - T_2^2} \quad (3)$$

Hierbei ist m_{klein} die Masse des kleinen Masse und $m_{\text{groß}}$ die Masse des großen Gewichts, T_1, T_2 : Schwingungsdauer von System ein und zwei, l_1, l_2 Abstände der Massen zum Kugelmittelpunkt

4.3 Berechnung für die Trägheitsmomente J

$$J(\omega) = \left(\frac{T(\omega)}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot D' \quad (4)$$

J: Trägheitsmoment

5 Messwerte

Abbildung 2: Messwerte statische Methode

Länge l in [cm]	Kraft F in [N]
15	1,3

Abbildung 3: Messwerte dynamische Methode

	Schwingungsdauer in [s] über 5 Perioden				
Länge [cm]	1. Messung	2. Messung	3. Messung	4. Messung	5. Messung
0	10	9	10	10	10
15	18	17,5	17,4	17,4	17,4

Abbildung 4: Messwerte für anisotrope Verteilung

	Schwingungsdauer in [s] über 10 Perioden		
Bohrung	1. Messung	2. Messung	3. Messung
A	32,94	33,02	32,97
B	32,18	32,06	32,06
C	30,00	30,09	29,66
D	28,09	28,85	28,59
12	26,25	26,47	26,78
11	21,32	21,18	21,25
10	17,87	18,00	17,91
c	22,50	22,82	22,66
b	30,22	30,18	30,25

Abbildung 5: Messwerte für isotrope Verteilung

	Schwingungsdauer in [s] über 10 Perioden		
Bohrung	1. Messung	2. Messung	3. Messung
A	33,66	33,59	33,44
B	31,82	31,97	31,85
C	27,32	27,18	27,25
D	24,32	24,22	24,18
12	24,09	24,18	24,06
11	23,94	23,82	23,32
10	24,44	24,13	24,32
c	26,85	27,06	27,00
b	31,94	31,82	31,85

6 Auswertung

6.1 Berechnung der Schwingungsdauer pro Periode

Hier ist T_k die jeweilige Schwingungsdauer pro p Perioden für insgesamt n Messungen. Zuerst benötigen wir die Formel (1) um die Mittlere Schwingungsdauer zu berechnen:

$$\bar{T} = \frac{\sum_{k=1}^n T_k}{n \cdot p}$$

Als Beispiel wird hier \bar{T} bei 0 cm für die dynamische Methode zur Berechnung von D' berechnet.

$$\bar{T} = \frac{\sum_{k=1}^n T_k}{n \cdot p} = \frac{10\text{ s} + 9\text{ s} + 10\text{ s} + 10\text{ s} + 10\text{ s}}{5 \cdot 5} = 1,96\text{ s}$$

Abbildung 6: Auswertung dynamische Methode

Länge [cm]	mittlere Schwingungsdauer \bar{T} in [s]
0	1,96
15	3,51

Abbildung 7: Auswertung für anisotrope und isotrope Verteilung

Bohrung	mittlere Schwingungsdauer \bar{T} in [s]	
	anisotrope Verteilung	isotrope Verteilung
A	3,30	3,36
B	3,21	3,19
C	2,99	2,73
D	2,85	2,42
12	2,65	2,41
11	2,13	2,37
10	1,79	2,43
c	2,27	2,70
b	3,02	3,19

6.2 Auswertung der Winkelrichtgröße

6.2.1 statische Methode

Für die statische Methode zur Berechnung der Winkelrichtgröße nutzen wir Formel (2) aus. Daraus ergibt sich für $\varphi = 360^\circ \hat{=} 2\pi$.

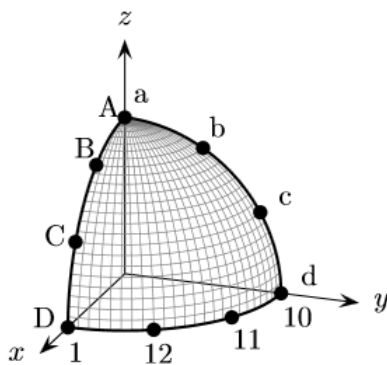
$$D' = \frac{M}{\varphi} = \frac{F \cdot l}{\varphi} = \frac{1,3\text{ N} \cdot 0,15\text{ m}}{2\pi} = 0,0310\text{ Nm}$$

6.2.2 dynamische Methode

Bei der dynamischen Methode können wir mit Hilfe von Formel (3) die Winkelrichtgröße ausrechnen.

