

Ф. Н. КРАСОВСКИЙ

ИЗБРАННЫЕ  
СОЧИНЕНИЯ

ТОМ II

ГЕОДЕЗИЗДАТ 1956

Ф. Н. Красовский

# ИЗБРАННЫЕ СОЧИНЕНИЯ

Том II

Под редакцией П. С. Закатова и М. Д. Соловьева

---

---

Издательство геодезической литературы  
МОСКВА \* 1956

Печатается по постановлению Ученого совета Московского института  
инженеров геодезии, аэрофотосъемки и картографии.

Редакторы П. С. Закатов и М. Д. Соловьев Техн. редактор Г. М. Кузьмин  
Корректор А. Д. Грудзинский

---

Т-09708                    Сдано в набор 16/V 1956 г.                    Подп. к печати 25/IX 1956 г.  
Формат бумаги 70×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.                    Бум. л. 6<sup>7</sup>/<sub>8</sub>                    Печ. л. 13,75.                    Усл.-печ.л. 18,8  
Уч.-изд. л. 16,5                    Количество знаков в печ. л. 46 000.                    Тираж 2000 экз.  
Заказ № 342.                    Цена 5 р. 80 к. + переплет 1 р. 50 к.

---

Рижская картфабрика, Алtonавас, 43

## ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящем томе избранных сочинений Ф. Н. Красовского помещены труды, посвященные вопросам геодезии, математической картографии, астрономии и картографо-геодезическому образованию, в своем большинстве представляющие статьи, напечатанные в геодезических журналах и сборниках, а также в виде отдельных брошюр.

Публикуемые работы подобраны по указанным выше вопросам и расположены в хронологическом порядке. По своему существу и характеру эти работы имеют два направления: первое,—к которому относятся труды, рассматривающие теоретические вопросы, второе,—труды, содержащие соображения о программах и постановке картографо-геодезических работ в нашей стране с соответствующими теоретическими и практическими обоснованиями.

Теоретические и научно-технические вопросы, изложенные в первой группе статей, к которым относятся, например, статьи «О погрешностях и невязках в теодолитных полигонах», «К вопросам об оценке точности триангуляции», «Новые картографические проекции», «Определение азимута из измерения горизонтального угла между Полярной и вспомогательной звездой» и др. в той их части, которая представляет в настоящее время интерес, нашли отражение в современных трудах по геодезии и картографии; однако ознакомление с изложением этих вопросов в первоначальном виде самим автором должно представить интерес для геодезистов, так как полнее позволит уяснить соображения автора и те предпосылки, которые обусловили в свое время разработку того или иного вопроса.

Другая группа статей, посвященных общим программным вопросам постановки геодезических и картографических работ в нашей стране, имеет большое историческое значение. К этой группе статей относятся, например, работы: «Геодезическое и топографическое дело в СССР», «Схема и программа государственной триангуляции», «О современной постановке высокоточного и точного нивелирования», «К постановке задачи картографирования всей территории СССР», «Некоторые соображения о развитии основных астрономо-геодезических работ в СССР» и др. Советским геодезистам хорошо известно, какую важную роль сыграл Ф. Н. Красовский в разработке программных вопросов постановки геодезических и картографических работ в нашей стране. Публикуемые в настоящем томе работы в известной степени выявляют эту роль Ф. Н. Красовского, его инициативу и творческий подход в постановке и разрешении указанных вопросов. Эти труды характеризуют Ф. Н. Красовского не только как крупного ученого, но и деятеля, сумевшего правильно понять задачи картографо-геодезической службы, вставшие после Октябрьской революции в нашей стране.

Ознакомление со многими работами из этой группы, нашедшими признание и практическое применение, позволит с большей полнотой уяснить те основания и соображения, которые имел в виду автор, осуществляя разработку того или иного вопроса, и тем самым правильнее уяснить вопросы развития картографо-геодезических работ в нашей стране. Можно утверждать, что без изучения научного наследства Ф. Н. Красовского, в том числе и публикуемых в томе статей, трудно изучать с должной полнотой развитие картографо-геодезических работ в СССР.

При оценке произведений Ф. Н. Красовского, помещенных в настоящем томе, и уяснения их значимости следует иметь в виду период их создания, состояние и задачи картографо-геодезического дела того времени.

Публикуемые в настоящем томе произведения характеризуются тем, что в основе их обыкновенно лежит главная мысль или предложение, которое развивается и обосновывается автором, исходя из научно-теоретических соображений и запросов народнохозяйственного строительства. Вместе с тем автор, будучи не только теоретиком, но и ученым, стремящимся дать наилучшее практическое решение поставленной задачи, высказывает соображения о путях и методах реализации и осуществления разрабатываемых предложений; нередко попутно высказывает оригинальные соображения по вопросам, связанным с содержанием статьи, сохраняющие свою ценность и в настоящее время. Иногда в жизни, в практике реализация разработанных Ф. Н. Красовским вопросов шла по иному пути, нежели это предлагалось автором, вносились изменения в детали и частности его предложений; последующие научные исследования, достижения геодезической науки и техники давали корректизы в некоторые утверждения автора. Но основные мысли, главные положения рассуждений, исследований и разработок автора были, как правило, своевременными, правильными, существенно способствовавшими научно обоснованной постановке геодезических и картографических работ и находили воплощение в жизни.

В настоящий том вошли не все произведения Ф. Н. Красовского по указанным выше разделам геодезии и картографии; не помещены, в частности, работы, не имеющие исторического значения и не представляющие в настоящее время существенного научного и практического интереса. В томе не помещен ряд работ, нашедших полное отражение в труде автора «Руководство по высшей геодезии», опубликованном в 3-м томе избранных произведений. Не включены некоторые отчеты, доложенные на Балтийской геодезической комиссии, как не содержащие оригинальных исследований и не представляющие в настоящее время интереса. Редакционная комиссия данного тома считала целесообразным поместить как приложение отчет Ф. Н. Красовского о командировке в Пулковскую обсерваторию, который может служить дополнением к биографии Ф. Н. Красовского, а, кроме того, ознакомление с указанным отчетом будет полезно для аспирантов и начинающих научных работников.

Сделаем отдельные пояснения и замечания к некоторым произведениям Ф. Н. Красовского из числа помещенных в настоящем томе.

Статья «Геодезическое и топографическое дело в СССР» представляет в настоящее время исторический интерес. В ней высказаны ценные соображения такого крупного деятеля советской геодезии, каким был

Ф. Н. Красовский, о прошлом отечественной геодезии и картографии и о задачах, стоящих перед этими науками в период начала широкого развития картографо-геодезических работ в СССР.

«Схема и программа государственной триангуляции». Работа по существу является одним из важнейших программных документов, в ней излагается с соответствующим обоснованием новая схема построения государственной триангуляции, получившая название по имени ее автора. Согласно этой схеме триангуляционные работы в СССР производились свыше двадцати лет. На практике в течение этого времени эта схема претерпела незначительные изменения: именно, не нашли сколько-нибудь широкого распространения основные сети 2 класса. Как известно, лишь с 1948 г. основное геодезическое производство в связи с новыми, более широкими возможностями и научно-техническими достижениями перешло к новой схеме заполнения полигонов триангуляции 1 класса; но схема развития триангуляции 1 класса в ее принципиальной части осталась и до настоящего времени в том же виде, как она была разработана Ф. Н. Красовским в начале широкой постановки геодезических работ в СССР и опубликована в рассматриваемой работе.

Статья «Об основных астрономо-геодезических работах в СССР» написана в связи с исполнившимся пятнадцатилетием со дня подписания В. И. Лениным Декрета об организации Высшего Геодезического Управления.

В статье «О современной постановке высокоточного и точного нивелирования» основной и главной мыслью автора является необходимость существенного повышения точности нивелирования высшего класса, что обосновывается требованиями, предъявляемыми к результатам высокоточных нивелировок на такой огромной территории, как территория СССР. Опубликование этой статьи имело большое значение при уточнении в 1939 г. схемы и программы развития государственных нивелировок. Соображения автора были полностью приняты во внимание, что вызвало пересмотр классификации нивелировок, резкое повышение требований к точности нивелирования 1 класса и пересмотр схемы и программы ее развития и построения. Это, конечно, повлияло на улучшение выполнения нивелирных работ в СССР и в известной степени способствовало постановке крупных научно-исследовательских работ в ЦНИИГАиК, приведших к новым и существенным научным результатам в области методики высокоточного нивелирования и выявлению характера и величины действия отдельных его ошибок.

Следует отметить, что некоторые утверждения и соображения автора, основанные на имевшихся к тому времени научных исследованиях, не получили в дальнейшем подтверждения в работах ЦНИИГАиК (например, о характере и значении действия ошибок в нивелировании вследствие рефракции); однако это не повлияло на правильность указанной основной мысли автора, развитой в этой статье; последующие исследования лишь подтвердили правильность и глубину решенной в статье научной задачи.

Статья «Новые картографические проекции» дает выводы особой равнопромежуточной конической проекции для карты СССР.

Разработка указанной проекции характеризуется своей инженерной направленностью, она велась по заданию производства с соответствующим учетом практических требований.

Эта проекция не утратила своего значения для картографо-геодезического производства и в настоящее время.

Статья «К постановке задачи картографирования всей территории СССР» была напечатана «в порядке обсуждения». В этой статье развивается и обосновывается как одно из основных предложение о необходимости иметь для всей территории СССР единую топографическую карту, «близкую по масштабу к прежней десятиверстке, т. е. в масштабе, близком к 1 : 400 000», достаточно точную, полную и в то же время удобную для использования при различного рода предварительных проектировках, соображениях и т. п. Высказывается предложение о пересмотре «вопроса о масштабе 1 : 200 000, как масштабе топографической карты для обжитых районов». Эти предложения и некоторые другие соображения, затрагивающие важные вопросы картографирования, в том числе и о переходе от топографических работ в масштабе 1 : 200 000 к топографической съемке в масштабе 1 : 100 000, получили всеобщее признание. В 1940 г. состоялось решение о признании масштаба 1 : 100 000 как основного масштаба топографической съемки, которая должна выполняться в первую очередь. В результате исследования ЦНИИГАиК пришел к выводу о необходимости создания для всей территории СССР карты в масштабе 1 : 300 000, что и было принято к осуществлению. Таким образом, основные программные вопросы картографирования, затронутые в статье, получили признание и были приняты к осуществлению. В то же время ряд предложений, данных в этой статье и, в частности, о создании «особого комитета» по осуществлению задачи по составлению карты 1 : 400 000, о выполнении специальных полевых работ по составлению карты этого масштаба и некоторые другие не получили реализации. Вследствие быстрого метода аэрофотосъемки представилось целесообразным задачу создания данной карты решать другим, организационно и технически менее сложным путем.

Статья «Роль в картографии инженера картографа-геодезиста» была напечатана также в порядке обсуждения. Хотя в настоящее время специальности под наименованием картографо-геодезической и нет, однако задача подготовки специалистов, квалифицированно владеющих комплексом полевых и камеральных работ по созданию высококачественных топографических карт, остается весьма актуальной. Поэтому многие отдельные соображения, изложенные в этой статье, может быть и дискуссионного характера, несомненно, не потеряли интереса и значения и до сих пор.

Другие произведения настоящего тома дополнительных пояснений не требуют. Помещенные в настоящем томе статьи публикуются по подлинникам без изменений, за исключением устранения отдельных опечаток и редакционных исправлений, вносившихся в крайних случаях. Редакторы не считали для себя возможным подвергать какой-либо редакционной обработке произведения Ф. Н. Красовского и стремились сохранить язык и стиль изложения автора.

27 июля 1956 г.

*Профессор П. С. Закатов  
Профессор М. Д. Соловьев*

# О ПОГРЕШНОСТЯХ И НЕВЯЗКАХ В ТЕОДОЛИТНЫХ ПОЛИГОНАХ

(Напечатана в 1915 г. отдельной брошюрой)

## 1.

Пусть имеем полигонный ход с вершинами  $1, 2, 3, \dots, k, k+1$ ; длину первой линии хода и ее азимут (от точки 1 к точке 2) назовем соответственно через  $d_1$  и  $\alpha_1$ ; длину и азимут некоторой линии хода от точки  $s$  до точки  $s+1$  назовем соответственно через  $d_s$  и  $\alpha_s$ ; обозначим далее через  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{k-1}$  измеренные значения вправо лежащих углов при вершинах  $2, 3, 4, \dots, k$ . Будем считать, что полигон отнесен к прямоугольным осям координат с началом в первой его вершине. Допустим, что азимуты сторон полигона вычислены по измеренным значениям углов, т. е. по таким формулам

$$\left. \begin{aligned} \alpha_2 &= \alpha_1 + 180^\circ - A_1 \\ \alpha_3 &= \alpha_2 + 180^\circ - A_2 = \alpha_1 + 2 \cdot 180^\circ - A_1 - A_2 \\ &\dots \\ \alpha_s &= \alpha_1 + (s-1) \cdot 180^\circ - A_1 - A_2 - \dots - A_{s-1} \\ &\dots \\ \alpha_k &= \alpha_1 + (k-1) \cdot 180^\circ - A_1 - A_2 - A_3 - \dots - A_{k-2} - A_{k-1} \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

Координаты вершин полигона вычислим, предполагая ход висячий, т. е. по формулам

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= d_1 \cos \alpha_1 & y_2 &= d_1 \sin \alpha_1 \\ x_3 &= d_1 \cos \alpha_1 + d_2 \cos \alpha_2 & y_3 &= d_1 \sin \alpha_1 + d_2 \sin \alpha_2 \\ &\dots &&\dots \\ x_s &= d_1 \cos \alpha_1 + d_2 \cos \alpha_2 + \dots & y_s &= d_1 \sin \alpha_1 + d_2 \sin \alpha_2 + \dots \\ &+ d_{s-1} \cos \alpha_{s-1} & &+ d_{s-1} \sin \alpha_{s-1} \\ &\dots &&\dots \\ x_{k+1} &= \sum_1^k d_s \cos \alpha_s & y_{k+1} &= \sum_1^k d_s \sin \alpha_s \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Назовем теперь истинные ошибки величин  $d_1, d_2, \dots, d_k$  соответственно через  $\Delta d_1, \Delta d_2, \dots, \Delta d_k$ , а величин  $A_1, A_2, \dots, A_{k-1}$  — через  $\Delta A_1, \Delta A_2, \dots, \Delta A_{k-1}$ .

Ошибка  $\Delta d_1$ , в длине  $d_s$  некоторой стороны полигона обуславливает сдвиг точки  $k+1$  по направлению, имеющему азимут  $\alpha_s$  (или  $\alpha_s + 180^\circ$ ) на величину  $\Delta d_s$ . Ошибка же  $\Delta A_{s-1}$  в угле  $A_{s-1}$  при вершине с номе-

ром  $s$  вызывает сдвиг точки  $k+1$ , по дуге окружности с центром в точке  $s$  и радиусом, равным длине диагонали от точки  $s$  до точки  $k+1$ ; вследствие малости  $\Delta A_{s-1}$  можно всегда этот сдвиг считать происходящим по прямой, перпендикулярной к диагонали с  $s$  на  $k+1$ , и величину сдвига вычислять по формуле  $\Delta A'_{s-1} \cdot \sin 1'$ .  $D_{s,k+1}$ , понимая под  $D_{s,k+1}$  длину диагонали от  $s$  до  $k+1$ .

Будем вычислять теперь истинную ошибку в абсциссе  $x_{k+1}$  точки  $k+1$ , соответствующую системе истинных ошибок  $\Delta d_1, \Delta d_2, \dots, \Delta d_k, \Delta A_1, \Delta A_2, \dots, \Delta A_{k-1}$ . Очевидно, что если точка  $k+1$ , вследствие некоторой причины сдвигается по направлению, имеющему азимут  $\beta$ , на величину  $\sigma$ , то одновременно абсцисса ее изменяется на  $\sigma \cos \beta$ . Поэтому, на основании вышеизложенного, легко видеть: 1) что ошибка  $\Delta d_s$  в стороне  $d_s$  обусловливает часть ошибки в  $x_{k+1}$ , равную  $\Delta d_s \cos \alpha_s$ ; 2) что ошибка в угле  $A_{s-1}$  обусловливает часть ошибки в  $x_{k+1}$ , равную  $\Delta A'_{s-1} \cdot \sin 1' \cdot D_{s,k+1} \cos (\beta_{s,k+1} - 90^\circ)$ , причем под  $\beta_{s,k+1}$  понимается азимут диагонали с точки  $s$  на точку  $k+1$ , отличающийся на  $90^\circ$  от азимута, соответствующего ошибке  $\Delta A_{s-1}$  сдвига.

Истинная ошибка в  $x_{k+1}$  будет

$$\begin{aligned} \Delta x_{k+1} = & \Delta d_1 \cos \alpha_1 + \Delta d_2 \cos \alpha_2 + \dots + \Delta d_k \cos \alpha_k + \\ & + \Delta A_1 \cdot D_{2,k+1} \cos (B_{2,k+1} - 90^\circ) + \Delta A_2 D_{3,k+1} \cos (\beta_{3,k+1} - 90^\circ) + \\ & \dots + \Delta A_{k-1} D_{k,k+1} \cos (\beta_{k,k+1} - 90^\circ). \end{aligned} \quad (3)$$

Разумеется, истинную ошибку  $\Delta y_{k+1}$  в ординате точки  $k+1$  мы получим, если в формуле (3) косинусы всех азимутов заменим через синусы, т. е.

$$\begin{aligned} \Delta y_{k+1} = & \Delta d_1 \sin \alpha_1 + \Delta d_2 \sin \alpha_2 + \dots + \Delta d_k \sin \alpha_k + \\ & + \Delta A_1 D_{2,k+1} \sin (\beta_{2,k+1} - 90^\circ) + \Delta A_2 D_{3,k+1} \cos (\beta_{3,k+1} - 90^\circ) + \\ & \dots + \Delta A_{k-1} D_{k,k+1} \cos (\beta_{k,k+1} - 90^\circ). \end{aligned} \quad (4)$$

Легко далее видеть, что:

$$\begin{aligned} D_{s,k+1} \cos (\beta_{s,k+1} - 90^\circ) &= D_{s,k+1} \sin \beta_{s,k+1} = y_{k+1} - y_s; \\ D_{s,k+1} \sin (\beta_{s,k+1} - 90^\circ) &= -D_{s,k+1} \cos \beta_{s,k+1} = x_s - x_{k+1}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{k+1} = & \Delta d_1 \cos \alpha_1 + \Delta d_2 \cos \alpha_2 + \dots + \Delta d_k \cos \alpha_k + \\ & + \Delta A_1 (y_{k+1} - y_s) + \Delta A_2 (y_{k+1} - y_s) + \dots + \Delta A_{k-1} (y_{k+1} - y_k) \\ \Delta y_{k+1} = & \Delta d_1 \sin \alpha_1 + \Delta d_2 \sin \alpha_2 + \dots + \Delta d_k \sin \alpha_k - \\ & - \Delta A_1 (x_{k+1} - x_s) - \Delta A_2 (x_{k+1} - x_s) - \dots - \Delta A_{k-1} (x_{k+1} - x_k) \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Предполагая, что все углы  $A_1, A_2, \dots, A_{k-1}$  измерены одинаково точно, и называя через  $m_A$  — среднюю квадратическую ошибку измеренного угла, через  $m_{d_s}$  — среднюю квадратическую ошибку в длине стороны полигона  $d_s$  и через  $m_{x_{k+1}}$  и  $m_{y_{k+1}}$  — средние квадратические ошибки в  $x_{k+1}$  и  $y_{k+1}$ , мы на основании формул (5) напишем

$$\left. \begin{aligned} m^2_{x_{k+1}} = & m^2_{d_1} \cos^2 \alpha_1 + m^2_{d_2} \cos^2 \alpha_2 + \dots + m^2_{d_k} \cos^2 \alpha_k + \\ & + m_A^2 \{(y_{k+1} - y_s)^2 + (y_{k+1} - y_s)^2 + \dots + (y_{k+1} - y_k)^2\} \\ m^2_{y_{k+1}} = & m^2_{d_1} \sin^2 \alpha_1 + m^2_{d_2} \sin^2 \alpha_2 + \dots + (m^2_{d_k} \sin^2 \alpha_k + \\ & + m_A^2 \{(x_{k+1} - x_s)^2 + (x_{k+1} - x_s)^2 + \dots + (x_{k+1} - x_k)^2\}) \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Прежде чем делать дальнейшее использование формулы (6), выведем ее иным путем — тем, какой обычно применяют при нахождении средней ошибки функции наблюдаемых величин.

Помня, что погрешности  $\Delta d_1, \Delta d_2, \dots, \Delta d_k, \Delta A_1, \Delta A_2, \dots, \Delta A_{k+1}$  независимы друг от друга, напишем

$$\begin{aligned} m^2_{x_{k+1}} &= \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial d_1} \right)^2 m^2_{d_1} + \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial d_2} \right)^2 m^2_{d_2} + \dots + \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial d_k} \right)^2 m^2_{d_k} + \\ &+ \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_1} \right)^2 m^2_{A_1} + \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_2} \right)^2 m^2_{A_2} + \dots + \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_{k+1}} \right)^2 m^2_{A_{k+1}}. \end{aligned}$$

Значения всех частных производных  $x_{k+1}$  найдутся из уравнения  $x_{k+1} = d_1 \cos \alpha_1 + d_2 \cos \alpha_2 + \dots + d_{s-1} \cos \alpha_{s-1} + d_s \cos \alpha_s + \dots + d_k \cos \alpha_k$ , в котором  $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_k$  должно выразить через  $A_1, A_2, \dots, A_{k+1}$  согласно формуле (1).

Именно имеем:

$$\frac{\partial x_{k+1}}{\partial d_s} = \cos \alpha_s;$$

$$\frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_1} = \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_2} \cdot \frac{\partial \alpha_2}{\partial A_1} + \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_3} \cdot \frac{\partial \alpha_3}{\partial A_1} + \dots + \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_k} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial A_1};$$

$$\frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_1} = d_2 \sin \alpha_2 + d_3 \sin \alpha_3 + \dots + d_k \sin \alpha_k;$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_{s-1}} &= \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_2} \cdot \frac{\partial \alpha_2}{\partial A_{s-1}} + \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_3} \cdot \frac{\partial \alpha_3}{\partial A_{s-1}} + \dots + \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_s} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial A_{s-1}} + \\ &+ \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_{s+1}} \cdot \frac{\partial \alpha_{s+1}}{\partial A_{s-1}} + \dots + \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_k} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial A_{s-1}}. \end{aligned}$$

В последнем равенстве все производные  $\frac{\partial \alpha_2}{\partial A_{s-1}}, \frac{\partial \alpha_3}{\partial A_{s-1}}, \dots$  включительно до  $\frac{\partial \alpha_{s-1}}{\partial A_{s-1}}$  равны в отдельности нулю, а производные  $\frac{\partial \alpha_s}{\partial A_{s-1}}, \frac{\partial \alpha_{s+1}}{\partial A_{s-1}}, \dots$  до  $\frac{\partial \alpha_k}{\partial A_{s-1}}$  равны каждая  $-1$ . Поэтому

$$\frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_{s-1}} = d_s \sin \alpha_s + d_{s+1} \sin \alpha_{s+1} + \dots + d_k \sin \alpha_k.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} m^2_{x_{k+1}} &= m^2_{d_1} \cos^2 \alpha_1 + m^2_{d_2} \cos^2 \alpha_2 + \dots + m^2_{d_k} \cos^2 \alpha_k + \\ &+ (d_2 \sin \alpha_2 + d_3 \sin \alpha_3 + d_4 \sin \alpha_4 + \dots + d_k \sin \alpha_k)^2 m^2_{A_1} + \\ &+ (d_3 \sin \alpha_3 + d_4 \sin \alpha_4 + \dots + d_k \sin \alpha_k)^2 m^2_{A_2} + \\ &+ \dots + \dots + \dots + \dots + \\ &+ (d_s \sin \alpha_s + d_{s+1} \sin \alpha_{s+1} + \dots + d_k \sin \alpha_k)^2 m^2_{A_{s-1}} + \\ &\dots + \dots + \dots + \dots + \\ &+ (d_{k-1} \sin \alpha_{k-1} + d_k \sin \alpha_k)^2 m^2_{A_{k-2}} + \\ &+ d_k^2 \sin^2 \alpha_k m^2_{A_{k-1}}. \end{aligned}$$

Но по формуле (2)

$$d_s \sin \alpha_s + d_{s+1} \sin \alpha_{s+1} + \dots + d_k \sin \alpha_k = y_{k+1} - y_s.$$

Полагая, как и раньше, что все углы измерены одинаково точно, получаем

$$\begin{aligned} m^2_{x_{k+1}} &= m^2_{d_1} \cos^2 \alpha_1 + m^2_{d_2} \cos^2 \alpha_2 + \dots + m^2_{d_k} \cos^2 \alpha_k + \\ &+ m_A^2 \{(y_{k+1} - y_2)^2 + (y_{k+1} - y_3)^2 + \dots + (y_{k+1} - y_k)^2\}, \end{aligned}$$

т. е. мы снова пришли к формуле (6).

Задаваясь целью предвычислить невязку полигона, мы должны собственно решить вопрос о средне квадратическом (или вероятном, или предельном) сдвиге конечной точки полигона, происходящем в некотором определенном, указываемом азимутом  $\gamma$ , направлении; этот вопрос приходится, однако, оставить в стороне: трудность его решения заключается в необходимости образования таких систем истинных ошибок в сторонах и углах полигона, из которых каждая приводила бы к невязке полигона в одном и том же направлении с азимутом  $\gamma$ ; попытка решения такого вопроса, если не считать крайне простых частных случаев, мне не приходилось встречать в литературе и вряд ли будет ошибочным сказать, что метод решения подобных вопросов неизвестен в насторожнее время.

Обычно, при определении точки при помощи нескольких независимых, с полученными из наблюдений числовыми значениями, аргументов вводят понятие о «средней ошибке точки вообще», без отнесения этой ошибки к какому-либо определенному направлению. В вопросе о предвычислении невязки приходится поступить так же, т. е. ввести понятие о средней квадратической невязке в общем и вычислять ее по формуле

$$M^2 = m^2_{x_{k+1}} + m^2_{y_{k+1}}. \quad (7)$$

На основании формулы (6) мы имеем

$$M^2 = m^2_{d_1} + m^2_{d_2} + \dots + m^2_{d_k} + m_A^2 \{D^2_{2,k+1} + D^2_{3,k+1} + \dots + D^2_{k,k+1}\}. \quad (8)$$

потому что

$$(x_{k+1} - x_s)^2 + (y_{k+1} - y_s)^2 = D^2_{s,k+1}.$$

Формула (8) получена в предположении, что на образование невязки  $M$  влияют только случайные погрешности элементов полигона. В действительности, в длинах сторон полигона заключаются, наряду с чисто случайными, еще ошибки односторонне действующие.

Истинная ошибка длины  $d_s$  может быть представлена в виде

$$\Delta d_s = \delta_s + f \cdot d_s,$$

причем под  $\delta_s$  понимается чисто случайная часть, а под  $f \cdot d_s$  — сумма ошибок, действовавших односторонне при каждом отложении мерного прибора, так что  $f$  есть среднее значение такой односторонней ошибки отдельного отложения при измерении линии  $d_s$ . Числовое значение  $f$  даже при использовании одного и того же прибора и одним наблюдателем значительно изменяется с изменением условий местности и с течением времени; в особенности это относится к измерениям, выполняемым стальной лентой. Поэтому только при сравнительно коротком полигонном ходе и при совершенно однообразной, благоприятной для измерений местности, можно считать, что на протяжении всего хода были ошибки, влиявшие в одну сторону; однако даже в этом случае размер ошибки при разных откладываниях мерного прибора может быть различным.

Поэтому, если влияние односторонних ошибок на  $x_{k+1}$  и  $y_{k+1}$  представить в виде:

$$\begin{aligned}\delta x_{k+1} &= f_1 d_1 \cos \alpha_1 + f_2 d_2 \cos \alpha_2 + \dots + f_k d_k \cos \alpha_k; \\ \delta y_{k+1} &= f_1 d_1 \sin \alpha_1 + f_2 d_2 \sin \alpha_2 + \dots + f_k d_k \sin \alpha_k,\end{aligned}$$

то заменить в этих уравнениях все значения  $f$  одним средним для хода  $f_m$  можно собственно только при примерном равенстве всех  $d$  между собою и при примерном равенстве всех  $\alpha$ .

Следовательно, в случае короткого полигона, пролегающего по однобразной и благоприятной местности, имеющего растянутую форму, можно написать:

$$\delta x_{k+1} = f \Sigma d \cos \alpha = f (x_{k+1} - x_1); \quad (a)$$

$$\delta y_{k+1} = f \Sigma d \sin \alpha = f \cdot (y_{k+1} - y_1), \quad (b)$$

а в правую часть формулы (8) нужно будет ввести член, равный

$$\delta^2 x_{k+1} + \delta^2 y_{k+1} = f_m^2 D_{1,k+1}^2 = f^2 [d]^2.$$

Рассмотренный случай обычно имеет место при съемках городов.

Обратимся теперь к случаю, который встречается при измерительных работах в России, именно к случаю замкнутого с довольно значительным периметром полигона, пролегающего частью по дорогам, частью по луговым и лесным угодьям. Общие одинаково действующие на всем протяжении замкнутого полигона причины односторонних ошибок совершенно не влияют на образование невязки такого полигона [что ясно из формул (a) и (b)]. Следовательно, в замкнутом полигоне мы должны учитывать различия в действии причин односторонних ошибок и в самом составе этих причин для различных частей полигона. До сих пор, однако, вопрос об односторонних ошибках при измерениях лентой изучен мало и материала для установления признаков различия действия односторонних ошибок при разных обстоятельствах не собрано. Поэтому задача оценки различия действий односторонних ошибок в разных частях полигона не может быть решена точно. Таким образом, в случае замкнутого полигона приходится или отказаться от введения в формулу (8) члена, выражающего влияние односторонних ошибок в длинах сторон, или же определять его весьма приближенно; пока значение этого члена назовем через  $\pm \bar{d}$ .

Что касается чисто случайных ошибок в длинах сторон, то  $m_d = \mu \sqrt{\bar{d}}$ , следовательно, если условия измерений на протяжении всего полигона были постоянными, то  $\sum_1^k m^2 d_s = \mu^2 \sum_1^k d_s$ . Если же эти условия были переменными, то приходится делить местность на три класса и полагать:  $\sum_1^k m^2 d_s = \mu_I^2 \sum_1^k d_I + \mu_{II}^2 \sum_1^k d_{II} + \mu_{III}^2 \sum_1^k d_{III}$ , понимая под  $\mu_I$ ,  $\mu_{II}$ ,  $\mu_{III}$  значения  $\mu$  для местности I, II и III классов, а под  $\sum_1^k d_I$ ,  $\sum_1^k d_{II}$ ,  $\sum_1^k d_{III}$  — суммы длин сторон, пролегающих соответственно по местности I, II и III класса. На основании изложенного от формулы (8) переходим к таким:

а) случай короткого полигонного хода, растянутой формы, пролегающего по однообразной и благоприятной местности

$$M^2 = f^2 [d]^2 + \mu^2 \sum_1^k d_s + m_A^2 \{D_{2,k+1}^2 + D_{3,k+1}^2 + \dots + D_{k,k+1}^2\}; \quad (9)$$

б) случай замкнутого полигона, измеряемого в условиях «полевой» землемерной работы

$$M^2 = \mu_1^2 \Sigma d_1 + \mu_{II}^2 \Sigma d_{II} + \mu_{III}^2 \Sigma d_{III} + \delta^2 + \\ + m_A^2 \{D_{1,2}^2 + D_{1,3}^2 + D_{1,4}^2 + \dots + D_{1,k}^2\}. \quad (10)$$

## 2.

Формулы (9) и (10) выведены при двух предположениях: 1) что средние ошибки всех измеренных углов равны между собою; 2) что азимуты вычисляются по формулам (1), т. е. по измеренным значениям углов, без всякого их исправления. Если принять в расчет, что средняя ошибка угла слагается из двух частей: собственно ошибки  $m_0$  измерения угла при центре теодолита и из влияния  $z$  неправильной центрировки теодолита и неправильной установки вех, служащих для обозначения сторон угла, то предположение, что  $m_{A1} = m_{A2} = \dots = m_{Ak-1}$  строго справедливо только тогда, когда  $z$  ничтожно по сравнению с  $m_0$ , или когда  $z$  одинаково для всех углов, потому что  $m_0$  можно считать постоянным. Постоянное  $z$  мы имеем в полигонах растянутой формы и с примерно равными сторонами. Поэтому очевидно, что формула (9) имеет в виду как раз случаи, когда предположение о равенстве между собою средних ошибок всех углов соблюдается совершенно. Несколько иначе дело обстоит по отношению к формуле (10), когда при произвольном виде полигона для постоянства  $m_A$  приходится требовать пренебрежимости  $z$  по сравнению с  $m_0$  или же малости перемен в  $m_A$ , обусловленных переменами в  $z$ ; как увидим далее, пренебрежимость  $z$  по сравнению с  $m_0$  имеет место при сторонах полигона, больших 150—200 сажен, если представить себе ту обстановку измерений, какая имеет место в полевых землемерных работах в России; при сторонах же полигона от 50 до 150 сажен, какие встречаются в большинстве случаев, изменения  $z$  при переходе от одного угла к другому обуславливают сравнительно малые колебания  $m_A$  для разных углов, так что о неверности предположения относительно постоянства  $m_A$  для всех углов полигона можно еще не говорить; и только для редкого случая, когда стороны полигона менее 40 сажен, это постоянство  $m_A$  не имеет места.

Что касается второго предположения, что азимуты вычисляются по неисправленным значениям измеренных углов, то такое предположение неправильно, потому что всегда измеренные углы первоначально исправляются за угловую невязку хода, а затем по таким исправленным углам рассчитываются азимуты сторон. Эти исправления делаются различно, но в основе всегда лежит правило, что поправки углов оказались бы пропорциональными ожидаемым средним ошибкам их.

В виду сложности вопроса, мы выведем формулу связки, предполагая лишь равномерное распределение угловой невязки на все углы, т. е. предполагая, что средние ошибки всех углов одинаковы. Назовем прымчный угол при первой вершине хода через  $A_0$ , прымчный угол при вершине  $k+1$  — через  $A_k$ , а все остальные углы полигона — по прежнему через  $A_1, A_2, \dots, A_{k-1}$ .

Все эти углы связаны уравнением

$$A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_{k-1} + A_k + v = \alpha_{k+1} - \alpha_0 + (k+1) \cdot 180^\circ,$$

в котором  $\alpha_0$  и  $\alpha_{k+1}$  суть данные азимуты прымчных сторон, а  $v$  — угловая невязка хода.

Азимуты сторон хода в рассматриваемом случае будут вычисляться по формулам

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \alpha_0 + 180^\circ - A_0 - \frac{v}{k+1} \\ x_2 &= \alpha_0 + 2 \cdot 180^\circ - A_0 - A_1 - \frac{2v}{k+1} \\ &\dots \\ x_s &= \alpha_0 + s \cdot 180^\circ - A_0 - A_1 - A_2 - \dots - A_{s-1} - \frac{s \cdot v}{k+1} \\ x_{s+1} &= \alpha_0 + (s+1) \cdot 180^\circ - A_0 - A_1 - \dots - A_s - \frac{(s+1)v}{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Сделаем существенное предположение, что  $v$  — есть сумма случайных ошибок углов  $A_0, A_1, \dots, A_k$ .

Вычисляя формулу

$$\begin{aligned} m^2_{x_{k+1}} &= \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial d_1} \right)^2 m^2_{d_1} + \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial d_2} \right)^2 m^2_{d_2} + \dots + \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial d_k} \right)^2 m^2_{d_k} + \\ &+ \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_1} \right)^2 m^2_{A_1} + \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_2} \right)^2 m^2_{A_2} + \dots + \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_{k-1}} \right)^2 m^2_{A_{k-1}} + \\ &+ \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_0} \right)^2 m^2_{A_0} + \left( \frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_k} \right)^2 m^2_{A_k}. \end{aligned}$$

необходимо иметь в виду, что

$$v = x_{k+1} - \alpha_0 + (k+1) \cdot 180^\circ - A_0 - A_1 - \dots - A_k.$$

Поэтому имеем:

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial A_{s-1}} = - \frac{\partial v}{\partial A_{s-1}} \frac{1}{k+1} = + \frac{1}{k+1};$$

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial A_{s-1}} = \frac{2}{k+1}; \quad \frac{\partial \alpha_3}{\partial A_{s-1}} = \frac{3}{k+1};$$

$$\frac{\partial \alpha_{s-1}}{\partial A_{s-1}} = \frac{s-1}{k+1};$$

$$\frac{\partial \alpha_s}{\partial A_{s-1}} = -1 + \frac{s}{k+1};$$

$$\frac{\partial \alpha_{s+1}}{\partial A_{s-1}} = -1 + \frac{s+1}{k+1}; \quad \frac{\partial \alpha_k}{\partial A_{s-1}} = -1 + \frac{k}{k+1}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_{s-1}} &= \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_1} \cdot \frac{\partial \alpha_1}{\partial A_{s-1}} + \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_2} + \dots + \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_s} \cdot \frac{\partial \alpha_s}{\partial A_{s-1}} + \\ &+ \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_{s+1}} \cdot \frac{\partial \alpha_{s+1}}{\partial A_{s-1}} + \dots + \frac{\partial x_{k+1}}{\partial \alpha_k} \cdot \frac{\partial \alpha_k}{\partial A_{s-1}}; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_{s-1}} = -\frac{1}{k+1} [d_1 \sin \alpha_1 + 2d_2 \sin \alpha_2 + 3d_3 \sin \alpha_3 + \dots + (s-1)d_{s-1} \sin \alpha_{s-1}] - \\ - \left[ \left( -1 + \frac{s}{k+1} \right) d_s \sin \alpha_s + \left( -1 + \frac{s+1}{k+1} \right) d_{s+1} \sin \alpha_{s+1} + \dots + \right. \\ \left. + \left( -1 + \frac{k}{k+1} \right) d_k \sin \alpha_k \right];$$

$$\frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_s} = -\frac{1}{k+1} (d_1 \sin \alpha_1 + 2d_2 \sin \alpha_2 + \dots + kd_k \sin \alpha_k) + \\ + (d_s \sin \alpha_s + d_{s+1} \sin \alpha_{s+1} + \dots + d_k \sin \alpha_k) = \sigma + (y_{k+1} - y_s).$$

Нетрудно видеть, что все производные  $x_{k+1}$  по разным  $A$  отличаются от прежде найденных только на постоянный член

$$\sigma = -\frac{1}{k+1} (d_1 \sin \alpha_1 + 2d_2 \sin \alpha_2 + \dots + k d_k \sin \alpha_k).$$

Поэтому имеем равенства:

$$\frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_0} = \sigma + y_{k+1} - y_1;$$

$$\frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_1} = \sigma + y_{k+1} - y_2;$$

.....

$$\frac{\partial x_{k+1}}{\partial A_k} = \sigma + y_{k+1} - y_{k+1}.$$

Формула для  $m_{x_{k+1}}$  напишется теперь так:

$$m_{x_{k+1}}^2 = \sum_1^k \cos^2 \alpha_s m_{d_s}^2 + m_A^2 [(y_{k+1} - y_1)^2 + (y_{k+1} - y_2)^2 + \dots + (y_{k+1} - y_k)^2] + \\ + m_A^2 \{(k+1) \sigma^2 + 2\sigma [(y_{k+1} - y_1) + (y_{k+1} - y_2) + \dots + (y_{k+1} - y_k)]\}.$$

Но по формулам (2) имеем:

$$y_{k+1} - y_1 = d_1 \sin \alpha_1 + d_2 \sin \alpha_2 + d_3 \sin \alpha_3 + \dots + d_k \sin \alpha_k;$$

$$y_{k+1} - y_2 = d_2 \sin \alpha_2 + d_3 \sin \alpha_3 + \dots + d_k \sin \alpha_k;$$

$$y_{k+1} - y_3 = d_3 \sin \alpha_3 + \dots + d_k \sin \alpha_k;$$

.....

$$y_{k+1} - y_k = d_k \sin \alpha_k;$$

$$(y_{k+1} - y_1) + (y_{k+1} - y_2) + (y_{k+1} - y_3) + \dots + (y_{k+1} - y_k) =$$

$$= d_1 \sin \alpha_1 + 2d_2 \sin \alpha_2 + 3d_3 \sin \alpha_3 + \dots + kd_k \sin \alpha_k = -(k+1)\sigma.$$

Таким образом получаем:

$$m_{x_{k+1}}^2 = \sum_1^k \cos^2 \alpha_s m_{d_s}^2 + \\ + m_A^2 \{ (y_{k+1} - y_1)^2 + (y_{k+1} - y_2)^2 + \dots + (y_{k+1} - y_k)^2 - (k+1) \sigma^2 \}; \\ m_{x_{k+1}}^2 = \sum_1^k \cos^2 \alpha_s m_{d_s}^2 + m_A^2 \{ (y_{k+1} - y_1)^2 + (y_{k+1} - y_2)^2 + \dots + (y_{k+1} - y_k)^2 \} - \\ - m_A^2 \left\{ \frac{(d_1 \sin \alpha_1 + 2d_2 \sin \alpha_2 + \dots + kd_k \sin \alpha_k)^2}{k+1} \right\}. \quad (11)$$

$$m_{y_{k+1}}^2 = \sum_1^k m^2 d_s \sin^2 \alpha_s + m_A^2 \{ (x_{k+1} - x_1)^2 + (x_{k+1} - x_2)^2 + \dots + (x_{k+1} - x_k)^2 \} - \\ - m_A^2 \left\{ \frac{(d_1 \cos \alpha_1 + 2d_2 \cos \alpha_2 + \dots + kd_k \cos \alpha_k)^2}{k+1} \right\}. \quad (12)$$

Отсюда же для невязки  $M$  полигона сравнительно короткого, растянутой формы, с примерно равными сторонами, имеем

$$M^2 = f^2 [d]^2 + \mu^2 \sum_1^k d + m_A^2 \{ D_{1,k+1}^2 + D_{2,k+1}^2 + \dots + D_{k,k+1}^2 \} - \\ - \frac{m_A^2}{k+1} \left[ d_1 \cos \alpha_1 + 2d_2 \cos \alpha_2 + \dots + kd_k \cos \alpha_k \right]^2 - \\ - \frac{m_A^2}{k+1} \left[ d_1 \sin \alpha_1 + 2d_2 \sin \alpha_2 + \dots + kd_k \sin \alpha_k \right]^2. \quad (13)$$

В случае замкнутого полигона азимут  $\alpha_1$  безошибочен, точка  $k+1$  совпадает с точкой первой и поэтому примычный угол  $A_0$  исчезает, угловая невязка делится на  $k$  частей, а  $\sigma$  становится равным

$$-\frac{1}{k} \left[ d_2 \sin \alpha_2 + 2d_3 \sin \alpha_3 + \dots + (k-1)d_k \sin \alpha_k \right];$$

для этого случая

$$M^2 = \mu^2 \sum_1^k d + \delta^2 + m_A^2 \{ D_{1,2}^2 + D_{1,3}^2 + \dots + D_{1,k}^2 \} - \\ - \frac{m_A^2}{k} \left[ d_2 \sin \alpha_2 + 2d_3 \sin \alpha_3 + \dots + (k-1)d_k \sin \alpha_k \right]^2 - \\ - \frac{m^2}{k} \left[ d_2 \cos \alpha_2 + 2d_3 \cos \alpha_3 + \dots + (k-1)d_k \cos \alpha_k \right]^2. \quad (14)$$

Теперь следует выяснить, когда формулы (13) и (14) могут применяться без всяких ограничений.