$$D' = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m_{\text{klein}} \cdot (l_1^2 - l_2^2)}{T_1^2 - T_2^2} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot 0,109 \text{ kg} \cdot (0,15 \text{ m})^2}{(3,51 \text{ s})^2 - (1,96 \text{ s})^2} = 0,023 \text{ Nm}$$

6.3 Auswertung für die Trägheitsmomente J



Ein weiteres Ziel des Versuchs ist es, die Hauptträgheitsmomente J_x, J_y, J_z auszurechnen. Da wir uns während des Versuchs nach dem Kugel-Oktanten in Abbildung (8) gerichtet haben, sieht man nun sehr leicht, dass unsere Hauptträgheitsmomente an den Bohrungen A, D, 10 sind. Nun können wir mit Hilfe von Formel (4)

$$J(\omega) = \left(\frac{T(\omega)}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot D'$$

die Hauptträgheitsmomente berechnen.

Abbildung 8: Kugel-Oktant^[A]

6.3.1 Auswertung des Trägheitsmomentes J für anisotrope Verteilung

Für die Berechnung der jeweiligen Hauptträgheitsmomente benötigen wir als die Schwingungsdauer an den Bohrungen D für J_x , 10 für J_y und A für J_z und erhalten somit mit $D' = 0,01143 \text{ Nm}$.

$$J_x(\omega) = \left(\frac{T_x(\omega)}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot D' = \left(\frac{2,85 \text{ s}}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot 0,023 \text{ Nm} = 0,46 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_y(\omega) = \left(\frac{T_y(\omega)}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot D' = \left(\frac{1,79 \text{ s}}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot 0,023 \text{ Nm} = 0,18 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_z(\omega) = \left(\frac{T_z(\omega)}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot D' = \left(\frac{3,30 \text{ s}}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot 0,023 \text{ Nm} = 0,62 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

6.3.2 Auswertung des Trägheitsmomentes J für isotrope Verteilung

Analog zu 6.2.1 Berechnen wir auch für den isotropen Körper die Hauptträgheitsmomente

$$J_x(\omega) = \left(\frac{T_x(\omega)}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot D' = \left(\frac{2,42 \text{ s}}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot 0,023 \text{ Nm} = 0,34 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_y(\omega) = \left(\frac{T_y(\omega)}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot D' = \left(\frac{2,43 \text{ s}}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot 0,023 \text{ Nm} = 0,34 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_z(\omega) = \left(\frac{T_z(\omega)}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot D' = \left(\frac{3,36 \text{ s}}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot 0,023 \text{ Nm} = 0,64 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Auch war es unsere Aufgabe, einen Plot zu erstellen in dem in Abhängigkeit von den Bohrlöchern eine zu $\frac{1}{\sqrt{J}}$ proportionale Größe aufgetragen wird. Aus Formel (4) ergibt sich dafür $\frac{1}{T}$, für uns ergibt sich dadurch folgender Plot:

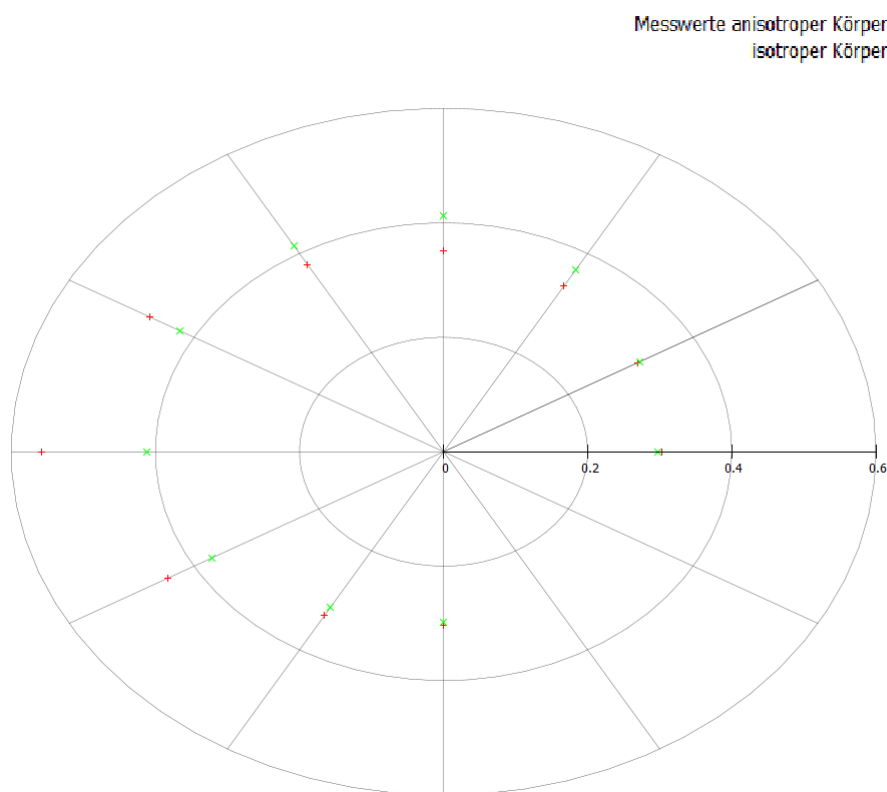


Abbildung 9: $\frac{1}{T}$ an jedem Bohrloch

Schön sieht man die Isotropie zwischen der Bohrung 10 und D, den die Messpunkte verlaufen da dazwischen kreisförmig. Bei uns sind sogar die Trägheitsmomente an 10 und D gleich.

7 Fehlerrechnung

7.1 Fehlerquellen

In diesem Versuch wird viel gemessen und man hat dementsprechend viele Messungenauigkeiten. Das Messen mit dem Lineal hat einen Fehler Δl von 1 mm und die Messungenauigkeit beim Zeitmessen mit der Stoppuhr hat die übliche menschliche Reaktionszeit von Δt von 1 s. Beim wiegen der Gewichte kann eine Fehler von 1 g angenommen werden. Ein weiterer Fehler bei der statischen Methode ist beim drehen um 360° , was nun eher ein drehen im Kreis war und deswegen hier auch ein Fehler, der auf 10° geschätzt wird. Zudem kann für den Kraftmesser ein Fehler von 0,01 N angenommen werden.

7.2 Fehlerrechnung

7.2.1 Fehler bei der Schwingungsdauer pro Periode

Da wir bei der Zeitmessung die Reaktionszeit des Menschen mit einberechnen müssen, erhalten wir also insgesamt

$$\begin{aligned}\Delta \bar{T} &= \left| \frac{\partial}{\partial T_k} \frac{\sum_{k=1}^n T_k}{n \cdot p} \cdot \Delta t \right| \\ &= \left| \frac{\sum_{k=1}^n 1}{n \cdot p} \cdot \Delta t \right| = \left| \frac{1 + 1 + 1 + 1 + 1}{n \cdot p} \cdot \Delta t \right| \\ &= \left| \frac{5 \cdot 1 \text{ s}}{5 \cdot 5} \right| = \frac{1}{5} \text{ s} = 0,2 \text{ s}\end{aligned}$$

bzw. 0,1 s wenn über 10 Perioden gemessen wird. Hierbei ist zu beachten, dass der Fehler bei der Mittelwertbildung gleich bleibt und sich nur bei der Periodendauer reduziert.

7.2.2 Fehler bei der Winkelrichtgröße

Bei der statische Methode zur Berechnung der Winkelrichtgröße ergibt sich für $\varphi = 360^\circ \hat{=} 2\pi$ folgender Fehler:

$$\begin{aligned}\Delta D' &= \left| \frac{\partial}{\partial F} \frac{F \cdot l}{\varphi} \cdot \Delta F \right| + \left| \frac{\partial}{\partial l} \frac{F \cdot l}{\varphi} \cdot \Delta l \right| + \left| \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{F \cdot l}{\varphi} \cdot \Delta \varphi \right| \\ &= \left| \frac{\Delta F \cdot l}{\varphi} \right| + \left| \frac{F \cdot \Delta l}{\varphi} \right| + \left| \frac{-F \cdot l}{\varphi^2} \cdot \Delta \varphi \right| \\ &= \left| \frac{0,01 \text{ N} \cdot 0,15 \text{ m}}{2\pi} \right| + \left| \frac{1,3 \text{ N} \cdot 0,001 \text{ m}}{2\pi} \right| + \left| \frac{-1,3 \text{ N} \cdot 0,001 \text{ m}}{(2\pi)^2} \cdot 0,17 \right| \\ &= |0,00024 \text{ Nm}| + |0,00021 \text{ Nm}| + |-0,00084 \text{ Nm}| = 0,00129 \text{ Nm}\end{aligned}$$

Bei der dynamischen Methode erhalten wir einen Fehler wie folgt, wobei wegen $l_1 = 0 \text{ cm}$ können wir annehmen, dass dort kein Fehler existiert:

$$\begin{aligned}
 \Delta D' &= \left| \frac{\partial}{\partial m_{\text{klein}}} \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m_{\text{klein}} \cdot (l_1^2 - l_2^2)}{T_1^2 - T_2^2} \cdot \Delta m_{\text{klein}} \right| + \left| \frac{\partial}{\partial l_2} \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m_{\text{klein}} \cdot (l_1^2 - l_2^2)}{T_1^2 - T_2^2} \cdot \Delta l_2 \right| \\
 &+ \left| \frac{\partial}{\partial T_1} \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m_{\text{klein}} \cdot (l_1^2 - l_2^2)}{T_1^2 - T_2^2} \cdot \Delta T_1 \right| + \left| \frac{\partial}{\partial T_2} \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m_{\text{klein}} \cdot (l_1^2 - l_2^2)}{T_1^2 - T_2^2} \cdot \Delta T_2 \right| \\
 &= \left| \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot \Delta m_{\text{klein}} \cdot (l_1^2 - l_2^2)}{T_1^2 - T_2^2} \right| + \left| \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m_{\text{klein}} \cdot (l_1^2 - 2 \cdot \Delta l_2 \cdot l_2)}{T_1^2 - T_2^2} \right| \\
 &+ \left| -\frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m_{\text{klein}} \cdot (l_1^2 - l_2^2) \cdot 2 \cdot T_1}{(T_1^2 - T_2^2)^2} \cdot \Delta T_1 \right| + \left| \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m_{\text{klein}} \cdot (l_1^2 - l_2^2) \cdot 2 \cdot T_2}{(T_1^2 - T_2^2)^2} \cdot \Delta T_2 \right| \\
 &= \left| \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot 0,001 \text{ kg} \cdot (0,15 \text{ m})^2}{(3,51 \text{ s})^2 - (1,96 \text{ s})^2} \right| + \left| \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot 0,109 \text{ kg} \cdot (0,001 \text{ m} \cdot 0,15 \text{ m})}{(3,51 \text{ s})^2 - (1,96 \text{ s})^2} \right| \\
 &+ \left| -\frac{16 \cdot \pi^2 \cdot 0,109 \text{ kg} \cdot (0,15 \text{ m})^2 \cdot 3,51 \text{ s}}{((3,51 \text{ s})^2 - (1,96 \text{ s})^2)^2} \cdot 0,2 \text{ s} \right| \\
 &+ \left| \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot 0,109 \text{ kg} \cdot (0,15 \text{ m})^2 \cdot 1,96 \text{ s}}{((3,51 \text{ s})^2 - (1,96 \text{ s})^2)^2} \cdot 0,2 \text{ s} \right| \\
 &= 0,00042 \text{ Nm} + 0,00030 \text{ Nm} + 0,00378 \text{ Nm} + 0,00211 \text{ Nm} = 0,00661 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

7.2.3 Fehler für die Trägheitsmomente J

Zu guter Letzt berechnen wir noch den Fehler bei den Hauptträgheitsmomenten wie folgt beispielhaft für J_x :

$$\begin{aligned}
 \Delta J_x(\omega) &= \left| \frac{\partial}{\partial T_x(\omega)} \left(\frac{T_x(\omega)}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot D' \right| + \left| \frac{\partial}{\partial D'} \left(\frac{T_x(\omega)}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot D' \right| \\
 &= \left| \left(\frac{2 \cdot T_x(\omega) \cdot \Delta T_x(\omega)}{(2 \cdot \pi)^2} \right) \cdot D' \right| + \left| \left(\frac{T_x(\omega)}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot \Delta D' \right| \\
 &= \left| \left(\frac{2 \cdot 2,85 \text{ s} \cdot 0,1 \text{ s}}{(2 \cdot \pi)^2} \right) \cdot 0,023 \text{ Nm} \right| + \left| \left(\frac{2,85 \text{ s}}{2 \cdot \pi} \right)^2 \cdot 0,00661 \text{ Nm} \right| \\
 &= 0,00033 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0,00136 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 0,0017 \text{ kg} \cdot \text{m}^2
 \end{aligned}$$

Für die anderen Trägheitsmomente ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \Delta J_y(\omega) &= 0,0007 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\
 \Delta J_z(\omega) &= 0,0022 \text{ kg} \cdot \text{m}^2
 \end{aligned}$$

und analog noch für die isotropen Verteilung:

$$\Delta J_x(\omega) = 0,0013 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$\Delta J_y(\omega) = 0,0013 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$\Delta J_z(\omega) = 0,0023 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Bei den Hauptträgheitsmomenten haben wir immer einen Fehler von $\approx 25\%$. Schon bei den Schwingungsdauern haben wir teilweise Fehler bis zu $\approx 10\%$. Die Fehler könnten minimiert werden, in dem man z.B. über mehr Perioden geht. So würde der Fehler bei der Schwingungsdauer kleiner werden. Auch würden eine genauere Waage, genaueres Lineal helfen, um Messfehler generell klein zu halten.