В основе вывода этих формул лежит предположение, что  $v$  есть сумма случайных ошибок в углах. Однако для справедливости такого предположения нужно прежде всего потребовать, чтобы величина  $z$  была ничтожна по сравнению с  $m_0$ . Если ошибки, обусловленные неправильностями центрирования инструмента и вех или миц, служащих для визи-

рования, одного порядка или превышают ошибку измерения угла теодолитом, то такие ошибки нужно считать за поправки, которыми мы пренебрегаем, и их скорее следует отнести к разряду хотя и мелких, но грубых ошибок, чем к разряду чисто случайных ошибок (для которых вероятность появления возрастает вместе с убыванием величины ошибки). Из-за этих отброшенных поправок, мы не можем вполне утверждать, что средняя ошибка суммы углов равна  $m_A \sqrt{k} + 1$ . Нередко получается, что значение  $m_A$  в полигоне, выведенное по формуле

$$m_A = \sqrt{\frac{1}{z} \left( \frac{v_1^2}{n_1} + \frac{v_2^2}{n_2} + \dots + \frac{v_z^2}{n_z} \right)},$$

превышает то значение  $m_A$ , которое следовало бы ожидать; это обстоятельство подтверждает сделанные предположения о значении ошибок от неправильного центрирования инструмента и вех.

Вообще, хотя об односторонних ошибках в углах никогда не поднимается речи, но нужно помнить общее правило, что чем крупнее случайные ошибки, тем крупнее и систематические.

Ввиду изложенного я полагаю, что формулу (13) можно применять, если при помощи добавочных мер или вспомогательных приборов достигается ничтожность  $z$  и однообразие визирований на левый и правый предметы; такие условия имеют место в России при прокладке главных полигонов в больших городах.

Очевидно, что формулу (14) можно применять при сторонах полигона, больших 100—150 сажен, если действительно угловая невязка была распределена в полигоне более или менее равномерно; в большинстве случаев русской практики, однако, исправление измеренных углов сопровождается округлением их до целых минут, причем равномерность распределения нарушается весьма ощутительно. Имея это в виду, а также то, что полигоны со сторонами, большими 150 сажен, встречаются редко, — должно заключить, что в условиях русской практики применение формулы (14) будет весьма ограничено.

Необходимо иметь в виду, что добавочный член этой формулы

$$-\frac{m_A^2}{k} \left[ d_2 \sin \alpha_2 + 2d_3 \sin \alpha_3 + \dots + (k-1)d_k \sin \alpha_k \right]^2 - \\ -\frac{m_A^2}{k} \left[ d_2 \cos \alpha_2 + 2d_3 \cos \alpha_3 + \dots + \right]^2$$

по сравнению с формулой (10) сильно влияет на числовое значение  $M$ ; примерно влияние ошибок углов в формуле (14)\* будет в полтора раза менее, чем в формуле (10). Этот значительный эффект достигается, конечно, не способом распределения угловой невязки, а переходом от в ис я ч е г о полигона к полигону, заключенному между двумя безошибочными направлениями. Другими словами, при сторонах полигона от 50 до 150 сажен и сравнительно неравномерном распределении угловой невязки мы в замкнутом полигоне все-таки будем иметь после принятия в расчет условия замкнутости при определении азимутов среднюю невязку  $M$ , заметно меньшую, чем определяемая по формуле (10). Отсюда вытекает важное заключение, что в замкнутых полигонах, измеряемых в обычных условиях измери-

\* В формуле собственно имеем квадрат этого влияния.

тельной русской практики, средняя невязка  $M$  меньше вычисляемой по формуле (10) и больше вычисляемой по формуле (14), при этом, чем больше длины сторон полигона, тем эта невязка ближе к определяемой формулой (14).

Так как при измерении углов одноминутным теодолитом наибольшее числовое значение в формуле невязки имеет член, выражающий влияние ошибок углов, то из изложенного делаем еще такое заключение: правильным уравниванием измеренных значений углов достигается значительное понижение ошибок в координатах определяемых точек; в практике поэтому целесообразно делать уравнивание сразу в сети полигонов, образованных многоугольником и диагональными ходами.

Если формулы (9) и (13) применяются к полигону растянутой формы и с равными длинами сторон, то

$$D_{2,k+1} = (k-1)d; \quad D_{3,k+1} = (k-2)d.$$

$$D^2_{2,k+1} + D^2_{3,k+1} + \dots + D^2_{k,k+1} = \left\{ (k-1)^2 + (k-2)^2 + \dots + 1 \right\} d^2 = \\ = \frac{k(k-1)(2k-1)}{6};$$

$$M^2 = f^2 \cdot (kd)^2 + \mu^2 \cdot kd + m_A^2 \cdot d^2 \cdot \frac{k(k-1)(2k-1)}{6}; \quad (9')$$

$$D^2_{1,k+1} + D^2_{2,k+1} + \dots + D^2_{k,k+1} = \frac{(k+1) \cdot k(2k+1)}{6} d^2;$$

$$\frac{1}{k+1} (d_1 \cos \alpha_1 + 2d_2 \cos \alpha_2 + \dots + kd_k \cos \alpha_k)^2 +$$

$$+ \frac{1}{k+1} (d_1 \sin \alpha_1 + 2d_2 \sin \alpha_2 + \dots + kd_k \sin \alpha_k)^2 =$$

$$= \frac{1}{k+1} \left[ d_1 + 2d_2 + \dots + kd \right]^2 = \frac{1}{k+1} \left[ 1 + 2 + 3 + \dots + k \right]^2 d^2 = \\ = \frac{(k+1)d^2}{4};$$

$$M^2 = f^2 k^2 d^2 + \mu^2 kd + m_A^2 \cdot d^2 \cdot \frac{k(k+1)(k+2)}{12}. \quad (13')$$

### 3.

Вопрос о допустимой невязке в полигонном ходе рассматривается в статьях Н. Н. Веселовского и Н. Н. Рождественского, помещенных в трудах Топографо-геодезической комиссии, в «Курсе низшей геодезии» проф. С. М. Соловьева и в некоторых других сочинениях по геодезии.

Замечательно, что в таком полном курсе геодезии, каким является в последнем своем издании курс Иордана, нет вывода формул для предвычисления невязки; во втором томе курса Иордана мы находим лишь указание на то, что «теоретически» определить допускаемую невязку «очень трудно», а в дальнейшем автор отводит место для предвычисле-

ния попречного сдвига только для хода с равными сторонами, имеющими одно направление; формулы, получаемые при этом Иордашем, являются частным видом формул (10) и (13), если в последних удержать лишь члены с  $m_A^2$  (что и должно сделать при вычислении попречного сдвига) и положить  $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0$ .

В статьях и курсах русских авторов вывод формулы для предвычисления невязки совершается довольно просто; при этом все авторы получают формулу (для случая вычисления азимутов по измеренным углам) одну и ту же, но не совпадающую с формулой (10).

Для выяснения обратимся к 209—212 страницам курса проф. С. М. Соловьева; мы увидим здесь, что вывод формулы невязки основан на утверждении, что

$$m_{x_n}^2 = [m_x^2]; \quad m_{y_n}^2 = [m_y^2].$$

Другими словами, величины  $d_1 \cos \alpha_1, d_2 \cos \alpha_2, d_3 \cos \alpha_3, \dots d_k \cos \alpha$  рассматриваются независимыми между собой, что очевидно неверно, так как  $d_s \cos \alpha_s$  есть функция углов  $A_1, A_2, A_3, \dots A_{s-1}$ , а приращение  $d_{s-1} \cos \alpha_{s-1}$  есть функция всех тех же углов, кроме  $A_{s-1}$ ; для получения  $m_{x_n}^2$  нельзя поэтому брать сумму квадратов средних ошибок в приращениях координат.

#### 4.

Формулами для  $m_{x_{k+1}}$ ,  $m_{y_{k+1}}$  и  $M$  можно и следует пользоваться для суждения о том, достигнута ли или достижима ли та точность, которая обусловливается целями работы; для заключений о пригодности инструментов и тех или иных вспомогательных средств для намечания самого расположения полигонных ходов. В большинстве случаев русской землемерной практики придется при этом пользоваться формулой (10) и ей предшествующими. Невозможность точного учета влияния односторонних ошибок в сторонах при произвольной форме полигона не является в русской практике препятствием для указанного применения этих формул. В самом деле, мы имеем дело с замкнутыми полигонами, имеющими периметр часто в 8—10 вёрст, в которых средняя ошибка угла близка (меньше)  $\pm 1'$ . В таких полигонах влияние ошибок углов дает главнейший член в формулах: (10) для  $M$  и ей предшествующих для  $m_{x_{k+1}}$  и  $m_{y_{k+1}}$ ; отбрасывание члена  $\delta^2$ , выражающего влияния односторонних ошибок в длинах сторон, так мало, сравнительно, влияет на числовое значение  $M$  или  $m_{x_{k+1}}$ , что все заключения, сделанные на основании указанных формул, остаются справедливыми, тем более, что как уже было указано, член с  $m_A^2$  в формуле (10) имеет большее значение, чем получающееся при вычислении азимутов по исправленным углам.

В практике всегда получает особый интерес вопрос о так называемой допустимой невязке, под которой понимают наибольшее значение невязки, обусловленной лишь независимыми погрешностями, так что получение невязки большей допустимой вынуждает браковать работу и отыскивать в ней грубые ошибки.

Нужно иметь в виду, что вероятность предположения, что истинная ошибка наблюденной величины менее средней ошибки той же величины, равна 0,68; с вероятностью 0,954 мы утверждаем, что истинная ошибка величины менее удвоенной средней ошибки той же величины.

Хотя установление той вероятности присутствия грубых ошибок, которая практически должна быть принимаема за достоверность, есть дело инструкций, но и для самого лица, производящего измерения, полезно иметь пределы ошибок, установленные на основании изучения опыта.

При повышенных требованиях к работе и при благоприятных ее условиях, что обычно имеет место при съемках городов, следует и вероятность 0,68 признать достаточно высокой, чтобы не мириться с случаями, когда невязки полигона более значения  $M$ , рассчитываемого по формуле (13).

В условиях полевых землемерных работ в России средства, находящиеся в руках измерителя, не всегда обеспечивают полную аккуратность исполнения, поэтому здесь и случайные и односторонние ошибки могут чаще достигать своих предельных значений, чем это предполагается в теории. Это заставляет применять для оценки средней ошибки в таких случаях формулу (10), а допустимую невязку считать близкой к так называемой предельной невязке. Так как предельная ошибка менее устроенной средней ошибки, а  $M$ , вычисляемое по формуле (10), более среднего значения невязки, то можно предельное значение  $N$  невязки считать равным  $2M$ .

## 5.

Теперь надлежит определить числовое значение коэффициентов  $f$ ,  $\mu$  и  $m_A$ .

Для  $f$  при благоприятных условиях измерений следует принять значение, определенное из опытов в Германии, равное  $\pm 0,00018$ .

Из опытов, произведенных Лорбером в Германии, по переводу метров в сажени, для  $\mu$  имеем следующие значения:

для местности I класса . . . . .	$\mu_1 = 0,0031$
II . . . . .	$\mu_{II} = 0,0038$
III . . . . .	$\mu_{III} = 0,0045$

Из выводов значений  $\mu$ , сделанных русскими, нужно указать:

$\mu_1 = 0,0015$ , полученное И. А. Ивероновым из съемочных работ в Симферополе;

$\mu_1 = 0,0012$ , полученное Н. Н. Рождественским по результатам землемерных работ в Донской области;

$\mu_1 = 0,0023$ , полученное С. М. Соловьевым по результатам работ в Харькове, и выводы значений  $\mu$ , полученные Н. Н. Веселовским\* из работ студентов Межевого Института, которые колеблются от 0,002 при благоприятных условиях до 0,009 в случаях явно неблагоприятной местности, причем число случаев, когда  $\mu$  оказывается заключенным в пределах от 0,004 до 0,006, является преобладающим.

Отсюда можно сделать заключение, что в благоприятных условиях в России получаются меньшие значения  $\mu$ , чем в Германии; но в неблагоприятных условиях  $\mu$  достигает в России значений, существенно превышающих  $\mu_{III}$ , найденное в Германии; все это можно, думается, объяснить тем, что теперь в России употребляют ленту более тяжелую, чем те, которые были при сравнительно давних опытах в Германии. Мы

\* Здесь уместно указать, что в статье «Контроль результатов линейных измерений» Н. Н. Веселовский ошибочно переводит  $\mu$  из метров в сажени.

примем:  $\mu_i = 0,0025$ , как среднее из значений, полученных в Германии и России;  $\mu_{II} = 0,0040$ , так как хотя из работ студентов Межевого Института в большинстве случаев среднее значение  $\mu$  как будто оказывается равным 0,005, но это же большинство случаев относится к рыхлой почве, почему при почве средней плотности (местность II класса)  $\mu$  будет менее 0,005 и среднее из германских и русских определений становится менее 0,0044;  $\mu_{III} = 0,0060$ , так как из русских опытов как будто среднее значение  $\mu_{III}$  около 0,007.

При определении  $m_A$  имеем

$$m_A^2 = m_0^2 + z^2.$$

Из большого материала, собранного межевым инженером Н. Н. Рождественским (Труды Топографо-геодезической комиссии), следует, что  $m_0 = \pm 0',43$ , если в выводе угла из полного приема удерживать  $\frac{1'}{4}$ ; в действительных работах часто отбрасывают  $\frac{1'}{4}$  и потому следует  $m_0$  считать равным  $\pm 0',5$ .

Величина  $z$  определяется по формуле Гельмерта

$$z^2 = \frac{c^2 e^2}{a^2 b^2 \sin^2 1''} + \frac{e_1^2}{\sin^2 1''} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right).$$

Если длину стороны полигона принять постоянною и равною 50-ти саженям, то в большинстве случаев в таких полигонах можно в трубу теодолита наблюдать деревянный кол, забитый в смежной вершине, и имеющий толщину 0,02—0,03 сажени; в этих условиях  $e$  и  $e_1$  нужно считать не превышающими  $\pm 0,004$  сажени, а  $z$  менее  $\pm 0',65$ ; следовательно,  $m_A$  для полигонов с длинами сторон в 50 сажен нужно предполагать меньшим несколько  $\pm 0',8$ .

При сторонах, больших 80—100 сажен, приходится наводить трубу теодолита на веху, поставленную на глаз отвесно и часто сзади кола, которым до измерения угла обозначили последнюю вершину; в этом случае  $e$  по прежнему близко к  $\pm 0,004$ , но  $e_1$  может возрасти, в зависимости от того, имеем ли мы местность волнистую или заросшую, или нет; вследствие такого увеличения  $e_1$ , изменение  $z$  вместе с изменением расстояний  $a$ ,  $b$ ,  $c$  от 50 до 150 сажен будет не то, обратно пропорциональное расстояниям, которое предсказывается обычно на основании формулы Гельмерта.

Из результатов съемочных работ в Симферополе, на которые уже приходилось указывать, по моему подсчету  $e_1 = \pm 0,004$  сажени, хотя вехи устанавливались при помощи штатива с кардановым привесом. В работах межевого инженера Фосса (Землемерное Дело, 1912 г.)  $e_1 = \pm 0,008$  сажени.

Однако, подсчеты  $e_1$  из полигонов симферопольских и Фосса, как имеющих сильно колеблющиеся длины сторон, дают преувеличенное значение  $e_1$ . Среднее из  $z^2$  для малых сторон здесь более среднего из всех  $z^2$ , приурочиваемого к среднему значению длины стороны.

Полагая для случая визирования на веху, устанавливаемую сзади кола и отвесно на глаз,  $e_1 = \pm 0,006$ , мы поэтому будем близки к истине, и можем сказать, что при постоянном значении длины стороны полигона в 100 сажен, среднее значение  $z$  в полигоне менее  $\pm 0',4$  и  $m_A$  менее  $\pm 0',65$ . Только при сторонах, больших 200 сажен,  $z$  становится пренебрежимым по сравнению с  $m_0$ .

Таким образом, предполагая длины сторон полигона сравнительно мало колеблющимися, на основании приведенных данных и подсчетов имеем:

при длине стороны полигона в 50 саж.	$m_A^{50} \approx \pm 0',8$
" " " 100 "	$m_A^{100} \approx \pm 0',65$
" " " 200 "	$m_A^{200} \approx \pm 0',5$

В действительности, в полигонах, наиболее часто встречающихся, длины сторон колеблются в значительных пределах, а поэтому среднее значение  $m_A$  в полигоне, отнесенное к среднему значению  $d_m$  длины его стороны, может оказаться несколько большим подсчитанного вышеупомянутым порядком значения  $m_A$  для полигона со сторонами постоянной длины и равной именно  $d_m$ . Это может быть следствием значительного возрастания значений  $z$  для сторон, меньших средней  $d_m$  и почти равенства значений  $z$  для сторон длиною  $d_n$  и  $2d_m$ . Понимая под средней длиной стороны полигона, конечно, не среднее арифметическое, из длин сторон, а такую длину, которую имеет наибольшее число сторон, находим из работ И. А. Иверонова в Симферополе для средней длины стороны, меньшей несколько 40 сажен,  $m_A^{40} = \pm 0,97$ ; из работ же А. В. Фосса (Землемерное Дело, 1911 г.) при средней длине стороны в 60 сажен  $m_A^{60} = + 0,65$ .

Все приведенные цифры и соображения позволяют сделать вывод: если большинство сторон полигона имеет длину, меньшую 40 сажен, то для углов такого полигона  $m_A$  больше  $\pm 1'$ ; если стороны полигона больше 50 сажен, то  $m_A$  меньше  $\pm 1'$ . Так как в большинстве полигонов, измеряемых в обычных условиях русской практики, стороны, большие 50 сажен, преобладают, то очевидно  $m_A$  можно считать равным  $\pm 0',8$ ; так как в таких полигонах для угла в  $45^\circ z \gtrless 0',45$ , а для угла в  $180^\circ z \gtrless 0',65$ , то очевидно, что постоянство  $m_A$  соблюдается в них в достаточной степени.

Подставляя найденные значения коэффициентов в выведенные ранее формулы, выражая при этом  $d$  и  $D$  в сотнях сажен и обозначая периметр многоугольника через  $P^*$ ,  $d_k \sin \alpha_k = \Delta y_k$ ,  $d_k \cos \gamma_k = \Delta x_k$ , а также предполагая измерение линий стальнойю 10-ти саженною лентою, выражим наши результаты в виде следующих формул:

I) Для основных полигонов в городских съемках, при употреблении центрирных приборов

$$M^2 = 0.0003 P^2 + 0.000625 P + m_A^2 \sin^2 1' \{ D_{1,k+1}^2 + D_{2,k+1}^2 + \dots + D_{k,k+1}^2 \} - \frac{m_A^2 \sin^2 1'}{k+1} (\Delta x_1 + 2\Delta x_2 + 3\Delta x_3 + \dots + k\Delta x_k)^2 - \frac{m_A^2 \sin^2 1'}{k+1} (\Delta y_1 + 2\Delta y_2 + 3\Delta y_3 + \dots + k\Delta y_k)^2,$$

а в случае примерно равных сторон и растянутой формы полигона

$$M^2 = 0.0003 P^2 + 0.000625 P + m_A^2 \sin 1' d^2 \cdot \frac{k(k+1)(k+2)}{12},$$

где  $k + 1$  — число вершин хода, считая и совпадающие с опорными точками начальную и конечную вершины;  $m_{k+2}^2$  — определяется из специаль-

\* Тоже выраженный в сотнях сажен.

ных исследований, так как в указанном случае измерения углов делают-  
ся часто 30" теодолитами.

II) Для полигонов замкнутых, со сторонами, в общем боль-  
шими 50-ти сажен, с измерением углов малым одноминутным теодолитом  
без центрирующих приборов средняя невязка

$$M^2 = 0,000625 \sum d_1 + 0,0016 \sum d_{\text{II}} + 0,0036 \sum d_{\text{III}} + \\ + 0,000544 \{D^2_{1,2} + D^2_{1,3} + \dots + D^2_{1,k}\} + \delta^2.$$

Допускаемая предельная невязка

$$N^2 = 4\delta^2 + 0,0025 \sum d_1 + 0,0064 \sum d_{\text{II}} + 0,0144 \sum d_{\text{III}} + \\ + 0,000218 \{D^2_{1,2} + D^2_{1,3} + \dots + D^2_{1,k}\}.$$

В последней формуле для  $M^2$  следует  $\delta^2$  вовсе отбросить (см. § 4);  
в формуле же для  $N^2$  можно  $4\delta^2$  заменить через приближенно подсчи-  
танное предельное значение влияния различий величин  $f$  в разных частях  
полигона. Если разделить полигон одною из наибольших его диагона-  
лей  $D_{\max}$  на две примерно симметричные части и предположить, что  
в одной из таких частей коэффициент односторонней ошибки длины  
равен  $-f$ , а в другой  $+f$ , то, присыпывая  $f$  значение, получаемое из  
опытов при неблагоприятных условиях, мы при сделанных предположе-  
ниях несомненно близко подходим к предельному влиянию различия  
односторонних ошибок в длинах сторон полигона на образование его  
невязки. Поэтому в формуле для  $N$  можно считать  $2\delta$  равным  
 $\pm 2f_{\max} \cdot D_{\max}$ . Так как по прусской инструкции при неблагоприятных  
условиях  $f = 0,00024$ , то можно приближенно считать  $4\delta^2$  равным  
 $0,0023 D_{\max}^2$ .

## ГЕОДЕЗИЧЕСКОЕ И ТОПОГРАФИЧЕСКОЕ ДЕЛО В СССР

(Напечатана в журнале «Геодезист», 1927 г., № 11, стр. 14—33)

В XVIII столетии, при императрице Елизавете, начинаются в России попытки приступить к составлению карты государства: Академия Наук проявляет в этом деле инициативу, посыпает ряд экспедиций для определения географического положения ряда пунктов; академик Делиль начинает подготовку к «карографической съемке» государства. Но все эти попытки скоро замирают. При Екатерине началось генеральное межевание, которое должно было попутно доставить «уездные» карты без какой-либо, однако, геодезической основы.

Войны Наполеона отразились существенным образом на геодезическом и топографическом деле в России: необходимость иметь для целей обороны точные топографические карты заставила учредить в 1822 году Военно-Топографическое Депо, которое получает задание исполнять однако не только военно-топографические съемки в районах приграничных, но и общую топографическую съемку государства. В 1877 г. правительство указывает Военно-Топографическому управлению вести свою работу исключительно для целей обороны; одновременно царское правительство не озабочилось передачей задачи топографического изучения страны в общих целях какому-либо иному учреждению. По установившейся традиции Корпус Военных Топографов и после 1877 года ведет некоторые геодезические работы общего значения, причем эта часть его деятельности начинает усиливаться с 1908—1909 гг., воплощаясь в стремление исполнить триангуляцию I класса и сеть нивелирования высокой точности на всей территории Европейской России и в части Азиатской России. Однако война 1914 г. и последующие за ней события не позволили развернуться в достаточной степени этим начинаниям ВТУ, а в 1919 г. советская власть учредила Высшее Геодезическое Управление, которое предназначено было осуществлять для нужд народного хозяйства и промышленности геодезическое и топографическое дело на всей территории СССР.

Об этом важном и мудром распоряжении рабоче-крестьянского правительства мы будем еще говорить ниже, а теперь кратко приведем, что было сделано по части геодезии, топографии и картографии в СССР до 1919 г. К восьмидесятым годам прошлого столетия старые триангуляции Корпуса Военных Топографов охватили значительную часть бывшей Европейской России, но при достаточной густоте триангуляции только в некоторых приграничных районах Польши; в других частях Европейской России остались огромные площади, не заполненные триангуляцией, а лишь окаймленные рядами треугольников. Все эти старые триангуляции исполнялись без общего плана, так что общая сводка их оказалась

и крайне затруднительной, и приводящей к результатам, имеющим лишь картографическое значение; но главным недостатком этих старых триангуляций было отсутствие заложенных под тригонометрическими сигналами центров. В результате, эти старые триангуляции нужно считать утратившими; только некоторые колокольни, определенные, как точки III класса, уцелевшие до сих пор и не перестроенные, — вот что осталось от этих обширных триангуляций КВТ. Но даже эти немногие пункты принесли существенную пользу, позволив в разных районах поставить топографические работы Высшего Геодезического Управления, не дожидаясь общего триангулирования государства.

В начале 90-х годов прошлого столетия КВТ приступает к систематическому заполнению сплошной триангуляцией, так называемого, Западного пограничного пространства, доводя эту триангуляцию к 1917 г. до линии Ленинград — Витебск — Киев — Одесса.

Начиная с 1870 года КВТ развивает триангуляции в Туркестане, а с 1907 г. — приступает к тригонометрическим работам в Сибири, в Семипалатинской области, в Забайкалье, на Дальнем Востоке. С 1910 г. Корпус Военных Топографов приступает к созданию новой первоклассной триангуляции, ставя это дело в общегосударственном масштабе.

Триангуляции местного значения исполнялись еще следующими учреждениями и ведомствами:

а. Горное Ведомство исполнило превосходную триангуляцию Донецкого каменно-угольного бассейна под руководством проф. В. И. Баумана, не потерявшую до сих пор своего значения.

б. Межевое Ведомство в Терской и Кубанской областях и в Закавказье исполнило триангуляции III класса на основе сетей I и II класса Корпуса Военных Топографов; эти межевые триангуляции велись довольно упрощенно, но все-таки до сих пор, благодаря своей густоте, могут быть использованы для постановки топографической съемки.

в. Переселенческое Управление в Сибири выполнило ряд триангуляций в порядке развития местных сетей II класса в Тобольской, Омской, Томской, Енисейской, Иркутской губерниях, на Дальнем Востоке, в Казахстане; частью эти триангуляции велись упрощенно и без закрепления на местности и хотя покрыли большие площади, но давно утратили всякое значение, но часть этих триангуляций была исполнена более солидно, однако сюда относятся отдельные цепи, захватывающие вообще незначительные районы.

г. Гидрографическое Управление проложило триангуляцию вдоль всех берегов Черного моря, в Финском и Ботническом заливе, и начало триангуляцию на Мурманском побережье.

Переходя теперь к краткому обзору нивелировок, должно сказать, что геометрические нивелировки были начаты Корпусом Военных Топографов с семидесятых годов, однако первое десятилетие применялись такие методы работы, при которых эти нивелировки не получили значения основных. С 80-х годов КВТ переходит на точные нивелировки; а с 1913 г. вводят нивелировки в высокой точности. Всего Корпусом было исполнено около 35 000 километров основных нивелировок, но, несмотря на этот значительный количественный успех, все-таки создание общей нивелирной сети государства находилось к 1919 г. еще в зачатке. Тем не менее эти нивелировки КВТ, как захватывающие — хотя в виде отдельных линий — огромные пространства, имеют большое значение: ими обеспечилась возможность, для чисто практических целей,

использовать нивелировки по линиям железных дорог, исполненные б. Министерством Путей Сообщения; они позволили отнести к общему уровню нивелировки, исполненные при исследованиях рек и их верховьев: Министерствами Путей Сообщения, Государственных Имуществ, бывшим Отделом Земельных Улучшений и т. д. Возможность начать сразу в нескольких районах топографические работы Высшего Геодезического управления обеспечилась опять-таки благодаря наличию вблизи этих районов марок нивелировок КВТ.

Технических нивелировок в России исполнялось очень много: кроме уже названных выше учреждений, их вели земства, различные частные организации и т. д.; однако только часть железнодорожных нивелировок, по привязке их к маркам КВТ и часть речных нивелировок вошла в общую сводку; значительная же часть материала по линиям изысканным, но не построенным, нивелировки на шоссе, нивелировки земств и т. д. — пропали, или за отсутствием опорной сети, к которой можно было бы сделать привязку, или за полной незаинтересованностью предпринимателей в такой привязке.

Топографические съемки начались собственно с учреждением в 1822 г. Корпуса Военных Топографов; сперва они велись в масштабе 200—250 саженей в дюйме, а затем (с 1844 г.) в масштабе одна верста в дюйме; рельеф изображался штрихами; эти старые съемки охватили Привислинский край и 20 губерний Европейской России. С 1843 г. начинаются так называемые работы Менде, в которых Межевое ведомство, на основании планов генерального межевания и проложенных между астрономическими пунктами полигональных ходов, давало заполнение планшетов контурами, а Корпус Военных Топографов дополнял рельефом. Работы Менде охватили территорию семи губерний: Тульской, Владимирской, Нижегородской, Рязанской, Тамбовской, Симбирской и Ярославской.

Старые съемки КВТ вместе с работами Менде покрыли площадь между бывшей нашей западной границей и примерной линией: Ленинград — Белое озеро — Кострома — Краснококшайск — р. Волга до Стalingрада, обвод границы бывшего Донского Войска, берег Азовского и Черного моря. Этим съемкам срок от 60 до 100 лет, и конечно, они совершенно устарели.

С 1870 г. КВТ ведет настоящую топографическую съемку в масштабе 1 : 21 000 — в Западных пограничных районах, в Крыму, в Финляндии; с 1907 г. эти съемки ведутся в масштабе 1 : 42 000; при установлении новой западной границы почти все эти съемки остались за рубежом.

С 1870 г. КВТ исполняет значительные двухверстные съемки в Туркестане, Сибири, на Дальнем Востоке; эти съемки до сих пор не утратили значения; общую площадь, ими покрытую, можно исчислять около 450 000 км<sup>2</sup>.

Кроме вышеуказанных, КВТ вел еще: полуинструментальные съемки двухверстного масштаба в восточной части Европейской России (Южный Урал), на Северном Кавказе, до 1855 — в Западной Сибири; топографические обследования (в масштабе пять верст в дюйме) для части восточной половины Кавказа, в Закаспийской области; маршрутные съемки по Оби, Иртышу, Лене, Алдану, Колыме и пр. В общем работы КВТ — старые и новые — покрывают в Сибири площадь, равную Европейской России. Обоснованием этих работ служили в небольшой части:

триангуляции, а главным образом астрономические пункты, определенные примерно в количестве 4000.

Обширные съемочные работы были исполнены еще следующими ведомствами: Межевым, Лесным, Горным, Переселенческим Управлением. Все эти съемки, за малыми исключениями, не являются топографическими, так как при их исполнении рельеф не снимался.

Работы Межевого Ведомства подразделяются на генеральное межевание, специальное межевание и столыпинское землеустройство.

За исключением Архангельской губернии, в которой был обмежеван один Шенкурский уезд, генеральное межевание к 50-м годам прошлого столетия охватило почти всю Европейскую Россию.

В общем, съемка контуров при этом межевании и определение границ исполнялись достаточно добросовестно, и при сплошности генерального межевания получался материал, который можно было использовать для картографических целей. Упомянутые работы Менде и являются примером такого использования материалов генерального межевания. При составлении десятиверстной карты материалы генерального межевания в губерниях Олонецкой, Вологодской, Пермской, явились единственными, по которым можно было заполнить эту карту. Что касается специального межевания, следовавшего за генеральным, то в нем ситуация или рисовалась на глаз, или наносилась с устарелых к тому времени планов генерального межевания, так что эти большие землемерные работы, еще раз покрывшие всю территорию Европейской России, ничего не дали для картографирования страны.

Особо следует отметить съемки в Закавказье, в Терской и Кубанской областях: при сплошном характере межевых работ в этих районах они были поставлены на геодезической основе и исполнялись мензулей.

Столыпинское землеустройство, проводившееся около 10 лет, охватило огромную площадь в Центральных, Южных и Юго-восточных губерниях Европейской России; ежегодно работало несколько тысяч землемеров; контуры и границы выбирались и определялись в общем очень тщательно.

Но все эти работы при землеустройстве велись без всякой общей связи, игнорируя даже межи генерального межевания. Накаплялся огромный съемочный материал, но совершенно лоскутного характера, или бросовый с точки зрения картографического использования, или требовавший значительных дополнительных работ для такого использования. Теперь, когда столыпинских меж в натуре уже не найдешь, можно утверждать, что съемочный материал этого землеустройства пропал совершенно.

Лесное ведомство главные работы вело в северных губерниях, покрывая своими съемками очень значительные сплошные площасти. Хотя эти съемки и не привязаны к геодезическим пунктам, за их отсутствием, но система просек, при значительности сплошных лесных массивов, обеспечивают легкость и выгоды использования этих съемок Лесного Ведомства, путем исполнения астрономических работ. Составление карт на северные губернии Европейской части Союза значительно облегчено использованием лесных съемок.

Переселенческое Управление с 90-х годов прошлого столетия вело обширные съемочные работы в Сибири, Туркестане и на Дальнем Востоке, ставя их нередко на геодезической основе в виде местных триангуляций, о которых уже сказано было выше. Эти триангуляции, даже

в одном районе, иногда не связывались друг с другом, а вычислялись в прямоугольных координатах при произвольно взятых осях в каждой триангуляции; иногда съемочные работы не привязывались к пунктам этой триангуляции — или потому, что триангуляция запаздывала, или же потому, что времена съемки она была уже утрачена. Но в общем все-таки путем исполнения дополнительных геодезических работ в большинстве случаев съемки Переселенческого управления можно было бы использовать для картографирования территории. Однако это картографирование выполнялось только по некоторым районам.

Переселенческим же Управлением, начиная с 1907 г., организуются ежегодно по нескольку почвенно-ботанических экспедиций, в состав которых входят астрономы и топографы. Этими экспедициями были определены астрономические пункты по Верхней, Средней и Нижней Тунгускам, по Вилюю, по Алдану, в Семиречье и т. д. и исполнены маршруты по этим рекам и между ними; таким образом получился некоторый новый картографический материал для районов, очень удаленных и совершенно неисследованных.

Остановимся теперь на том, какие карты были созданы на основании съемок, только что перечисленных. На пограничные районы Европейской России Корпус военных топографов издавал одноверстную и двухверстную карту, превосходную по выполнению и по содержанию. Для остальной огромной территории Европейской России — в той ее части, которая была покрыта старыми съемками КВТ и съемками Менде, мы имеем известную трехверстную карту, а на остальную часть Европейской России — т. е. на северные, восточные и юго-восточные губернии — десятиверстную карту.

Конечно, трехверстная карта, начатая изданием в 1845 г., давно устарела, но все-таки она является картой, дающей представление о рельефе местности и о его формах и отвечающей до сих пор целому ряду запросов. Десятиверстная карта, там, где она совпадает с районами, обеспеченными трехверстной картой, страдает лишь частично устарелостью; за пределами этого района она остается хорошей картой там, где были исполнены полуинструментальные съемки КВТ, и обращается только в схему в остальных местах: Северный и Средний Урал, Архангельская губерния, часть Печорского края, часть Заволжья, где собственно не было никаких материалов; изображение элементов местности на такой десятиверстке дано с грубыми ошибками.

На Азиатскую часть СССР составлен целый ряд карт. На часть Семипалатинской и Томской губерний составлены 2-х и 3-х верстные карты по съемкам последнего времени; на Западную Сибирь издана десятиверстная карта частью по съемкам до 1855 года, частью по редким маршрутам; карта эта и устарелая, и не точная.

По своим двухверстным съемкам КВТ издал 2-х верстную карту на Бухару, Уссурийский край, на некоторые районы Амурской области.

Наконец, КВТ изданы на Азиатскую Россию: карта пограничной полосы в масштабе 40 верст в дюйме; карта Азиатской России в масштабе 100 верст в дюйме. При почти полной неизученности территории севернее Сибирской магистрали, стоверстная карта во многих своих частях есть плод фантазии в отношении показания расположения рек и хребтов; в своих северных местах и сороковерстная карта страдает занесением речной системы и орографии по непроверенным «о просьбами сведениям».

\* \* \*

Приведенный исторический очерк показывает, что до 1919 года собственно, все, что было сделано в области топографии и геодезии в СССР, относится почти целиком к деятельности Военно-Топографического управления. Поражает территориальный размах работ этого учреждения, особенно, если принять во внимание, что целый ряд больших работ был проведен еще КВТ на чужих территориях: в Болгарии, Персии, Маньчжурии, Монголии, Корее. Но несомненно, что этот размах обусловился в значительной мере упрощенностью методов прежних работ: как только ВТУ перешло на новые точные съемки, так оно оказалось прикованным к граничным районам; как только оно стало ставить триангуляцию соответственно современным требованиям, так оказалось, что требования обороны сделают осуществление задачи общего триангулирования страны отодвинутым на неопределенное будущее. Уже с 60-х годов прошлого столетия геодезическое и топографическое обслуживание неприграничных районов замирает и совершенно в общем прекращается. Почти в течение пятидесяти лет не обращается внимания и не тратится средств на топографическое изучение и геодезическое обслуживание территории в целях народного хозяйства и промышленности. В результате огромная отсталость; нужно заново ставить государственную триангуляцию почти на всей той части территории государства, которая освобождена промышленностью и сельским хозяйством; нужно почти заново строить общую нивелирную сеть и начинать сначала топографическую съемку государства.

Запросы на геодезический и топографический материал были сравнительно слабы до 1905 г.; затем они начинают проявляться сильнее.

Октябрьская революция выдвинула в основу управления государством и в основу строительства новой жизни — плановость, тщательный учет ресурсов, изучение производительных сил и научный подход в организации всякой большой работы. Очевидно, что без хороших карт и без подробной топографической съемки невозможно проводить плановость в хозяйственном устройстве и использовании огромной территории. Все исследования, связанные с изучением производительных сил, в качестве основы должны быть обеспечены картой. Наконец, ряд больших работ, производящихся на значительных территориях, требуют геодезического обоснования, чтобы иметь постоянный контроль и возможность применения удешевляющих и ускоряющих работу методов.

Поэтому неудивительно, что как только была пережита разруха, вызванная интервенцией и гражданской войной, так сейчас новое устройство государства вызвало к жизни огромный и разнообразный спрос на карту, на топографическую съемку и на геодезическую основу.

Геологическая съемка страны властно требует исполнения топографических работ на огромных площадях; почти с каждым месяцем разведки геологов и горных инженеров выясняют новые районы полезных и драгоценных ископаемых, а следовательно, и новые районы, где срочно требуется выполнить геодезические и топографические работы. Ряд крупных строительств, как Волжстрой, Днепрострой, Семиреченская дорога требуют и геодезической основы, и топографической съемки, и инженерно-геодезических изысканий. В засушливых районах Заволжья и Северного Кавказа намечаются обширные исследования, захватываю-

щие огромные площади и имеющие задачей дать основание к проектированию целой сети ирригационных сооружений.

В ряде республик — Казахстанской, Башкирской, Татарской, Крымской, Азербайджанской — идут работы по сплошному землеустройству на основе детальной триангуляции и сплошной съемки территории. Управление Лесами требует при исполнении лесоустройства громадных лесных массивов на севере геодезического обоснования хотя бы в виде редких астрономических пунктов.

Работы по переселению в Заволжье и на Северный Кавказ начинаются с топографической съемки, охватившей уже и теперь значительные площади. После долгого перерыва возобновилось переселение за Урал.

Заброшенный ранее Север, при переходе торговли и промыслов в руки государства, требует замены фантастических карт новыми. Установление новых административных границ вызывает спрос на хорошую, подробную карту и ряд опорных точек на местности. Само собой разумеется, что гидрогеологические, почвенные, ботанические, статистические и иные обследования, изучение водного стока и т. д. — также требуют подробных топографических карт в общем на всю территорию государства.

Можно сказать, что в сфере геодезии, топографии и картографии Октябрь вызвал огромный запрос и кипучую деятельность: целый ряд учреждений затрачивают средства на исполнение топографических и геодезических работ для самых разнообразных целей.

С другой стороны, оборона страны предъявляет теперь существенно иные требования, чем то было 50 лет тому назад, или даже 20 лет тому назад.

Колоссальная длина фронтов, необходимость точных расчетов в артиллерийской стрельбе, а также при возведении ряда сооружений, разнообразнейшие технические способы борьбы — все это заставляет продумать вновь постановку топографических и картографических работ с целью обороны. Роль военного топографа и военного геодезиста особенно сложна, так как требования к ним предъявляются и со стороны инженерной и технической обороны, и со стороны штаба и командного состава.

Таким образом, современный подход к организации топографо-геодезического дела в СССР должен протекать под знаком многочисленных и разнообразных запросов советского строительства к геодезии и картографии, под знаком органической потребности изучить и овладеть возможно скорее огромной территорией, и под знаком усиления и углубления работы прежнего геодезического учреждения — Военно-Топографического управления — на нужды обороны страны.

Все это выдвигает необходимость особого геодезического учреждения, которое, работая для нужд промышленности и сельского хозяйства, обеспечило бы запросы ведомств и учреждений на топографо-геодезическую основу, выделенную в качестве общей части, из всего разнообразия этих запросов. Эта общая часть необходима всем, но она не склеится из тех частей, которые исполнят в своих специальных заданиях разные учреждения; в то же время она под силу именно только специально к тому предназначенному учреждению вследствие строгих научно-технических к ней требований; выполнение этой общей основы конечно, и разгружает все ведомства, и должно принести значительную экономию сил и средств.

Таким именем учреждением и является Высшее геодезическое управление, а ныне Геодезический Комитет ВСНХ; его учреждение это значительное достижение Октября. Геодезическое и топографическое дело в СССР было признано, как имеющее свои задачи общего значения, свои общие построения и свой план развития. В лице Высшего Геодезического Управления (ВГУ) геодезисты и топографы обрели то учреждение, где они, как производственники, являются хозяевами, в котором они делают общегосударственное дело, исполняя геодезические и топографические работы общего значения, проводимые по научно-обоснованному плану и в соответствии с перспективой развития, вытекающей из запросов народного хозяйства и промышленности.

Казалось бы, что профессиональный долг каждого геодезиста и топографа обязывает к поддержке этого молодого учреждения; казалось бы, что и научные учреждения должны отнести к нему с полным вниманием. Но в жизни многое происходит наоборот. Прежняя традиция, по которой ВТУ считалось единственным учреждением, располагающим достаточной мощью для обслуживания и общих запросов геодезии и топографии, была слишком сильна.

Деятельность ВГУ на первых же шагах должна была столкнуться с вопросом объединения работ, что поставило его в необходимость известной борьбы с разными учреждениями.

Вопрос объединения топографо-геодезической деятельности в стране может быть понимаем по разному, но, конечно, он является важным вопросом, влияющим на организацию всего топографо-геодезического дела. Поэтому нам приходится на нем остановиться в дальнейшем особо, и прежде всего привести наше понимание этого объединения.

Первая задача объединения топографо-геодезической деятельности и заключается в установлении и проведении таких требований к исполнению топографо-геодезических работ специального назначения, которые обеспечивали бы по возможности использование результатов этих работ в общих целях.