8 Zusammenfassung

Ziel des Versuchs war es die Winkelrichtgröße und die Hauptträgheitsmomenten zu bestimmen. Dafür wurde zuerst die Schwingungsdauer bestimmt. In den nachfolgenden Tabellen sind alle Schwingungsdauern mit Fehler aufgeführt. Für die Bestimmung der Winkelrichtgröße gab es

Abbildung 10: Auswertung dynamische Methode

Länge [cm]	mittlere Schwingungsdauer $\bar{T} + \Delta t$ in [s]
0	$1,96 \pm 0,2$
15	$3,51 \pm 0,2$

Abbildung 11: Auswertung für anisotrope und isotrope Verteilung

	mittlere Schwingungsdauer $\bar{T} + \Delta t$ in [s]	
Bohrung	anisotrope Verteilung	isotrope Verteilung
A	$3,30 \pm 0,1$	$3,36 \pm 0,1$
B	$3,21 \pm 0,1$	$3,19 \pm 0,1$
C	$2,99 \pm 0,1$	$2,73 \pm 0,1$
D	$2,85 \pm 0,1$	$2,42 \pm 0,1$
12	$2,65 \pm 0,1$	$2,41 \pm 0,1$
11	$2,13 \pm 0,1$	$2,37 \pm 0,1$
10	$1,79 \pm 0,1$	$2,43 \pm 0,1$
c	$2,27 \pm 0,1$	$2,70 \pm 0,1$
b	$3,02 \pm 0,1$	$3,19 \pm 0,1$

zwei Methoden, die statische und dynamische Methode. Wir bekamen bei unserem Versuch dafür folgende Winkelrichtgrößen mit Fehler:

$$D'_{\text{statisch}} + \Delta D'_{\text{statisch}} = (0,031 \pm 0,00129) \text{ Nm}$$

$$D'_{\text{dynamisch}} + \Delta D'_{\text{dynamisch}} = (0,023 \pm 0,00661) \text{ Nm}$$

Wie in der Auswertung angemerkt, sind die Werte ziemlich nah beianander und für diesen Versuch hätten wir genauso für die Auswertung der Hauptträgheitsmomente D'_{statisch} nehmen können.

Zu guter Letzt wurden die Hauptträgheitsmomente jeweils für einen anisotropen und isotropen Körper ausgerechnet: Diese waren im anisotropen Fall:

$$J_x(\omega) + \Delta J_x(\omega) = (0,46 \pm 0,0017) \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$J_y(\omega) + \Delta J_y(\omega) = (0,18 \pm 0,0007) \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$J_z(\omega) + \Delta J_z(\omega) = (0,62 \pm 0,0022) \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

und im isotropen Fall:

$$J_x(\omega) + \Delta J_x(\omega) = (0,34 \pm 0,0013) \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$J_y(\omega) + \Delta J_y(\omega) = (0,34 \pm 0,0013) \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$J_z(\omega) + \Delta J_z(\omega) = (0,64 \pm 0,0023) \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Bei den Hauptträgheitsmomenten haben wir immer einen Fehler von maximal $\frac{0,0023}{0,63} \approx 0,36\%$. Angesichts der vielen Messungenauigkeiten sind wir etwas überrascht, den schon bei den Schwingungsdauern haben wir teilweise Fehler bis zu $\approx 10\%$. Die Fehler könnten minimiert werden, in dem man z.B. über mehr Perioden geht. So würde der Fehler bei der Schwingungsdauer kleiner werden. Auch würden eine genauere Waage, genaueres Lineal helfen, um Messfehler generell klein zu halten.

9 Literaturverzeichnis

Literatur

- [1] „M10 Trägheitsmomente aus Drehschwingung“,
in <http://www3.physik.uni-stuttgart.de/studium/praktika/ap/>,
unter http://www3.physik.uni-stuttgart.de/studium/praktika/ap/pdf_dateien/M10.pdf
abgerufen am 17.05.2015
- [A] Graphik aus „M10 Trägheitsmomente aus Drehschwingung“,
in <http://www3.physik.uni-stuttgart.de/studium/praktika/ap/>,
unter <http://www3.physik.uni-stuttgart.de/studium/praktika/ap/bilder/M10.jpg> ;
abgerufen am 17.05.2015

10 Anhang