Вторая задача — устранение повторности и параллелизма в работе, которые могут возникать, несмотря на осуществление первой задачи. Третья задача заключается: 1) в сосредоточении геодезических и топографических предприятий общего значения — по возможности в одном учреждении, для этого предназначенном; 2) в проведении мер содействия этому учреждению со стороны других учреждений, исполняющих геодезические и топографические работы специального назначения, 3) в согласовании работ геодезических организаций, исполняющих работы общего значения, с запросами других учреждений, поскольку это не нарушает научно-технических оснований геодезических работ.

Декрет Совнаркома от 19 марта 1919 г. возложил на Высшее Геодезическое управление и исполнение топографо-геодезических работ общего значения и объединение топографо-геодезической деятельности в СССР.

Но, конечно, нужно обладать большим авторитетом, чтобы осуществлять задачи объединения топографо-геодезической деятельности, чтобы преодолеть трения и сопротивления отдельных учреждений. Кроме того, по существу этот вопрос «объединения» выдвигал необходимость какой-то организации междуведомственного характера — независящей от учреждений, исполняющих топографо-гео-

дезические работы — все равно общего или специального назначения. В 1919, 1920 и 1921 гг. объединение работ не имело актуального значения, по всем известным причинам. Но и в эти тяжелые годы ВГУ, отрабатывая при участии представителей разных ведомств условные знаки, руководства и инструкции по некоторым видам работ, несомненно способствует осуществлению первой задачи объединения.

В 1922 г., в целях именно выявления и решения ряда вопросов в сфере объединения топографо-геодезических работ, научного освещения ряда вопросов по исполнению основных астрономо-геодезических работ и для личного единения геодезистов и топографов ВГУ организует в Москве первый Всероссийский Геодезический съезд.

Этот многолюдный Съезд, на котором участвовало 240 человек и который привлек всех видных работников в области геодезии, топографии и картографии, в котором приняли участие представители всех учреждений, исполняющих топографо-геодезические работы, прошел с большим успехом. Число всех заслушанных докладов равно 155.

Съезд подтвердил, что ВГУ является учреждением, на которое возложено исполнение основных геодезических и топографических работ, имеющих общегосударственное значение.

Съезд предложил всем ведомствам вести работы по техническим инструкциям, согласованным с ВГУ, и сообщать ему результаты этих работ.

В 1923 г. 1-я конференция Госплана СССР по изучению производительных сил уделяет внимание топографо-геодезической деятельности в СССР и постановляет о необходимости учреждения при Союзном ЦИК Картографо-геодезического комитета, который руководил бы и объединял топографо-геодезическую деятельность в стране. Во исполнение этого постановления Госплан организует при Бюро Съездов Госплана Картографическую Секцию, которая имела довольно неопределенное положение и компетенцию; работа ее заключалась в просмотре планов топографо-геодезических работ, исполняемых разными учреждениями и в разработке проекта постоянного учреждения, состоящего при Госплане СССР и руководящего геодезическою деятельностью. Другими словами, Картографическая Секция была переходной ступенью к учрежденному в 1925 г. Геодезическому Комитету Госплана. За какие нибудь два-три года со времени созыва первого Геодезического съезда конкретно отработалась и осуществлялась в лице Геодезического Комитета Госплана идея особого «в о з г л а в л я ю щ е г о» и внедомственного геодезического учреждения. Высшее Геодезическое управление при этом, конечно, утратило позиции, закрепленные за ним Декретом об его учреждении в отношении задачи объединения топографо-геодезической деятельности в СССР. Геодезический комитет Госплана составлен, как известно, по принципу представительства учреждений; в нем представлены ВТУ, ВГУ, Гидрографическое управление, Геолком, Наркомвнудел, Наркомзем; с октября по май через 2—3 недели созываются заседания; Геодезический Комитет ВСНХ имеет один голос из девяти.

Конечно, Геокомитет Госплана может вполне компетентно установить требования, обеспечивающие использование топографо-геодезических работ специального назначения в общих целях; но осуществление этих требований зависит в значительной мере от своевременной основы, которую даст ВГУ или, при возможности, ВТУ; в то же время это использование в общих целях ведь будет делать ВГУ, которое

очевидно и должно тогда оценить выполнение требований, преподанных Комитетом Госплана. Далее устранение повторности требует, во-первых, подробной информации Комитета Госплана о выполненных работах, а во-вторых, сортирования, систематизации и оценки материалов топографо-геодезических работ, а это в свою очередь требует работы на местах и особой производственной организации в центре. Казалось бы, что раз эта работа по сортированию, систематизации и оценке топографо-геодезических материалов ведется неизбежно в Геодезическом Комитете ВСНХ и в ВТУ, то и вторую задачу объединения Комитет Госплана может ставить, лишь базируясь на ВГУ и ВТУ. Следовательно, работа Комитета Госплана в известной части должна быть органически связана с работой Геодезического Комитета ВСНХ (ВГУ) и направлена на содействие этому учреждению в осуществлении поставленных перед ним задач. Между тем сосредоточение работ общего значения в ВГУ наталкивается в Комитете Госплана на ведомственное представительство.

По тексту Декрета об учреждении Геодезического Комитета Госплана на него возложено не объединение, а «согласование» топографо-геодезических работ. Председатель ГК проф. Ю. М. Шокальский в своем докладе\* «Геодезический Комитет и его значение», сделанном на 1-м Геодезическом Совещании, высказывается так: «Потому, естественно и необходимо, чтобы геодезическими работами разного рода и у нас занимались разные ведомства и учреждения. В этом есть единственный залог быстрейшего движения геодезических изысканий\*\*.

«Каждое учреждение, производящее какую-либо геодезическую работу, должно прежде всего удовлетворить своему собственному заданию, — в этом есть главная цель его действий. Однако, почти всегда, если не совсем всегда, незначительное, по величине дополнительное действие позволяет эту частную геодезическую работу сделать таковою, что ее можно будет использовать и для общегосударственных надобностей».

«Таким образом, значение Геодезического Комитета становится понятным. Назначение же его — согласовывать работы по геодезии, что отнюдь не объединять, так как понятие — «объединение» — заключает в себе всегда какую-то неясно определимую долю принудительности.

При таком вполне свободном обсуждении характера работ и их согласовании в Геодезическом Комитете, невольно, само собою, достигается и общее повышение точности и ценности работ».

Из приведенного ясно, что Геодезический Комитет Госплана не занимается объединением работ. Возможно, что стремление разных ведомств завести свои собственные геодезические части, которые осуществляли бы и построение сетей общего значения, отвечает вполне приведенному взгляду проф. Шокальского. Такое согласование не приведет к раздроблению дела и к распылению геодезических сил?

Геодезическое дело разделяется на ряд предприятий, из которых каждое носит цельный характер. Успех выполнения каждого из этих предприятий совершенно нельзя ставить в зависимость от того, что какое-то учреждение при исполнении задания специального характера когда-то исполнит небольшую часть этого общего предприятия. Такие

\* Труды первого геодезического совещания, приложение 2.

\*\* Разрядка Ф. Н. К.

основные геодезические предприятия должны быть поставлены в государстве, как самостоятельные государственные мероприятия, и находиться в выполнении только специально геодезических учреждений, при чем не исключается участие в этих предприятиях геодезических отрядов и иных учреждений, которые однако выступают тогда, как сотрудники геодезического учреждения и принимают на себя обязательства в отношении подчинения его общему руководству, в отношении методов, места и сроков исполнения работы, а также и контроля со стороны ответственного геодезического учреждения. Использование же геодезическими учреждениями тех материалов, которые доставят топографо-геодезические работы специального назначения, может привести к некоторой экономии в денежных расходах, но не в этом еще заключается решение вопроса изучения громадной территории СССР.

Изложенное выше позволяет сделать вывод, что вопрос регулирования и руководства геодезическим и топографическим делом в СССР— еще не решен и подлежит пересмотру. Но несомненно, что самый факт существования Геодезического Комитета Госплана имеет большое значение, так как совместная работа в нем людей науки с руководителями геодезических учреждений обеспечит в результате правильное развитие дела.

Перейдем теперь к выявлению современного состояния топографо-геодезического дела в СССР. Основными геодезическими предприятиями для СССР в настоящее время по нашему мнению являются:

1. Первоклассная триангуляция с соответствующими астрономическими работами и гравиметрическими исследованиями.

2. Триангуляция II класса, разделяющаяся на два разряда — основные ряды и заполняющие сети — должна доставить в части территории, освоенной промышленностью и сельским хозяйством, не менее 3 пунктов на трапецию  $10' \times 15'$ .

3. Государственное нивелирование 3-х разрядов: высокоточное, точное и техническое повышенной точности, с доведением периметров полигонов около 300 километров.

4. Топографическая съемка масштаба 1 : 50 000 в той же части территории, что и триангуляция II класса.

5. Топографическая съемка масштаба 1 : 100 000 в переходной зоне от зоны устойчивого земледелия к притундровой и тундровой зонам, а также в пустынных засушливых районах на юго-востоке Европейской части СССР и в Туркестане.

6. Составление карты северных районов СССР на основании астропунктов и топографических обследований — в масштабе от 1 : 200 000 1 : 500 000.

7. Издание карт масштаба 1 : 50 000, 1 : 100 000, 1 : 200 000, 1 : 500 000.

8. Научная обработка геодезических материалов.

Триангуляция I класса исполняется по общему проекту, составленному и принятому совместно с ВГУ и ВТУ в 1924 г. в отношении Европейской части Союза. Высшее Геодезическое Управление подошло к этой работе в 1923—1924 гг. и в настоящее время ее ведет очень энергично, отделявая ежегодно протяжение первоклассных рядов около 800 километров. ВТУ в последние годы снова усилило свою деятельность по первоклассной триангуляции. В общем силами обоих учреждений весь проект для Европейской части СССР будет завершен в ближайшие 20 лет. Уже к десятилетию Октября ощущ-

щается вполне то важное обстоятельство, что теперь осуществление триангуляции I класса стало на реальную почву и быстро подвигается.

Основное нивелирование — в виде высокоточного и точного нивелирования исполняется по общему проекту, составленному совместно и принятому ВГУ и ВТУ также в 1924 г. ВТУ сосредоточило свою работу по нивелировкам к западу от линии Москва — Курск — Харьков — Севастополь. ВГУ, а ныне Геодезический Комитет ВСНХ ежегодно исполняет около 2500 км высокоточного и точного нивелирования, при 40 000 км, приходящихся по проекту на его долю в Европейской части Союза.

ВТУ, подвигаясь в нивелировке меньше, чем ВГУ, имеет зато значительно меньшее общее задание по Европейской части Союза. В общем дело стоит так, что в ближайшие 20 лет основная нивелирная сеть в пределах Европейской части будет завершена, в это же время ВТУ успеет исполнить ряд больших линий в Сибири, ставя между прочим задачу точного соединения нивелировкой Балтийского моря и Великого Океана.

Что касается триангуляций II класса, то ВТУ ведет их в районах своих съемок, т. е. в приграничных пространствах. Высшее Геодезическое Управление ведет триангуляции II класса не только в районах своих съемок, но и в виде основных цепей и там, где это требуется для удовлетворения нужд разных ведомств и учреждений и где съемки ВГУ еще не ставятся. На долю Геодезического Комитета ВСНХ выпадает необходимость триангулировать в ближайшие двадцать лет в Европейской части Союза площадь около 1,7 миллиона км<sup>2</sup>. Триангулируя в год около 60—70 тысяч км<sup>2</sup>, очевидно ГК (или ВГУ) не вполне справляется с этой задачей. Между тем, предстоит развить работы по проложению основных рядов II класса еще в Казахстане и Узбекистане и, кроме этого, в ближайшие годы необходимо значительно усилить развитие триангуляции II класса — может быть в два три раза по сравнению с той задачей, которая приходится на долю ВГУ, из расчета двадцати летнего триангулирования Европейской части СССР.

Дело в том, что ряд республик ведут сплошное землеустройство. До начала этой работы или по крайней мере параллельно с ней должно исполнить проложение хотя бы основных рядов триангуляции II класса, основываясь на которых Наркомземы могли бы экономно и рационально выполнять детальные триангуляции для целей землеустройства; по существу нужно дать не только основные ряды, но и заполняющие сеть со сторонами 6—8 километров. В действительности, из-за отсутствия денежных средств, Геодезический Комитет ВСНХ не мог осуществить этой срочной задачи ни по одной из трех республик, которые уже приступили к сплошному землеустройству. Наркомземы этих республик (Казахстанская, Башкирская, Крымская) сформировали свои геодезические отряды — обычно из землемеров — и с десятисекундными теодолитами, дающими именно ошибку в отсчете до 10", исполняют триангуляции значительных площадей, не имея при этом никакого геодезически продуманного плана. Когда в первоначальных своих запросах землеустройство не идет дальше требования на съемку интересующих его районов в масштабе 1 : 50 000, то такие триангуляции могут для этих целей оказаться и достаточными; но они не выдержат и землестроительных заданий, когда в будущем те будут требовать съемок

в масштабах более крупных и в особенности, когда будет выдвинут подход к земельному кадастру. Получается такая картина, что как будто значительный район триангулирован, однако придется ставить в нем триангуляцию заново, игнорируя может быть всей предыдущей работой. Территория Казахстана огромна, и там поэтому местные работники сознают эти недочеты и выделяют средства на проложение Геодезическим Комитетом ВСНХ основной триангуляции.

В РСФСР (и в УССР) только еще намечаются районы сплошного землеустройства, и очевидно надлежит Геодезическому Комитету ВСНХ усиленно развить в этих районах свои триангуляции. Таким образом, хотя деятельность ВТУ и ВГУ задача триангулирования в течение 30 лет той части Европейской России, которая освоена промышленностью и сельским хозяйством, разрешается вполне благополучно, но за неимением средств, ВГУ не может в ближайшие годы развить в этой работе того темпа, который выдвигается срочными запросами сельского хозяйства. Между тем, из-за этого землемерная техника землеустройства не будет в состоянии применить методов, ускоряющих и удешевляющих землеустройство, и кроме того для картографирования обширных съемок землеустройства придется впоследствии затратить значительные средства на дополнительные геодезические действия.

Обращаясь к топографическим съемкам, должно отметить, что Военно-топографическое управление быстро подвигается с ними в западной приграничной зоне в Европейской части СССР, и вновь возобновило съемки в Туркестане и Сибири. Но существенно отметить, что в последние годы ВТУ сделало значительные успехи в области применения аэрофотосъемки; оно приобрело огромное оборудование, подготовило кадры специалистов, и в области контурной съемки вступило уже вполне в «производственную» фазу. Достижения ВТУ в высотной аэрофотосъемке должно расценивать как превосходящие таковые же достижения в Западной Европе; поэтому нужно надеяться, что в ближайшие годы и высотная аэрофотосъемка в ВТУ может выявиться, как «производственный» метод. В настоящее время, вступив на путь комбинирования контурной аэросъемки с наземными способами съемки рельефа, ВТУ уже достигло заметных успехов. Все это факты очень большого значения: вопрос сводится теперь только к понижению стоимости летно-съемочных работ, и тогда задача топографического изучения СССР вступит совсем в иную фазу. Здесь мы имеем яркий пример того, как геодезическое учреждение своей работой может открыть совсем новые перспективы в своем деле.

Геодезический Комитет ВСНХ исполняет свои съемки: в Центральной Промышленной области, в Заволжье; на Урале; на Северном Кавказе; на Украине; в Северных районах Европейской части СССР; в Сибири (Черемховский и Мариинский районы). В настоящее время ежегодная площадь съемок всех видов и масштабов около 40 000 км<sup>2</sup>, а всего съемками ГК ВСНХ покрыто около 300 тысяч км<sup>2</sup>. Между тем сдной съемки масштаба 1 : 50 000 ГК должен исполнять ежегодно только в Европейской России около 80 000 км<sup>2</sup>, чтобы осуществить составление карты 1 : 50 000 на соответствующую территорию в 20 лет.

Очевидно, что Геодезический Комитет ВСНХ, развивая основные геодезические работы и не поспевая с ними за требованиями жизни, находится в особенно тяжелом положении в отношении выполнения съемки масштаба 1 : 50 000. При существующем отпуске средств, это дело грозит сильно затянутаться. Чтобы ускорить подход к получению

карты масштаба 1 : 100 000 на обжитые территории Европейской части Союза, ГК вынужден ставить в ряде районов даже этой территории съемку масштаба 1 : 50 000, но упрощенную, которая отвечала бы только требованиям топографической карты масштаба 1 : 100 000.

Несомненно, применение контурной аэросъемки в комбинации с обычными наземными способами рисовки рельефа, может повлиять значительно на успех ГК в осуществлении съемки масштаба 1 : 50 000 в Европейской России. Но недостаток средств на оборудование не позволяет еще Геодезическому Комитету ВСНХ вступить на этот путь.

В состав ВСНХ СССР входит «Государственное Бюро аэросъемки», которое вполне овладело контурной съемкой. Задача состоит в использовании Геодезическим Комитетом этой организации, но и для этого необходим отпуск добавочных средств. Землеустройство в РСФСР и УССР дает, конечно, материал контурной съемки, которой в скором времени будет покрыта вся обжитая часть территории. Использование этого материала ускорит выполнение топосъемки масштаба 1 : 50 000 примерно на 25 %.

Землеустройство в РСФСР и в УССР и сейчас ведется теми же методами, которые были при Столыпине и которые кратко освещены в приведенном выше историческом обзоре. Но в самое последнее время Наркомземы этих главных республик ставят вопрос о картографировании съемок землеустройства. Кроме того, в Наркомзeme РСФСР выявляется стремление в некоторых районах провести сплошную съемку с вырисовкой рельефа и на геодезическом обосновании в виде детальных триангуляций. Учитывая все эти факты, можно считать задержку в исполнении Геодезическим Комитетом ВСНХ топографической съемки масштаба 1 : 50 000 — временной. При некотором увеличении средств, при применении аэросъемки и при использовании приведенных самими Наркомземами в некоторую систему материалов землеустройства, получение карты масштаба 1 : 50 000 на обжитые районы Европейской части СССР встанет через несколько лет на совсем иную, чем сейчас, почву.

Что касается изучения северных районов Европейской части СССР, т. е. осуществления предприятий, стоящих в выше приведенном перечне под № 5 и 6, то здесь, из-за недостатка средств, нет той перспективы осуществления и прочного развития, которая имеется в ранее рассмотренных предприятиях. Но все-таки Геодезический Комитет ВСНХ не упускает эти задачи из своего поля зрения: ежегодно он посыпает несколько астрономов в северные районы, которые обеспечивают опорными пунктами значительные площасти, покрываемые съемками, выполняемыми организациями лесного ведомства, и несомненно, что составление карт масштаба 1 : 200 000, правда, без выражения рельефа, создается при использовании этих съемок возможным на ряд уездов Архангельской, Вологодской, Северо-Двинской, Пермской губерний и в области Коми, конечно, при условии командирования экспедиций для получения добавочного материала в отношении тех незначительных частей этих районов, которые не войдут в съемки Лесного Управления. В некоторых северных районах ГК ставит упрощенные съемки масштаба 1 : 100 000. Следовательно, изучение северных районов Европейской части Союза имеется и проводится не в столь малых размерах, а накапливается уже в этом деле некоторый навык. Но, как уже было сказано, для прочного хода этих работ на Севере нужно заметно усилить средства Геодезического

Комитета ВСНХ. Нужно определенно сказать, что пока ежегодно только на это дело, по изучению северных окраин Европейской части Союза, не будет ставиться 60—80 опытных топографов, до тех пор о карте всей Европейской части Союза даже в масштабе 1 : 50 000 и даже в масштабе 1 : 1 000 000 не может быть и речи. Нужно бросить надежды на случайные ученые экспедиции, или на случайные промышленные экспедиции и на те маршрутные материалы, которые они привозят; для карты хотя бы миллионного масштаба нужно исполнить сплошное топографическое исследование. Нам нужно определенно сказать, что к сожалению, мы не можем дать всех листов международной миллионной карты, приходящихся на долю Союза даже по Европейской части.

Отметим еще, что Геологический Комитет через свой Топографический Отдел ведет съемки на Северном и Среднем Урале, на Кольском полуострове; за 1926 г. эти съемки Геолкома покрыли все-таки около 3000 км<sup>2</sup>; другими словами, деятельность Геолкома может заметно увеличить объем работ по изучению Севера Европейской России.

Обратимся теперь к судьбе Азиатской части Союза. Какого-либо плана геодезической обработки этой огромной территории не имеется. Геодезический комитет ВСНХ в 1927 г. при составлении так называемого «генерального плана» по разделу его «геодезия и топография» разработал первоначальный проект развития в Сибири основных работ и топографических съемок разных видов и масштабов. Осуществление этого проекта потребует десятков миллионов рублей даже на первые 15 лет. Геодезический комитет ВСНХ ставит в Сибири триангуационные работы в Томском районе и точные съемки масштаба 1 : 50 000 в районах Томска, Иркутска; эти работы исполняются для нужд горной промышленности. Затем ГК поставил еще работу по упрощенной съемке Чупо-Ангарского района. Темп всех этих работ таков, что результаты их мало заметны для Сибири.

Работы ВТУ в Туркестане в приграничных районах Сибири составляют в настоящее время только небольшую долю того, что исполнялось ранее с 1907 г. четырьмя отделами Корпуса Военных топографов в Сибири; правда, что ранее приграничные районы в Азиатской части были значительно покрыты новой двухверстной съемкой и, следовательно, нужды обороны были удовлетворены на известный срок в ряде районов.

Работа по сплошному землеустройству в Казахстане сопровождается сплошными съемками масштаба 1 : 50 000, выполняемыми мензурай, на основе детальной триангуляции, но без выражения рельефа. Несомненно, через несколько лет съемками в Казахстане будут покрыты огромные по площади сплошные районы, и потребуется затем пополнить планшеты Наркомзема Казахской республики съемкой рельефа; хотя это будет очень большая работа, но очевидно современная постановка землеустройства в Казахстане, при условии исполнения основной триангуляции Геодезическим Комитетом ВСНХ, обеспечивает значительную экономию и значительное ускорение в будущей топографической съемке этой огромной республики. Переселенческие организации вновь начинают работу в Сибири, но точных сведений об этом мы не имеем. Наконец, должно отметить значительное развитие в Азиатской части СССР работ Геологического Комитета. В 1926 г. топографическими съемками Геолкома было покрыто в масштабах 1 : 50 000, 1 : 100 000, 1 : 126 000 всего около 14 000 км<sup>2</sup>, т. е. в несколько раз более, чем дал Сибирский Округ ГК; на будущие годы намечается значительный рост топографических работ Геолкома в Сибири. Таким образом, возможно, что это

учреждение даст значительный вклад в дело топографического изучения Сибири. Но должно, конечно, отметить, что топографо-геодезическое дело в Сибири стоит ненормально, и без значительного усиления средств ГК ВСНХ оно не сдвинется надлежащим образом на путь необходимых достижений.

ВТУ по переезде в Москву довольно быстро вновь организовало свой Военно-карографический отдел, который вполне удовлетворяет запросы Военного ведомства на топографическую карту.

Геодезический Комитет ВСНХ в настоящее время имеет Картографический отдел, который справляется с своевременным опубликованием работ этого учреждения, покрывающего ежегодно съемками около 40 000 км<sup>2</sup>; с развитием работ ГК потребуется соответствующее увеличение средств.

В заключение отметим, что наряду с указанным развитием производственной деятельности в области геодезии и топографии в СССР заметно развивается и чисто научная геодезическая деятельность. Наших ученых привлекают в настоящее время работы по изучению распределения силы тяжести и по применению гипотезы изостазии. В этих работах принимают участие профессора: Б. В. Нумеров, А. М. Гижицкий, В. М. Никифоров, А. Я. Орлов, А. А. Михайлов и др. Общей гравиметрической съемкой СССР занимаются Астрономический Институт (в Ленинграде) и Полтавская гравиметрическая станция. Но в этих работах принимают еще участие: физико-математический институт Академии Наук, Казанская обсерватория, институт прикладной геофизики, астрономо-геодезический исследовательский институт Московского университета. Несмотря на малые средства, работа всех этих организаций может быстро подвинуть дело гравиметрической съемки в Европейской части СССР.

\* \* \*

Мы можем в результате утверждать, что положение топографо-геодезического дела в СССР за минувшее десятилетие заметно изменилось в выгодную сторону. Рабоче-крестьянское правительство выделило это дело в работы государственного значения, имеющие свой план и перспективу развития, и тем создало основание и почву для развития и осуществления главных геодезических предприятий.

Материальные возможности сейчас таковы, что ими все-таки обеспечивается правильный ход дела на территории Европейской части Союза. Хотя срочность некоторых задач, для которых необходимо геодезическое обоснование, требует заметного усиления ассигнований; хотя на изучение Азиатской части средств совсем не хватает, но ведь не все делается сразу, а запросов насущных, безотложных оставило прежнее время достаточное количество.

В десятилетие Октября, мы — геодезисты и топографы — можем смело глядеть вперед, так как в нашем деле определенно появились новые возможности и определенные перспективы.

## **СХЕМА И ПРОГРАММА ГОСУДАРСТВЕННОЙ ТРИАНГУЛЯЦИИ**

(Напечатана в 1928 году отдельной брошюрой. Издание Главного Геодезического Комитета ВСНХ СССР)

§ 1. Схема государственной триангуляции должна, конечно, отражать в себе полностью переход от общего к частному, от крупных построений — к деталям. В небольших странах — как Англия, Италия — наиболее целесообразно покрыть сперва всю площадь государства сплошною сетью треугольников I класса, а затем в любом районе, по мере надобности, на этой основе свободно строить сети II класса, вставлять точки III класса и т. д. Все дальнейшие — после исполнения сплошной триангуляции I класса — тригонометрические построения замыкаются или в отдельном треугольнике I класса, или в двух — трех смежных треугольниках I класса; вопрос о накоплении погрешностей в сетях низших разрядов при этом отпадает, а обработка этих сетей — проста, так как может делаться по небольшим частям, тяготеющим каждая к соответственным треугольникам I класса.

В странах средних размеров и в особенности в больших по территории, — вопрос о целесообразной схеме государственной триангуляции далеко не так прост.

В Германии с 80-х годов прошлого столетия Шрейбером была усстановлена схема триангуляции, которая в общих чертах представляется так:

а) главные пункты триангуляции I класса определяются из рядов (или цепей) треугольников, образующих замкнутые полигоны с площадью около  $200 \times 200 \text{ кв. км}$  (т. е. первоклассные ряды одного направления удалены друг от друга примерно на 200 км);

б) второго порядка пункты I класса (secundäre Punkte) определяются из треугольников, заполняющих в виде сплошной сети свободную площадь внутри полигона, образованного главными пунктами I класса;

в) при построении главных треугольников и заполняющих треугольников I класса попутно определяются еще так называемые Zwischenpunkte (промежуточные), принадлежащие к господствующим точкам местности.

Фиг. 1 поясняет эту схему построения триангуляции I класса: утолщенными линиями показаны на ней главные треугольники, тонкими линиями — треугольники 2-го порядка и пунктирными линиями — треугольники для определения Zwischenpunkte.

Таким образом, триангуляция I класса в Германии сама распадается на два или даже на три разряда. Главные пункты образуют простые цепи треугольников, со сторонами от 30 до 60 км и с пре-

обладанием длины стороны треугольника около 40 км; базисы в этих цепях, образующих замкнутые полигоны, измеряются примерно через 200—250 км; средняя ошибка уравненного угла в треугольниках, образованных главными пунктами, в современных работах оказывается около  $\pm 0,4 - 0,5''$ .

Стороны треугольников заполняющих сетей I класса имеют меньший размер — от 20 до 40 км, наблюдения на пунктах этих треугольников, являющихся пунктами 1 класса 2-го порядка, исполняются с половинным весом по сравнению с программой наблюдений на главных пунктах.

Координаты главных пунктов устанавливаются из уравнивания полигонов; координаты пунктов 2-го порядка, т. е. заполняющей сети, получаются, на основе использования уравненных координат главных пунктов, применением метода уравнивания координат. Zwischenpunkte определяются из наблюдений — с них и на них — по программе, доставляющей половинный вес по сравнению с программой наблюдений на пунктах заполняющей сети.

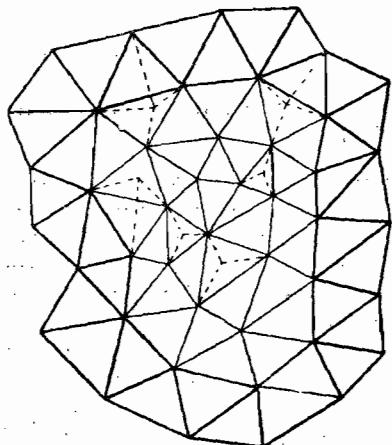
Очевидно, на основе таким образом построенной триангуляции I класса определение пунктов II и III класса не представит с организационно-технической стороны затруднений.

В некоторых районах оказалось выгодным простые цепи треугольников при определении пунктов первого порядка заменить двойными цепями, с соответственным сокращением развития заполняющей сети.

В СССР вопрос правильной схемы государственной триангуляции имеет особо важное значение и особую сложность решения: огромность территории и незначительность отпускаемых на геодезическое дело средств; срочность ряда обширнейших государственных мероприятий, предъявляющих спрос на геодезическую основу, — вот в каких исключающих друг друга условиях приходится ставить государственную триангуляцию.

§ 2. До начала девятисотых годов в СССР триангуляции велись, собственно, без всякой системы.

Так называемые «старые» триангуляции Корпуса Военных Топографов исполнялись до 80-х годов прошлого столетия «по губерниям», без общего геодезического плана, без прочной связи этих отдельных погубернских триангуляций; в наследство от этой работы прошлого мы получили утратившиеся на 70—80% в натуре триангуляции Московской, Смоленской, Черниговской, Тульской и иных центральных губерний, сведенные впоследствии с значительными трудностями Шарнгорстом в одно целое, причем сводка эта рассчитана на использование этих старых триангуляций главным образом «в картографических целях». С 80-х годов прошлого столетия до начала девятисотых Корпус Военных Топографов усиленно ведет тригонометрические работы II класса и отчасти I класса в «Западном пограничном пространстве».



Фиг. 1

Хотя эти триангуляции II класса отделены от настоящего времени уже не столь большим промежутком, но и на них резко отразились приемы построения старых триангуляций, и будет не лишнее, уклоняясь от нашей темы, все же описать, в общих чертах, некоторые стороны этих тригонометрических работ 80-х и 90-х годов в бывшем Западном пограничном пространстве.

В основу этих работ были положены: во первых, вошедшие в градусное измерение В. Струве первоклассные ряды Теннера  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$ ,  $EF$  (фиг. 2), расположившиеся в общем по 25-му меридиану; во вторых, показанные на фиг. 2 тонкими линиями первоклассные ряды Теннера  $Ag$ ,  $ab$ ,  $AcB$ ,  $mnl$ ,  $De$ ,  $LM$ ,  $EiF$ , проложенные им (в 40-х г.) в Курляндии, Литве и на Волыни; в третьих, обозначенные на фиг. 2 линиями с крестиками, первоклассные ряды Теннера  $NM$ ,  $NO$ ,  $NP$ ,  $Md$ ,



Фиг. 2

$PQ$ ,  $QR$ ,  $Re$  — проложенные в пятидесятых годах при исполнении триангуляции б. Царства Польского; в четвертых, первоклассные ряды, проложенные в период от 1875 до 1905 года Корпусом Военных Топографов — или в восполнение рядов Теннера, или как возобновление их,— эти ряды показаны на фиг. 2 волнистой линией. (Фиг. 2 дает лишь примерную схему рядов).

В результате работ Теннера и последующих первоклассных триангуляций, на территории Западного Пограничного пространства получилась густая сеть из первоклассных рядов, и развитие на этой основе второклассной триангуляции, в эпоху постановки здесь съемочных работ,

казалось бы не должно было встретить затруднений. Так оно и было в отношении исполнения полевых работ по триангуляции II класса,— в особенности, поскольку они преследовали цель дать обоснование для графических съемок масштаба 1 : 21 000.

Необходимо однако остановиться на принятых Теннером методах обработки своих триангуляций. Имея базисы — Полангенский (*g*), Понедельский (*A*), Осовницкий (*C*), Староконстантиновский (*E*) и Тарноградский (*e*), Теннер между этими базисами уравнивает ряды *Ag*, *AB* и *BC*, *CD* и *DE*, а ряд *eD* — между Тарноградским базисом и соответственной уравненной стороной ряда *CDE*; конечно, каждый ряд между двумя базисами уравнивался отдельно.

Затем, взяв пункт *B* (Немеж) градусного измерения Струве за исходный, т. е. взяв для Немежа астрономическую широту, долготу, переданную геодезически по рядам градусного измерения от астрономической долготы Дерпта, и астрономический азимут в Немеже, Теннер вычисляет геодезические координаты для всех пунктов названных рядов на эллипсоиде Вальбека. Остальные ряды Курляндской, Литовской и Волынь-Подольской триангуляций, т. е. ряды *Ahg*, *ab*, *AcB*, *mNL* и пр., из которых образовались с рядами *A*, *AB*, *BC*... замкнутые полигоны, были составлены между соответственными уже твердо установленными примычными пунктами этих рядов *A*, *BC*, *DE*..., причем полигональное уравнивание по таким вставляемым рядам *Ahg*, *ab*, *AcB* — не выполнялось, а дело ограничивалось сопоставлением разногласий в координатах и произвольной разверсткой этих разногласий по пунктам вставляемых рядов, без объяснения в отчетах.

При вычислении триангуляции б. Царства Польского были уравнены ряды: *NML* — между Варшавским базисом (*N*) и стороной *L* (фиг. 2) градусного измерения Струве, *NRe* — между Варшавским и Тарноградским базисами; *NPQ* — между Варшавским и Ченстоховским (*Q*) базисами; *QR* — между Ченстоховским базисом и уравненной стороной *R* ряда *Ne*. Затем, взяв, астрономические широту, долготу и азимут Варшавы, Теннер вычисляет на эллипсоиде Вальбека от Варшавы геодезические координаты по рядам *NM*, *Md*, *NO*, *NRe*, *NPQ*, а ряд *QR* вставляет между *Q* и *R* — с произвольной разверсткой невязки в нем по координатам.

Это отнесение триангуляции Царства Польского к другим исходным данным — к Варшаве вместо Немежа,— обособило две триангуляции — Царства Польского и Литовско-Волынь-Подольскую, уничтожило геометрическую связь между ними, выполненную в натуре, но за то освободило от необходимости производить значительную по объему и сложную по выполнению обработку в общей связи всех первоклассных рядов и образовавшихся между ними замкнутых полигонов в Польше, Литве и Волыни.

Понятно, что геодезические координаты общих обеим триангуляциям пунктов, но исчисленные от разных начал — Варшавы и Немежа,— должны различаться друг от друга на величины, приближенно равные разности уклонений отвесных линий (соответственно по широте и долготе) в Варшаве и Немеже, которая равна по широте около 5", а по долготе — около 12".

Поэтому, когда в 80-х годах прошлого столетия триангуляции «Гродненской» съемки вошли в соприкосновение с второклассными три-

антангуляциями «Варшавской» съемки, то для общих пунктов этих триангуляций и получились расхождения в широтах до  $5''$  и в долготах до  $12''$ , а рамки смежных планшетов той и другой съемки не совпадали друг с другом почти на  $200\text{ м}$  при масштабе съемки  $1 : 21\,000$ .

Этот неизбежный дефект вызвал появление так называемого «с о г л а с у ю щ е г о» эллипсоида, размеры осей которого намеренно соображены именно под условием возможного уменьшения разногласий в геодезических координатах общих двум триангуляциям пунктов, если их вычислять на таком эллипсоиде сначала от астрономического пункта в Варшаве, а затем — от астрономического пункта в Немеже. Размеры осей такого эллипсоида отличаются от размеров осей эллипсоида Бесселя почти на  $10\text{ км}$ . Вместо того, чтобы при установлении исходных геодезических данных и основной поверхности проекции учесть и по возможности освободиться от влияния чисто местных причин, дело сделали наоборот, т. е. размеры и положение этой поверхности проекции установили именно в зависимости от местных случайных причин и довольно обширную триангуляцию ориентировали по искаженным местными влияниями данным.

Чтобы покончить с этим характерным примером подхода к государственной триангуляции в прошлом, укажем еще, что при вставке в 80-х и 90-х годах новых первоклассных рядов (волнистые линии на фиг. 2) между рядами Теннера, получались иногда невязки до  $0'',5$  в широте, или до  $15\text{ м}$ ; это явилось следствием отчасти обработки триангуляций Теннера не по полигонам, а по незамкнутым рядам, а отчасти, вероятно, игнорирования при обработке азимутальных условий. Упомянутые невязки, конечно, заставляли сильно искажать новые первоклассные ряды.

§ 3. Только примерно с 1906—1907 г., под руководством покойного И. И. Померанцева, в Корпусе Военных Топографов вводится некоторая общая система, по которой впредь должны были развиваться государственные триангуляции. Эта система, как известно, представляется в таком виде:

а) ряды триангуляции I класса пролагаются по направлению земных меридианов и параллелей, причем ряды одного направления идут друг от друга в расстоянии  $300$ — $500\text{ км}$ ; в результате вся территория должна быть покрыта системой замкнутых полигонов первоклассной триангуляции, с периметром в каждом от  $1300$  до  $2200\text{ км}$ ;

б) ряды триангуляции I класса образуются вообще простыми цепями треугольников, причем в стыках рядов\* разного направления исполняются измерения базисов и астрономические определения широты, долготы и азимута;

в) вся государственная триангуляция вычисляется на эллипсоиде Бесселя от одного начала, — центра круглого зала Пулковской Обсерватории, т. е. принимая за исходные данные астрономическую широту и долготу этого пункта и астрономический азимут с него, с использованием однако астрономических азимутов, определенных в стыках первоклассных рядов, для ориентирования соответствующих звеньев триангуляции в азимутальном отношении (следовательно, астрономический азимут в Пулкове служит для ориентирования рядов, примыкающих непосредственно к Пулкову);

\* В каждом именно стыке.

г) уравнивание триангуляции I класса ведется, используя в каждом полигоне базисные и азимутальные условия, кроме условий координатных, и вводя в общее уравнивание возможно большее число триангуляционных полигонов — с применением при этом метода постепенных приближений.

Если таким образом наметилась и стала проводиться в жизнь указанная система построения триангуляции I класса, как общего государственного предприятия, то вопрос заполнения геодезическими пунктами огромных площадей, заключенных внутри полигонов I класса, остался незатронутым, и судя по практике дела приходится заключить, что этот вопрос как бы считался и не заслуживающим особенного внимания, так как для целей государственной съемки, исполняемой графически в мелком масштабе, координаты точек II класса получатся с точностью, достаточной при каком угодно порядке вставки треугольников II класса в жесткие рамки, установленные триангуляцией I класса. Но, как увидим ниже и как это известно большинству триангуляторов, разбивка триангуляции II класса в пределах площади  $400 \times 400 \text{ км}$ , вследствие огромности этой площади, является задачей трудной в организационном отношении и крайне сложной или вернее даже неосуществимой в стадии сводки и обработки результатов. С другой стороны, жизнь меняется, и в настоящее время на пунктах государственной триангуляции I и II класса развиваются, или будут развиваться в ближайшие годы, детальные местные триангуляции специального назначения, которые к основе в виде пунктов государственной триангуляции предъявляют, конечно, совсем иные требования, чем государственная топографическая съемка; я говорю здесь о триангуляции для землеустройства, земельного кадастра, маркшейдерского дела, изысканий по использованию водной энергии и пр.

В свете этих новых требований, вопрос о схеме государственной триангуляции представляется в ином виде, и решение его, конечно,

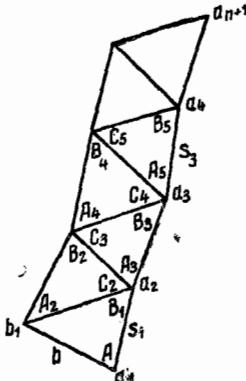
основывается на учете действий погрешностей в простых цепях треугольников и в об разуемых ими полигонах.

§ 4. Обратимся теперь именно к учету действия погрешностей и их накопления в простой цепи треугольников, представленной на фиг. 3.

Представим себе, что наша цепь треугольников состоит из равносторонних треугольников с исходной стороной  $b$ ; зададимся целью определить ошибку в координатах точки  $a_{n+1}$  относительно точки  $a_1$ , причем ходовая линия  $a_1a_2a_3\dots a_{n+1}$  состоит из  $n$  элементов, длиною каждый  $s$ . Азимут этой ходовой линии назовем че-

рез  $\alpha$ , относительную ошибку в основании  $b$  — через  $\frac{m_b}{b}$ ; среднюю ошибку угла треугольника — через  $\mu$ .

Связующие и промежуточные углы в треугольниках цепи назовем так, как обозначено на черт. 3; длину ходовой линии, равную  $ns$ , назовем через  $L$ .



Фиг. 3

Имеем

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= \frac{b \sin C_1}{\sin B_1}; \\ s_2 &= \frac{b \sin A_1}{\sin B_1} \cdot \frac{\sin A_2}{\sin B_2} \cdot \frac{\sin C_3}{\sin B_3}; \\ s_3 &= b \cdot \frac{\sin A_1 \cdot \sin A_2 \cdot \sin A_3}{\sin B_1 \cdot \sin B_2 \cdot \sin B_3} \cdot \frac{\sin A_4}{\sin B_4} \cdot \frac{\sin C_5}{\sin B_5} \\ &\quad \dots \dots \dots \dots \\ s_n &= b \cdot \frac{\sin A_1 \cdot \sin A_2 \dots \sin A_{2n-2}}{\sin B_1 \cdot \sin B_2 \dots \sin B_{2n-2}} \cdot \frac{\sin C_{2n-1}}{\sin B_{2n-1}} \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

Назовем через  $\beta$  азимут  $a_1 b_1$  и через:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= B_1 + C_2 + A_3 \\ \gamma_2 &= B_3 + C_4 + A_5 \\ \gamma_3 &= B_6 + C_6 + A_7 \\ &\quad \dots \dots \dots \\ \gamma_{n-1} &= B_{2n-3} + C_{2n-2} + A_{2n-1} \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Разность абсцисс  $\Delta x$  точек  $a_{n+1}$  и  $a_1$  представится так:

$$\Delta x = s_1 \cos(\beta + A_1) - s_2 \cos(\beta + A_1 + \gamma_1) + s_3 \cos(\beta + A_1 + \gamma_1 + \gamma_2) - s_4 \cos(\beta + A_1 + \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) + \dots + s_n \cos(\beta + A_1 + \gamma_1 + \dots + \gamma_{n-1}) \quad (3)$$

Используя (1), (2) и (3) для получения средней ошибки  $m_x$  в  $\Delta x$ , обозначим:

$$s \cos \alpha = \Delta x;$$

$$s \sin \alpha = \Delta y$$

и выпишем значения частных производных  $\Delta x$  по углам  $A$ ,  $B$  и  $C$ , считая все эти углы независимыми друг от друга.

Получаем:

I. Производные по углам  $A$ :

$$\left. \begin{aligned} \text{по } A_1 &\dots \text{ равна } \operatorname{ctg} A \cdot (n-1) \Delta x - n \cdot \Delta y \\ " \quad A_2 &\dots " \quad \operatorname{ctg} A \cdot (n-1) \Delta x \\ " \quad A_3 &\dots " \quad \operatorname{ctg} A \cdot (n-2) \Delta x - (n-1) \Delta y \\ " \quad A_4 &\dots " \quad \operatorname{ctg} A \cdot (n-2) \Delta x \\ " \quad A_5 &\dots " \quad \operatorname{ctg} A \cdot (n-3) \Delta x - (n-2) \Delta y \\ &\quad \dots \dots \dots \dots \dots \\ " \quad A_{2n-3} &\dots " \quad \operatorname{ctg} A \cdot \Delta x - 2 \Delta y \\ " \quad A_{2n-2} &\dots " \quad \operatorname{ctg} A \cdot \Delta x \\ " \quad A_{2n-1} &\dots " \quad - \Delta y. \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

## II. Производные по углам $B$ :

$$\left. \begin{array}{l} \text{ио } B_1 \text{ равна} = \operatorname{ctg} B \cdot n \Delta x - (n-1) \Delta y \\ \text{ио } B_2 \text{ "} = \operatorname{ctg} B \cdot (n-1) \Delta x \\ \text{ио } B_3 \text{ "} = \operatorname{ctg} B \cdot (n-1) \Delta x - (n-2) \Delta y \\ \text{ио } B_4 \text{ "} = \operatorname{ctg} B \cdot (n-2) \Delta x \\ \dots \\ \text{ио } B_{2n-3} \text{ "} = \operatorname{ctg} B \cdot 2 \Delta x - \Delta y \\ \text{ио } B_{2n-2} \text{ "} = \operatorname{ctg} B \cdot \Delta x \\ \text{ио } B_{2n-1} \text{ "} = \operatorname{ctg} B \cdot \Delta x \end{array} \right\}. \quad (5)$$

### III. Производные по углам $C$ :

по	$C_1$	равна	$\operatorname{ctg} C \cdot \Delta x$	(6)
„	$C_2$	„	$(n-1) \cdot \Delta y$	
„	$C_3$	„	$\operatorname{ctg} C \cdot \Delta x$	
„	$C_4$	„	$-(n-2) \Delta y$	
„	$C_{2n-3}$	„	$\operatorname{ctg} C \cdot \Delta x$	
„	$C_{2n-2}$	„	$-\Delta y$	
„	$C_{2n-1}$	„	$-\operatorname{ctg} C \cdot \Delta x$	

При дальнейшем вычислении средней ошибки  $m_x$  в  $\Delta x$ , конечно, можем принять  $\operatorname{ctg} A = \operatorname{ctg} B = \operatorname{ctg} C = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Важно теперь отметить, что вес любой величины  $\gamma$ , конечно, равен весу любого измеренного угла  $A$  или  $B$ , или  $C$ .

Поэтому, если бы мы взяли просто сумму квадратов производных (4), (5) и (6) и помножили бы ее на  $\mu^2$ , то получили бы в результате заметно преувеличенное квадратическое влияние ошибок углов нашей сети (цепи) на вывод  $\Delta x$ . Будет правильнее придать углам  $A$ ,  $B$  и  $C$ , когда они входят в величины  $\gamma$  вес, равный трем, а не единице, или, другими словами, при всех величинах  $\Delta u$  в выражениях (4), (5) и (6), ввести множитель  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ . Именно, поступая таким образом, мы получим, что сумма  $\Sigma^A$  квадратов производных по углам  $A$  будет равна:

$$\begin{aligned}\Sigma^A &= \frac{1}{3} \Delta x^2 2[(n-1)^2 + (n-2)^2 \dots + 1] - \\ &- \frac{2}{3} \Delta x \Delta y [n(n-1) + (n-1)(n-2) + (n-2)(n-3) + \dots + 2 \cdot 1] - \\ &- \frac{1,46}{3} \Delta x \Delta y n(n-1) + \frac{1}{3} \Delta y^2 [n^2 + (n-1)^2 + (n-2)^2 + \dots + 1] + \\ &+ \frac{2}{3} n^2 \Delta y^2;\end{aligned}$$

$$\Sigma^A = \frac{2}{3} \Delta x^2 \cdot \frac{2(n-1)^3 + 3(n-1)^2 + (n-1)}{6} + \frac{1}{3} \Delta y^2 \cdot \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} -$$

$$- \frac{4}{3} \Delta x \Delta y [(n-1)^2 + (n-3)^2 + (n-5)^2 + \dots] + \frac{2}{3} n^2 \Delta y^2 - \frac{4}{3} \Delta x \Delta y n (n-1);$$

$$\Sigma^A = \frac{2}{3} \Delta x^2 \cdot \frac{2n^3 - 3n^2 + n}{6} + \frac{1}{3} \Delta y^2 \cdot \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} + \frac{2}{3} n^2 \Delta y^2 -$$

$$- \frac{4}{3} \Delta x \cdot \Delta y [(n-1)^2 + (n-3)^2 + (n-5)^2 + \dots] - \frac{1,46}{3} \Delta x \cdot \Delta y \cdot n (n-1);$$

Обозначая через  $\Sigma^B$  и  $\Sigma^C$  соответственно суммы квадратов производных по углам  $B$  и  $C$ , напишем:

$$\Sigma^B = \frac{2}{3} \Delta x^2 \cdot \frac{2n^3 - 3n^2 + n}{6} + \frac{1}{3} n^2 \Delta x^2 + \frac{1}{3} \Delta y^2 \cdot \frac{2n^3 - 3n^2 + n}{6}$$

$$+ \frac{4}{3} \Delta x \Delta y [(n-1)^2 + (n-3)^2 + (n-5)^2 + \dots]$$

$$\Sigma^C = \frac{n^2}{3} \Delta x^2 + \frac{\Delta y^2}{3} \cdot \frac{2n^3 - 3n^2 + n}{6}.$$

Обозначая еще через  $m_\beta$  ошибку в азимуте  $\beta$ , напишем теперь:

$$m_{\Delta x}^2 = \frac{m_b^2}{b^2} L^2 \cos^2 \alpha + m_\beta^2 \sin^2 1'' L^2 \sin^2 \alpha +$$

$$+ \mu^2 \sin^2 1'' \left\{ \frac{4}{3} \Delta x^2 \cdot \frac{2n^3 - 3n^2 + n}{6} + \frac{2}{3} n^2 \Delta x^2 + \frac{\Delta y^2}{3} \cdot \frac{6n^3 + 9n^2 + 3n}{6} \right\} -$$

$$- \frac{1,46}{3} \Delta x \cdot \Delta y \cdot n (n-1) \mu^2 \sin^2 1''.$$

Или:

$$m_{\Delta x}^2 = \frac{m_b^2}{b^2} L^2 \cos^2 \alpha + m_\beta^2 \sin^2 1'' L^2 \sin^2 \alpha - 0,24 \frac{n-1}{n} L^2 \sin 2\alpha \mu^2 \sin^2 1'' +$$

$$+ \mu^2 \sin^2 1'' \cdot \frac{4}{3} \frac{L^2 \cos^2 \alpha}{6n^2} (2n^3 + n) + \mu^2 \sin^2 1'' \cdot \frac{L^2 \sin^2 \alpha}{6n^2} (2n^3 + 3n^2 + n).$$

Окончательно

$$m_{\Delta x}^2 = \frac{m_b^2}{b^2} L^2 \cos^2 \alpha + m_\beta^2 \sin^2 1'' \cdot L^2 \sin^2 \alpha - 0,24 \frac{n-1}{n} L^2 \sin 2\alpha \mu^2 \sin^2 1'' +$$

$$+ \mu^2 \sin^2 1'' \frac{L^2 \cos^2 \alpha}{9n} \cdot (4n^2 + 2) + \mu^2 \sin^2 1'' \cdot \frac{L^2 \sin^2 \alpha}{6n} (n+1)(2n+1). \quad (7)$$

Понятно, что

$$m_{\Delta y}^2 = \frac{m_b^2}{b^2} L^2 \sin^2 \alpha + m_\beta^2 \sin^2 1'' L^2 \cos^2 \alpha + 0,24 \frac{n-1}{n} L^2 \sin 2\alpha \mu^2 \sin^2 1'' +$$

$$+ \mu^2 \sin^2 1'' \frac{L^2 \sin^2 \alpha}{9n} (4n^2 + 2) + \mu^2 \sin^2 1'' \frac{L^2 \cos^2 \alpha}{6n} (n+1)(2n+1). \quad (8)$$

Формулы (7) и (8) — приближенные: приближенность обусловлена неверным предположением, что уравненные углы в цепи треугольников остаются между собой независимыми, и притисыванием этим углам тройного веса, как только они входят в состав углов  $\gamma$ . Первая причина очень мало влияет на точность вывода  $m^2_{\Delta x}$  и  $m^2_{\Delta y}$ ; это геодезистам известно из ряда аналогичных случаев. Что касается второй причины, то так как углы  $C_2, C_4, C_6, \dots, C_{2n-2}$  (фиг. 3) не входят в величины  $s_1, s_2, \dots, s_n$ , а только в величины  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{n-1}$ , то поэтому можно с тем же основанием, как углы  $A$  и  $B$  считать независимыми от них и между собою эти именно величины  $\gamma$ . Тогда в выражениях (4) пропадут все члены с  $\Delta y$ , кроме  $n \cdot \Delta y$  в выражении производной по  $A_1$  в выражениях (5) и (6) пропадут все члены с  $\Delta y$ , а зато прибавятся следующей таблицей производные по  $\gamma$ :

$$\text{по } \gamma_1 \dots - (n-1) \Delta y;$$

$$\text{по } \gamma_2 \dots - (n-2) \Delta y;$$

$$\text{по } \gamma_3 \dots - (n-3) \Delta y;$$

$$\dots \dots \dots \dots$$

$$\text{по } \gamma_{n-1} \dots - \Delta y.$$

Беря сумму квадратов производных по  $A, B, C$  и  $\gamma$ , мы, очевидно, придем теперь к таким формулам:

$$m^2_{\Delta x} = \frac{m_b^2}{b^2} L^2 \cos^2 \alpha + m_\beta^2 \sin^2 1'' L^2 \sin^2 \alpha + \\ + \mu^2 \sin^2 1'' \frac{L^2 \cos^2 \alpha}{9n} (4n^2 + 2) + \mu^2 \sin^2 1'' \frac{L^2 \sin^2 \alpha}{6n} (n+1)(2n+1) \quad (7)'$$

$$m^2_{\Delta y} = \frac{m_b^2}{b^2} L^2 \sin^2 \alpha + m_\beta^2 \sin^2 1'' L^2 \cos^2 \alpha + \\ + \mu^2 \sin^2 1'' \frac{L^2 \sin^2 \alpha}{9n} (4n^2 + 2) + \mu^2 \sin^2 1'' \frac{L^2 \cos^2 \alpha}{6n} (n+1)(2n+1). \quad (8)'$$

Формулы (7)' и (8)' дают для  $m^2_{\Delta x}$  и  $m^2_{\Delta y}$  значения, практически совпадающие с соответствующими их значениями, вычисляемыми по формулам (7) и (8). Следовательно, вторая из причин, обуславливающих неточность формул (7) и (8) влияет на вывод  $m^2_{\Delta x}$  и  $m^2_{\Delta y}$  постольку, поскольку можно считать сумму трех углов  $B, C$  и  $A$ , при каждой из точек  $a_2, a_3, \dots, a_n$  полученной как бы независимо от вывода углов  $B$  и  $A$  в соответственной каждой группе таких трех углов. Понятно, это убеждает нас в том, что и вторая причина действует аналогично первой, т. е. мало влияет на точность вывода  $m^2_{\Delta x}$  и  $m^2_{\Delta y}$ .

Далее в достаточной точности формул (7) и (8) можно убедиться еще из следующих соображений.

Для продольного смещения  $M$  точки  $a_{n+1}$  по направлению ходовой линии имеем

$$M_2 = \frac{\mu^2 \sin^2 1'' \cdot L^2}{9n} (4n^2 \pm 3n + 5)^* \quad (9)$$

\* Знак минус соответствует случаю (фиг. 3), когда основная сторона  $b$  примыкает к  $s_1$ .

Для поперечного смещения  $q$  той же точки в направлении, перпендикулярном к ходовой линии, имеем точную формулу

$$q^2 = \frac{\mu^2 \sin^2 1''}{6n} L^2 (n+1)(2n+1). \quad (10)$$

Если назовем через  $m_{x_N}$  и  $m_{y_N}$  ошибки в абсциссе и ординате точки  $a_{n+1}$  при  $\alpha = 0^\circ$  и через  $m_{x_0}$  и  $m_{y_0}$  ошибки в абсциссе и ординате той же точки при  $\alpha = 90^\circ$ , то из точных формул (9) и (10) имеем

$$\left. \begin{array}{l} m_{x_N}^2 = \frac{m_b^2}{b^2} L^2 + M^2 \\ m_{y_N}^2 = m_\beta^2 \sin^2 1'' \cdot L^2 + q^2 \\ m_{x_0}^2 = m_\beta^2 \sin^2 1'' \cdot L^2 + q^2 \\ m_{y_0}^2 = \frac{m_b^2}{b^2} L^2 + M^2 \end{array} \right\}. \quad (11)$$

По формулам же (7) и (8) для этих случаев получим

$$\begin{aligned} m_{x_N}^2 &= \frac{m_b^2}{b^2} L^2 + M^2 + \frac{\mu^2 \sin^2 1''}{9n} L^2 (3n - 3); \\ m_{y_N}^2 &= m_\beta^2 \sin^2 1'' \cdot L^2 + q^2; \\ m_{x_0}^2 &= m_\beta^2 \sin^2 1'' \cdot L^2 + q^2; \\ m_{y_0}^2 &= \frac{m_b^2}{b^2} L^2 + M^2 + \frac{\mu^2 \sin^2 1''}{9n} L^2 (3n - 3). \end{aligned}$$

При  $L = 400$  км;  $\mu = \pm 1'', 0$  и  $n = 12$  имеем:

$$M^2 = 20,02; \frac{\mu^2 \sin^2 1''}{9n} L^2 (3n - 3) = 1,22.$$

При  $L = 50$  км;  $\mu = \pm 2'', 0$  и  $n = 5$  имеем:

$$M^2 = 0,5; \frac{\mu^2 \sin^2 1''}{9n} L^2 (3n - 3) = 0,067.$$

Эти примеры убеждают в том, что для случаев направления цепи треугольников по земному меридиану или по параллелям, формулы (7) и (8) фактически дают результаты, совпадающие с результатами вполне точных формул.

При произвольном азимуте  $\alpha$  цепи, полное среднее смещение  $\Delta$  точки  $a_{n+1}$  будет равно:

$$\Delta_1 = \sqrt{M^2 + q^2 + \frac{m_b^2}{b^2} L^2 + m_\beta^2 \sin^2 1'' L^2},$$

а по формулам (7) и (8)

$$\Delta_2 = \sqrt{m_{\Delta x}^2 + m_{\Delta y}^2}.$$

Разность  $\Delta_2^2 - \Delta_1^2 = \frac{\mu^2 \sin^2 1''}{9n} L^2 (3n - 3)$ ; возможность практически пренебречь этой разностью выше уже показана.

Далее, если бы величины  $M$  и  $q$  были между собой независимы, то тогда:

$$m_{\Delta x}^2 = \frac{m_b^2}{b^2} L^2 \cos^2 \alpha + m_\beta^2 L^2 \sin^2 1'' \sin^2 \alpha + M^2 \cos^2 \alpha + q^2 \sin^2 \alpha; \quad (12)$$

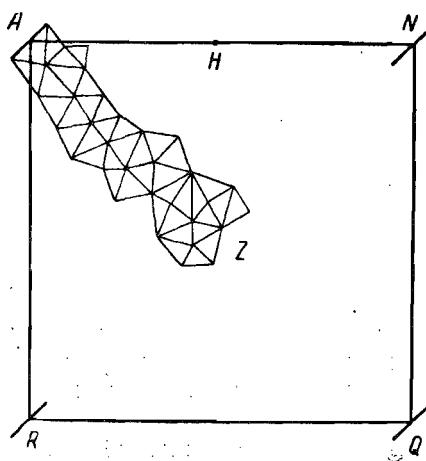
$$m_{\Delta y}^2 = \frac{m_b^2}{b^2} L^2 \sin^2 \alpha + m_\beta^2 \sin^2 1'' L^2 \cos^2 \alpha + M^2 \sin^2 \alpha + q^2 \cos^2 \alpha. \quad (13)$$

Различие значений  $m_{\Delta x}^2$  и  $m_{\Delta y}^2$ , определяемых формулами (12) и (13), от соответственных значений, даваемых формулами (7) и (8) будет:

$$\text{в } m_{\Delta x}^2 \dots \frac{\mu^2 \sin^2 1''}{9n} L^2 \cos^2 \alpha (3n - 3) - 0,24 \frac{n-1}{n} \mu^2 \sin^2 1'' L^2 \sin 2\alpha;$$

$$\text{в } m_{\Delta y}^2 \dots \frac{\mu^2 \sin^2 1''}{9n} L^2 \sin^2 \alpha (3n - 3) + 0,24 \frac{n-1}{n} \mu^2 \sin^2 1'' \cdot L^2 \sin 2\alpha.$$

Этими различиями практически можно пренебречь. Все вышеприведенное, думается, достаточно подтверждает применимость формул (7) и (8) к подсчетам ошибок в координатах тригонометрического пункта, если эти подсчеты имеются в виду использовать для общих соображений относительно построения триангуляций. Очевидно также, что формулы (7) и (8) дают несколько увеличенное значение для  $m_{\Delta x}$  и  $m_{\Delta y}$ .



Фиг. 4

§ 5. Представим себе теперь, что имеем полигон триангуляции I класса  $ANQR$  (фиг. 4), для которого составляющие его цепи треугольников располагаются по меридианам и по параллелям. Пусть  $AN = NQ = RQ = AR$ , причем каждая из этих сторон полигона примерно равна 400—420 км. При длине стороны треугольника триангуляции в 30—35 км для  $AN$ ,  $AR$ ,  $RQ$  и  $NQ$  в формулах (9) и (10) будем иметь  $n=13$  и при  $\mu=\pm 0'',7$  для каждой из этих сторон получим:

$$M = \pm 3,5 \text{ м};$$

$$q = \pm 3,2 \text{ м}.$$

Будем однако иметь в виду, что в  $A$ ,  $N$ ,  $R$  и  $Q$  измерены базисы и определены астрономически азимуты, долготы и широты.

Тогда при выводе длины диагонали  $AN$  можно представить себе дело так: от выходной стороны в  $A$  идем вправо на половину длины цепи в  $AN$ ; от другой выходной стороны, т. е. примыкающей к  $N$ , идем влево на половину длины цепи  $AN$ ; длина диагонали  $AN$  определится тогда, как сумма выведенных таким образом половинных ее отрезков.

Поэтому средняя ошибка длины диагонали  $AN$ , учитывая при этом и влияние ошибок выходных сторон в  $A$  и в  $N$ , определится так:

$$M_1 = \sqrt{2,70 + 1,54} = \pm 2,06 \text{ м.}$$

При этом относительная ошибка выходной стороны принята  $1/240\,000$ , а влияние ошибок выходных сторон в  $A$  и  $N$  на  $M_1^2$  — принято  $1,54$ .

Точно так же, приняв, что азимут в  $A$  передается по углам цепи до средины  $H$  ряда  $AN$ , а азимут  $N$  — от  $N$  до  $H$ , мы получим новое значение  $q$ , при определении которого нужно будет еще учесть влияние ошибочности азимута в  $N$  относительно азимута в  $A$ .

Последняя ошибочность слагается из двух причин: ошибок астрономических наблюдений при определении азимутов в  $A$  и в  $N$  и неточности исключения из астрономического азимута в  $N$  влияния относительного уклонения по долготе отвесных линий в  $A$  и в  $N$ , что должно быть сделано, пользуясь уравнением Лапласа и сопоставлением разностей астрономических и геодезических долгот точек  $A$  и  $N$ .

Вместо того, чтобы все эти ошибки включить в азимут при  $N$  и затем сделать оценку влияния их на поперечный сдвиг ряда  $AN$ , отнесем их поровну на азимуты в  $A$  и в  $N$ , и учтем поперечные сдвиги конца  $H$  отрезков  $AN$  и  $NH$ . Ошибку определения астрономического азимута примем около  $\pm 0'',5$ , а ошибка учета влияния долготного уклонения отвесной линии на азимут будет равна ошибке определения долготы, помноженной на синус широты; в широтах около  $52-54^\circ$  эта ошибка будет примерно около  $\pm 0'',5$ . Поэтому имеем:

$$q_{AH}^2 = \mu^2 \sin^2 1'' \cdot (192\,000) \cdot \frac{7,13}{6,6} + \left\{ (0'',5)^2 + (0'',5)^2 \right\} \sin^2 1'' \cdot (192\,000)^2;$$

$$q_{NH}^2 = \mu_2 \sin^2 1'' \cdot (228\,000) \cdot \frac{8,15}{6,7} + \left\{ (0'',5)^2 + (0'',5)^2 \right\} \sin^2 1'' \cdot (228\,000)^2.$$

Отсюда новое значение  $q$ , которое мы назовем через  $q_1$ , оказывается равным

$$q_1 = \sqrt{q_{AH}^2 + q_{NH}^2} = \pm 2,02 \text{ м.}$$

Таким образом, до уравнивания полигона, изображенного на фиг. 4, средняя ошибка в длине любой стороны  $AN$ ,  $NQ$ ,  $QR$ ,  $AR$  равна  $M_1 = \pm 2,06 \text{ м}$ ; поперечный же сдвиг конца каждой такой стороны полигона относительно ее начала равен  $q_1 = \pm 2,02 \text{ м}$ .

Теперь, принимая во внимание полигональную связь, рассчитаем, имея  $M_1$  и  $q_1$ , ошибки в координатах  $N$ ,  $Q$  и  $R$  относительно точки  $A$ , т. е. принимая ее за начало прямоугольных координат, в которых ось  $x$  направлена по меридиану точки  $A$ .

Если для некоторой величины  $x$  мы имеем выводы  $x_1, x_2, \dots, x_n$  соответственно со средними ошибками  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , то вероятнейшее значение

$$x = \frac{\frac{1}{m_1^2} x_1 + \frac{1}{m_2^2} x_2 + \dots + \frac{1}{m_n^2} x_n}{\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2} + \dots + \frac{1}{m_n^2}},$$

а его средняя ошибка определится так:

$$m^2 = \frac{\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2} + \dots + \frac{1}{m_n^2}}{\left(\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2} + \dots + \frac{1}{m_n^2}\right)^2};$$

$$m = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2} + \dots + \frac{1}{m_n^2}}}.$$
(14)

Для случая двух выводов  $x$  получим

$$m = \frac{m_1 m_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}.$$
(15)

В поставленной задаче определения ошибок в координатах  $N$ ,  $Q$  и  $R$  необходимо иметь учет, кроме величин  $M_1$  и  $q_1$ , еще влияния ошибки общего ориентирования ряда  $NQ$ , которая слагается из ошибки азимута в  $N$  и неточности компенсации для него влияния уклонения отвесной линии; аналогично нужно поступить для ряда  $RQ$ .

Переходя к числам, будем иметь:

I. Точка  $N$ .

Первый вывод абсциссы:  $m_1^2 = (2,02)^2$ .

Второй вывод абсциссы (через  $R$  и  $Q$ ):

$$m_2^2 = (2,06)^2 + (2,02)^2 + (2,06)^2 + 2[(0,5)^2 + (0,5)^2](420\,000)^2 \sin^2 1'';$$

$$m_2^2 = 16,58.$$

Отсюда  $m_{xN} = \pm 1,80$  м.

Первый вывод ординаты:  $m_1^2 = (2,06)^2$ .

Второй вывод ординаты (через  $R$  и  $Q$ ):

$$m_2^2 = (2,02)^2 + (2,06)^2 + (2,02)^2 + 2[(0,5)^2 + (0,5)^2]$$

$$(420\,000)^2 \sin^2 1'',$$

$$m_2^2 = 16,42.$$

Отсюда  $m_{yN} = \pm 1,84$  м.

II. Точка  $Q$ .

Первый вывод абсциссы:  $m_1^2 = (2,02)^2 + (2,06)^2 = 8,32$ .

Второй вывод абсциссы (через  $R$ ):

$$m_2^2 = (2,06)^2 + (2,02)^2 + 2[(0,5)^2 + (0,5)^2] \cdot (420\,000)^2 \sin^2 1'',$$

$$m_2^2 = 12,48.$$

Отсюда  $m_{xQ} = \pm 2,24$  м.

Первый вывод ординаты:

$$m_1^2 = (2,06)^2 + (2,02)^2 + 2[(0,5)^2 + (0,5)^2] \cdot (420\,000)^2 \sin^2 1'',$$

$$m_1^2 = 12,48.$$

Второй вывод ординаты:

$$m_2^2 = (2,02)^2 + (2,06)^2 + 2[(0,5)^2 + (0,5)^2] \cdot (420\,000)^2 \sin^2 1'' , \\ m_2^2 = 12,48.$$

Отсюда  $m_{yQ} = \pm 2,50 \text{ м.}$

III. Точка  $R$ .

Первый вывод абсциссы:  $m_1^2 = (2,06)^2$ .

Второй вывод абсциссы (через  $N$  и  $Q$ ):

$$m_2^2 = (2,02)^2 + (2,06)^2 + (2,02)^2 + 2[(0,5)^2 + (0,5)^2] \cdot (420\,000)^2 \sin^2 1'' = 16,42.$$

Отсюда

$$m_{xR} = \pm 1,84 \text{ м.}$$

Первый вывод ординаты:  $m_1^2 = 2,02^2$ .

Второй вывод ординаты (через  $N$  и  $Q$ ):

$$m_2^2 = (2,06)^2 + (2,02)^2 + (2,06)^2 + 2[(0,5)^2 + (0,5)^2] \cdot (420\,000)^2 \sin^2 1'' = 16,60.$$

Отсюда

$$m_{yR} = \pm 1,80 \text{ м.}$$

Сделанные подсчеты — схематичны и не вполне точны; между прочим, в них предполагается, что выходная сторона, азимут которой определен астрономически, в каждой из точек  $A$ ,  $N$ ,  $Q$  и  $R$  является начальной для двух цепей. Но тогда для перехода к одной из этих двух цепей нужно ввести — против схемы цепи, соответствующей выводу формул для  $M$  и  $q$ , лишние треугольники и отступающие по форме от равносторонних.

Другими словами, результаты сделанного подсчета несколько преуменьшены и, кроме того, находятся в небольшом взаимном противоречии: так получается, что длина диагонали  $NQ$  определилась со средней ошибкой около  $\pm 1,35 \text{ м}$ , тогда как длины сторон  $AN$ ,  $AR$  и  $RQ$  получаются со средней ошибкой около  $\pm 1,80 \text{ м}$ .

Однако это несоответствие устранилось бы, если бы ошибка абсциссы точки  $Q$  была не  $\pm 2,24$ , а  $\pm 2,50 \text{ м}$ .

С наибольшою неточностью получились, конечно,  $m_{xQ}$  и  $m_{xR}$ , но эта неточность не может превысить  $0,3 \text{ м}$ .

Если бы взяли первоклассный полигон со сторонами  $AN = NQ = QR = RA = 200 \text{ км}$ , то получили бы такие значения средних ошибок координат:

	$\pm m_x$	$\pm m_y$
$A$	0,00	0,00
$N$	0,62	0,72
$Q$	0,97	1,05
$R$	0,72	0,62

На основании предыдущего, мы уже можем сделать следующие выводы:

1. Образование замкнутых полигонов и полигональное уравнивание заметно влияет на повышение точности определения относительного

положения тригонометрических точек. Так, без перемычки  $NQ$  смещение точек  $N$  и  $Q$  относительно друг друга в направлении оси абсцисс было бы равно

$$\sqrt{(2,02)^2 + (2,02)^2 + (2,06)^2 + 2 \cdot 05 (420\,000)^2 \sin^2 1''} = \pm 4,06 \text{ м},$$

тогда как в полигоне и после его уравнивания это же смещение равно:

$$\sqrt{m_{x_Q}^2 - m_{x_N}^2} = \pm 1,4 \text{ м.}$$

Таким образом, не только необходимость контроля триангуляции, но и достижение заметного повышения точности ее результатов, заставляют ее строить полигонами с последующим более или менее строгим уравниванием этих полигонов.

2. Переход на полигоны меньшего размера очень заметно снижает ошибки относительного расположения тригонометрических точек; при переходе от полигона со сторонами в 400 км к полигону со сторонами в 200 км, эти ошибки уменьшаются не в  $\sqrt{2}$ , а в  $\sqrt{6,5} - \sqrt{9}$ . Переход на полигоны со сторонами в 200 км увеличил бы работу на 50%, если не учитывать, что добавочные первоклассные цепи, проложенные внутри полигона со сторонами в 400 км должны замениться второклассными рядами.

С учетом же работы на прокладку рядов II класса, это увеличение работы должно полагать около 33—35%. Таким образом, уже здесь выясняется вопрос — не следует ли, увеличив затраты на триангуляцию I класса на 30—35%, обеспечить повышение точности всех построений в три — четыре раза.

3. Так как при значительности площади, охватываемой полигоном I класса при сторонах его в 400 км, обработка сетей II класса внутри его может быть выполняема только по частям, то несмыкания этих частей относительно друг друга будут заметно превосходить ошибки стносиального положения точек самого полигона и расхождения в координатах общих таким отдельным сетям II класса точек II же класса могут достичь величин даже больших  $\pm 4,0$  м. [Так, если (см. фиг. 4) проложить сеть II класса от  $A$  на юго-восток примерно до средины  $Z$  полигона  $ANQR$  и отдельно ее обработать, а затем подходит  $Z$  от  $Q$  сетями или цепями II класса, обрабатываемыми также отдельно, то для координат точки  $Z$  допустимое несогласие будет большее  $\pm 5,0$  м].

Конечно, такие разногласия не могут быть допущены в триангуляции.

4. Длина геодезической линии, соединяющей две крайние точки некоторого меридионального ряда (или ряда по параллели) — даже при расстоянии между этими точками в 2400 км, определится с ошибкой всего около  $\pm 4,5$  м, если идти полигонами со сторонами в 400 км, и с ошибкой около  $\pm 2 \frac{1}{4}$  м, если стороны полигонов взять по 200 км.

Поэтому, при сопоставлениях координат геодезических с астрономическими вообще не следует вводить поправок в длины геодезических линий, полученных до этого из полигонального уравнивания с принятием в расчет и условий Лапласа, так как не поддающиеся закономер-

ному учету части отклонения отвесных линий будут влиять на длины геодезических линий несоразмерно с высокой точностью определения их из триангуляций, даже при расстояниях между геометрическими пунктами в тысячи километров.

§ 6. Теперь обратимся к вопросу — как заполнять триангуляцией II класса полигоны, образованные рядами триангуляции I класса. Стороны треугольников II класса могут иметь размер до 20 км — при условии пополнения второклассной сети тригонометрически определенными местными предметами или специально поставленными пирамидами III класса и при использовании этой сети в целях государственной топографической съемки масштаба 1 : 50 000.

Если же учесть обеспечение удобного использования государственной триангуляции для разных специальных целей, например, для построения сетей III класса в землеустройстве, для обоснования аэро-съемки в масштабе около 1 : 10 000, и т. п., то следует среднее расстояние между точками II класса принять около 8—10 км.

В полигон триангуляции I класса — при расстоянии между его узловыми точками в 400 км, войдет около 3200 треугольников II класса со сторонами около 10 км, даже в полигоне с расстояниями между его узловыми точками в 200 км — число заполняющих треугольников II класса будет около 800.

Совершенно очевидно, что в этом огромном числе треугольников II класса придется выделить особые «ведущие стержни», особые основные ряды, которые были бы отработаны значительно точнее, чем все остальные треугольники II класса; такие основные ряды II класса должны разбить полигон I класса на части и вместе с рядами I класса доставить точные рамки, обеспечивающие легкость и точность построения заполняющей сети треугольников II класса.

Отказ от вышеуказанной Германской системы триангулирования неизбежно заставляет дифференцировать триангуляцию II класса, т. е. разделить ее на несколько разрядов, и прежде всего в первый ее разряд выделить основные ряды II класса. Главный геодезический Комитет ВСНХ сразу в своих работах встал именно на этот путь; в последние годы и ВТУ выделяет в триангуляции II класса «основные ряды». Для этих основных рядов примем среднюю ошибку угла около  $\pm 1''$ ,4, а для заполняющих сетей —  $\pm 2''$ ,5; средний размер стороны треугольника примем около 20—25 км в основном ряде и около 10 км в заполняющей сети.

В полигоне I класса, со сторонами в 400 км эти основные ряды II класса образуют, однако, всегда сами целую систему полигонов, и по существу при правильном геодезическом подходе, необходимо при составлении каталога триангуляции сперва обработать вместе всю систему основных рядов II класса в пределах данного полигона I класса, а затем уже приступать к обработке заполняющих сетей II класса. Соблюдение такого порядка на практике вызвало бы необходимость для ведомств, развивающих на основе государственной триангуляции свои детальные триангуляции, дождаться многие годы опубликования результатов государственной триангуляции. В этом моменте снова скаживаются те затруднения, которые возникают при ведении триангуляции I класса большими полигонами — со сторонами в 400 км.

Обратимся теперь к оценке действия погрешностей при построении основных рядов II класса. Пусть в полигоне I класса  $ANQR$  (фиг. 5) проложены основные ряды II класса (они обозначены пунктиром)  $fi$ ,  $gk$ ,  $hl$  — каждый через 100 км друг от друга, и ряд  $ae$ , рассекающий пополам полигон I класса. Допустим, что мы исполнили общее уравнивание этих рядов II класса и оценим теперь погрешность в элементе  $mn$ , находящемся между рядами  $fi$  и  $gk$ , и на половине расстояния между рядами  $ae$  и  $RQ$ . Первое определение  $mn$  мы получаем из передач  $ik$ ,  $kn$  и  $im$ ; второе определение — по передачам  $bc$ ,  $cn$ ,  $bm$ . В передаче  $ik$  участвует шесть треугольников I класса, в передачах  $mi$ ,  $nk$ ,  $mb$ ,  $bc$ ,  $cn$  — в каждой 8—9 треугольников II класса.

Относительные ошибки сторон I класса при  $i$  и при  $k$  рассчитываются так:

$$\text{при } i \dots \text{ переход от } R \dots m_R^2 + \frac{2}{3} \cdot 6 \cdot \frac{49}{100} \cdot \sin^2 1'';$$

$$\text{переход от } Q \dots m_Q^2 + \frac{2}{3} \cdot 20 \cdot \frac{49}{100} \cdot \sin^2 1'';$$

$$\text{при } k \dots \text{ переход от } R \dots m_R^2 + \frac{49}{100} \cdot \frac{2}{3} \cdot 13 \sin^2 1'';$$

$$\text{переход от } Q \dots m_Q^2 + \frac{49}{100} \cdot \sin^2 1'' \cdot \frac{2}{3} \cdot 13,$$

причем  $m_R = m_Q$  ошибке выходной стороны, которую принимаем равной 1 : 240 000.

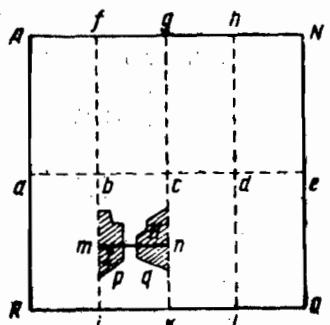
Мы получим в результате, что ошибка стороны при  $i$  равна 1 : 140 000, а при  $k$  — 1 : 105 000.

Применяя формулу (9) для  $M$  дважды — для хода от  $i$  к  $k$  и для хода от  $k$  к  $i$ , получим в результате, что ошибочность расстояния  $ik$  равна  $\pm 0,70$  м. При соображении попечного сдвига точек  $m$  и  $n$  при передачах  $im$  и  $kn$  надлежит считать, что по передаче  $im$  работают только ошибки углов, а азимут в  $i$  как будто безошибочен, по передаче же  $kn$  нужно учесть и ошибки углов и ошибку ориентировки цепи  $kn$  относительно цепи  $im$ . Эта ошибка ориентировки будет около  $\pm 1'',2$ . Сдвиг точки  $m$  при передаче  $im$  оказывается около  $\sqrt{1,10}$ ; сдвиг точки  $n$  при передаче  $kn$  равен  $\sqrt{1,10 + 1,2 \cdot 1/4} = \sqrt{1,46}$ . Таким образом, среднее искажение отрезка  $mn$  равно

$$\sqrt{(0,70)^2 + (1,10)^2 + (1,46)^2} = \pm 1,75 \text{ м.}$$

Сообразим теперь ошибку  $mn$  по передаче по цепям  $bc$ ,  $bm$  и  $cn$ .

Элемент  $bc$  определяется трижды: от  $fg$ , от  $ik$  и по ряду  $ae$ . Применяя прежние рассуждения, найдем, что  $bc$  определяется по передачам  $fb$ ,  $fg$  и  $gc$  со средней ошибкой  $\pm 3,04$  м. Ошибка стороны I класса при  $a$  и  $e$  равна, конечно, ранее рассчитанной ошибке стороны при  $k$ , т. е. 1 : 105 000. Ошибки сторон II класса при  $b$  и  $c$  оказываются равными 1 : 60 000 и 1 : 50 000. Применяя дважды формулу для  $M_1$  — идя от



Фиг. 5

$b$  к  $c$  и от  $c$  к  $b$ , получаем для  $bc$  из ряда  $ae$  среднюю ошибку  $\pm 1,49$  м. Отрезки  $ab$ ,  $bc$ ,  $cd$ ,  $de$  — должны уложиться между точками  $a$  и  $e$ , разности ординат которых получены из полигона I класса. Эта разность ординат  $a$  и  $e$  ошибочна примерно на  $\pm 1,9$  м; учитывая условие:  $ab + bc + cd + de = ae$ , мы получаем, что средняя ошибка  $bc$  по выводу из ряда  $ae$  будет равна  $\pm 1,30$  м. Теперь имеем три вывода средней ошибки  $bc$ : один  $\pm 1,30$  м, второй и третий  $\pm 3,04$  м. Окончательно отсюда для квадрата средней ошибки  $bc$  имеем  $1,24$  м.

Средняя ошибка  $mn$  по передачам  $bc$ ,  $bm$  и  $cn$  получится теперь так

$$\sqrt{1,24 + 1,10 + 1,10 + 1,56} = \pm 2,23,$$

причем член 1,56 выражает влияние ошибки ориентировки ряда  $cn$  относительно  $bm$ . Таким образом, второй вывод  $mn$  имеет среднюю ошибку около  $\pm 2,23$ .

Хотя первый вывод  $\pm 1,75$  м средний ошибки  $mn$  и второй ее вывод  $\pm 2,23$  не вполне независимы между собой, но применим и здесь формулу (15), так как из-за этого мы получим лишь незаметное уменьшение окончательной средней ошибки для  $mn$ . Эта окончательная ошибка будет около  $\pm 1,4$  м. В действительности эта ошибка будет больше по следующим причинам: 1) предыдущие выводы построены на предположении, что все треугольники I класса и все треугольники II класса равносторонние, что в значительной мере не будет соблюдаться в триангуляции II класса; 2) общее уравнивание системы рядов II класса в пределах полигона  $ANQR$  будет выполнено, конечно, не с полною строгостью.

Можно считать, что средняя погрешность в  $mn$  будет от  $\pm 1,40$  до  $\pm 1,60$  м. Из приведенного расчета выяснилось, что связи, даваемые триангуляцией I класса, работают в слабой степени на повышение точности результатов основных рядов I класса, если стороны  $AN$ ,  $NQ\dots$  примерно около 400 км длиною; характерно, что для отрезка  $mn$ , вчетверо меньшего расстояния  $AN = RQ$ , погрешность длины остается собственно та же самая, что и погрешность этих длин  $AN$ ,  $RQ$ .

Рассмотренные погрешности в элементах рядов II класса не имели бы значения практически, если бы по заполнению треугольниками II класса отдельных площадей  $Aabf$ ,  $fbcg$ ,  $ckla\dots$  (фиг. 5) оказалось возможным в пределах каждой такой площади выполнить общее, нераздельное уравнивание заполняющих треугольников. Но об этом говорить не приходится: если бы исключительно благоприятная местность позволила бы нам даже разбивать заполняющие треугольники везде со сторонами в 20 км, то и тогда в пределах каждой из отдельных площадей  $Aabf$ ,  $fbcg\dots$  нам пришлось бы иметь дело с 120—130 заполняющими треугольниками II класса и, применяя даже метод уравнивания координат, иметь дело с решением 120—130 нормальных уравнений. Кроме того, недостаточная точность рамок в виде длинных основных рядов II класса и огромное количество вводимых в уравнивание вновь определяемых и притом через постепенные связи точек, неизбежно приведет к значительным невязкам в координатах этих точек, что в конце концов вызовет необходимость исправлять углы заполняющих треугольников на величины, во много раз превышающие точность изменения этих углов. (Так при средней ошибке угла в треугольнике заполняющей сети около  $\pm 2''$ ,5 возможен случай, что в рассматриваемых условиях поправки углов при уравнивании этой сети дойдут и до  $10''$ ).

Нужно, однако, иметь в виду, что в действительности треугольники заполняющей сети нередко будут иметь длину сторон около 10—12 км.

Неизбежность уравнивания заполняющих сетей по частям имеет своим следствием то, что положение этих частей относительно друг друга зависит целиком от распределения погрешностей в основной рамке, в которую такие отдельные части вставляются. Поэтому относительное положение близких друг к другу на местности треугольников, но являющихся краевыми в двух разных системах заполняющей сети, уравненных независимо одна от другой, может оказаться искаженным на недопустимую величину. Если бы мы, например, уравняли отдельно систему треугольников, покрывающих заштрихованную площадь I на фиг. 5, и совершенно отдельно уравняли бы от нее систему треугольников, покрывающих заштрихованную площадь II на том же чертеже, то очевидно положение точек  $p$  и  $q$  относительно друг друга имело бы погрешность, равную ранее оцененной погрешности длины отрезка  $mp$  в  $\pm 1,6$  м, да плюс к этому погрешности передач от  $m$  к  $p$  и от  $n$  к  $q$  в заполняющих сетях; в конце концов мы приедем к совершенно недопустимым невязкам в координатах точек, лежащих между этими двумя системами I и II и определяемых по пунктам из той и другой системы.

Какую бы разбивку заполняющей сети на части мы не избрали бы, все равно, в конце концов, при подходе от одной самостоятельно уравненной системы к другой будут обнаруживаться недопустимые невязки.

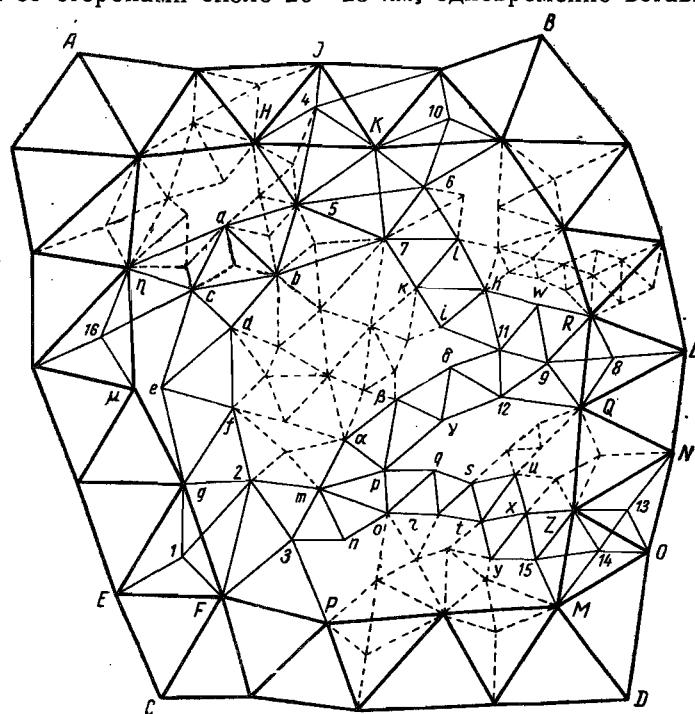
Общее же уравнивание заполняющей сети может быть осуществлено и в смысле преодоления трудностей вычислений и в смысле выполнения при нем требования иметь поправки углов, не превышающие средних их ошибок, при числе треугольников заполняющей сети, не превышающем 30, или при числе вершин этой сети, не превышающем 15.

§ 7. Прежде чем перейти к окончательным выводам, сделаем некоторое отступление и именно рассмотрим тот порядок работ, который является как бы наилучшим при построении заполняющих сетей в условиях нашей практики, когда цепи I класса удалены друг от друга на 400 км и внутри полигона I класса прокладываются основные ряды II класса, в расстояниях друг от друга и от рядов I класса 70—100 км.

Руководитель тригонометрических работ должен уже в полевой работе учитывать общую связь отдельных построений и систему дальнейшей обработки триангуляции (кроме, конечно, требований топографических, предъявляемых всегда к заполняющей сети).

Именно, пользуясь результатами общего осмотра района работ и изучения его по существующим картам, начальник тригонометрической партии намечает ряд выгоднейших направлений в пределах площади  $ABCD$ , заключенной между основными рядами (фиг. 6). Триангулятор по таким направлениям, входящим в его задание, стремится продвигаться большими треугольниками, беря там, где это возможно, размеры их сторон до 20—25 км, имея в виду образовать, таким образом, некоторые добавочные ряды между основными рядами II класса. Но при этом он не прибегает к постройке высоких сигналов и вследствие этого — соответственно условиям местности — эти добавочные ряды, во-первых, могут получить заметные искривления, и во-вторых, местами большие треугольники придется ему чередовать с треугольниками со сторонами 8—12 км.

Следующей особенностью является то, что построение добавочных рядов не выделяется в самостоятельную задачу и отдельную работу от основного задания этого триангулятора: покрыть сетью такие то трапеции государственной съемки. Разбивая треугольники больших размеров и продвигаясь с ними в желаемом направлении добавочного ряда, триангулятор одновременно доводит сеть до надлежащей густоты и в обе стороны от добавочного ряда и внутри его развивает сеть мелких и крупных треугольников, захватывая сплошь некоторую более или менее широкую полосу, причем иногда стержневые треугольники, т. е. образующие дополнительный ряд, выделяются сразу, обусловливаясь местностью, а иногда эти выделения выясняются уже после исполнения некоторой части работы. Возможен случай, когда из сопоставления работы данного триангулятора с работами смежных триангуляторов намечается новая комбинация добавочных рядов, непредвиденная ранее. Иногда местность позволяет везде пройти большими треугольниками и, конечно, в этом случае следует, разбивая сплошь и постепенно треугольники со сторонами около 20—25 км, одновременно вставлять в них



Фиг. 6

для сгущения сети, треугольники со сторонами 8—12 км. В последнем случае, конечно, выделение впоследствии «добавочных» рядов из всей массы больших треугольников может быть чисто формальным. Собственно прочным признаком для выделения упомянутых добавочных рядов из всех образуемых триангулятором треугольников заполняющей сети является: хорошая форма треугольников, размер сторон (около 20 км) и возможная прямолинейность ряда между соответственными сторонами основного ряда.

Понятно, что каждому триангулятору следует, где только возможно, разбивать крупные треугольники, вставляя в них мелкие, но, соответственно указаниям начальника партии, осуществляющего общую связь в работе, он должен стремиться крупными треугольниками пройти по выгоднейшим направлениям, согласованным с другими триангуляторами.

Понятно, что теодолит для заполняющей сети, раз в ней попутно выделяются добавочные ряды, должен иметь достаточно мощную оптику: объектив трубы должен иметь свободное отверстие 36—38 мм и фокусное расстояние около 35 см, увеличение трубы около 35<sup>X</sup>; здесь неприменимы так называемые десятисекундники, дающие в отсчете по верньеру ошибку до 10", и в которых труба с трудом берет на 12 км.

Фиг. 6 поясняет вышеизложенный порядок работы. На ней треугольники основных рядов показаны толстыми линиями; более тонкими, но сплошными линиями—треугольники добавочных рядов; треугольники собственно заполняющей сети показаны пунктиром. Последующая обработка сети может идти по такому плану.

Точка 1 определяется относительно точек E, F и g, решая два условия фигур и два боковых условий; после этого точки 2 и 3 определяются вместе, решая пять условий фигур и два боковых.

Точки 8 и 9; 13 и 14—определяются, каждая пара, путем вставки одновременно двух точек по методу уравнивания посредственных наблюдений, с введением, в качестве искомых, поправок координат этих пунктов. Точки 4, 5, 7, 6 и 10—определяются нераздельно, по тому же методу уравнивания посредственных наблюдений, с неизвестными поправками координат в уравнениях погрешностей.

В дальнейшем идет вставка рядов:

61hw911ik7; 7bdf2geca5;

2mαβδ11912γron3; porty1514Zxusqp

По каждому ряду нужно выполнить полигональное уравнивание, сложность которого заметно возрастает с увеличением числа треугольников ряда. Поэтому важно, чтобы расстояния между основными рядами одного направления были бы около 70 км; с другой стороны, очень желательно иметь надежно определяемые точки 6, 7, 2, 3 и т. п., которые относят начала добавочных рядов по возможности более внутрь основного полигона II класса.

«Добавочные» ряды разбивают площадь ABCD уже на сравнительно некрупные части. Но в каждой такой части наблюдается следующая особенность: при сравнительно небольшом числе новых точек заполняющей сети, число возникающих геометрических условий достаточно или даже чрезмерно велико.

Так, внутри полигона 7bcd<sup>f</sup> 2mαβδ11ik нужно определить всего 8 новых точек, причем число условных уравнений будет более 40.

Ввиду указанной особенности придется применить при обработке треугольников, получившихся заключенными между добавочными рядами, не обычный метод нахождения поправок наблюденных углов из условных уравнений, а упомянутый уже метод уравнивания координат из уравнений погрешностей. Этот метод мало известен в СССР, но, конечно, инженеры-геодезисты имеют все предпосылки, чтобы этим методом быстро овладеть.

Однако, само собою разумеется, что главное дело не в методе уравнивания, а в том, какие противоречия (невязки) будут получаться для координат точек внутри уже уравненных добавочных и основных рядов, и какие будут получаться поправки углов в треугольниках заполняющей сети.

§ 8. В примере, изображенном на фиг. 7, основные ряды II класса одного направления расположены друг от друга на 80 км (считая не между осями рядов, а между вершинами и параллельными сторонами треугольников); ряды же другого направления расположены друг от друга примерно через 120 км, считая опять таки не между осями этих рядов.

Полигон  $XYWZ$  образован рядами I класса. Клетка  $ABDC$  соответствует полигону II класса, изображеному на фиг. 6. Двенадцать замкнутых полигонов, образованных этими основными рядами II класса, конечно, представлят очень значительные трудности для общего их уравнивания; следует считать, что это уравнивание будет не строгим, до известной степени упрощенным.

Оценим прежде всего ошибку положения  $D$  относительно  $C$  или  $O$  относительно  $F$ , причем расположим ось  $X$  по меридиану  $C$ . Применяя прежние методы расчета, получим, что длина  $CD$  по передаче от  $ST$  (фиг. 7) определяется со средней ошибкой  $\pm 2,2$  м. Та же длина из ряда  $VV_1$  (фиг. 7) выводится со средней ошибкой около  $\pm 1,15$  м, причем стороны  $CF$  и  $MO$  оказываются имеющими средние ошибки около 1 : 70 000 и 1 : 65 000. Наконец, по передаче от  $AB$  получаем среднюю ошибку  $CD$  около  $\pm 2,42$  м. Таким образом, окончательно  $CD$  определяется со средней ошибкой около  $\pm 1,0$  м.

Смещение  $D$  относительно  $C$  по оси  $x$ -ов оказывается около 0,8 м.

Переходя в ближайшем к оценке ошибок в относительном расположении точек заполняющей сети II класса внутри рамки  $ABDC$  (фиг. 6), мы должны эту задачу поставить так, чтобы исключать из рассчитываемых искажений в положении двух точек сети общие части или влияния общих причин.

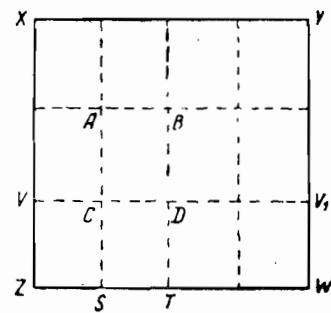
Поэтому мы прежде всего можем принять без ошибочных азимут  $FC$ . Поэтому же необходимо учитывать, что ошибка исходной стороны  $FC$  будет влиять при оценке ошибки в расположении точек  $\alpha$  и  $\beta$  только на разность их абсцисс и на разность их ординат.

Имея эти соображения в виду, перейдем к оценке ошибки в положении  $\alpha$  относительно  $\beta$ , а для этого определим прежде всего ошибку в абсциссе и ординате пункта  $p$ , являющегося узловым для трех добавочных рядов (фиг. 6). Нам придется воспользоваться формулами (7) и (8).

Положим, что ряд  $E 12 mp$  имеет:

$$\alpha = 60^\circ \text{ и } L = 70 \text{ км, при } n = 4 \text{ и } \frac{m_b}{b} = \frac{1}{70\,000},$$

тогда:  $m_{x_p}^2 = (0,25) + 1,60 = 1,85 \dots$  (a) } числа в скобках выражают  
 $m_{y_p}^2 = (0,75) + 1,44 = 2,19 \dots$  (b) } влияние ошибки  $FC$ .



Фиг. 7

При оценке ошибок координат  $p$ , определенных по ряду *Ozxusqp* имеем:  $\alpha = 100^\circ$ ;  $n = 6$ ;  $L = 65 \text{ км}$ ;  $\frac{m_i}{l} = 1/65\,000$ . Ошибки координат точки  $O$  относительно  $F$  примем соответственно равными ранее рассчитанным ошибкам  $m_{x_D}$  и  $m_{y_D}$  точки  $D$  относительно  $C$ , т. е.

$$m_{x_0} = \pm 0,8 \text{ м и } m_{y_0} = \pm 1,0 \text{ м.}$$

Ошибка азимута  $MO$  относительно  $FC$  должна быть рассчитана по передачам (фиг. 6):

$$\text{от } C \text{ на } D \quad \pm 4'',0;$$

$$\text{от } C \text{ через } S, T \text{ на } D \dots \pm \sqrt{29''},5;$$

$$\text{от } C \text{ через } A, B \text{ и } D \dots \pm \sqrt{36''},0.$$

Отсюда  $\Delta\alpha = \pm 2'',8$ .

Теперь имеем:

$$(m^2_{x_p})_1 = 0,64 + 0,02 + (2,8)^2 \left( \frac{65}{200} \right)^2 \sin^2 \alpha + 0,04 + 1,70;$$

$$(m^2_{y_p})_1 = 1,00 + 0,97 + (2,8)^2 \left( \frac{65}{200} \right)^2 \sin^2 \alpha + 0,05 + 1,47.$$

В последних уравнениях первый член — квадрат ошибки координаты точки  $O$ ; второй член — влияние ошибки «выходной» стороны  $OM$ ; третий член — влияние ошибки азимута  $OM$ ; четвертый член — влияние ошибок углов на продольный сдвиг, умножаемое соответственно на  $\cos^2 \alpha$  и  $\sin^2 \alpha$ ; пятый член — влияние ошибок углов на поперечный сдвиг, умножаемое соответственно на  $\sin^2 \alpha$  и  $\cos^2 \alpha$ .

Имеем:

$$(m^2_{x_p})_1 = \underline{1,50} + 1,74 = 3,24; \quad (c)$$

$$(m^2_{y_p})_1 = \underline{1,99} + 1,52 = 3,51. \quad (d)$$

Подчеркнутые в (c) и (d) числа выражают сумму первых трех из перечисленных влияний.

При передаче по третьему ряду *R 9 12*  $\gamma p$  приходится считать  $\alpha = 50^\circ$ ,  $n = 4$  и  $L = 60 \text{ км}$ . Необходимо, однако, прежде принять в расчет, что переход от  $C$  к рядам *OZx* и *sqp* и *Rq 12*  $\gamma p$  имеет общую часть *FMZ*.

Поэтому надлежит сперва определить приращения  $\delta_{mx}$  и  $\delta_{my}$  ошибок в координатах  $p$ , обусловленные переходом по пути *ZR 12*  $\gamma p$ , не принимая при этом в расчет ошибок в координатах точки  $O$ , ошибки в стороне  $MO$  и в ее азимуте, так как эти ошибки будут одинаково работать как по пути *MZxusqp*, так и по пути *MZQR 12*  $\gamma p$ .

Ошибки координат  $R$  относительно  $M$  вычисляются так:

$$m^2_{\Delta x} = 0,47;$$

$$m^2_{\Delta y} = 0,49.$$

Нарастание ошибки в сторонах по пути *MR* оказывается равным  $1 : 65\,000$ , такую величину и должно принять за  $\frac{m_b}{b}$  при расчете

ошибок по ряду  $Rp$ . Нарастане ошибок в ориентировке при переходе по тому же пути  $MQ$  равно  $\pm 2'',4$ . Теперь имеем:

$$\delta^2_{mx} = 0,47 + \left(\frac{60}{65}\right)^2 \cos^2 \alpha + (2,4)^2 \left(\frac{3}{10}\right)^2 \sin^2 \alpha + 1,03 = 2,15;$$

$$\delta^2_{my} = 0,49 + \left(\frac{60}{65}\right)^2 \sin^2 \alpha + (2,4)^2 \left(\frac{3}{10}\right)^2 \cos^2 \alpha + 1,12 = 2,33.$$

Теперь надлежит  $\delta^2_{mx}$  и 1,74 в уравнении (c), а также  $\delta^2_{my}$  и 1,52 в выражении (d), рассматривать, как независимые друг от друга накопления квадратических ошибок в передаче по рядам  $OZxusqr$  и  $R9\ 12\ ypr$ .

Вычислив:

$$r^2 = \frac{\delta^2_{mx} \cdot 1,74}{\delta^2_{mx} + 1,74} = 0,96;$$

$$q^2 = \frac{\delta^2_{my} \cdot 1,52}{\delta^2_{my} + 1,52} = 0,89,$$

мы, прибавляя  $r^2$  и  $q^2$  соответственно к подчеркнутым числам 1,50 и 1,99 в уравнениях (c) и (d), получаем из двух наших рядов окончательно:

$$m^2_{xp} = 1,50 + 0,96 = 2,46;$$

$$m^2_{yp} = 1,99 + 0,89 = 2,88.$$

Соединяя это с выводом  $m^2_{xp}$  и  $m^2_{yp}$  по ряду  $E12\ mp$ , из уравнений (a) и (b) получаем:

$$m^2_{xp} = 1,06; \quad (e)$$

$$m^2_{yp} = 1,54. \quad (f)$$

В выражениях (e) и (f) влияние ошибки длины  $FC$  рассчитается так, на основании (a) и (b):

$$\text{в } m^2_{xp} \dots \frac{0,25 \cdot 1,06}{1,85} = 0,14;$$

$$\text{в } m^2_{yp} \dots \frac{0,75 \cdot 1,54}{2,19} = 0,53.$$

Совершенно так же оцениваем определение точки  $d$  из рядов  $F2fd$  и  $Fg\eta 16cd$ , причем для первого ряда  $\alpha = 0$ ,  $n = 3$ ;  $L = 65\ km$ , а для второго ряда придется идти сперва от  $F$  до  $\eta$  при длине  $L = 80\ km$ , при  $n = 3$  и  $\alpha = 345^\circ$ , а затем иметь добавочный переход от  $\eta$  к  $d$  при  $n = 2$ ,  $L = 35\ km$  и  $\alpha = 120^\circ$ .

Из первого ряда:

$$m^2_{xd} = 0,93 + 1,25;$$

$$m^2_{yd} = \dots + 1,70.$$

Из передачи  $Fg\mu\eta cd$ :

$$m^2_{x_d} = 0,93 + 0,95;$$

$$m^2_{y_d} = + 0,99.$$

Отсюда, считая, что в  $m^2_{x_d}$  входит постоянная часть 0,93, обусловленная ошибкой в  $FC$ , находим:

$$m^2_{x_d} = 0,93 + 0,70 = 1,63; \quad (q)$$

$$m^2_{y_d} = 0,88. \quad (h)$$

Следовало бы учесть еще определение  $d$  из ряда  $K67bd$ , но ошибка этого определения будет оказывать малое влияние на уже полученные выводы.

Выведем теперь средние погрешности  $m^2_{\Delta x}$  и  $m^2_{\Delta y}$  в разности координат точек  $d$  и  $p$ . Мы должны при этом исключить из (e), (f), (g) и (h) части, обусловленные ошибкой стороны  $FC$ , сложить оставшиеся части соответственно уравнений (e) и (g) и уравнений (f) и (h), а затем прибавить  $\mu^2(x_d - x_p)^2$  и  $(y_d - y_p)^2 \mu^2$ , понимая под  $\mu$  ошибку стороны  $FC$ , равную 1 : 70 000. Имеем поэтому:

$$m^2_{\Delta x} = 0,92 + 0,70 + (x_d - x_p)^2 \mu^2;$$

$$m^2_{\Delta y} = 1,01 + 0,88 + (y_d - y_p)^2 \mu^2.$$

Так как  $x_d - x_p = 34$  км, а  $y_d - y_p = 35$  км, то:

$$m^2_{\Delta x} = 1,87; \quad m_{\Delta x} = \pm 1,37 \text{ м}; \quad (l)$$

$$m^2_{\Delta y} = 2,14; \quad m_{\Delta y} = \pm 1,46 \text{ м}. \quad (k)$$

Если бы мы шли по полигону  $df2mp$ , то получили бы:

$$m^2_{\Delta x} = 0,42 + \underline{0,53} = 0,97 \text{ м}; \quad m^2_{\Delta x} = 0,99 \text{ м}; \quad (l)$$

$$m^2_{\Delta y} = 0,53 + \underline{0,53} = 1,06 \text{ м}; \quad m^2_{\Delta y} = 1,03 \text{ м}. \quad (m)$$

В (l) и (m) подчеркнутым обозначено влияние ошибки стороны  $g2$ .

При вставке заполняющих треугольников получаемые в координатах невязки не будут зависеть от общих им ошибок исходных сторон добавочных рядов. Поэтому, исключая эти влияния, мы получим из (l), (k), (l) и (m) относительные

$$\left. \begin{array}{l} m_{\Delta x} = \pm 1,27 \text{ м} \\ m_{\Delta y} = \pm 1,38 \text{ м} \end{array} \right\} \text{из добавочных рядов;}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_{\Delta x} = \pm 0,76 \text{ м} \\ m_{\Delta y} = \pm 0,76 \text{ м} \end{array} \right\} \text{из полигона } df2mp.$$

Здесь мы отчетливо видим, что из полигона  $df2mp$  результаты существенно получаются лучшие, чем из уравнивания добавочных рядов.

Это подтверждает то положение, что отдельное и предшествующее уравнивание добавочных рядов ухудшает заметно вставку заполняющих треугольников и заметно увеличивает те невязки, которые

получились бы при обработке отдельных групп заполняющих сетей; увеличение погрешности в координате на 0,6 м может потом в заполняющей сети, при сторонах ее в 8—12 км, вызвать необходимость исправлять углы на величины до  $\pm 15''$ .

Очевидно, что если  $m_{\Delta x} = 1,26$ , а  $m_{\Delta y} = 1,30$ , то невязки в координатах заполняющей сети при вставке ее в добавочные ряды могут достичь величин более 2,5 м. Понятно, что на такой триангуляции нельзя базировать детальных триангуляций специального назначения, или же придется рассматривать пункты государственной триангуляции, как лишь обеспечивающие возможность вставки детальной триангуляции в общую систему геодезических точек, но уже с целями только картографическими.

Таким образом, мы приходим к выводам:

1. Образование в триангуляции I класса полигонов со сторонами в 400 км, приводя к крайней громоздкости и почти неосуществимости надлежащей обработки основных рядов II класса, не обеспечивает надлежащей точности в установлении этих рядов.

2. При построении заполняющих сетей требуется в полевых работах, искусно используя местность, организовывать выделение дополнительных рядов II класса, что может значительно осложнить работу, и не всегда привести к желаемому результату.

3. Обработка дополнительных рядов будет очень сложна и обработка заполняющих сетей также не отличается простотой.

4. В результате же координаты пунктов заполняющей сети не получаются с той точностью, которая обеспечивает полное и всестороннее использование государственной триангуляции, что вынудит разные учреждения и ведомства в своих специальных целях вести работы с излишней тратой времени и средств.

§ 9. Пересмотр построения государственной триангуляции приводит нас к следующему проекту — схеме:

1. Полигоны триангуляции I класса образуются рядами примерно по меридианам и по параллелям, с отстоянием рядов одного направления друг от друга (между их осями) не более 200 км.

2. В каждом из узлов первоклассного полигона измеряется базис и исполняются точные астрономические определения широты, долготы и азимута; следует иметь и в серединах сторон звеньев полигона точные астрономические определения широты, долготы и азимута.

3. В каждом полигоне I класса прокладывается два основных ряда II класса одного направления и третий основной ряд — в середине полигона, по примерно перпендикулярному направлению к первым двум рядам; эти первые два ряда разбивают полигон I класса на три, примерно равные, части.

4. В основном ряде II класса, делящем полигон I класса на две части, примерно по его середине и между двумя основными рядами одного направления, измеряется базис и исполняется точное астрономическое определение азимута, долготы (и широты).

5. Части основных рядов II класса, примыкающие к полигону первого класса, должны быть исполнены так, чтобы дать основание к выделению их при обработке основных рядов II класса в особые группы; подвиг каждой такой группы внутрь

свободной площади полигона I класса около 40—50 км. Указанные группы образуются или геодезическими четырехугольниками, или представляют двойную цепь треугольников, или вообще представляют некоторую сеть треугольников, в которой добавочные диагонали и замыкания выгодно работают на повышение веса определяемых элементов, служащих для продолжения основного ряда. Постройки сигналов в этих группах должны отвечать требованиям триангуляции I класса, наблюдения исполняются также с повышенной точностью против остальных пунктов основных рядов.

6. Для наблюдений в основных рядах II класса служит двухсекундный теодолит, диаметр круга которого 21 см, но допускается и пятисекундный теодолит с лимбом в 18 см и оптикой достаточно мощной; отверстие объектива 40—45 мм, фокусное расстояние объектива около 40 см, и увеличение 40—44. Наблюдения исполняются на обычных пунктах основных рядов 8-ю при двухсекундном и 12-ю приемами при пятисекундном теодолите. В примыкающих же к полигону I класса частях основных рядов, имеющих быть выделенными в особые группы (см. пункт 5), наблюдения выполняются преимущественно на световые сигналы двенадцатью приемами при двухсекундном теодолите и 16-ю приемами — при пятисекундном теодолите. В этих группах средняя ошибка измеренного угла должна быть около  $\pm 0'',8$ , на остальных пунктах основных рядов средняя ошибка измеренного угла не более  $\pm 1'',2$ .

7. Уравнивание основных рядов II класса выполняется по следующему плану; сперва уравниваются выделенные в особые группы примыкающие к полигону I класса части основных рядов I, II, III, IV и VI (фиг. 8); затем следует составление и решение базисных и азимутальных уравнений в шести рядах между внутренним базисом  $AB$  и сторонами  $ab$ ,  $cd$ ,  $ef$ ,  $gh$ ,  $ij$ ,  $kl$ , которыми оканчиваются группы I, II... VI. При этом все астрономические азимуты считаются приведенными поправками за условие Лапласа к одной из астрономических точек полигона I класса; в уравнивание вводят поправки стороны  $AB$  ее азимута, сторон  $ab$ ,  $cd$ ,  $ef$ ,  $gh$ ,  $ij$ ,  $kl$  и их азимутов, определив предварительно веса этих элементов.

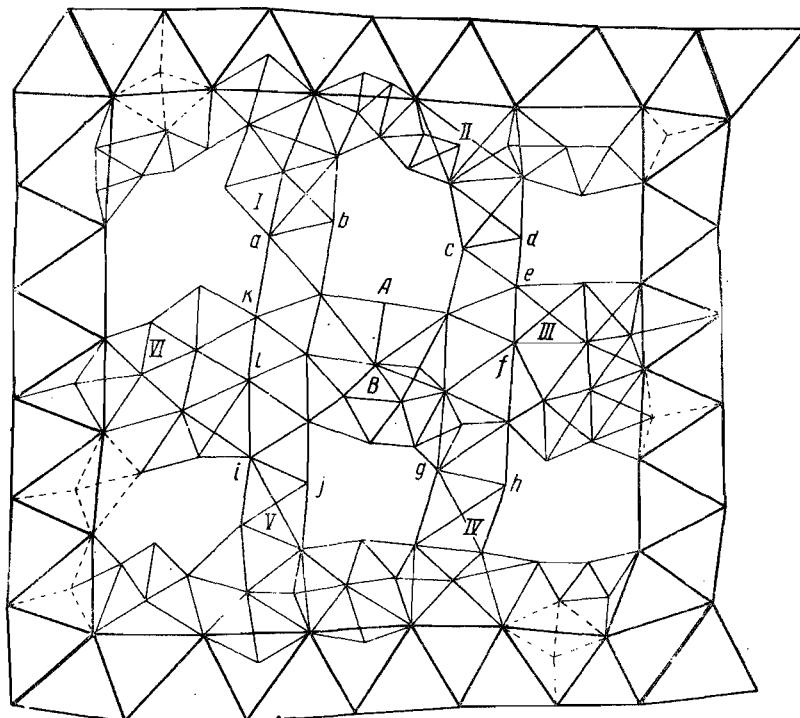
После этого вторично уравнивают каждую группу I, II, ..., VI и вычисляют координаты точек  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$ ,  $g$ ,  $h$ ,  $i$ ,  $j$ ,  $k$ ,  $l$ . Теперь приступают к уравниванию рядов  $abji$ ,  $cdgh$ ,  $klef$ , применяя способ обработки посредственных наблюдений, т. е. вводя в качестве неизвестных поправки координат точек указанных рядов, причем предварительно из уравнений погрешностей исключают поправки координат или точки  $B$  или точки  $A$ , по уравнению:

$$\delta x_b = \delta x_a + AB \cdot \cos \alpha - (x_b^\circ - x_a^\circ) + \text{поправочные члены};$$

$$\delta y_b = \delta x_a + AB \cdot \sin \alpha - (y_b^\circ - y_a^\circ) + \text{поправочные члены}.$$

8. Кроме основных рядов II класса прокладываются основные сети II класса — в пределах фигур, заключенных между рядами I класса и основными рядами II класса. Эти основные сети II класса исполняются в общем с тою же точностью, как и основные ряды II класса, и группируются вдоль «третьего» основного ряда II класса, делящего полигон I класса на две части, и вдоль рядов I класса, параллельных этому третьему основному ряду II класса — с тем, чтобы уменьшить протяженность фигур, оставшихся незаполнен-

ными триангуляцией после прокладки основных рядов II класса. В каждую отдельную группу основной сети II класса входит не более 4—6 новых точек II класса; обработка этих групп выполняется легко по методу уравнивания координат.



Фиг. 8

9. По выполнении основных рядов и основных сетей II класса должны оставаться незаполненными триангуляцией отдельные площади такого размера, чтобы заполняющую сеть, покрывающую сплошь каждую такую площадь, можно было бы без труда обрабатывать всю сразу, без разбивки ее на части, применяя метод уравнивания координат пунктов заполняющей сети. Там, где позволяет местность, в заполняющей сети треугольники берут со сторонами до 15—20 км, вставляя в них добавочные пункты, чтобы получить сеть надлежащей густоты. Число точек заполняющей сети, входящих в общее уравнивание, не следует иметь более 8—10. Средняя ошибка измеренного угла в заполняющей сети не должна превышать  $\pm 2''$ .

10. При самом выполнении работ по проложению первоклассных рядов следует, в качестве дополнительных пунктов I класса, попутно определить ряд господствующих пунктов местности, легко намечаемых с сигналов I класса без специальной рекогносцировки; возможность наблюдений на такой дополнительный пункт и с него должна обеспечиваться при малой высоте знака на таком пункте; в число дополнительных пунктов I класса могут вводиться и постоянные предметы — колокольни, башни — однако такие, с которых возможны

обратные наблюдения, и с использованием при наблюдениях на них с эксцентрических точек.

11. Для обработки второклассной триангуляции полезно получить координаты пунктов I класса в проекции Гаусса—Крюгера и использовать эту проекцию при уравнивании II-классной триангуляции и заполняющих сетей.

В приведенных одиннадцати пунктах триангуляция I класса затрагивается только в пунктах 1-ом, 2-ом и 10-ом; при заметном увеличении длины первоклассных рядов, нового при этом в методы и организацию собственно тригонометрической части триангуляции I класса ничего не вносится.

Астрономическая часть триангуляции I класса и гравиметрические работы совсем не затрагиваются в настоящей статье — эти вопросы будут рассмотрены отдельно.

§ 10. Выполнение схемы § 9-го обеспечивает хорошую точность в триангуляции II класса: расстояния между смежными основными рядами везде будут определяться с средней ошибкой, не превышающей  $\pm 0,4$  м.

Конечно, эта схема в действительных работах должна быть сообразжаема с местностью и приспособлена к последней, вследствие чего расположение основных рядов II класса может значительно отступать в действительности от этой схемы.

Но следующие положения должны быть сохранямы всегда:

1. Длина рядов (звеньев) I класса, образующих замкнутый полигон, не должна превышать в сумме 800 км; на этом периметре через 200 км измеряются базисы, а через 100 км исполняются астрономические определения долготы, азимута и широты; расстояния между рядами I класса примерно одного направления — не должны быть более 200 км.

2. Точность основных рядов II класса должна быть повышена, характеризуясь средней ошибкой угла около  $\pm 1''$ ; расстояния между рядами II класса одного направления или между основными рядами II класса и им параллельными рядами I класса не должны превышать 100 км, считая между осями рядов.

3. Триангуляция II класса подразделяется на три или даже на четыре разряда:

а) основные ряды;  
б) основные сети;  
в) заполняющие сети с треугольниками крупными — при сторонах до 15 км;

г) заполняющие дополнительные треугольники, доводящие заполняющую сеть II класса до надлежащей густоты.

4. В каждой системе заполняющей сети должна быть обеспечена возможность общего уравнивания всех треугольников, ее составляющих, не считая дополнительных.

Очевидно, исполнение основных рядов II класса в пределах данного полигона I класса должно производить без разрывов по времени и как цельное задание. После обработки этих рядов последующие разряды триангуляции II класса развиваются свободно в пределах каждой из тех частей площади полигона I класса, на которые она разбилась основными рядами II класса, и соответственно очередности запросов на съемку или на детальную триангуляцию. Я не отрицаю, что могут быть предложены и иные схемы развития триангуляции II класса.

Но очевидно, что установившаяся свобода в развитии триангуляций II класса должна быть значительна сужена. Это дело нормально должно быть всецело в руках геодезических учреждений; другие учреждения нормально в своих специальных целях исполняют лишь триангуляции III и IV класса.

Если этот нормальный порядок приходится нарушать из-за срочности требований на геодезическую основу и из-за отсутствия у Главного Геодезического Комитета материальных и иных возможностей, то все-таки у соответствующих ведомств и учреждений должна быть полная договоренность с Главным Геодезическим Комитетом по поводу исполнения ими триангуляций II класса, обеспечивающая и своевременное исполнение ГГК основных рядов II класса в соответствии с проектом полигонов I класса для данного района, и увязку ведомственных триангуляций с будущими построениями при развитии в том же районе государственной триангуляции, и вообще возможность в известной степени использовать работу ведомства в общих целях. Мне кажется, что в настоящей статье достаточно убедительно доказано, что в построении триангуляции II класса должна проводиться очень строгая и стройная система, чтобы обеспечить полноценность ее результатов. Достаточно в СССР производилось и производится триангуляций, которые удовлетворяют или только текущим запросам, или могут быть использованы только в картографических целях, но не могут быть введены в общую систему государственной триангуляции, отвечающей всем запросам, иногда очень строгим в отношении точности. С развитием и укреплением Главного Геодезического Комитета ВСНХ этот порядок должен быть изжит. Это одна из задач ГГК, направленная к общей пользе (а не к монополизации, как иные хотят думать). Переход на надлежащую схему построения государственной триангуляции обязывает ГГК значительно увеличить объем работ по триангуляции I класса в общем на 50%; проект этой триангуляции должен быть заново отработан и в связи с тем должен быть отработан проект и план развития основных рядов II класса.

## **ОБ ОСНОВНЫХ АСТРОНОМО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТАХ В СССР**

(Напечатана в журнале «Геодезист», 1984 г., № 9—10, стр. 67—71)

Только на пятом году своего существования Главное геодезическое управление приступило и притом вначале в очень скромном масштабе к работам по триангуляции I класса. До этого момента в течение 4 лет ГГУ не располагало ни инструментами, ни кадрами, ни прочим оборудованием. Небольшие кадры опытных геодезистов в дореволюционной России все сосредоточивались в Управлении военных топографов. Главное геодезическое управление должно было откуда-то для себя получить геодезистов надлежащей квалификации; той школой, которая могла доставить этих специалистов, являлся Московский геодезический институт. Но на этой скромной высшей школе еще тяготело печальное наследие прошлого: ведь только в 1917 г. в этой школе выделился геодезический факультет, а до 1917 г. более 80 лет существовал бесфакультетный Межевой институт, в котором теодезия и практическая астрономия стояли в одном нераздельном учебном плане с гражданским правом, межевыми законами и прочими юридическими предметами, направленными к сохранению частной земельной собственности. Этот курьез царского времени, эта школа, именовавшаяся Межевым институтом, должна была совершенно переродиться после революции. Только к 1924 г. появились из Московского геодезического института первые молодые инженеры-геодезисты, которых уже можно было использовать на основных геодезических работах. Однако это еще не решало дела — нужен был руководящий состав, который образовался к 1924 г. от части из профессоров геодезического института, от части из небольшого числа опытных военных геодезистов, демобилизованных к тому времени.

Оборудование для основных геодезических работ ГГУ к 1924 г. имело крайне ограниченное: только для трех полевых партий. Вспоминая этот первый период деятельности ГГУ, должно отметить, что он был неблагоприятным: в те годы на развитие деятельности этого молодого советского учреждения сильно сказывалось недоверие к нему лиц и учреждений, заинтересованных в результатах геодезических работ; это недоверие, может быть, имело основанием прежнюю традицию связывать все, что относилось к теодезии и картографии, с именем Корпуса военных топографов; с другой стороны, ряд специалистов Военно-топографического управления в те годы достаточно ревниво относились к новому геодезическому учреждению.

Огромное дело — исполнение основных геодезических работ на всей территории СССР — требовало и требует, конечно, значительного обдумывания и всесторонней проработки. К сожалению, ГГУ в первые годы своего существования не располагало достаточно мощным научным

коллективом, чтобы основательно провести эту проработку, и приступило в 1924 г. к основным геодезическим работам, базируясь главным образом на пример и предыдущую деятельность Военного топографического управления. Пример этот был не плох, но и не вполне подходящий.

В заслугу Военного топографического управления надлежит поставить твердо проводившееся им всегда требование — обосновывать составление топографической карты на триангуляции I класса и точных нивелировках. Однако требования сплошной топографической съемки масштаба 1 : 50 000 являются, конечно, пониженными по сравнению с теми требованиями, которые предъявляет к триангуляции I класса задача обеспечения опорными сетями значительных площадей для выполнения на них съемок масштаба 1 : 10 000 и 1 : 5000 и для тщательного выполнения больших проектов тех или иных значительных сооружений. Учет разнообразных требований, которые может выдвинуть бурно развивающееся социалистическое строительство Страны советов, вынуждал к тщательному пересмотру вопроса о построении триангуляционных сетей 2 класса и непременно приводил к пересмотру построения и основы из основ, т. е. построения триангуляции I класса. Упомянутый учет в годы 1924—1928 очень трудно было выполнить: ведь землеустройство еще ограничивалось закреплением границ землепользований и отводом земель госфонда, причем выполнения геодезических работ не требовалось. Землеустройство производилось согласно землемерной инструкции 1911 г.; в этот же период требования к геодезии со стороны мощных промышленных комбинатов также еще не ставились.

Выделение основных рядов из триангуляции II класса и уменьшение в два раз периметров полигонов триангуляции I класса — вот те существенные изменения, которые были уже введены ГГУ к 1928 г. в постановке основных астрономо-геодезических работ. Несомненно, эти изменения вполне отвечают именно тем требованиям, которые предъявляются в настоящее время к геодезии с разных сторон: значительное количество учреждений, выполняющих съемки в своих специальных целях, получают возможность базировать последние на сравнительно коротких рядах триангуляции III класса, пролагаемой этими ведомствами внутри основных построений, осуществляемых ГГУ. Этим самым не только значительно облегчается работа ведомств, особенно работа по землеустройству, но и прекращаются поводы к ведению рядом учреждений своих съемочных работ без всякого геодезического обоснования. Принятая ГГУ новая схема построения государственной триангуляции, конечно, увеличила объем работ ГГУ и, кроме того, повысила требования к точности их исполнения. Но с геодезической точки зрения это было неизбежно: нельзя в пределах трапеции  $500 \times 400 \text{ км}$ , представляющей до 1928 г. площадь полигона триангуляции I класса, строить сплошную триангуляцию II класса; нужно уменьшить сперва эту площадь по крайней мере в 4 раза, и разбив ее затем на шесть частей основными рядами II класса, вести наконец заполняющую сеть II класса в пределах клетки площадью всего около  $10\,000 \text{ км}^2$ . С другой стороны, основные ряды II класса требуют, чтобы длина в  $250 \text{ км}$  диагонали каждого такого ряда определялась из триангуляции I класса с погрешностью, не превышающей  $\pm 1,5 \text{ м}$ ; это же требует, чтобы средняя ошибка наблюденного угла в триангуляции I класса не превышала  $\pm 0'',5$ , а лапласовы азимуты в триангуляции I класса определялись вообще со средней ошибкой, не превышающей  $\pm 0'',3$ . Достаточно удачный учет к 1928 г. этих требований, приходится особенно отметить.

С 1924 г. основные астрономо-геодезические работы постепенно с каждым годом все увеличиваются в своем объеме; постепенный рост характеризуется следующей табличкой, содержащей протяжение в километрах выполненных рядов триангуляции I класса и линий высокоточной и точной нивелировки.

Годы	По триангуляции I кл. (в км)	По нивелированию высокоточному и точному (в км)
1924.....	587	1267
1925.....	739	2304
1926.....	1020	2165
1927.....	870	2866
1928.....	1477	3853
1929.....	2495	3725
1930.....	3880	6750

1931 г. выделяется резким увеличением объема выполненных работ; в этом и последующем 1932 г. работами по триангуляции I класса захвачено общее протяжение рядов около 11 000 км, причем из этого количества 6400 км совершенно закончены. По высокоточному и точному нивелированию в 1930 и 1931 гг. выполнено 14 100 км, и в 1932—1933 гг. — 9 500 км.

Число ежегодно снаряжаемых ГГУ отрядов для наблюдений триангуляций I класса возросло с 3 в 1924 г. до 27 в 1932 г. К 1929 г. имелось астрономических пунктов, определенных в триангуляции I класса, всего 48; к 1933 г. число этих пунктов достигает уже 240.

Приведенные цифры рисуют нам картину мощного развития основных астрономо-геодезических работ в СССР. Успехи советской геодезии очень удивили иностранных геодезистов, узнавших первый раз о состоянии геодезического дела в СССР из моего доклада на 5 Балтийской геодезической конференции в 1930 г. Но, конечно, те количественные успехи, которые имела советская геодезия до 1930 г., теперь представляются нам очень скромными.

Мы можем с большим удовлетворением констатировать, что к 15-летию геодезической службы в СССР, успехи по триангуляции I и II классов, по астрономическим работам в триангуляции I класса, по высокоточному и точному нивелированию могут быть признаны достаточно большими; что сильное отставание на геодезическом фронте, которое имело место еще в 1924 г., теперь выравнивается.

С 1933 г. появился и новый, отсутствовавший до тех пор, вид основных геодезических работ: с этого времени приступили к общей гравиметрической съемке СССР, которая должна дать в течение второй пятилетки весьма важные и существенные результаты.

Основные астрономо-геодезические работы, давая результаты, необходимые для практического использования, одновременно должны отвечать и запросам научного характера, и социалистического планирования; это условие, конечно, вносит ряд особенностей в постановку этих работ. Но и практические результаты этих работ требуют прежде всего оценки со стороны их точности, а следовательно, и чисто практическое выполнение этих работ неразрывно связано с тонкими и сложными исследованиями в области погрешностей наблюдений и оценки применяемых методов и приборов измерений. Без расчета ожидаемых погрешностей

результатов немыслима производственная работа в области геодезии, и очевидно, что чем шире масштаб работ, тем более внимания нужно уделить изучению вопросов, связанных с действием погрешностей в результатах астрономо-геодезических работ. Инструкции работ — самые подробные — не могут претендовать здесь на исчерпывающее значение.

Далее, самая обработка столь обширной астрономо-геодезической сети, которую является триангуляция I класса СССР, представляет собой задачу, еще не ставившуюся в науке, но решение которой уже должно быть подготовлено.

Наконец, — и это с производственной точки зрения является самым главным, — основные астрономо-геодезические работы должны в СССР в ближайшие годы исполняться в районах необследованных, мало или совсем необжитых, лишенных всяких путей сообщения, диких по своей природе; в этих районах и организация работ, и методы их выполнения должны быть иные, чем примененные с достаточным успехом до сих пор в районах иного характера (в Европейской части СССР, в Казахстане, в полосе Сибирской железнодорожной магистрали). Должно отметить, что в направлении разработки новой организации работ, соответствующей необжитым северным районам СССР, а также в направлении разработки и испытания методов работ в этих районах, — к моменту 15-летия геодезической службы в СССР сделано слишком мало.

Предварительное изучение предстоящих новых районов и выявление важных с геодезической точки зрения их особенностей еще не ставится ГГУ, между тем без этого ведь нельзя ни составить проекта работ, ни наметить организации работ и методов ее исполнения.

Здесь ясно ощущается необходимость иного подхода к постановке работ. Что дали исполненные уже значительные работы ГГУ в смысле установления надежности применяемых оценок точности полученных результатов? Что дали эти работы для научного анализа причин погрешностей при наших астрономо-геодезических работах? Эти вопросы приходится, к сожалению, оставить без ответа: огромный собранный ГГУ материал остается без надлежащей обработки; спешное получение рабочих координат и высот, обусловленное срочными запросами огромного числа учреждений, заставило ГГУ временно отказаться от научного анализа полученных материалов; более того, выполняя огромные планы работ в условиях крайнего напряжения сил всех своих сотрудников, ГГУ вынуждено было с 1930 г. пойти на такую постановку работ, когда о параллельном собирании добавочного материала, необходимого однако для выяснения условий работ с точки зрения влияния тех или иных причин погрешностей, не было и речи.

В момент празднования 15-летия геодезической службы в СССР, мы, советские геодезисты, должны с особой признательностью вспомнить, что только при советской власти эта служба возникла и окрепла. Основные астрономо-геодезические работы — это та часть геодезического производства, которая требует наибольшего внимания; если за последние годы в постановке этих работ элемент научного искания не был представлен в надлежащей мере, то, конечно, это явление временное, так как нигде так не относятся ревниво к охране научного интереса, как в стране Советов. Поэтому приложим все усилия, чтобы возможно скорее поднять основные астрономо-геодезические работы на надлежащую высоту, на тот уровень, когда научная и производственная стороны в них будут неразрывно и гармонически дополнять друг друга.

# ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ РАБОТЫ НА ТЕРРИТОРИИ СССР

(Напечатана в журнале «Социалистическая реконструкция и наука»,  
1936 г., вып. № 9, стр. 22—38)

## § 1.

Название «геодезические» прилагается в широких кругах к довольно разнообразным работам: съемки для целей землеустройства, нивелировки при разного рода изысканиях и строительствах; топографические работы по заданиям геологии и геологической разведки; береговые триангуляции и астрономические определения пунктов в целях гидро-графии; триангуляции I класса и точные астрономические определения на ее пунктах, доставляющие в совокупности материал по градусным измерениям, — все это именуется геодезическими работами.

Геодезия трактуется и как отдел практической астрономии, и как отдел математической географии, и как предмет кафедры строительного искусства, и как ветвь землестроительного дела, и т. п.; она преподается во всех вузах и втузах, но в одних при 40 часах, в других — при 240 часах, а в геодезических втузах — непрерывно пять с половиной лет.

В настоящей статье мы имеем в виду только те геодезические работы, которые имеют общегосударственное значение, в одной системе охватываю значительные части земного шара, постановка которых должна базироваться на научных основаниях и результаты которых, отвечая в первую очередь запросам практической жизни, используются еще в ряде сложных научных исследований по вопросам фигуры и размеров Земли, вращения Земли, устройства земной коры и внутреннего строения земного шара, вековых движений суши, и вообще по вопросам жизни Земли, как планеты.

Такие геодезические работы, по установившейся у нас терминологии, носят название основных астрономо-геодезических работ.

## § 2.

Первые геодезические работы были выполнены в 1737—1743 гг. академиками Парижской Академии наук в виде двух градусных измерений — одно в Лапландии и другое — в Южной Америке, в Эквадоре. Результаты этих работ должны были подтвердить и действительно подтвердили, что Земля не шар, а эллипсоид, сжатый при полюсах; этим самым подтверждались теоретические исследования Ньютона по открытому им «тяготению».

Эти же градусные измерения установили, хотя и с малой, с современной точки зрения точностью, размер экваториального радиуса Земли,

т. е. величину того базиса, исходя из которого мы определяем все размеры в солнечной системе. Одновременно с указанными градусными измерениями, основные астрономо-геодезические работы во Франции стали ставиться для создания первой карты Франции под руководством Кассини.

В эпоху французской революции обширные по тому времени геодезические работы были проведены во Франции по распоряжению Конвента, под руководством и при непосредственном участии знаменитых ученых Деламбра и Араго, для определения длины метра, как  $1 : 10\,000\,000$  четверти земного меридиана, и с тех пор геодезические работы находятся в непрерывной и органической связи с той областью знания, которая теперь называется метрологией.

XIX век в области геодезии ознаменовался, во-первых, теоретическими исследованиями таких великих ученых, как Лаплас, Гаусс, Бессель и Струве, во-вторых, исполнением некоторых значительных дуг градусных измерений в Западной Европе, в России и в Британской Индии и, в-третьих, значительным развитием основных геодезических работ в разных государствах в целях обороны.

Гаусс, как известно, является творцом способа наименьших квадратов, применяемого при обработке результатов наблюдений и измерений, и он приложил этот способ прежде всего к обработке наблюдений малых планет. Но в дальнейшем главными потребителями этого метода и главнейшими исследователями в области теории ошибок наблюдений явились геодезисты и из них крупнейший — Гельмерт. Результаты геодезических измерений неизбежно сопровождаются ошибками. Материалы основных геодезических работ в настоящее время считаются только тогда удовлетворительными, когда они позволяют с достаточной уверенностью установить точность получаемых из них результатов. Проекты геодезических работ должны непременно сопровождаться предвычислениями ошибок результатов этих работ. В этом геодезические работы сходятся с инженерными: там в основе лежит расчет нагрузок, напряжений, сопротивлений и деформаций; здесь — расчет возможных перемещений и деформаций под действием причин погрешностей, играющих роль сил и нагрузок. Понятно, что чем больше территория, охватываемая геодезическими работами, тем более приходится отводить внимания вопросу о влиянии на результаты этих работ ошибок наблюдений и измерений.

В ближайшие времена после Гаусса теория ошибок измерений прилагалась в геодезии только при использовании геодезического материала в научных целях, но в настоящее время она прилагается в геодезических работах и практического значения, потому что от правильного расчета и учета действия погрешностей измерений зависит выбор методов и программы измерений и инструментов, а также и самая организация работ.

Ошибки измерений зависят от свойств самого наблюдателя, от качеств инструмента, от применяемых методов измерений, от «внешних» причин, т. е. от условий местности, времени дня, условий метеорологических и т. д. Добиваясь высокоточных результатов, геодезист должен считаться со всеми этими влияниями, и поэтому его практическая работа неизбежно всегда связывается с работой исследовательской, нередко очень сложной.

Гаусс, Бессель и Струве сами участвовали в полевых геодезических измерениях, будучи уже к тому времени всемирно признанными учеными-

ми; это их участие в полевых измерениях дало очень многое именно в отношении правильной постановки работ с точки зрения учета ошибок наблюдений и применения надлежащих методов и аппаратуры. В современных основных геодезических работах Франции, Германии, Швеции, Финляндии также принимают непосредственное участие в исполнении полевых наблюдений крупные научные силы, и именно потому, что в этих наблюдениях часть работы всегда носит исследовательский характер.

Гаусс, Бессель, отчасти Струве, разработали и ту часть теоретической геодезии, которую можно назвать частью «математической». Это — так называемая сфероидическая геодезия, рассматривающая задачи определения положения геодезических точек на поверхности эллипсоида вращения, близкого к шару. Теория геодезической линии на поверхности эллипсоида вращения была дана Бесселем; Гауссу принадлежит теория конформного отображения эллипсоида на шаре и на плоскости и применение этой теории к вопросам геодезии.

По существу математическая часть геодезии указанными гениальными учеными разработана с полнотой, которая покрывает и в настоящее время все запросы к ней. Во всяком случае, современные работы в этой области ограничиваются по существу развитием результатов Гаусса и лучшим приспособлением к использованию их в практических целях.

В этой части развитие геодезии как бы остановилось, но, очевидно, новые достижения математики позволяют внести и новые методы решения задач этой математической части геодезии.

Я указал уже на значительное развитие основных геодезических работ в XIX столетии в целях обороны.

Наполеон в своих обширных походах очень сильно ощущал значение точных и подробных карт и правильно оценивал достоинство метода триангуляции для определения опорных пунктов при составлении военно-топографических карт. К 1812 г., по примеру Наполеона, во всех европейских государствах, в том числе и в России, организуются военно-топографические управления, и основные геодезические работы переходят в исключительное ведение этих управлений. Такой порядок сохраняется до сих пор почти во всех государствах Европы (но не в СССР).

Обширные топографические работы, приводящие к созданию топографической карты государства, нуждаются в системе определенных с достаточной надежностью геодезических опорных пунктов.

Организация этого дела предполагает, что каждый из большого числа топографов, исполняющих съемку государства, начинает, исполняет и кончает свое задание независимо от всех остальных на своем участке, границы которого заданы некоторыми математическими линиями (меридианами и параллелями). Опорные геодезические точки, координаты которых определены заранее и отнесены к некоторой общей для всей территории системе координат, позволяют на каждой съемочной трапеции, представляющей задание одного топографа, начать и выполнять работу именно от этих точек, независимо от соседей, и эти же опорные точки, приходящиеся на данную съемочную трапецию, вполне определяют место этой трапеции на территории и ее границы — без какого-либо специального их установления, без связи с соседями по работе. Далее, эти же опорные точки обеспечивают простоту и точность в сводке сотен и тысяч отдельных съемочных трапеций в одно целое, т. е. в карту, а в работе топографа доставляют, во-пер-

вых, необходимый ему контроль и позволяют, во-вторых, переходя от общего к частному, организовать работу наиболее выгодно и экономно, получая в то же время наилучшие результаты.

Не вдаваясь здесь в обоснование расчетов, устанавливающих точность определения положения опорных геодезических точек, используемых при составлении военно-топографических карт, ограничимся указанием, что правильная постановка дела требует дать сперва геодезическое обоснование I класса в виде цепей или рядов треугольников, располагающихся по меридианам и по параллелям с расстояниями между смежными рядами одного направления около 400 км. Это обоснование I класса, очевидно, образует на территории клетки площадью каждая около 160 000 км<sup>2</sup>; в пределах каждой клетки проводится геодезическое обоснование II класса, а сгущая доставленные последним опорные точки посредством пунктов III класса, получают, наконец, геодезическое обоснование надлежащей густоты.

Точность построения рядов I класса характеризуется следующими величинами: длина ряда в 400 км определяется с ошибкой, не превышающей 8 м; стороны треугольников I класса, имеющие в среднем длину в 30 км, определяются с ошибкой, вообще не превышающей 1 : 30 000, а углы в треугольниках рядов I класса измеряются с средней квадратической ошибкой около  $\pm 1''$ , и сумма трех измеренных углов в треугольнике только в редких случаях отличается от теоретической суммы углов треугольника на  $\pm 4''$ . В обосновании II класса требуется дать стороны треугольника, при средней их длине в 20 км с ошибкой, не превышающей 1 : 15 000, с измерением углов треугольников II класса с средней ошибкой около  $\pm 1'',5$ , и, наконец, стороны треугольников III класса при средней их длине 10 км могут быть определяемы с ошибкой до 1 : 5000.

Современные съемки, служащие материалом для составления военно-топографических карт, ведутся в масштабах от 1 : 40 000 до 1 : 50 000, но с каждым годом все более и более увеличиваются те площади, где эти съемки нужно вести в масштабах 1 : 20 000 — 1 : 25 000. Даже для масштаба 1 : 20 000 достаточно, казалось бы, сторону треугольника III класса дать с ошибкой, не превышающей 4 м, так как на плане этой ошибке будет соответствовать линейный отрезок всего в 0,2 мм. Другими словами, что если на отрезке в 10 км мы можем помириться с ошибкой в 4 м, то не может быть речи об определении расстояний в 400 км всего только с ошибкой в 8 м. Но это не так, и та схема допусков, которая только что выше приведена, должна соблюдаться в построении геодезической основы на большой территории, чтобы в этой работе иметь надлежащий контроль и чтобы результаты ее обеспечивали стройную и экономную организацию последующих топографических работ, надлежащий контроль в них и отсутствие всяких недоразумений при сводке десятков тысяч отдельных съемочных трапеций в одно целое, т. е. в топографическую карту.

С 1907 г. указанная схема и точности измерений проводятся неуклонно в работах нашего Управления военных топографов, и к чести этого учреждения должно отметить то, что здесь оно не пошло по тем путям, которые, основываясь на неверных расчетах, вытекающих якобы из прямых задач картографии, рекомендуют значительные упрощения в постановке геодезических работ, а конечно, и значительное ускорение и удешевление их. Это удешевление и ускорение непременно привели

бы затем к огромным и крайне неприятным переделкам не только в основе, но и в материалах съемок.

Совершенствование и крайнее усложнение военной техники выдвигают необходимость, во-первых, для ряда районов иметь съемки масштаба 1 : 10 000, а во-вторых, — использовать в ряде задач самые опорные геодезические точки, т. е. их координаты, причем ошибки расчетов в этих задачах, обусловленные ошибочностью геодезических данных, должны быть ничтожны по сравнению с действием ошибочного учета других элементов (например, разных влияний при полете снаряда в стрельбе на большое расстояние). Эти новые требования к геодезической основе заставляют повысить указанные выше точности измерений при составлении геодезической основы.

На постановке геодезических работ в целях обороны пришлось достаточно остановиться потому, что именно в этом разрезе геодезические работы преимущественно ставились во всех странах в течение XIX в., и материалы для научных геодезических выводов почерпались именно из геодезических работ, исполненных военно-топографическими управлениями разных стран.

Во второй половине XIX в., в связи с расширением железнодорожного строительства и началом больших работ по использованию водной энергии, выдвигается новый вид геодезических работ — нивелирование. Здесь сперва увлекались чисто практическим подходом к делу, пренебрегая принципом геодезии — перехода от общего к частному и установлением системы опорных точек. Из-за этого первая нивелировка Франции (нивелировка Бурдалю) не ответила практическим запросам и была в 80-х годах прошлого столетия признана подлежащей переделке полностью. Из-за этого же огромные нивелировки, проведенные в России Министерством путей сообщения, привели к полной неразберихе при сопоставлении профилей железных дорог в местах пересечения их.

Если дорожное строительство нуждается в системе опорных нивелирных точек для контроля своих дорожных нивелировок, для прочной связи работ по всей дорожной сети, то, конечно, значительно более высокие требования к опорной нивелирной сети предъявляют большие гидротехнические работы, захватывающие значительные площади.

В настоящее время нивелирные работы в СССР делятся на такие классы: I разряд — высокоточное нивелирование, доставляющее на всей территории систему замкнутых полигонов с периметром каждого от 800 до 1200 км; II разряд — точное нивелирование, линии которого, как правило, пролагаются внутри полигонов высокоточного нивелирования с таким расчетом, чтобы линии нивелирования следующего III разряда имели длину не более 150 км; нивелирование III разряда — пролагаемое между реперами точного и высокоточного нивелирования таким образом, чтобы обеспечить длину линий нивелирования следующего IV разряда не более 75 км для каждой; нивелирование IV разряда или техническое нивелирование выполняется или при работах инженерного характера или доводит до необходимой густоты высотное обоснование топографических работ и, как общее правило, опирается через каждые 75 км на реперы нивелировок I, II и III разрядов.

Нивелирование высокоточное характеризуется средними значениями ошибок на километр: систематической 0,2—0,3 мм, и случайной  $\pm 1,5$  мм.

Другими словами, ошибка разности высот двух точек, отстоящих друг от друга на 1000 км, не должна превышать в этом нивелировании

300 м, а в геодезическом производстве эту предельную ошибку на 1000 км хода даже снижают до 200 м.

Очень сложной и имеющей значительный научный интерес является в высокоточном нивелировании задача определения разности уровней морей и океанов. Нивелировки США и отчасти нивелировки СССР подтверждают, что средние уровни разных морей и океанов, как это ни странно, не находятся на одной нулевой высоте. Уровень Тихого океана у западных берегов Америки выше уровня Атлантического океана у восточных берегов Америки, причем, видимо, уровни того и другого океана повышаются от Панамского перешейка к северу. У нас для геодезической связи уровней Балтийского и Черного морей, Балтийского моря и Тихого океана нужно выполнить нивелирование протяжением в несколько тысяч километров, и при этом определить надежно малую разность высот конечных точек всего лишь в 2—4 дм.

Надежное подтверждение факта различных высот средних уровней разных морей и океанов, конечно, представляет задачу очень сложную и трудную — здесь обширное поле для исследования действия погрешностей в точном нивелировании и усовершенствования его методов и аппаратурь.

Понятно, с другой стороны, что только грандиозные силы и влияния могут обуславливать различие высот средних уровней океана; задача геофизики — дать объяснение этим явлениям, устанавливаемым результатами геодезических работ, и, конечно, раскрытие этих явлений, проливающее новый свет на жизнь земного шара, даст и геодезистам важные указания в отношении постановки дальнейших исследований.

Другой вопрос, имеющий существенное значение для геофизики и геологии, для решения которого геодезия дает необходимый материал в виде результатов высокоточных нивелировок, это — вопрос о вековых и иных движениях суши. Вертикальную составляющую этих движений можно выводить, сопоставляя результаты повторных нивелировок между сетью соответственно заложенных реперов: в СССР такие повторные нивелировки были произведены по заявкам геологов на Алтайском полуострове; в Германии повторные нивелировки имеются в довольно значительном количестве, и они привели к определенным заключениям по вопросу вертикальных движений суши в Северной Германии. В вопросе о движении суши геодезические работы, улавливая очень малые изменения в высотах, констатируют в результате научной обработки полученных из них материалов количественную сторону и географическое размещение явлений общего характера для всего земного шара, обусловленных действием грандиозных сил и характеризующих жизнь нашей планеты; после освоения геодезических результатов геофизиками и геологами в смысле получения из них надлежащих выводов, геодезисты получат возможность дальнейшей научной разработки программы их исследования по данному вопросу, конечно, очень сложному и требующему высокоточных результатов.

### § 3.

Я уже указывал на то громадное общенаучное значение, которое имели результаты первых градусных измерений. В XIX в. градусные измерения Индии выдвинули новую и очень важную идею так называемой изостатической компенсации в земной коре. Геодезист Пратт и астроном-математик Эйри дали каждый свою теорию или, вернее, гипотезу изостатической компенсации.

Сущность гипотезы заключается в том, что избыточные давления, обусловленные материковыми массами и в особенности горными плато и хребтами, или недостаточные давления, обусловленные океаническими впадинами, наполненными водой, должны компенсироваться — так или иначе, но непременно так, чтобы на известной глубине относительно уровня океана давление вышележащих масс было бы уже везде постоянным.

Гипотеза изостатической компенсации масс, образующих земную кору, родившаяся при обработке градусных измерений Индии и не получившая там полного подтверждения, блестяще была подтверждена спустя 60 лет результатами обширных и градусных измерений, выполненных к 1909 г. в США. Таким образом, геофизика и геология получили от геодезии весьма важную идею относительно закономерности в распределении масс в земной коре.

В астрономо-геодезических работах мы получаем всегда обширный и точный материал по так называемым уклонениям отвесных линий, понимая под уклонением отвесной линии угол между отвесной линией данной точки и нормалью в этой же точке к поверхности земного эллипсоида. При правильном принятии размеров этого эллипсоида и при правильном установлении его положения в теле земного шара — уклонения отвеса были бы равны нулю, если бы распределение плотностей в земной коре и в более глубоколежащих слоях было правильным, т. е. если бы поверхности, разграничающие слои разных плотностей, были уровнями и поверхностями.

Другими словами, распределение уклонений отвесных линий по величине, знаку и направлению связано с распределением неправильностей в строении земной коры — наружных и внутренних, с залеганием «аномальных» масс. Так как уклонение отвеса в данной точке есть функция плотности, глубины залегания и формы аномальной массы, то, конечно, судить по уклонениям отвеса о точных характеристиках аномальных масс, если они залегают под землей, мы обычно не можем.

Однако, повсеместно наблюдаемый факт, что рассчитанное или предвычисленное на основании учета притягательного действия горных хребтов уклонение отвеса оказывается всегда заметно более получаемого из геодезических работ действительного уклонения отвеса, обусловленного действием тех же горных массивов, привел к установлению компенсации притягательного действия горных массивов, т. е. к гипотезе изостазии.

Если векторы, представляющие на карте местные уклонения отвеса в разных точках данного района, все направлены к одному центру, то это определенно указывает, при отсутствии внешнего рельефа, на залегание вблизи и кругом этого центра подземной массы большой плотности (металлы) и, наоборот, направление всех этих векторов в сторону, противоположную некоторому центру, указывает на присутствие вблизи и кругом этого центра подземных масс малой плотности (нефть, каменный уголь).

Эти соображения показывают, что геодезически выведенные уклонения отвесных линий несомненно могут служить и служат для выяснения и установления районов, особо интересных с точки зрения геологии по наличию в них «аномальных» масс.

В геодезии фигура Земли определяется, как фигура, ограниченная поверхностью океана, рассматриваемого в состоянии равновесия, вместе

с мысленным продолжением этой поверхности под континентами при условии, что это продолжение везде нормально к направлениям действия силы тяжести. Следовательно, фигура Земли, или геоид, ограничивается одной из уровенных поверхностей, именно той, которая проходит через точки поверхности океана. В первом приближении геоид — шар, во втором приближении — эллипсоид вращения с малым полярным сжатием. В третьем приближении — это очень сложная поверхность, отступающая, однако, от эллипса вращения очень мало; по существу поверхность геоида не может быть в целом представлена одной аналитической поверхностью. Волны геоида по отношению к эллипсоиду вращения достигают наибольшей высоты около 100 м, они всегда обращены выпуклостью наружу. Повышения геоида относительно общего земного эллипса обусловлены избытком притягивающих масс, понижения геоида — недостатком притягивающих сил.

Изучение фигуры Земли в третьем приближении, т. е. изучение фигуры геоида, является основной научной задачей современных геодезических работ. Как видно, здесь получается попутно материал, очень важный для геологии и геофизики. Уклонения отвесной линии и профили геоида указывают на районы залегания аномальных масс, на распределение масс в земной коре. Но при этом геодезия дает по существу только горизонтальные составляющие притяжения аномальных масс. Вертикальные составляющие притяжения тех же аномальных масс могут быть определены путем измерений значений силы тяжести или, как говорят, гравиметрическим путем. Гравиметрия в собственном смысле дает методы и аппаратуру для точнейшего определения ускорения силы тяжести.

Использование результатов гравиметрических работ весьма важно и необходимо в целях геофизики, геологии и геологической разведки; но оно же важно и необходимо в целях геодезии и картографии. Исследовательская работа в этом направлении до последнего времени не привлекала к себе внимания, а собственно гравиметрией занимались в СССР преимущественно астрономы, а не геодезисты. Поэтому до самого последнего времени наблюдался отрыв гравиметрических работ от геодезических. Однако, с 1931 г. в СССР гравиметрические работы входят в одну систему основных астрономо-геодезических работ, причем в результате такой постановки дела вопросы изучения фигуры и размеров Земли, вопросы распределения аномальных масс в земной коре, вопросы изостатической компенсации и т. п. будут ставиться и исследоваться на основе материала, несравненно более богатого и более отвечающего природе этих вопросов, чем материал одних основных астрономо-геодезических работ.

#### § 4.

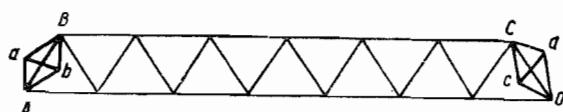
Переходим теперь к описанию современных основных астрономо-геодезических работ в СССР.

Особенностью постановки основных астрономо-геодезических работ и работ по общей топографической съемке государства в СССР является, в отличие от других государств, то, что эти работы не сосредоточены исключительно в Управлении военных топографов. Значительнейшая и главнейшая часть этих работ ведется гражданским учреждением: до 1936 г. — Главным геодезическим управлением НКТП СССР, а с 1936 г. — Главным управлением государственной съемки и картографии НКВД.

Изучение в соответственном отношении территории в целях использования недр, использования водной энергии, проектирования и проведения обширных мелиораций, учета земельного и лесного фонда, проведения землеустройства и т. д. — вот главная задача советской геодезии и картографии, возникшей на основании Декрета В. И. Ленина от 19 марта 1919 г. Обслуживание хозяйственных и промышленных задач в условиях социалистического государства несомненно предъявляет к геодезии и картографии требования, более сложные и более обширные, чем в государствах капиталистических; это подтверждается уже одним тем, что одновременно срочные и разнообразные запросы на геодезические и топографические работы предъявляют и Карелия, и Урал, и Закавказье, и Донбасс, и Кузбасс, и Караганда, и Ангара, и Алдан, и Колыма.

Мы не имеем возможности в этом очерке останавливаться на всех видах геодезических, топографических и картографических работ, производимых в настоящее время в СССР; ограничимся только некоторым описанием основных геодезических работ, и в первую очередь остановимся на триангуляции I класса.

Триангуляция I класса осуществляется в СССР в виде рядов из равносторонних треугольников (см. фиг. 1) со сторонами около 30—35 км. Эти ряды I класса располагаются, примерно, по меридианам и



Фиг. 1

параллелям, причем ряды одного направления идут один от другого в расстоянии от 250 до 350 км. Часть ряда I класса, заключенная между пересечениями его с рядами перпендикулярного направления, называется звеном триангуляции I класса. Следовательно, звено имеет протяжение от 250 до 350 км; четыре звена — два меридиональных, принадлежащих двум смежным меридиональным рядам, и два по параллелям, принадлежащие двум смежным рядам по тем же параллелям, образуют полигон триангуляции I класса, площадь которого около 100 000 км<sup>2</sup>. Крайние стороны AB и CD звена определяются из базисных сетей AaBb и CcDd, имеющих обычно вид ромбов, в которых короткая диагональ (ab или cd) длиною от 8 до 12 км измеряется непосредственно с большой точностью; эти линии ab, cd называются базисами.

Работа по триангуляции I класса начинается с проектирования рядов и звеньев по имеющимся картам, причем попутно изучаются и собираются сведения, характеризующие район в отношении рельефа, путей сообщения, растительности, почв, климатических условий и т. п. Далее следует рекогносировка звена на местности.

В равнинной местности из-за кривизны Земли необходимо в пунктах триангуляции I класса поднимать инструмент и визирные цели при наблюдениях углов в треугольниках триангуляции по крайней мере на 20 м над землей; при наличии же препятствий в виде холма или лесного массива между станцией и наблюдаемым с нее пунктом необходимая

высота подъема наблюдателя над землей может доходить до 40 и даже 60 м.

Задача геодезиста, исполняющего рекогносцировку, была бы значительно облегчена при наличии подробных карт местности, но, к сожалению, в СССР мы пока этих условий не имеем. При рекогносцировке требуется, обеспечивая надлежащую длину сторон треугольника и форму треугольников, близкую к равносторонней, выбрать места будущих геодезических пунктов так, чтобы обеспечить возможность точных измерений углов при наименьшей высоте подъема наблюдателя над землей. При отсутствии карт местности это — трудная задача, в которой все зависит от навыка и умения геодезиста использовать рельеф местности, угадывая по интуиции его особенности и характерные его перегибы из осмотров, выполненных с башен, с церквей, с вершин деревьев в лесу. Попробуйте отыскать на местности пункт в лесном массиве, который казался вполне подходящим и очень приметным при осмотре с предыдущего пункта, если расстояние между пунктами 30 или 40 км!

Рекогносцировщик должен, конечно, обладать хорошей топографической подготовкой и не в смысле умения детально вырисовывать рельеф на плане, а в смысле способности ориентироваться на местности, в смысле оценки характера рельефа и верного предугадывания чередований его главных линий и точек, в смысле умения отыскивать для этого признаки, которые для неподготовленного неуловимы; быстро передвигаясь по местности, кочуя по ней, рекогносцировщик ведет образ жизни путешественника, ночующего там, где его застала ночь — в лесу, в степи, питающегося тем, что есть в его походном мешке. Понятны те трудности, которые ожидают наших рекогносцировщиков при предстоящем в ближайшее время развитии триангуляционных работ к северу от Сибирской железной дороги, в условиях необжитой и суровой тайги. На помочь здесь должна прийти разведка с аэроплана, которая уже применяется в Канаде, но которая до сих пор еще не прививается у нас.

За рекогносцировкой следует постройка на намеченных пунктах геодезических знаков. Геодезический знак представляется двумя сооружениями: а) сигналом, в виде башни высотой от 15 до 60 м, несущей платформу для наблюдателя и подставку для инструмента — геодезического теодолита; б) центром — закладываемым под сигналом и служащим для долговременного и точного закрепления на местности положения геодезического пункта.

От геодезического сигнала требуется устойчивость и жесткость, обеспечивающие неподвижность подставки для теодолита за время наблюдения «в одном приеме» горизонтального угла в треугольнике триангуляции. Несмотря на простоту конструкции, сооружение геодезического сигнала высотою около 40 м стоит больших денег — от 3000 до 4000 руб. В основных геодезических работах постройка сигналов и закладка центров — самая главная, самая тяжелая часть расходов.

Измерения и наблюдения в звене триангуляции I класса состоят: из измерения двух базисов  $ab$  и  $cd$  (см. фиг. 1), из измерения горизонтальных углов в базисных сетях  $AaBb$  и  $CcDd$ , из измерения горизонтальных углов на всех пунктах звена и в определении астрономических широт, долгот и азимутов на конечных пунктах  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  (т. е. на концах «выходных» сторон звена) и еще на некотором «промежуточном» пункте  $H$ .

Измерение базисов должно дать их длину с средней ошибкой около  $1 : 1\,000\,000$  (т. е. менее  $\pm 10$  мм при длине базиса в 10 км); качество

измерений углов в базисной сети должно обеспечивать переход от базиса к выходной стороне  $AB$  или  $CD$  с средней ошибкой, не превышающей  $1 : 300\,000$ .

При измерении базисов в СССР применяют инварные 24-метровые проволоки; длина каждой проволоки должна быть устанавливаема из специальных исследований с ошибкой  $\pm 10$  микрон. Для осуществления такой высокой точности нужно располагать эталонами длины, определенными, конечно, с еще более высокой точностью; в наших работах такими эталонами служат трехметровые жезлы из инвара, которые ежегодно сличаются с постоянно исследуемыми и изучаемыми трехметровыми же жезлами Всесоюзного института метрологии.

Точные геодезические измерения базисов диктуют такую классификацию мер: в основе всех мер государства лежит платиновый м е т р - п р о т о т и п , хранящийся в Институте метрологии в особо благоприятных условиях и входящий в систему международных метров-прототипов; длина метра-прототипа очень устойчива и колебания этой длины во времени (т. е. за учетом влияния температуры) практически пренебрегаемы; длина метра-прототипа посредством сличений на большом компараторе передается с ошибкой, не превышающей 0,1 микрона, на трехметровые жезлы из инвара, хранящиеся в Институте и подвергающиеся долголетним исследованиям; длина последних, образующих как бы второй класс, передается на инварные трехметровые жезлы, хранящиеся уже в компараторах для проволок геодезических учреждений Союза и образующих третий класс мер. Инвар при 36% никеля обладает ценнейшим для геодезических работ свойством — крайней малостью коэффициента температурного расширения. Но с другой стороны, это — сплав, не отличающийся устойчивостью молекулярного строения, и длины жезлов и проволок из инвара изменяются не только от толчков, тряски, но и во времени.

Трехметровые инварные жезлы, при всей тщательности их хранения, довольно заметно изменяют свою длину в первые 6—8 лет по их изготовлению; затем эти изменения становятся малыми и все убывающими, но в тот период, когда длина жезла сделалась как бы стабильной, может опять выявиться новая волна изменения длины — до одного микрона. Сравнение мер второго и третьего класса выполняется с ошибкой около 0,1 микрона, но конечно, перевозки этих мер третьего класса в Ленинград из Москвы и постоянное использование их при определении длин проволок усиливают причины изменения длин этих мер. Вряд ли мы можем ручаться за установление длины меры третьего класса в момент определения длины проволоки до 0,5 микрона.

Базисные проволоки — это меры четвертого класса, это — рабочие меры. Длина их устанавливается на компараторе только из-за неверности принимаемой длины трехметрового жезла с ошибкой  $\pm 4$  микрона, а из-за суммарного действия всех причин — до  $\pm 10$  микрон. При полевых работах при измерении базиса длины проволок изменяются в значительно больших пределах, и выявление изменений и ослабление влияния их на результат именно и требует той тщательности в определении длины проволок на компараторе, который описан выше.

Выходные стороны  $AB$  и  $CD$ , устанавливаемые из базисных сетей с средней ошибкой  $\pm 1 : 300\,000$ , определяют, во-первых, масштаб звена и, во-вторых, служат для контроля угловых измерений в звене.

Угловые измерения выполняются в СССР или большими двухсекундными теодезическими теодолитами или двухсекундными геодезическими универсальными инструментами.

Средняя ошибка измеряемого угла в треугольнике около  $\pm 0''$ ,7. Геодезический теодолит имеет горизонтальный круг диаметра 27 см; труба его имеет объектив с отверстием в 65 мм и фокусным расстоянием около 70 см. Эти мощные инструменты позволяют ощущать неправильность установки трубы, если она превышает 0'',5; отсчет по горизонтальному кругу теодолита производится со средней ошибкой около  $\pm 0''$ ,6.

На каждом тригонометрическом пункте нужно измерить всего три угла (см. фиг. 1). Казалось бы, это дело небольшое и требующее получаса, а, может быть, и того меньше. Однако, в триангуляции первого класса измерение этих трех углов требует нередко двух дней, а иногда работа на пункте затягивается на целые недели. Для получения надлежащей точности результатов каждый угол должен быть измерен 24 раза 12 приемами, состоящими каждый из двух полуприемов. Далее, благоприятные внешние условия для надлежаще точного измерения углов имеют место далеко не круглые сутки, а иногда отсутствуют и несколько суток подряд. В летний солнечный день обычно надлежащие условия для наблюдений наступают только с 5 часов вечера и делятся до 8 часов вечера. В остальное время дня изображения отдаленных геодезических сигналов плохо видны, расплывчаты и, кроме того, имеют значительный ход по азимуту. Ночное время—спустя час после захода солнца до часу ночи—вообще является благоприятным для наблюдений, и поэтому интенсивно используется в наших работах. Опыт показал, что если наблюдаются вершины сигналов, то измеренные углы могут быть полученыискаженными до 2—3 и даже до 4 секунд: здесь сказывается различие освещения наблюдавемых предметов и различие фона, на который они проектируются.

Полнейшее однообразие условий направлений на левый и правый предмет—вот основное требование при высокоточных измерениях углов. В известной части оно достигается тем, что в триангуляции I класса наблюдают при измерении углов исключительно световые сигналы: вечером при солнце пользуются гелиотропами, посылающими на пункт наблюдения отраженный пучок солнечного света, а ночью—электрическими или ацетиленовыми фонарями. Четыре гелиотрописта, находящиеся на четырех подлежащих наблюдению геодезических сигналах, посыпают в установленное время световые лучи на станцию, где находится наблюдатель. Расстояние между наблюдателем и гелиотропистами—30, 40, иногда 50 км; связь наблюдателя с ними осуществляется отчасти при помощи той же световой сигнализации (условный код) и отчасти посредством особого техника связи; конечно, существенное облегчение внесет здесь применение радио.

Поднявшись на высоту 30—40—50 м, геодезист с своей вышки наблюдает фонари, установленные и регулируемые гелиотропистами. Нередко и ночью ветер или мглистый туман не дает возможности выполнять наблюдения. Нередко в отличную звездную ночь, внизу, вблизи почвы, воздушные слои перемещаются, и изображение фонаря представляется не звездочкой, а какой-то «медузой», сильно колеблющейся по азимуту. В степях очень часто днем устанавливается видимость всего на 20—30 минут.

Отсутствие надлежащей видимости и колебания изображений, обусловливаемые атмосферными условиями и характером местности, имеют место в особенно широком масштабе как раз в СССР вследствие равнинного характера нашей территории. В горных районах СССР условия для наблюдений в триангуляции I класса значительно лучше.

Работа геодезиста в триангуляции I класса как будто проста, но эта работа тонкая, требующая артистического исполнения, большой выдержки и соответствующей специальной подготовки. Эта ответственная и тонкая работа происходит у нас в очень тяжелых условиях: наше бездорожье, редкость населенных пунктов делают работу нашего геодезиста очень трудной. Однако, развитие народного хозяйства в СССР побуждает геодезические работы ставить как раз в районах необжитых, скорейшее освоение которых является задачей ближайшего будущего, и геодезист и топографы первыми вступают в эти районы.

Астрономические работы на пунктах триангуляции I класса выполняются инженерами астрономо-геодезистами и по результатам наблюдений получают: широту пункта со средней ошибкой  $\pm 0'',2$ ; долготу пункта со средней ошибкой  $\pm 0'',3$ ; азимут с пункта на некоторый смежный с ним тригонометрический пункт со средней ошибкой  $\pm 0'',5$ .

Эти астрономические работы, во-первых, обращают ряды триангуляции I класса в полноценные градусные измерения; во-вторых, вся совокупность астрономических пунктов триангуляции используется для установления системы координат, т. е. установления исходных геодезических координат в виде геодезической широты, долготы и азимута на принятом эллипсоиде в начальном пункте триангуляции; в-третьих, астрономические азимуты и долготы дают прекрасный и надежный контроль угловых наблюдений в триангуляции и, кроме того, устраняют в высокой степени накопление ошибок в ориентировке звеньев триангуляции. Астрономически определенные долготы позволяют ввести в астрономические азимуты поправку, обращающую последние в так называемые азимуты Лапласа.

Азимут Лапласа является уже азимутом геодезическим, т. е. азимутом на принятом эллипсоиде, но получаемым почти без участия углов треугольников триангуляции; поэтому погрешности азимута Лапласа для звена на Дальнем Востоке и для звена в центральной России, поскольку они обусловлены ошибками триангуляции, различаются только в пределах секунды. Использование астрономических определений в целях обработки и контроля геодезических измерений — дело, в методическом отношении, вообще последних двадцати лет. Если базисы триангуляции устанавливают длину звена независимо от других звеньев и локализируют действие ошибок измерения углов на определение длин сторон треугольников, то азимуты Лапласа локализируют в значительной степени действие ошибок измерения углов на ориентировку сторон треугольников.

Правильная постановка работ по триангуляции первого класса в СССР относится к 1907 г.; война 1914—1917 гг. остановила развитие этих работ. Они возобновляются с 1924 г., к 1928 г. получают несколько измененную, усовершенствованную постановку и прочное развитие их с каждым годом.

В настоящее время ежегодно выполняется в СССР около 4000 км рядов триангуляций I класса, и эти работы получают размах, приводящий в изумленное восхищение заграничных геодезистов.

Общая длина рядов триангуляции I класса, уже проложенных в СССР, превышает 30 000 км; ежегодно в поле работают 25 наблюдательных отрядов.

Из проложенных рядов отметим: ряд Пулково — Николаев по меридиану +30°, ряд Имандра — Джанкой по меридиану +36°, ряд Кострома — Армавир по меридиану +42°, ряд Армавир — Тбилиси — Баку; ряд Казань — Сталинград по Волге; ряд Ирбит — Верхне-Тобольск по меридиану +62°, ряд Тирасполь — Джанкой — Керчь — Армавир по параллели 46°, ряд Шепетовка — Переяславль (на Днепре) — Ростов — Аксай — Сталинград по параллели 49°; ряд Харьков — Камышин; ряд Гомель — Саратов — Оренбург — Атбасар — Усть-Каменогорск по параллели 51—52°; ряд Шимск — Бежецк — Кострома — Горький — Казань по 56-й параллели; ряд Череповец — Вологда — Киров — Пермь — Ирбит по параллели 58° и, наконец, грандиозный ряд Орша — Шадц — Ульяновск — Уфа — Челябинск — Омск — Новосибирск — Красноярск — Иркутск — Чита — Свободный — Хабаровск по параллели 54° до Красноярска и между параллелями 50—54° на остальном протяжении.

Этот последний ряд — от границы с Польшей до Хабаровска является самым большим градусным измерением, выполненным до сих пор на земном шаре.

Наша дуга градусного измерения по параллели 54° от границы с Польшей до Хабаровска имеет длину более 8000 км и долготную амплитуду около 110°; вместе с градусными измерениями Западной Европы по параллелям 52—54° она охватывает почти 150° по долготе. Колossalность и огромное значение этих советских геодезических работ по созданию такого градусного измерения, очевидны; это беспримерное в истории геодезическое предприятие выполнено в течение 11 лет — и выполнено с сознанием, что на территории СССР предстоит выполнить еще целый ряд таких же больших градусных измерений.

Наши дуги по меридианам, включая и знаменитую дугу Струве, измеренную русскими геодезистами по меридиану от Борнео до устья Дуная еще в 50-х годах прошлого столетия, вместе с нашими грандиозными дугами по параллелям дают уже возможность установить большую полуось наилучше подходящего к территории СССР эллипсоида с средней ошибкой около 50 м, а его сжатие — с средней ошибкой около ± 0,00002. Более трехсот астрономических пунктов высокой точности определено в триангуляции I класса СССР.

Для научных целей, указанных в предыдущих параграфах, собран огромный материал, выводы из которого несомненно дадут много нового в вопросе изучения Земли. Конечно, эти материалы имеют значительный международный вес, и по существу теперь геодезические соединения Европы с Америкой, Европы с Индией и Африкой стали не отдаленной мечтой, а вопросом ближайших лет. Развитие геодезических работ в СССР за время существования советской власти заставляет подходить к постановке геодезических работ, охватывающих весь земной шар.

С 1932 г., согласно постановлению СТО\*, в СССР проводится общая гравиметрическая съемка страны. Работы по этой съемке подвигаются энергично; ежегодно 25—30 отрядов с маятниками занимаются определением силы тяжести в разных местах нашей территории; в других государствах на эти работы ставят один — два отряда. Эти гравиметри-

\* Совет Труда и Обороны.

ческие работы, проводимые в таком небывалом масштабе, дадут многое и для геодезии, и для геологии, и для геофизики.

Астрономо-геодезические работы в СССР, конечно, прежде всего должны отвечать и отвечают запросам промышленности и народного хозяйства. Топографическая изученность СССР до сих пор невелика: топографическими съемками покрыто не более 25% всей территории. Между тем без точных и подробных карт местности все исследования и учет естественных производительных сил, все изыскания — дорожные, гидротехнические, геологические, гидрогеологические и т. д., — все проектирования, преобразующие территорию, или невозможны, или проводятся кустарно, нелепо и с ошибками, последствия которых сказываются потом, или при эксплуатации сооружений, или при расширении планов строительства.

Геодезические сети, построенные на научном основании, должны предшествовать сплошным топографическим работам, и поэтому ясно, что обширные триангуляции I и II классов и опорные нивелировки в своем развитии обеспечивают именно запросы промышленности и народного хозяйства, давая необходимую основу для всех работ, связанных с использованием естественных ресурсов и с преобразованием территории.

## **ОБЗОР НАУЧНЫХ РАБОТ В СССР В ОБЛАСТИ ГЕОДЕЗИИ ЗА 19 ЛЕТ**

(Напечатана в журнале «Геодезист», 1936 г., № 11, стр. 14—24)

Чем значительнее территория, тем более высокие требования приходится по необходимости ставить к выполнению создаваемых на ней астрономо-геодезических и основных нивелирных сетей.

Действие систематических погрешностей, очень мелких, природу которых мы нередко не знаем, оказывается в результате очень заметно на выводах из геодезических работ и может эти выводы сделать просто малонадежными. Именно по этой причине чисто геодезические сети, с какой бы тщательностью ни получились их элементы из наблюдений, должны быть оснащены некоторыми астрономическими определенными элементами и из чисто геодезических обращаться в астрономо-геодезические. Та программа сторона организации геодезических работ, которая приводит к высокой точности и однородности их результатов на всем пространстве значительной территории, является поэтому сама по себе научным достижением в области геодезии. *Organisation scientifique des réseaux géodésiques* — вот как правильно именуют французы комплекс соответствующих установок, определяющих схемы сетей и программы и методы их выполнения.

Большая и важная работа по программным вопросам организации геодезических работ велась и ведется в СССР, начиная с 1923 г. до настоящего времени: она выполнялась руководителями б. Главного геодезического управления, Научно-техническим советом ГГУ, конференциями Геодезического комитета Госплана СССР, Научно-исследовательским институтом геодезии и картографии и теперь выполняется ГУГСК.

Результаты этой большой работы представлены, к сожалению, небольшим числом печатных трудов.

Установление размеров полигонов в триангуляции I класса, частоты базисов в ней и расположения пунктов Лапласа; классификации астрономических пунктов в триангуляции I класса и установление методов их определения; схемы построения сетей II класса; выгоднейшее распределение весов в базисных сетях I класса; контроль азимутальных определений; установление допусков в астрономо-геодезических и нивелирных сетях; установление размеров полигонов высокоточного нивелирования; инструкции по астрономо-геодезическим и нивелирным работам I и II классов; теоретические исследования по действию погрешностей в триангуляции; исследования по сравнению достоинств разных форм построения триангуляционных цепей I класса и о возможностях применения этих форм в разных районах СССР,— вот перечень главных вопросов и задач, которые с 1923 г. по настоящее время разрабатыва-

лись и разрабатываются по разделу научной организации больших геодезических работ.

Не лишним будет отметить, что строго проведенные исследования по этому разделу были в известной части выполнены сравнительно недавно — в 1931—1935 гг.; до этого времени необходимость дать руководящие указания быстро развивающемуся геодезическому производству заставляла довольствоваться в решениях по соответствующим вопросам исследованиями не полными и не строгими, используя в дополнение опыт руководителей дела.

Так, в вопросах размеров триангуляционных полигонов, частоты базисов и расположения Лапласовых пунктов основывались на неполных исследованиях в статье проф. Красовского «Схема и программа государственной триангуляции», 1928 г.; строгое же обоснование решения этих вопросов появилось лишь в 1935 г. в трудах наших специалистов\* «Оценка точности триангуляции» и «О построении рядов триангуляции I-го класса».

Точно так же необходимость двойных пунктов Лапласа в базисных сетях была установлена еще в 1925 г., хотя надлежащий материал, выясняющий значительное действие боковой рефракции на азимут и подтверждающий необходимость этих двойных пунктов Лапласа, был получен лишь к 1932 г.

В результате научной работы по рассматриваемому разделу мы имеем, во-первых, те проводимые с 1925 г. по настоящее время основные установки в построении государственной триангуляции I и II классов, которые обеспечивают на огромной территории СССР хорошую точность и однородность геодезических результатов, отвечающую самым разнообразным практическим запросам и обеспечивающую использование этих результатов в научных целях; во-вторых, ряд тщательно отработанных инструкций и пособий, которые являются по существу хорошими руководствами для студентов; в-третьих, несколько печатных научных трудов, имеющих существенное значение для теоретического обоснования геодезической практики и для дальнейшего движения в вопросе построения геодезических сетей. Сюда относятся, кроме упомянутых статей, еще статья проф. Н. А. Урмаева «По вопросу выгоднейшего распределения весов в базисных сетях» и статья А. И. Дурнева «О построении рядов триангуляции I класса». Эта последняя работа определенно устанавливает те районы СССР, где более выгодно вести ряды триангуляции I класса в виде цепей из геодезических четырехугольников, и дает ценные указания относительно использования особенностей геоморфологического ландшафта при проектировании таких рядов из четырехугольников в этих районах. Необходимость связывать геодезическое проектирование с физико-географическим изучением территории в соответствующем разрезе и обосновывать его на умелом использовании результатов такого изучения будет иметь важное значение для производства.

Я не буду останавливаться на программных установках геодезических работ в СССР, так как они хорошо известны. Но они характеризуются некоторым ослаблением жесткости построений в чисто геодези-

\* П. С. Закатов, О точности построения рядов триангуляции I класса из геодезических четырехугольников, Тр. ЦНИИГАиК, вып. 15, М.—Л., Объединенное научно-техническое издательство НКТП СССР, 1937.

А. А. Изотов, Оценка точности триангуляции, издание Московского геодезического института, М., 1936 (прим. ред.).

ческой части по сравнению со всеми другими странами, при избыточной зато нагрузке в части астрономической по сравнению со всеми большими странами, а по сравнению с Америкой — еще большей частотой базисов. В результате получается построение, уступающее по жесткости (конечно, в малой степени) только германским триангуляциям, но зато позволяющее с наименьшими затратами подвигаться в развитии основных астрономо-геодезических работ в условиях равнинной местности, вообще очень неблагоприятных для выполнения точных наблюдений.

Бурный рост народного хозяйства и промышленности выдвинул за последние годы требование на съемки огромных площадей в крупном масштабе 1 : 10 000 и общую тенденцию к заметному укрупнению масштабов государственной съемки. Это обстоятельство побуждает в настоящее время к пересмотру принятой схемы построения основных геодезических сетей в смысле охвата большей площади рядами высшего класса, и такой пересмотр начат по линии ГУГСК.

Обращаясь к самому выполнению геодезических работ, должно отметить по линии базисных измерений постройку и оборудование компараторов в Московском геодезическом институте для 24-метровых базисных проволок. Это сооружение очень выгодно отличается от сооружений такого же назначения, построенных в России в дореволюционное время. Но, говоря о базисных измерениях, должно упомянуть и о той большой работе, которая ведется во Всесоюзном институте стандартов (быв. Палата мер и весов) по исследованиям инварных жезлов; эта работа дала очень любопытные результаты, которыми вовсе не располагают за границей. Констатирование смены периодов затишья в изменениях длины жезла периодами сравнительно заметных изменений длины даже для старых жезлов и для старых платиновых жезлов — вот один из существенных для геодезии результатов этих тонких исследований мер. Благодаря частым сравнениям рабочих жезлов компаратора с эталонами ВИМС, столь тщательно изучаемыми, была обеспечена высокая точность отнесения длин базисных проволок к международному метру-прототипу. Мы имеем основания утверждать, что базисы, измеренные в СССР, отнесены к тому же эталону длины, как и базисы в Финляндии, Польше, Эстонии, Латвии, Литве, Германии, Дании и Англии; это определенно подтверждается сравнениями наших базисных проволок с финляндскими, участвовавшими в измерениях базисов во всех прибалтийских странах, в Польше и в Германии, а также результатами измерения в 1935 г. Балтийской геодезической комиссией базиса под Балашовым, где расхождение на 10 км между советскими результатами и результатами Балтийской геодезической комиссии составляет всего 3—4 м.м.

Таким образом, благодаря научному обоснованию советских базисных измерений мы уверены, что никаких систематических расхождений в линейных размерах при соединениях новых советских триангуляций с заграничными не окажется и не нужно будет отыскивать постоянных поправок в длины геодезических линий за различие эталонов, что непременно приходилось делать ранее, решая при этом очень ответственную задачу на основании пестрых материалов, т. е. без особой уверенности.

Уместно здесь отметить, что отличная согласованность в эталонах длины в СССР, Германии, Англии, Польше и всех прибалтийских государствах нарушается очень заметно в отношении результатов во Франции.

За последнее десятилетие осуществляется, по инициативе Финляндии, в западноевропейских государствах переход на применении при эталонировании 24-метровых базисных проволок интерференционного компаратора. Мы несколько отстали в этом вопросе — только с 1933 г. в ЦНИИГАиК начались исследования и проектирования по применению интерференции световых волн к эталонированию базисных проволок. К настоящему времени осуществлена и испытана аппаратура для 8-метрового компаратора и разработаны рабочие проекты для 24-метрового и 48-метрового интерференционного компаратора. Все его ответственные части обеспечены изготовлением с соблюдением самых строгих требований. Особенностью этой работы, отличающей ее от заграничных, является сохранение в качестве основного эталона штриховой, а не концевой меры; это привело к значительным осложнениям в работе, которые благополучно преодолены.

Указанные работы вступили теперь в дальнейшую стадию. В базисных измерениях изменяемость длин проволок существенно влияет на результаты; по существу необходимо выполнить исследования длин проволок в самом процессе измерения каждого базиса I класса; поэтому очень важно применить метод интерференции световых волн к точному определению в полевых условиях длины некоторого контрольного базиса. Эта задача и разрабатывается успешно в настоящее время советскими специалистами по заданию ГУГСК. Конечно, осуществление в практике геодезических работ интерференционных методов эталонирования базисных проволок в условиях и лабораторных, и полевых явится важным достижением. На очереди стоят прежде всего постройка и оборудование соответствующего компаратора в Москве. Нужно, к сожалению, отметить, что научные работы по самым методам базисных измерений инварными проволоками у нас почти отсутствуют, а и у нас и за границей оставался до последних лет незатронут важный вопрос о причинах изменяемости длин проволок.

В ЦНИИГАиК ставятся теперь исследования проволок, изготавляемых из советского инвара, имея в виду получить указания для изготовления проволок, отвечающих измерениям II класса.

С 1934 г. ЦНИИГАиК вместе с Центральной радиолабораторией (Ленинград) ставят в большом масштабе опыты по применению интерференции электромагнитных волн к определению значительных расстояний (порядка нескольких десятков километров), базируясь на научных установках, данных акад. Мандельштамом. В этой задаче возникают значительные трудности, однако первая стадия, приводящая к определению расстояния порядка 30 км с максимальной ошибкой в 70—80 м, уже пройдена. Сейчас нельзя говорить о том, что можно ожидать от этих исследований в геодезических целях, но есть уверенность в получении результатов, важных для картографирования необжитых пространств.

Несмотря на то, что главнейшая часть научной работы в этих опытах падает на долю физиков, участие здесь геодезистов совершенно необходимо, так как только они могут установить правильно ряд технических требований к аппаратуре и они же, выдвигая надлежащее комбинирование методов, основанных на интерференции электромагнитных волн, с обычными геодезическими методами определения расстояний, обеспечат применимость нового метода в тех условиях, где он сам по себе не привел бы к результатам.

Переходя к научным работам в области точных угловых измерений, нужно отметить исследования по методике высокоточных угловых измерений и по параллактической полигонометрии. Существенным является вывод о наличии систематических ошибок в результатах измерений, исполняемых большим теодолитом Вильда; этот вывод, предостерегающий от применения инструментов Вильда на триангуляции I класса, совпадает в общем с выводами англичан по их работам последних лет в Британской Индии. Вывод этот побудил фирму Вильда заняться усовершенствованием конструкции ее теодолитов, а с другой стороны, дал повод к разработке тех методов угловых наблюдений, при которых систематические ошибки, обусловленные конструкцией инструментов Вильда, были бы возможно ослаблены, ввиду того, что при предстоящем развитии геодезических работ к северу от 60-й параллели применение теодолитов конструкции Вильда может сыграть решающее значение, понятна важность отмеченных выше работ. Другим существенным и довольно неожиданным выводом является установление факта, что при некоторых физико-географических условиях, притом часто имеющих место в центральной полосе Европейской части СССР,очные наблюдения, вследствие рефракционных влияний, могут приводить к результатам существенно менее точным, чем наблюдения в вечернее время. Это заставляет повторить и расширить исследования, так как результаты их могут внести существенные корректизы в геодезическую практику.

Уместно отметить также, что принятая у нас аппаратура и методы наблюдений приводят при опытных наблюдателях к совершенно ничтожным в среднем выводе влияниям инструментальных ошибок и ошибок наблюдателя. Все дело — во внешних условиях, искажающих систематически результаты; следовательно, стремление к кратковременному выполнению работы на данном пункте вообще является в точных угловых измерениях по крайней мере сомнительным.

Не менее существенной является работа проф. Данилова по опыту замены триангуляций II класса в соответствующих районах параллактической полигонометрией. Хотя в геометрическом обосновании этот метод полигонометрии был выдвинут и ранее Данилова другими лицами (Гаст), но настояще геодезическое освоение метода принадлежит, конечно, проф. Данилову. Результаты этой научной работы имеют существенное значение для производства; однако эти результаты используются почему-то не в такой степени основным геодезическим производством, как при геодезических работах Наркомзема, Энергостроя и других ведомств. Между тем, в ряде районов этот метод может оказаться очень выгодным при построении сетей II и III классов.

К практической астрономии советская геодезия предъявила ряд требований, вытекающих из тщательного определения азимутов Лапласа. Желательная величина средней ошибки в определении астрономической долготы на пункте Лапласа не должна превышать  $0",2$  дуги. Прежде всего обеспечение такой высокой точности определения астрономических долгот геодезических пунктов обязало к надлежащей организации службы времени в СССР, а образцовое функционирование службы времени ГУГСК в Москве, конечно, должно быть отнесено к научным достижениям геодезического производства. Вероятно, в недалеком будущем геодезическому производству придется взять в свои руки и исследования по колебаниям земного полюса. Разработка методики определения долгот геодезических пунктов и классификации дол-

готных пунктов привлекала особое внимание наших геодезистов в особенности потому, что до сих пор применение в определениях долгот пассажных инструментов с безличным микрометром остается у нас ограниченным. Составление новых эфемерид пар Цингера, обеспечивающих возможность вести определение времени по Цингеру при подборе наилучших пар, было выполнено коллективом астрономов-геодезистов, и, конечно, это одна из мер, приводящих к повышению точности результатов по определению долгот в наших условиях.

Следующими существенными вопросами в научной геодезии являются вопросы обработки и, главным образом, вопросы уравнивания тригонометрических сетей.

Существенным по этому разделу геодезии является переход в СССР на систему прямоугольных координат Гаусса—Крюгера, инициатором которого был проф. Н. Г. Кель, центр тяжести вопроса сводился здесь не к методическим разработкам, а к целесообразному применению проекции Гаусса, которое прежде всего требовало надлежаще составленных руководств и таблиц.

Такие таблицы и руководства были составлены нашими геодезистами. Далее мы имеем многочисленный ряд статей в журнале «Геодезист» по вопросу вычисления поправок за кривизну, по вопросу обратного перехода от прямоугольных координат к геодезическим, по вопросу трансформации координат, по вопросу нанесения километровых сеток и т. д.

В результате всей этой работы обеспечены возможная простота и возможно большие удобства при пользовании координатами Гаусса—Крюгера во всех геодезических и съемочных работах в СССР. Математическая связь всех систем прямоугольных координат, применяемых в СССР, и отсюда, по существу, единство их, простота уравнивания опорных сетей и их вычисления, получение результатов в виде именно тех координат, которыми должны пользоваться во всех работах инженерного характера, в землеустройстве, в горном деле и т. п., — вот результат введения системы координат Гаусса—Крюгера, которое вполне продуманно осуществлено и осуществляется в СССР с 1930 г.

Большая задача по методам уравнивания триангуляции I класса встала перед научно-исследовательским институтом геодезии и картографии уже в 1929 г., когда полигоны I класса от нашей западной границы распространились до Волги. В применении к этому объему триангуляции I класса задача была решена методом, предложенным и разработанным мною (см. «Труды ЦНИИГАИК» вып. 1). Метод этот является в основе видоизменением метода Гельмерта, обеспечивающим, однако, при известных условиях значительное ускорение в проведении уравнительных вычислений. Существенным отличием в нем является прежде всего проведение уравнивания звеньев триангуляций за условия фигур, базисов и азимутов до перехода к уравниванию полигонов триангуляций. Это «звеньевое» уравнивание должно благоприятно сказываться на установлении азимутов тех геодезических линий, из которых образуется затем триангуляционный полигон, а следовательно, существенно влиять и на размеры невязок в таких полиграонах, а отсюда и на размеры возможных деформаций при уравнивании полигонов. Уравнивание первых девяти полигонов триангуляции I класса СССР, выполненное в 1930 г., подтвердило вполне этот подход, выдвинутый мною.

Далее, предварительное определение из уравненных звеньев геодезических координат и азимутов при условии удачного вы-

бора исходных геодезических данных в начальном пункте триангуляции освобождает, по моим расчетам, от необходимости при уравнивании полигонов удерживать ряд добавочных неизвестных и свести полигональные уравнения к сравнительно простым, общего вида формулам, составление которых вовсе не требует тех длительных исключений добавочных неизвестных, которыми характеризуется способ Гельмерта. Дальнейшее очень быстрое развитие сети I класса в СССР, и в особенности продвиг ее вплоть до Хабаровска, заставляет в настоящее время искать новых методов уравнивания триангуляции I класса и выполняется в настоящее время ГУГСК. Но грандиозность нашей сети выдвигает еще ряд вопросов при ее уравнивании и вычислении—это вопросы установления исходных геодезических дат, вопросы перехода на новый эллипсоид взамен референц-эллипсоида по Бесселю, вопросы правильного редуцирования измеренных в триангуляции элементов на надлежаще выбранную основную поверхность и т. д.

К работе по этим вопросам мы еще вернемся, сейчас же остановимся на работах по методам уравнивания триангуляций II и низших классов. Ввиду крайне значительного развития работ по сетям II и низших классов, с 1931 г. вопрос уравнивания этих сетей становится совершенно актуальным. На первом месте приходится поставить работы Н. А. Урмасева, который дал, применяя теорию двугруппового уравнивания по Крюгеру и так называемого «преобразования Крюгера», отлично отвечающий запросам производства строгий метод группового уравнивания цепей и сетей, не имеющих пересекающихся диагоналей и заключенных между сторонами высшего класса. Далее, следует упомянуть о работе проф. Ф. Н. Красовского, направленной к освоению в СССР метода уравнивания триангуляционных сетей по способу «посредственных наблюдений».

В отношении полигонометрии приходится отметить, что за последние годы в СССР она приобрела характер метода, призванного давать геодезическую основу на значительных площадях. Но мы имеем отработанные методы замены триангуляции I класса высокоточной полигонометрией; я говорю о методе траверс, заимствованном от Америки, в который, однако, пришлось внести существенные изменения, так как в наших условиях траверс проходит не по железной дороге или шоссе, а по вновь прорубаемым просекам в лесу и в первобытной тайге. Точные траверсы и параллактическая полигонометрия в комбинации с соответственно построенным рядами триангуляций позволят дать с наибольшим успехом главную геодезическую основу севернее 60-й параллели. Для получения геодезической основы низшего класса при картографических съемках в северных районах выгодно применить «даллономерную» полигонометрию.

Как видно, за истекшие 19 лет в области исполнения полевых геодезических работ и в области обработки их результатов мы имеем существенные сдвиги, мы имеем большую исследовательскую работу, ответившую в достаточной степени запросам строгого построения грандиозных основных геодезических сетей на территории СССР, запросам картографирования территории и запросам прикладного характера, возникающим при геодезических работах в крупных инженерных изысканиях и сооружениях, в землеустройстве, горном деле и т. д.

Надлежит теперь остановиться на использовании результатов советских астрономо-геодезических работ в научных целях, т. е.

прежде всего в целях определения размеров и сжатия земного эллипсоида и исследования фигуры геоида. Сначала коснемся, однако, количественной стороны советских градусных измерений. К настоящему времени советские градусные измерения представлены: четырьмя большими меридианными дугами, размещающимися между долготами  $+27^{\circ}$  и  $+43^{\circ}$ ; тремя дугами параллелей под широтами  $46^{\circ}$ ,  $48^{\circ}$ ,  $50^{\circ}$  и  $56^{\circ}$  — каждая с долготной амплитудой от  $20^{\circ}$  до  $25^{\circ}$ ; шестью короткими меридианными дугами с амплитудами от  $4^{\circ}$  до  $9^{\circ}$ ; грандиозными дугами по параллелям  $52^{\circ}$  и  $54^{\circ}$  широты. Дуга по  $52^{\circ}$ -й параллели, которая начинается от границы с Польшей, кончается в Усть-Каменогорске, имея долготную амплитуду  $55^{\circ}$ ; дуга по  $54^{\circ}$ -й параллели, начинается от границы с Польшей, доходит до Новосибирска, отсюда продолжается на восток, спускается до параллели  $49^{\circ}$ , заканчивается в Хабаровске; вся амплитуда дуги около  $107^{\circ}$ .

Более трехсот астрономических пунктов уже определено в этой сети градусных измерений, причем на каждом пункте с тщательностью определены все три элемента, т. е. широта, долгота и азимут.

Получение такого огромного материала по градусным измерениям является крупнейшим достижением: за 19 лет для научных целей собран отличный материал, превышающий в пять раз то, что было собрано в Европе за 70 лет в прошлом столетии, и почти равный материалу, собранному в США за период 1860—1910 гг.

Научное значение этого материала, конечно, очень большое. Четыре большие меридианные дуги СССР имеют большой вес в выводе экваториальной полуси общего земного эллипсоида, а наши дуги по параллелям не только с большим весом работают на вывод среднего полярного сжатия, но и доставляют единственный в своем роде и солидный материал для исследования перемен в выводимых значениях этого сжатия с долготой. Очень тонкая задача выяснения систематических отклонений геоида от эллипсоида вращения будет решаться, опираясь в существенной части на советские градусные измерения; решение этой задачи имеет существенное значение для геофизиков и для геологов, и вообще для науки о Земле, выясняющей процессы образования Земли и жизнь нашей планеты в прошлом, настоящем и будущем.

Итак, советское государство уже внесло огромный и ценнейший вклад в виде выполненных до настоящего времени на его территории градусных измерений в дело изучения Земли, и ежегодно этот вклад заметно увеличивается.

Но приходится обратить еще внимание на обширные гравиметрические работы, выполняемые в СССР с 1933 г. в виде общей гравиметрической съемки страны. Результаты определений силы тяжести используются для решения задач геофизики, геологии и геодезии. До 1933 г. гравиметрические работы в СССР планировались, сообразуясь, главным образом, с запросами георазведки и не имели сплошного характера. С 1933 г. начинается, согласно постановлению СТО, общая гравиметрическая съемка СССР под ведением Главного геодезического управления, а ныне ГУГСК НКВД, а это дает новые, близкие и широкие возможности в научной обработке астрономо-геодезических материалов и в применении новых методов исследования фигуры Земли. Вопрос использования больших градусных измерений для исследования размеров и фигуры Земли может решаться или геометрически, или на основе использования тех или иных данных, учитывающих влияние неправиль-

ного расположения масс над дневной поверхностью Земли и под ней. Не может быть сомнений в преимуществах второго метода перед первым, и этот второй метод должен базироваться на использовании гравиметрических результатов в геодезии.

Здесь уместно отметить появление в 1929 г. в «Известиях Академии наук СССР» докладов проф. Б. В. Нумерова, посвященных вопросу использования гравиметрических материалов для определения уклонений отвесных линий, и разработку того же вопроса в капитальном труде проф. А. А. Михайлова «Курс гравиметрии и теории фигуры Земли». Появление этих работ сыграло существенную роль в движении по использованию гравиметрии в геодезии. Мы должны также отметить теоретические исследования проф. Б. В. Нумерова последнего времени, опубликованные в «Gelands Beiträge für Geophysik» по методике определения общей фигуры геоида из наблюдений силы тяжести.

В 1932—1934 гг. ГУГСК проводит обширную исследовательскую работу по определению уклонений отвеса гравиметрическим путем в Подмосковном районе, в так называемом районе «местной московской аттракции», изучавшемся разными учеными, начиная с 60-х годов прошлого столетия, ввиду обнаружения здесь значительных аномалий силы тяжести, несмотря на полное отсутствие какого-нибудь надземного рельефа в самом районе и вблизи него. Получены любопытные результаты, важнейшие из которых можно формулировать так: в равнинной местности, при надлежащей густоте гравиметрических точек вокруг и вблизи интересующего нас пункта, а именно в радиусе 20—30 км от него, и при обслуживании маятниками точками, расположенными через 30 км друг от друга, зоны между радиусами 30—100 км, средняя ошибка выведенного на основании такого гравиметрического материала уклонения отвеса в рассматриваемом пункте не превысит  $\pm 0''.5$ , если не учитывать при этом влияния более далеких зон. Влияние более далеких зон, конечно, должно быть учтено на основании результатов общей гравиметрической съемки страны (для Подмосковного района оно должно оцениваться величиной около 0'',8).

Имея эти результаты, ЦНИИГАиК предпринял ряд работ по установлению размеров, сжатия и ориентировки советского эллипсоида на основе совместного использования астрономо-геодезических и гравиметрических материалов.

Прежде чем перейти к обзору этих работ, уместно будет сказать несколько слов о самой постановке задачи установления советского эллипсоида.

В СССР до сих пор мы относим геодезические результаты к эллипсоиду Бесселя, ориентированному по астрономическим координатам в Пулкове. Эллипсoid Бесселя имеет экваториальную ось, примерно на 800 м уменьшенную по сравнению с значением полуоси среднего земного эллипса. По существу, мы до сих пор не проектируем строго нашу триангуляцию на этот неудачно выбранный эллипсoid Бесселя, а исполняем некоторое развертывание триангуляции СССР на таком эллипсиде с заметно искаженной экваториальной полуосью и с произвольным ориентированием по Пулкову. Все это пережиток старого, все это не научно, и пора, конечно, перейти к другому порядку. Отсюда вытекает, что в наших условиях задача по определению размеров земного эллипса в СССР является задачей не только чисто научного, но и производственного значения. С другой стороны, в силу размеров

нашей территории наилучше подходящий для СССР эллипсоид будет, конечно, близок к общему земному эллипсоиду, и задача установления советского эллипсоида не может быть решаема без исследований по вопросу размеров и сжатия этого общего земного эллипсоида. Научная постановка вопроса и стремление идти в решении его впереди побуждают нас при установлении советского эллипсоида к выполнению следующих требований: размеры и сжатие этого эллипсоида должны совпадать с надежно выведенными из всех современных астрономо-геодезических и гравиметрических материалов размерами и сжатием общего земного эллипсоида; ориентирование его должно быть выполнено по надежно установленным, отнесенными к общему земному эллипсоиду, геодезическим координатам и азимуту в соответственно выбранном исходном пункте и по высоте геоида в этом пункте относительно общего земного эллипсоида.

Если СССР проведет решение вопроса в указанном разрезе, то это побудит и остальные государства прекратить существующий до сих пор произвол в выборе и установлении эллипсоидов в разных странах. С другой стороны, именно указанное решение вопроса приводит к правильному получению редукций всех непосредственно измеренных в триангуляции элементов и делает строго научной самую обработку триангуляций и результаты ее достаточно точными для окончательного установления земного эллипсоида.

Мы должны констатировать, что в указанной формулировке решение вопроса требует совместного использования результатов градусных измерений и общей гравиметрической съемки. Далее, мы можем с удовлетворением констатировать, что научная работа по геодезии в СССР уже установила в главных чертах методы решения этого важного вопроса об определении размеров, сжатия и ориентировки советского эллипсоида.

Наконец, мы должны констатировать, что СССР будет первой по времени страной, которая проведет вполне научно обработку своих градусных измерений и установление эллипсоида для геодезических работ. Это гарантируется именно тем материалом, который доставляется общей гравиметрической съемкой СССР, а затем, и это самое главное, тем вниманием к науке в СССР, которое обеспечит проведение ряда важных геодезических и гравиметрических работ в чисто научных целях в районах, где интересы практической жизни еще не требуют работ высокой точности. Последнее вряд ли возможно за границей, но осуществимо у нас, и притом в масштабах, соответствующих значению СССР. Уже через два-три года мы будем иметь в СССР пункты (например вблизи Новосибирска), для которых гравиметрическая изученность будет распространяться на территорию радиусом 2700 км. Для таких пунктов уклонение отвеса от нормали к общему земному эллипсоиду будет установлено с ошибкой, вряд ли превышающей  $\pm 0'',5$ , а высота геоида над нормальным сфероидом, с ошибкой, меньшей 10 м. Этим решается вопрос о надлежащем ориентировании советского эллипсоида, конечно, в связи с соответствующими сопоставлениями по ряду других пунктов и с результатами по градусным измерениям.

Далее, программа наших градусных измерений существенно пополняется требованием, которое уже выполняется в настоящее время, достаточно детального гравиметрического освещения полосы шириной в

200—250 км вдоль каждой дуги градусного измерения, по меридиану или по параллели, с соответствующими продолжениями в конечных точках дуги. Эта новая программа советских градусных измерений должна быть принята и за границей, но проведение ее там в большом масштабе не обеспечено. В силу этой новой программы и, используя результаты общей гравиметрической съемки СССР, мы при обработке градусных измерений получаем возможность учета влияния на направление отвеса в данном пункте и топографического рельефа и подземного рельефа и подземных залеганий, не прибегая при этом по существу к каким-либо гипотезам относительно строения земной коры. Правда, в горных районах дело будет несколько осложняться, но научная работа по Кавказу и Крыму уже поставлена.

К этому должно прибавить, что с 1935 г. по дугам наших градусных измерений выполняется астрономо-гравиметрическое нивелирование, доставляющее, с одной стороны, профили геоида по этим дугам, а с другой — позволяющее все измеренные в триангуляции элементы редуцировать на поверхности того или иного эллипсоида. Обоснование и методика использования такого астрономо-гравиметрического нивелирования разработаны ЦНИИГАиК.

Астрономо-геодезические и гравиметрические материалы, собранные уже и собираемые в СССР, научная методика, разработанная уже и проводимая при использовании этих обширных и ценнейших материалов, обусловливают существенное движение вперед в решении вопроса по установлению общего земного эллипсоида, а в области исследований фигуры геоида ставят решение этого вопроса на надежные научные основания и диктуют перестройку в программах сортирования материалов и в методах их обработки во всех других странах.

Несомненно, те результаты, которые будут получены попутно с решением вопроса об установлении советского эллипсоида в виде распределения уклонений отвеса и высот геоида над надлежаще установленным эллипсоидом, доставят — вместе с надлежаще выведенными аномалиями силы тяжести — ценнейший материал для геологов и геофизиков. Этот материал укажет подземные залегания и подземные продолжения горных хребтов, доставит некоторые данные о различии плотностей разных горных хребтов, выяснит картину изостатической компенсации для ряда районов СССР и подтвердит, вероятно, систематическую часть в отклонениях геоида от нормального эллипсоида.

Предварительная обработка градусных измерений СССР вместе с градусными измерениями по США и по Западной Европе, выполненная Ф. Н. Красовским, уже приводит к выводу, что длина экваториальной полуси общего земного эллипсоида меньше примерно на 150 м принимаемой в настоящее время (на основании результатов геодезических работ по США) длины этой полуоси; что трехосность земного эллипсоида достаточно хорошо подтверждается для зоны между параллелями 30 и 60° северной широты, включающей США, Западную Европу и СССР до меридиана + 90° (Красноярск). Наш очерк использования советских геодезических материалов в научных целях достаточно убедителен для следующих заключений: в советском государстве, одновременно с получением больших геодезических материалов, отвечающих производственным и практическим целям, проводятся обширные работы, обеспечивающие использование этих материалов в научных целях в такой постановке, которая на данный момент не может быть

проведена в других странах. Эта постановка, обеспечивающая большую полноту и строгость получаемых результатов, базируется на методах обработки материалов и на программах работ, установленных советскими учеными, которые в этом отношении опередили заграничных ученых. Стойкая жизни советского государства, обоснованием которого является наука, обеспечивает дальнейшее и значительное движение вперед в научной работе советских ученых в области геодезии, и естественно, что в недалеком будущем советская геодезия будет иметь главнейшую роль в мировой, международной геодезии.

---

# О СОВРЕМЕННОЙ ПОСТАНОВКЕ ВЫСОКОТОЧНОГО И ТОЧНОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ

(Напечатана в журнале «Геодезист», 1938 г., № 3, стр. 10—24)

## § 1. О погрешностях и оценке точности результатов в высокоточном и точном нивелировании

Исполнение основных нивелировок в Швейцарии, Франции и США привело к определенному выводу, что ошибки этих нивелировок, кроме чисто случайной части, заключают в себе и так называемую «систематическую часть». Средняя ошибка  $m$  разности уровней двух реперов, лежащих в расстоянии  $D$  километров друг от друга, при значениях  $D$ , не превосходящих некоторого предела  $h_m$ , может быть представлена такой формулой:

$$m = \sqrt{\eta^2 \cdot D + \sigma^2 D^2} = \sqrt{\eta^2 + \sigma^2 D} \cdot \sqrt{D}, \quad (1)$$

причем под  $\eta$  понимается средняя случайная ошибка на километр, а под  $\sigma$  — среднее значение систематической ошибки также на километр; величины  $\eta$  и  $\sigma$  считаются выраженными в миллиметрах.

Систематические ошибки нивелировок обусловливаются разными причинами, из которых отметим: 1) оседание башмаков для реек; 2) оседание штатива инструмента за время исполнения работы на станции; 3) систематический ход пузырька уровня в сторону солнца; 4) обусловленные внешними причинами деформации частей нивелира, приводящие к таким изменениям угла между оптической или визирной осью трубы и осью уровня, которые определенно вызывают систематические ошибки результата работы на станции; 5) различие освещения задней и передней рейки; 6) действие рефракции.

Характерно, что, несмотря на разделение основных нивелировок на высокоточные, точные и III разряда, влияние отдельных перечисленных выше причин, вызывающих систематические ошибки в нивелировке, мало изучено, хотя, несомненно, в основе этого разделения должно лежать именно ясное представление о действии каждой из этих причин. Представляется даже, что о некоторых причинах систематических ошибок говорят собственно «умозрительно», например, об оседании штатива. Характерно также, что в инструкциях работ обычно не подчеркивается и совсем не выявляется различие требований к местности и к внешней обстановке, которое должно проводиться при переходе от точной к высокоточной нивелировке.

Действие 1, 2, 3 и 4-й из перечисленных выше причин тем менее, конечно, чем быстрее работа выполняется на станции. Предполагая

линейность изменения высоты штатива за время работы на станции, мы скажем, что программа четырех взглядов.

$$z_1, p_1, p_2, z_2 \quad (2)$$

( $z$  — взгляд на заднюю, а  $p$  — на переднюю рейку), выполняемая в написанной постепенности, приводит в среднем к уничтожению влияния оседания штатива. Предполагая линейность изменений угла между визирной осью нивелира и осью уровня за время работы на станции, мы скажем, что выполнение программы (2) приводит в среднем к уничтожению влияния таких перемен между визирной осью трубы нивелира и осью уровня.

Но влияние 3-й причины при выполнении программы (2) будет не погашаться в среднем из  $\frac{(z_1 - p_1) + (z_2 - p_2)}{2}$ , а наоборот, усиливаться по сравнению с влиянием ее на  $z_1 - p_1$ . С другой стороны, линейность оседаний штатива или изменений угла между визирной осью нивелира и осью уровня даже за промежуток времени в 3—5 мин является мало вероятной. Пока силой, вызывающей изменения, не преодолены сопротивления, до тех пор эти изменения равны нулю; затем наступает момент, когда изменение в положении штатива или в расположении частей нивелира происходит скачком.

В нивелировках Франции, Германии и СССР соблюдается система четырех полноценных взглядов, хотя в Германии и не с полной строгостью; в нивелировках США — высокоточных и точных — работа на станции сводится к получению только двух полноценных взглядов (два остальных взгляда являются только контрольными и в выводе разности уровней не участвуют).

Программа (2), т. е. программа четырех взглядов, конечно, имеет свои обоснования в отношении ослабления действия одних причин систематических ошибок, но, с другой стороны, усиливает влияние других причин таких ошибок. Правы ли европейцы, оставаясь на принципе четырех полноценных и симметрично расположенных взглядов, или правы американцы, стремящиеся к возможной быстроте работы и поэтому заменяющие четыре взгляда двумя? Значительность систематических ошибок в результатах американских точных нивелировок говорит как будто не в пользу метода США, но может быть дело лежит в других причинах, например, в допуске слишком больших расстояний между рейками или в использовании в США часов наблюдений, близких к близоподобным?

Отметим теперь еще, что точность отсчета по рейке зависит от разрешающей силы трубы, от расстояния до рейки, от прозрачности нижних слоев воздуха и отсутствия в них восходящих или нисходящих течений, от степени освещенности рейки, от толщины нити трубы, от того места в пределах сантиметрового или полусантиметрового интервала рейки, на котором пришлась нить при отсчете по ней, от личных свойств наблюдателя.

Такое нагромождение причин, конечно, делает сложным вопрос установления средней ошибки отсчета по рейке; несомненно, некоторые из этих причин будут приводить и к систематическим искажениям результатов нивелировки. Совершенно определенно мы можем сказать, что систематические ошибки отсчетов собственно сводятся к нулю в немецком методе точного нивелирования, когда пара близких горизонтальных нитей устанавливается симметрично относительно штрихов

рейки; одновременно значительно понижается и случайная ошибка «отсчета»\*. Тот же эффект мы получаем при применении нивелиров Цейсса с плоскопараллельной пластинкой, если только работа механизма, приводящего в движение эту пластинку и его учитывающего, достаточно безупречна. Однако немецкий способ определенно требует расстояния до рейки в 50 м; применение нивелиров Цейсса позволяет несколько увеличить это расстояние, но немного.

У нас и в США производятся отсчеты по рейкам по трем нитям, но мы получаем для вывода разности уровней шесть отсчетов по рейке, а США ограничиваются тремя. Выигрываем ли мы по сравнению с немцами в отношении точности отсчетов по рейкам и не проигрывают ли заметно американцы? Вероятно, мы ничего не выигрываем по сравнению с немецким методом в отношении действия случайной части ошибок отсчетов, но заметно проигрываем в отношении систематической части ошибок отсчетов, которая, конечно, особенно важна. В США, вероятно, имеют и случайную часть ошибки отсчета заметно более крупную, чем в Германии, а систематическая часть, вероятно, та же, что и у нас. Заметим, кстати, что во Франции при получении з<sub>1</sub> и п<sub>1</sub> отсчитывают по рейке по трем нитям, но отсчетами по крайним нитям пользуются только как контрольными и не считают возможным использовать их для вывода разностей уровней. Мы пока умышленно не касаемся вопроса о действии рефракции в нивелировке.

То, что до сих пор сказано, уже ясно обрисовывает отсутствие единства взглядов в разных странах на роль тех или иных причин, обусловливающих погрешности в точной и высокоточной нивелировке; это же в свою очередь вызывает разнообразие методов наблюдений, разнообразие аппаратуры, отсутствие общего тона в постановке работ.

В России, а затем и в СССР приняли метод отсчета по трем нитям, т. е. метод наименее безупречный; с другой стороны, взяли у немцев метод отсчитывания уровня вместо установки его на середину при помощи специальной вспомогательной аппаратуры, и, конечно, в пользовании уровнем усвоили опять-таки метод наименее безупречный. Со своим русско-швейцарским методом мы заняли какую-то среднюю позицию, которую, однако, никак нельзя признать сильной.

Систематические ошибки нивелировок представляют значительные трудности при их исследовании по отдельности; этим, конечно, и объясняется отсутствие соответствующих прочных выводов. Но тогда остается один путь — создание такой обстановки при полевых работах, которая непременно гарантировала бы уменьшение этих систематических ошибок, причем в особенности это должно проводиться в полной мере при переходе к высокоточному нивелированию. Мы не можем указывать здесь, какие меры должно осуществить в только что указанном направлении, но, очевидно, соответствующая разработка должна быть поставлена на очередь и в производственных организациях и в ЦНИИГАиК.

Далее нужно решить вопрос: а) остаемся ли мы в высокоточном нивелировании на русско-швейцарском методе; б) не следует ли в точном нивелировании перейти на американский метод наблюдений на станции. Настоящее применение американского метода требует нивелиров американской конструкции, и я полагаю, что только отсутствие таких инструментов в СССР побудило в наших точных нивелировках отказаться от метода США. Признание этого метода господствующим

\* Вернее, наведения нитей.

в наших точных нивелировках даст нашим инструментальным заводам срочное задание по освоению и изготовлению точных нивелиров типа береговой и геодезической съемки США. По существу такое задание нашими заводами должно было бы быть поставлено давно.

Что касается нивелирования высокой точности, то мне лично представляется, что здесь наиболее пригоден метод германский, но, конечно, вопрос должен быть решен на основании соответствующей его разработки в ЦНИИГАиК. Переход на немецкий способ потребует малых улучшений конструкций, имеющихся у нас для высокоточного нивелирования больших нивелиров Гильдебранда в направлении лучшей защиты трубы и уровня от солнца. Заметим, что быстрота работы по германскому методу в высокоточном нивелировании та же самая, что и в русско-швейцарском, но думается, что русско-швейцарский метод стремится быть более по случайным ошибкам, а не по систематическим.

Остановимся теперь на действии рефракции в нивелировании. Можно смело утверждать, что именно рефракция обусловливает главную часть систематических ошибок в высокоточном и точном нивелировании. Как же борются с влиянием рефракции или как его учитывают? В Америке считают, что в геометрическом нивелировании рефракция действует так же, как и в геодезическом нивелировании, т. е. наименьшее действие рефракции — в полдень, а величина действия пропорциональна квадрату расстояния до рейки; при нивелировании из середины влияние рефракции на разность уровней принимается фактически равным нулю; поверхности раздела воздушных слоев принимаются, следовательно, совпадающими с уровнями поверхностями. Это примитивное представление совершенно не совпадает со взглядами на действие рефракции в геометрическом нивелировании европейских геодезистов.

В приземном слое поверхности раздела воздушных слоев имеют тенденцию быть параллельными поверхности земли, скатам местности. Наибольшее действие рефракции приходится на близполуденные часы; наименьшее — на ранние утренние и поздние вечерние часы, когда температурный градиент, характеризующий изменение температуры воздуха с высотой над почвой, меняет свой знак, проходя через нуль. Влияние рефракции зависит, конечно, от распределения температуры воздуха вдоль визирного луча, это же последнее зависит от времени дня, степени облачности, направления и силы ветра, уклона местности, высоты луча над почвой, свойств самой почвы и ее покрова, различия устройства дорот (дорожной одежды), по которым проходят с нивелированием (железная дорога, шоссе, грунтовая дорога) и т. д. Такое нагромождение причин делает по существу невозможным точный учет действия рефракции на отдельную разность уровней.

Известный крупный французский ученый Лаллеман, работающий по вопросам точного нивелирования уже более 50 лет, предложил считать, что в приземном слое температура  $t$  воздуха изменяется в арифметической прогрессии, когда высота  $h$  над почвой изменяется в прогрессии геометрической. По Лаллеману

$$t = a + b \lg(h + c), \quad (3)$$

причем  $a$ ,  $b$  и  $c$  — постоянные, относящиеся только к данной станции нивелирования. Если во время нивелирования отсчитывать температуру воздуха на высоте визирного луча при задней и передней рейке и при нивелире, то для каждой станции, используя формулу (3), получаем возможность вывести коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$ . При любом распределении

температуры воздуха можем написать для влияния  $\epsilon_1$  рефракции, представляющего собой разность вертикальных ординат конечных точек некоторого участка визирного луча

$$\epsilon_1 = +0,00294 \frac{B}{0,76} \cdot \frac{\alpha}{p^2} \int_0^s (h_1 - h) \frac{1}{(1 + \alpha t)^2} \cdot \left( \frac{dt}{dh} \right) dh, \quad (4)$$

где  $\alpha$  — коэффициент расширения воздуха;

$B$  — показание барометра;

$p$  — уклон местности;

$s$  — горизонтальное расстояние между точками, конечными для того участка визирного луча, на котором накапливается действие рефракции, равное  $\epsilon_1$ ;

$h$  — высота над почвой текущего элемента визирного луча;

$h_1$  и  $h_0$  — высота над почвой конечных точек данного участка визирного луча, причем направление перехода от точки с высотой  $h_0$  к точке с высотой  $h_1$  и направление счета расстояния  $s$  совпадает с направлением от нивелира к рейке.

Если участок  $s$  достаточно мал, то, имея градиенты  $\left( \frac{dt}{dh} \right)_1$  и  $\left( \frac{dt}{dh} \right)_0$ , выведенные из измерений температур в натуре для конечных точек участка, мы могли бы написать

$$\epsilon_1 = +0,00294 \cdot \frac{B}{0,76} \frac{\alpha}{(1 + \alpha t_m)^2} \left[ \left( \frac{dt}{dh} \right)_1 + \left( \frac{dt}{dh} \right)_0 \right] \cdot \frac{(h_1 - h_0)^2}{4p^2}. \quad (5)$$

Отсюда влияние рефракции на отсчет по рейке получилось бы как сумма  $\epsilon_1$ , вычисляемых каждое по формуле (5) для отдельных участков визирного луча, на которые разбиваются все расстояния от рейки до нивелира.

Но, вероятно, длина таких участков, в пределах каждого из которых работает формула (5), очень невелика — может быть всего 10 м, а возможно, и еще меньше. Формула (5) — упрощенная, но она имеет значение общей формулы и всего лучше выясняет аналитически, что точный учет действия рефракции при крайне сложной картине распределения температур воздуха на пути визирного луча, существующей всегда в действительности, требует определения температурных градиентов в целом ряде точек визирного луча, что практически, конечно, неосуществимо. Понятно, что формула (3) Лаллемана оправдывается в действительности только в редких случаях. Как и следовало ожидать, исследования рефракции показали, что определения температур на высоте визирного луча только при задней и передней рейке и при нивелире совершенно недостаточны для сколько-нибудь надежного суждения о распределении температуры воздуха вдоль визирного луча, заключенного между задней и передней рейкой. Следовательно, и предложение Лаллемана, принятное в точном нивелировании Франции, определять на каждой станции указанные три температуры и затем вводить в разности уровней поправки за рефракцию, вытекающие из формулы (3), является вообще неприемлемым.

Из исследований рефракции в точном нивелировании приходится особенно отметить исследования, выполненные в ЦНИИГАиК под руководством профессора Н. А. Павлова в 1933—1937 гг. Эти исследования,

во-первых, подтвердили результаты других, ранее исполненных исследований, а именно:

1) что наименьшее действие рефракции приходится на ранние утренние и поздние вечерние часы, когда в формуле (5) градиенты  $\frac{dt}{ph}$  близки к нулю;

2) что в благоприятное время для нивелировки (утро и вечер) и при обычных в точной нивелировке уклонах местности, искажение рефракцией разности уровней не превосходит 0,5  $мм$  при расстоянии между рейками, меньшем 120  $м$ , но может достигать 1,5  $мм$  уже при расстоянии между рейками 160  $м$ ;

3) что влияние рефракции имеет определенно систематический характер и является причиной наиболее крупных искажений результатов точного нивелирования;

4) ввиду того, что обычно в часы выполнения точного нивелирования знак влияния рефракции на разность уровней двух данных смежных пунктов, находящихся в расстоянии друг от друга в 100—160  $м$ , остается постоянным, выводы из прямого и обратного хода разности уровней между двумя постоянными марками оба оказываются искаженными действием рефракции в одну сторону, и среднее из таких двух выводов остается по существу неосвобожденным от действия рефракции; во-вторых, исследования ЦНИИГАиК дали еще и следующие новые выводы;

5) влияние рефракции заметно убывает с возрастанием высоты визирного луча над почвой; увеличение этой высоты даже всего на 0,6—0,7  $м$  уже ведет за собой ощутительное улучшение результатов нивелирования;

6) для учета действия рефракции необходимо на вертикалях задней и передней рейки и нивелира измерять во время работы на станции температуры воздуха в нескольких точках на каждой из этих вертикалей так, чтобы можно было бы получить кроме  $\frac{dt}{dh}$  для указанных вертикалей еще и изменение температуры в направлении, параллельном профилю местности, хотя и этот материал недостаточен для точного определения влияния рефракции, однако, предполагая приблизительно равномерное изменение температурных условий при перемещении точки от инструмента к рейке, что, видимо, нередко имеет место в часы нивелировки, он все-таки обеспечивает достаточную надежность оценки величины влияния рефракции на результат нивелирования на данной линии и по ряду линий.

Эти выводы из работ ЦНИИГАиК являются весьма существенными для борьбы с искажениями, вносимыми рефракцией. Несомненно, если высокоточное нивелирование должно оправдывать свое название, то следует в нем перейти от обычных штативов к более высоким, имея высоту инструмента около 1,9  $м$  вместо обычной 1,4  $м$ ; такое нововведение, требуя лишь одного добавочного рабочего в нивелирной партии, нисколько не замедляет работы, как уже показала опытная работа 1937 г., проведенная ЦНИИГАиК. С другой стороны, в высокоточном нивелировании придется бросить те никчемные измерения температуры воздуха у нивелира, которые по инструкции выполняются примерно через полчаса; придется бросить и рекомендации Лаллемана и организовать определения температур по программе, указанной в общих чертаках, выше и подробно развитой в труде проф. Н. А. Павлова «Рефракция в высокоточном и точном нивелировании» (ЦНИИГАиК, 1937 г.).

Конечно, эта «метеорологическая» часть высокоточного нивелирования потребует особых добавочных средств, но на это придется пойти, если мы в высокоточном нивелировании не отказываемся надежно оценить точность даваемых им результатов, если мы желаем установить телескопии, на которых метеорологические условия были неблагоприятны для нивелирования и которые поэтому подлежат переделке.

Обратимся теперь к принятой оценке точности результатов высокоточного и точного нивелирования. Как известно, величина  $\eta$  [формула (1)] выводится из несогласий  $\Delta$  прямой и обратной нивелировки между каждыми двумя смежными постоянными марками, т. е. каждое  $\Delta$  соответствует расстоянию порядка 6 км. Величина же  $\sigma$  выводится из несогласий  $S$  прямого и обратного хода на более или менее значительных линиях нивелирования. Более правильными для получения  $\eta$  и  $\sigma$  следует считать формулы шведского геодезиста Руне, опубликованные в 1934 г., а не обычно применяющиеся формулы Лаллемана. Формулы Руне пишутся так:

$$\eta^2 = \frac{L_m \cdot m_1^2 - r_m m_2^2}{L_m - r_m} \quad (6)$$

$$\sigma^2 = \frac{m_2^2 - m_1^2}{L_m - r_m} \quad (7)$$

$$m_1^2 = \frac{\Sigma \Delta^2}{4 \Sigma L}$$

$$m_2^2 = \frac{1}{4p} \sum \frac{S^2}{L}. \quad (8)$$

В (6), (7) и (8) имеем такие обозначения:

$p$  — число линий нивелирования, использованных для вывода  $\sigma$  и  $\eta$ ,

$L$  — длина линии в километрах;

$S$  — расхождение прямого и обратного хода при нивелировании линии длиной  $L$ ;

$L_m = \frac{\Sigma L}{p}$  — средняя длина линии;

$\Delta$  — расхождение прямого и обратного хода при нивелировании секций, т. е. при нивелировании между двумя смежными марками, отстоящими друг от друга на  $r$  километров;

$r_m$  — среднее значение  $r$ .

Конечно,  $\Sigma r = \Sigma L$ .

Спрашивается прежде всего, какой длины взять «линию», чтобы надежно вывести  $\sigma$ ? Ответ мы имеем собственно такой: откладывая по оси абсцисс для данной линии нивелирования величины  $r_1, r_1 + r_2, r_1 + r_2 + r_3, \dots$ , а по оси ординат абсолютные значения  $\Delta, \Delta_1 + \Delta_2, \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3, \dots$ , находим на полученном графике прямую, достаточно хорошо подходящую ко всем построенным точкам, или две прямые, подходящие каждая только к точкам соответствующей части нашей нивелирной линии. Проделав такие построения для всех нивелирных линий, выводим отсюда примерно то расстояние  $L_m^p$ , в пределах которого график накопления разностей прямого и обратного хода представляется удовлетворительно прямой для большинства линий (но, конечно,

угловой коэффициент этой прямой для разных линий будет очень различен). Величины  $L$ , фигурирующие в формуле (8), должны быть вообще менее  $L_m^p$  или превышать его сравнительно немного. В большой нивелирной сети придется разбивать нивелирные линии на группы и для каждой группы устанавливать свое  $L_m^p$  и выводить свое  $\sigma$ .

Описанный прием установления величины  $L_m$ , т. е. наибольшей длины линии при выводе  $\sigma$ , может быть назван приемлемым, хотя в действительности в него придется вносить, вероятно, существенные изменения. Если  $L_m^p$  оказалось, например, 120 км, а стороны нивелирных полигонов около 400 км, то, очевидно, мы должны каждую такую сторону разбить сначала на три или на четыре линии и по каждой такой линии получить свое  $S$  для подстановки в формулу (8).

Отметим, однако, что такое крупное систематическое влияние, как влияние рефракции, только в очень слабой степени обычно выявляется в величинах  $S$ . Следовательно, установление  $L_m^p$  и  $\sigma$  производится без учета действия одного из главнейших факторов, влияющих на значение величин  $\sigma$ . Несомненно, это является крупным недочетом в оценке точности результатов во всех современных нивелировках. Очевидно, дело будет исправлено только в том случае, когда в высокоточном (и может быть и в точном) нивелировании будет поставлена та метеорологическая часть, о которой сказано выше и которая приводит к надежному суждению о характере и порядке действия рефракции в нивелировании. Здесь мы не можем делать предложений, как именно изменить самый процесс вычисления  $\sigma$  при учете, кроме всего прочего, и действия рефракции; этот вопрос требует особой научной разработки, основанной на достаточном экспериментальном материале. Отметим, теперь, что, насколько известно, в нашей практике по обработке результатов высокоточной и точной нивелировки вовсе не делают и тех нехитростных исследований, которые приводят по вышеизложенному приему к установлению длины  $L_m^p$ . Насколько видно из предисловия к изданному в 1934 г. ГГГГУ «Каталогу высот марок и реперов высокоточного и точного нивелирования в Европейской части СССР», при выводе  $\eta$  и  $\sigma$  каждая линия нивелирования бралась просто как она есть, предполагая, что одно и то же значение  $\sigma$  сохраняется по всей длине любой линии, какая бы эта длина ни была. Длины же эти колеблются от 100 до 500 и более километров. Несомненно, вводя очень длинные линии, мы получаем для  $\sigma$  преуменьшенные результаты. Но определение  $L_m^p$  имеет еще и совсем иное значение. Формулу (1) мы имеем право применять лишь для  $D$ , меньшего  $L_m^p$ . Если поставим вопрос, с какой средней ошибкой при данных  $\eta$  и  $\sigma$  определилась разность уровней, например Балтийского и Черного морей или Балтийского моря и Тихого океана во Владивостоке, то, конечно, нам соответствующие большие расстояния  $D$  между этими морями придется разбить на части, равные  $L_m^p$  и применять такую формулу:

$$\begin{aligned} m &= \sqrt{\eta^2 \cdot D + \sigma^2 (L_m^p)^2 \cdot \frac{D}{L_m^p}}; \\ m &= \sqrt{\eta^2 + \sigma^2 \cdot L_m^p} \cdot \sqrt{D} = \varepsilon \sqrt{D}; \\ \varepsilon &= \sqrt{\eta^2 + \sigma^2 L_m^p}. \end{aligned} \quad (9)$$

Величина  $\epsilon$  по праву называется километрической ошибкой нивелировки. Этой величиной и нужно располагать для оценки точности результатов высокоточного и точного нивелирования, но для этого нужно знать  $L_m^p$ , кроме, конечно, надежного вывода величин  $\eta$  и  $\sigma$ ; с другой стороны, и получаемое значение  $\sigma$  до известной степени зависит от того, на какие отрезки  $L_m^p$  мы разбиваем линии нивелирования.

В упомянутом «Каталоге высот», конечно, мы не находим величины  $\epsilon$ , не находим и средних ошибок высот, помещенных в «Каталоге».

Это лучше, чем помещать принципиально неверно соображеные средние ошибки этих высот, но это обесценивает всю работу.

В «Каталоге» мы имеем такие данные:

Для линий высокоточного нивелирования из  $\{\eta = \pm 0,79 - 0,89 \text{ мм}$   
расхождений  $S \dots \{\sigma = \pm 0,08 \text{ мм}$

Для линий высокоточного нивелирования, по  
невязкам девяти полигонов . . .  $\eta = \pm 0,84 \text{ мм} \sigma = \pm 0,25 \text{ мм}$

Для линий точного нивелирования к восто-  $\{\eta = \pm 0,80 - \pm 1,29 \text{ мм}$   
ку от меридиана Москвы . . .  $\{\sigma = \pm 0,09 - \pm 0,14 \text{ мм}$

Для 13 линий точного нивелирования к за-  $\{\eta = \pm 2,44 \text{ мм}$   
паду от меридиана Москвы . . .  $\{\sigma = \pm 0,25 \text{ мм}$

Километрическая ошибка  $\epsilon$  в высокоточном нивелировании, отнесенная к  $L_m^p = 100 \text{ км}$ , получается  $\pm 1,1 \text{ мм}$  по расхождениям  $S$  и  $\pm 2,7 \text{ мм}$  по невязкам полигонов, тогда как она согласно западноевропейской практике при  $L_m^p = 100 \text{ км}$  может быть допущена до  $3,3 \text{ мм}$ . Характерно, что точность точной нивелировки получается по существу та же самая, что и высокоточного нивелирования. Несомненно, что величины  $\sigma$ , выведенные из расхождений  $S$ , получены преуменьшенными, так как большинство линий имело длину, превышающую 200 км (во Франции принимают  $L_m^p = 80 - 100 \text{ км}$ ).

Неучет действия рефракций, вероятно, приводит к преуменьшенным значениям  $\sigma$ , выводимым в нивелировках всех стран, но у нас это преуменьшение идет по двум линиям — и из-за неучета действия рефракций и из-за использования длинных линий без разбивки их на части.

Настоящая научно обоснованная оценка результатов высокоточного и точного нивелирования является делом достаточно тонким, не имеющим ничего общего с занятием в виде подстановки расхождений  $\Delta$  и  $S$  в формулы Лаллемана или Руне. Работа по надлежащему анализу и оценке результатов обширных нивелировок в СССР должна быть, конечно, поставлена.

## 2. О задачах высокоточного и точного нивелирования

Казалось бы, настоящую статью следовало начинать именно с этого § 2, однако, чтобы не перебивать изложения вопросами, связанными с освещением технических сторон дела, удобнее провести принятый нами порядок.

Результаты общего или основного нивелирования страны нужны для правильной постановки топографических работ (государственной съемки); для освещения и решения ряда вопросов геологии, гидро-геологии, геоморфологии, геофизики; для расчетов в гидрологии и в гидротехнике.

Взгляд, что в топографии общую высотную основу можно дать посредством геодезического нивелирования, оставлен лет 60—70 назад. Геодезическое нивелирование применимо лишь для заполнения площадей между ходами геометрического нивелирования, отстоящими друг от друга на 80—100 км, а в южных степных районах — даже всего на 20—30 км. Но, с другой стороны, топографическая съемка сама по себе предъявляет скромные требования к общей нивелирной основе: смежные трапеции съемки масштаба 1 : 50 000 могут быть поставлены ошибочно по высоте относительно друг друга до 0,5 м и даже более; важно лишь, чтобы эта общая нивелирная основа была бы проложена з. а. б. л. а. г. о. в. р. е. м. е. н. о. на всей территории государства и была бы увязана, после чего можно ставить съемки в любом районе независимо от других районов и знать при этом, что увязанность общей высотной основы обеспечивает сама по себе безупречную сводку по высоте съемок, исполненных независимо друг от друга в разных районах и затем сомкнувшихся друг с другом.

Представим себе, что мы покрыли всю территорию государства замкнутыми полигонами нивелирования III разряда, для которого:

$$\eta = \pm 3 \text{ мм}; \quad \sigma = \pm 0,6 \text{ мм.}$$

Допустим далее, что в соответствующих местах мы связали эту сеть III разряда с уровнями морей, омывающих государство. Принимая средние уровни этих морей неразличающимися друг от друга, что в топографии вполне допустимо, увязем эту воображаемую нивелирную сеть в целом. Связь этой сети с уровнями морей и общая увязка ее обеспечивают то, что при последовательном движении со съемками от одного моря к другому в момент подхода с планшетами к этому второму морю или при встречном движении со съемками от него к первому морю, никаких недоразумений в топографических операциях не произойдет.

До начала нынешнего столетия в России пролагались нивелирные линии «точного» нивелирования, образовывавшие замкнутые полигоны с большими периметрами (а иногда и разомкнутые), для которых  $\eta = \pm 3 \text{ мм}$  и  $\sigma = \pm 0,5 \text{ мм}$ ; этими линиями были связаны Балтийское и Черное моря. По современной классификации эта старая нивелировка относится к III разряду; но, конечно, всем известно, что она как общая основа вполне удовлетворяла запросам топографических съемок в пределах Европейской части СССР; связь Черного и Балтийского морей и общая увязка этой старой сети, конечно, сделали свое дело. Дальнейшее сгущение этой общей основы может выполняться нивелировкой IV разряда.

Приняв  $L_m^P = 250 \text{ км}$  и представив себе передачу высот от уровня моря вглубь страны на 2000 км, мы по формуле (9) для ошибки  $m$  такой передачи из нивелирования III разряда получим

$$m = \sqrt{9 + 90} \cdot \sqrt{2000} = \pm 444 \text{ мм.}$$

Расчет ошибки передачи высот на расстояние в 2000 км, приведенный только что, конечно, может вызывать сомнения. Но укажем на следующий факт: во Франции в шестидесятых годах прошлого столетия было выполнено инж. Бурдалю общее нивелирование страны методами нивелирования IV разряда. С 1884 г. во Франции предпринято и проводится «генеральное» нивелирование, в основе которого лежит прокладка

сети полигонов высокоточного нивелирования. Сопоставление результатов нового нивелирования с результатами нивелировки Бурдалю выявило значительные систематические ошибки в этих последних, причем наибольшая ошибка нивелировки Бурдалю, накопившаяся на расстоянии около 1300 км, достигает 1 м. Умножая 1 м на  $\sqrt{\frac{20}{13}}$ , мы получим для предельной ошибки нивелировки типа Бурдалю на расстояние в 2000 км значение около 1,25 м, это, думается, показывает, что для нивелировки III разряда средняя ошибка  $T = \pm 445$  мм на расстояние в 2000 км является достаточно согласующейся с материалами по нивелировкам во Франции. Ниже приведены невязки больших полигонов точной нивелировки США; из них, беря для перевода этих невязок на нивелирование III разряда коэффициент  $\frac{3}{2} = \frac{0,6}{0,4}$ , получаем  $m = < + 532$  мм, применяя при этом те же соображения, которые применены ниже при выводе из невязок полигонов США средней ошибки точной нивелировки, на 4000 км ( $\frac{500}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{2} = 532$  мм). Понятно, что числа 445 и 532 нельзя считать заметно различающимися в решении поставленной задачи.

Все эти соображения достаточно ясно показывают, что общая высотная основа для государственной съемки даже на территории большого государства, простирающегося вдоль и поперек на 2000 км, по существу не требует не только высокоточного, но даже и точного нивелирования. Если заблаговременно осуществить сеть нивелирных полигонов III разряда, связанную с уровнями морей, и заблаговременно эту сеть уравнять, то этим запросы к общей высотной основе со стороны топографии были бы вполне удовлетворительны даже для указанной большой территории. В СССР мы находим два препятствия к проведению указанной постановки создания общей высотной основы для целей съемок: 1) прокладка линий основного нивелирования у нас не только не идет впереди развития съемок, но нередко запаздывает; 2) при огромном протяжении государства с запада на восток использование уровней Ледовитого океана, которое дало бы ценные контрольные передачи абсолютных высот на расстояние в 2000 км, к сожалению, по географическим условиям пока отпадает, и по существу работает одна связь уровней Балтики и Тихого океана, требующая нивелирной передачи на расстояние в 8000 км. Наконец, приходится учитывать необходимость контроля при прокладке большого числа нивелирных полигонов III разряда. Поэтому приходится по необходимости при создании общей нивелирной основы для государственной съемки предъявить более строгие требования. Приходится требовать, чтобы вся территория, располагающаяся южнее 57—58-й параллели, была бы покрыта системой замкнутых полигонов точного нивелирования, связанных притом с морями Черным, Балтийским, Белым и с Тихим океаном; эта сеть немедленно по ее выполнении должна быть уравнена. Принимая для точного нивелирования  $\eta = \pm 2$  мм;  $\sigma = \pm 0,4$ ;  $L_m^p = 250$  км, получим, что из такого нивелирования, рассматриваемого, однако в виде только одной линии между Балтикой и Тихим океаном, средняя ошибка абсолютной высоты для пункта, удаленного от Балтики на 4000 км, определится так:

$$m_1 = \sqrt{4+40} \frac{\sqrt{\frac{4000}{2}}}{\sqrt{2}} = \pm 297 \text{ мм},$$

а при  $L_m^p = 120 \text{ км}$

$$m_2 = \sqrt{4 + 19,2} \cdot \frac{\sqrt{4000}}{\sqrt{2}} = \pm 215 \text{ м.м.}$$

Конечно, и эти расчеты для расстояния в 4000 км вызывают сомнения. Достаточно прочное суждение мы получим лишь тогда, когда сибирские полигоны точного нивелирования будут линиями точного нивелирования связаны со средними уровнями Ледовитого океана в ряде пунктов побережья и когда эти линии будут пересечены линией точного нивелирования, проложенной примерно по 65-й параллели, начиная, например, от Архангельска через всю Сибирь. Однако мы и сейчас имеем такие факты:

1) накопление ошибок при связи точной нивелировкой Балтики с Тихим океаном не превысило 1 м;

2) невязки наиболее крупных полигонов точного нивелирования США представляются такой таблицей:

Невязка полигона в м.м.	Периметр в км
25	3 070
1 022	7 650
407	2 660
390	2 200
643	3 560
940	2 600
911	1 300
Сумма 4 338	Сумма 23 040

Отсюда простая средняя невязка на 4000 км получается равной  $\pm 784 \text{ м.м.}$ , а без последнего полигона — 663 м.м. Если же представим себе, что накопление ошибок в таких больших полигонах совершилось по закону корня квадратного из размеров периметра, то средняя невязка на 4000 км получится равной  $\pm 708 \text{ м.м.}$ , а без последнего полигона — 560 м.м. Наконец, предполагая такой же закон накопления ошибок, но используя только один последний, наиболее неблагоприятный по своей невязке полигон, мы получим на 4000 км невязку  $\pm 1600 \text{ м.м.}$  Останавливаясь из этих пяти цифр на третьей и четвертой, как наиболее вероятных, и предполагая, что вывод высоты наиболее удаленной от морей точки происходит от средних уровней двух морей, получим, что средняя ошибка этой высоты будет заключаться от  $\pm \frac{560}{\sqrt{2}} = 400 \text{ м.м.}$

до  $\pm \frac{708}{\sqrt{2}} = 500 \text{ м.м.}$  Конечно, эти числа заметно более ранее полученного значения  $m_i$ ; принимая во внимание, что вывод высот будет происходить из сети полигонов, т. е. из передачи не по одной линии, а по нескольким линиям, мы можем все-таки считать, что наибольший размер средней ошибки не превысит

$$\pm \frac{500}{\sqrt{2}} = \pm 354 \text{ м.м.}$$

Все эти соображения и подсчеты позволяют сделать вывод, что по прокладке в Азиатской части СССР сети полигонов точного нивелирования хотя бы в виде одного их ряда, примыкающего с севера к Великому сибирскому железнодорожному пути, и по увязке такой нивелирной сети мы получаем достаточно хорошую общую высотную основу для государственной топографической съемки. До 57—58-й параллели нужно продолжить развитие этой сети в виде полигонов точного же нивелирования, еще же севернее — достаточно дать некоторые линии точного нивелирования с заполнением площадей между ними полигонами нивелирования III разряда.

Высокоточное нивелирование не является необходимым в составе общего высотного обоснования для топографических съемок.

Отметим, что до 1926 г. в основных нивелировках США не было разделения их на высокоточное и точное нивелирование, а по методам и постановке исполнявшееся там основное нивелирование должно быть отнесено к точному.

Обратимся теперь к запросам общей высотной основы со стороны геологии, гидрогеологии, геоморфологии. Вопроса этого не освещено в литературе, и приходится, освещая его, базироваться на личные беседы с учеными, имеющими дело с использованием топографических материалов. Можно сказать, что абсолютную высоту некоторых объектов местности, различных в задачах геологии, гидрогеологии и геоморфологии, желательно знать с ошибкой, не превышающей 3—4 м. Скидывая отсюда 1 м за ошибку передачи высоты с опорных точек на топографический планшет, мы получим, что при пользовании топографическими материалами геологи, гидрогеологи и геоморфологи удовлетворяются опорной высотной сетью, в которой наибольшая ошибка высоты нивелирного пункта над уровнем моря (т. е. вообще наиболее удаленного от моря) не превышала бы 2—3 м. Это требование вовсе не идет выше требований к общей высотной основе самой государственной топографической съемки, и поэтому все сказанное выше в отношении создания сети полигонов точного нивелирования, дающей общую высотную основу для нужд топографии, остается в силе.

Большие гидротехнические сооружения требуют по существу точного определения разностей высот пунктов, удаленных друг от друга на значительные расстояния. Все-таки эти расстояния не превышают обычно 2500 км, и средняя ошибка в разности высот конечных пунктов при таком расстоянии, обеспечиваемая правильно выполненным точным нивелированием и не превышающая  $\pm 0,4$  м, вполне обеспечивает запросы большой гидротехники. Понятно, что необходимость контроля и здесь требует прокладки не одной линии точного нивелирования, непосредственно обслуживающей своими марками и реперами гидротехническое сооружение, а системы полигонов точного нивелирования, конечно, связанной надежно с общей нивелирной сетью государства. Надлежит еще отметить, что съемка соответствующих бассейнов должна быть отнесена к системе высотных опорных пунктов, согласованной достаточно строго с системой пунктов, высоты которых лягут в основу проектирования гидротехнических сооружений. Несогласование, превышающее даже 0,5 м, вызовет затруднения из-за невозможности интерполяции горизонталей съемочных планшетов на пологих приречных местах при решении ряда задач по топографическим планшетам, вытекающих из вносимых большим гидротехническим сооружением изменений.

нений местности (границы затопляемости, размыты и т. п.). Отсюда вытекает, что все большие реки должны быть обеспечены линиями и полигонами точного нивелирования непременно до выполнения топографических съемок в их бассейнах с введением этих полигонов в общую систему государственной нивелирной сети. Это соображение должно быть руководящим при размещении плана общего нивелирования страны по годам. Заметим, что когда в семидесятых годах прошлого столетия выявилась необходимость точного нивелирования для инженерных целей, то в Германии точное нивелирование прежде всего было выполнено именно по всем значительным рекам. Обратимся теперь к запросам геофизики и тем запросам геологии, которые не решаются по данным топографических съемок. Эти запросы можно представить таким перечнем:

- 1) определение разностей уровней морей и океанов,
- 2) выяснение вековых движений суши,
- 3) изучение вертикальных смещений земной поверхности в некоторых районах, не связанных с вековыми движениями суши; сюда относятся и смещения, вызываемые землетрясениями,
- 4) изучение деформаций уровенной поверхности, вызываемых перемещениями подземных масс.

Средние уровни морей и океанов не совпадают друг с другом, различие этих средних уровней, вероятно, выражается несколькими дециметрами. Но понятно, эта неодинаковость средних уровней различных морей и океанов даже всего на 0,3—0,4 м сопровождается рядом важных явлений в физике океанов и морей и является следствием значительных причин или следствием действия грандиозных сил. Надежное определение этих малых разностей уровней представляет, конечно, значительный научный интерес, но оно требует при огромных расстояниях между морями и океанами особо высокой точности при проведении нивелирования по линиям, связующим разные моря и океаны. Приняв для высокоточного нивелирования  $\eta = 1 \text{ мм}$ ;  $\sigma = \pm 0,20 \text{ мм}$  и  $L_m^p = 150 \text{ км}$ , получим из такой нивелировки соединение уровней двух морей, отстоящих друг от друга на 2000 км, с средней ошибкой  $\pm \sqrt{1 + 6} \sqrt{2000} = \pm 118 \text{ мм}$ . Такая точность будет едва достаточной для обнаружения различия уровней морей в 0,3—0,4 м. Отсюда ясно, что данная задача требует не только высокоточного нивелирования, но и постановки его иначе, чем это делалось до сих пор. Такой же тонкой в отношении требований к точности нивелировки является и вторая задача — выяснение вековых движений суши. В США нивелировки I класса приводят к определенному заключению, что уровень и Тихого и Атлантического океанов несколько повышается к северу и что уровень Тихого океана выше везде на соответственных параллелях уровня Атлантического океана на 0,2—0,3 м. Нивелировки, рассекающие США под разными параллелями, дают очень согласующиеся между собой результаты в отношении уровней двух океанов.

Задача выяснения вековых движений суши, во-первых, требует установки на материковых породах в соответственных, указываемых геологами местах, особо солидно построенных так называемых «вековых» реперов; во-вторых, тщательной связи системы таких реперов высокоточным нивелированием друг с другом и, конечно, с общей нивелирной сетью; в-третьих, повторения через некоторые промежутки времени, например, через 25 лет, нивелирования, дающего надежную связь вековых

реперов друг с другом и с общей нивелирной сетью государства. Здесь приходится нивелированием связывать пункты, удаленные друг от друга на значительные расстояния порядка 1000—1500 км, и получать надежно разности результатов двух повторных нивелировок, что равносильно, конечно, удвоению расстояния при расчете точности нивелировки. Понятно, что в СССР надлежит по возможности нивелировки по выяснению вековых движений суши соединить с нивелировками по выяснению разности уровней морей. Ряд полигонов высокоточного нивелирования, идущий от Балтийского к Черному морю, должен включить в себя одновременно вековые реперы, заложенные близ Ленинграда и в юго-западной Украине; ряд полигонов высокоточного нивелирования, идущий отсюда в Донбасс и к Нижней Волге, включает в себя вековые реперы в Донбассе и в районах, примыкающих с севера к Каспию и т. д.

Вертикальные смещения земной поверхности в некоторых особых районах, не имеющие характера вековых движений, изучаются повторными точными нивелировками в этих районах; такие повторные точные нивелировки достаточны и для выяснения вертикальных смещений, вызываемых землетрясениями.

Изучение деформаций уровенной поверхности, вызываемых перемещением подземных масс, требует достаточно частого повторения высокоточного нивелирования системы реперов, располагающихся в достаточно большом количестве на некоторой ограниченной площади; выбор и указание таких площадей — дело геологов.

Из изложенного можно сделать два заключения.

Первое — проектирование полигонов высокоточного нивелирования следует делать в зависимости от запросов геологии и геофизики, а отнюдь не механически, просто через установленные кем-то равные промежутки между линиями этого нивелирования.

Второе — высокоточное нивелирование, удовлетворяющее научным запросам, должно быть поставлено и выполняемо иначе, чем это делается до сих пор во всех странах и, в частности, в СССР.

Мы должны определенно отметить, что по существу в настоящее время в СССР различия между точным и высокоточным нивелированием нет: программа наблюдений на станции, инструменты и рейки, общий порядок работы у нас одни и те же, что в точном, что в высокоточном нивелировании; все различие сводится к тому, что нормальное расстояние между рейками в высокоточном нивелировании указывается равным 130 м, а в точном — 160 м. Отсюда понятно, что и величины  $\eta$  и  $\sigma$ , приведенные в § 1, оказываются в наших точных нивелировках по существу теми же самыми, что и в высокоточном нивелировании.

Высокоточное нивелирование существует у нас номинально; но это относится в известной степени и ко всем странам.

В § 1 даны уже указания, как нужно изменить постановку высокоточного нивелирования, если мы серьезно, по-настоящему беремся за уменьшение влияния причины наиболее крупных систематических ошибок в нивелировании высокой точности, а именно влияние рефракции. Но, конечно, нужно обратить внимание на уменьшение и всех других систематических влияний, улучшая установку реек и штатива нивелира, защищая в большей степени нивелир от внешних влияний и т. д. Подходы к оценке точности результатов нивелирования должно также существенно пересмотреть.

Полагаю, что настоящая статья достаточно убеждает в том, что ни проектирование, ни планирование, ни исполнение высокоточного ниве-

лирования не соображено вовсе с его задачами, что здесь мы имеем дело с некоторой фикцией в постановке этого вида основных геодезических работ. Мало сказать, что высокоточное нивелирование отвечает ряду научных запросов; мало в отличие его от точного нивелирования взять нормальное расстояние между рейками в 130 вместо 160 м, чтобы обеспечивать уже научное использование результатов. Если исследования ЦНИИГАиК уже выяснили слабость подходов к одним сторонам дела в высокоточном нивелировании, то теперь же следует поставить исследования и опыты в отношении других сторон этого дела. Попутно, конечно, выяснятся и некоторые стороны в постановке точного нивелирования. Правильная постановка этого нивелирования, действительно обеспечивающая  $\eta = +2 \text{ мм}$  и  $\sigma = \pm 0,3 - \pm 0,4$  при  $L_m^P = 150 \text{ км}$ , может привести к тому, что для всех практических целей можно будет ограничиться сетью полигонов и линий именно только такого точного нивелирования, оставив высокоточное нивелирование для научных целей и ставя его не спеша и солидно в полном соответствии с этими целями.

## **К ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧИ КАРТОГРАФИРОВАНИЯ ВСЕЙ ТЕРРИТОРИИ СССР\***

(Напечатана в журнале «Геодезист», 1938 г., № 9, стр. 5—10)

Задача составления карты на всю территорию СССР и вытекающие из нее задачи постоянного совершенствования этой карты выдвинуты с особой остротой в самое последнее время, с весны 1938 г. Однако во взглядах на постановку этой задачи нет согласованности, и поэтому я счел уместным высказать в настоящей статье свои личные соображения.

Возможен и существует взгляд, что если правильно районировать территорию СССР по масштабам съемок, то собственно задача картографирования всей территории СССР сводится к выполнению съемок в этих масштабах на соответствующих частях территории, конечно, к известному сроку. Тогда можно представить карту СССР как сумму или комплект карт довольно разных масштабов, принятых для тех или иных больших районов в соответствии с их значением, обусловливавшим уже ту или иную крупность масштаба съемки в этих районах. Переход к карте одного масштаба на всю территорию будет выполнен в порядке камеральной обработки собранных топографо-геодезических материалов, являясь следствием описанного картографирования, вовсе не влияющим на постановку, программу и организацию предшествующих топографо-геодезических работ.

Конечно, можно думать, что такой переход к общей карте одного масштаба возможно и вовсе будет не осуществлен, если говорить о карте топографической, так как можно представить себе составление и издание на одну часть территории карты масштаба 1 : 200 000, а на другую — карты масштаба 1 : 400 000, оставляя на долю издания карт географических составление общей карты на всю территорию в масштабе 1 : 1 000 000 или 1 : 500 000.

Вопрос, зачем на территорию Украины и Центральных промышленных районов Европейской части РСФСР ставить в настоящее время полевые и камеральные работы, чтобы составить карту масштаба, более мелкого, чем 1 : 200 000, может приводить к решению задачи картографирования именно в виде получения в результате вместо общей топографической карты одного масштаба нескольких карт существенно разных масштабов. При указанном подходе к нашей задаче получение карты одного масштаба на всю территорию и именно в масштабе, соответствующем наиболее мелкому масштабу съемок, во всяком случае отодвигается по срокам выполнения и ставится не как самостоятельная задача.

\* В порядке обсуждения.

Исторический обзор картографической деятельности убеждает нас в том, что только тогда получалась карта известного масштаба на более или менее значительную территорию, когда задача получения такой карты ставилась как особая и самостоятельная с выделением ее из цикла задач собственно топографо-геодезических.

Прошлое оставило нам в наследство известную трехверстную карту, охватывающую значительную часть б. Европейской России. Эта карта, постоянно подновляемая, в значительной мере себя оправдала даже спустя 50—60 лет после ее составления. Если бы выпуск ее листов поставили в свое время в полную зависимость от выполнения сплошных топографических съемок масштаба, например, 1 : 42 000 (верста в дюйме) и соответственно прежним планам развертывания государственных топографо-геодезических работ, то к 1917 г. мы имели бы этой «трехверстки» для 70% территории, ею охватываемой.

Вмешательство географического общества в дело картографирования территории России привело в 1847 г. к так называемым работам Менде или к работам генерального штаба и межевого корпуса, охватившим период с 1847 по 1867 гг. Не нарушая течения работ б. Корпуса военных топографов, особая организация, руководимая методически географическим обществом при участии знаменитого астронома В. Струве, выполнила обширные полевые картографические работы и работы по составлению на их основе листов карты на территорию восьми центральных губерний, которые до 1917 г. не были бы вовсе сплошь картографированы Корпусом военных топографов. Можно говорить, что эти полевые картографические работы были упрощенными, что их результаты не имели достоинства листов карты, составляемой на основе настоящей топографической съемки масштаба 1 : 42 000, а тем более масштаба 1 : 21 000, принятого как основной для Европейской России, до 1917 г. Но именно эти работы вместе с «настоящими» выполненными работами Корпуса военных топографов привели к осуществлению в основном к семидесятым годам прошлого столетия задачи по составлению трехверстной карты на большую часть Европейской России, которая обслуживала ряд разнообразных и важных запросов вплоть до развития новых съемок в послереволюционное время.

В противоположность приведенным выше взглядам мы считаем, что в настоящее время нужно ставить и энергично осуществлять особую самостоятельную задачу — составления и издания карты всей территории СССР в одном масштабе.

Говорят, что этот масштаб «научно» очень трудно установить и даже утверждают, что установление одного масштаба будет вообще «не научно». Нам кажется, однако, что практика пользования картами уже достаточно установила полную необходимость иметь и в каждом учреждении, и при громадном большинстве первоначальных проектировок, и при проведении различного рода изысканий карту, близкую по масштабу к прежней десятиверстке, т. е. в масштабе, близком к 1 : 400 000. Если даже будут под руками карты более крупного масштаба, то все-таки в целом ряде задач, выдвигаемых современной жизнью, соответствующие специалисты (инженеры, геологи, плановики, администраторы) сначала обратятся к карте именно этого масштаба и уже затем, в процессе последующей детализации и уточнения решения задачи будут иногда, но не всегда, использовать карты более крупных масштабов.

Вообще следует, говоря о картах топографических, определенно подчеркнуть, что одни из них должны отвечать использованию в поле, на местности, а другие — работе по ним и использованию в учреждениях, в кабинетах, в проектных бюро, в центральных подразделениях, руководящих изысканиями, или в ставках командующих крупными войсковыми объединениями. Конечно, возможно использование карт первого рода в ряде задач, как и карт второго рода, но это не исключает необходимости иметь эти карты второго рода (в военном деле этой установке соответствует определенное разделение карт — на тактические и стратегические).

Есть основание считать, что предельным масштабом топографической карты, предназначаемой для использования на местности, является масштаб 1 : 100 000, за исключением некоторых районов, составляющих, однако, малый процент по площади от всей территории, где можно в некоторых задачах применять карту масштаба 1 : 200 000.

Масштаб 1 : 200 000, введенный довольно произвольно с 1930 г., как масштаб государственной топографической карты, не приводит к карте, по которой в огромном большинстве случаев можно разбираться легко на местности. С установлением этого масштаба по нашему мнению был сделан существенный шаг назад. Получается карта, мало пригодная для пользования ею на местности, но и слишком крупная во многих случаях, когда требуется карта 1 : 400 000. Опыты ЦНИИГАиК, проведенные в последние годы под руководством А. С. Филоненко, показывают определенно, что надлежащее применение аэрофотосъемки в ряде районов, достаточно залесенных, но не горных, т. е. встречающихся в большом распространении у нас, приводит с достаточной рентабельностью и хорошей скоростью к карте, уступающей весьма немногому, часто несущественно, карте масштаба 1 : 100 000 в отношении предъявляемых к последней технических требований. Отсюда вытекает, что в настоящее время следует пересмотреть вопрос о применении масштаба 1 : 200 000; думается, что там, где должно дать топографическую карту для использования ее на местности, следует вернуться к масштабу топографической карты в 1 : 100 000.

Но, конечно, высказанное о необходимости дать возможно скорее учреждениям и специалистам карту, позволяющую с удобством вести работу по учету, планированию, по картографированию явлений, охватывающих значительные территории, по предварительным проектным соображениям и расчетам — остается в силе.

Составить карту всей территории СССР в масштабе 1 : 400 000 возможно в непродолжительный срок и обеспечить при этом и вслед за этим постоянное совершенствование этой карты и ее своевременное обновление — это задача очень большая, сложная, важная и имеющая большое культурное значение. Нужно всячески приветствовать, что руководство ГУГСК ставит эту задачу как первоочередную. Постановка этой задачи вовсе не снимает обязанности с того же ГУГСК дать во время в соответствующих районах надлежащие по густоте и точности опорные геодезические и нивелирные сети и системы планшетов сплошной топографической съемки в масштабах 1 : 10 000 — 1 : 100 000 и карты этих районов в масштабах 1 : 50 000 или 1 : 100 000 — соответственно значению районов; не снимается также обязанность своевременно дать точную съемку и на одном или нескольких планшетах в районах малобжитых, если это требуется срочно важной задачей нового строительства, хотя бы и очень ограниченной территории.

С точки зрения научно поставленного картографирования требуется предварительное установление программы и методов топографо-геодезических работ, а это должно неминуемо базироваться на картографических, географических и геодезических обследованиях, входящих в процесс составления карты в масштабе 1 : 400 000.

Можно утверждать, что для 70% площади нашей территории не приходится говорить в настоящее время о картографировании в масштабе более крупном, чем 1 : 400 000.

Не лишне отметить, что на площадях, покрытых съемками масштабов 1 : 25 000, 1 : 50 000 за последние 10 лет произошли существенные изменения: возникли новые города в большом количестве, появилось огромное количество новых поселений, существенно с развитием промышленности и сельского хозяйства изменилась дорожная, а местами и водная сеть, появилось огромное количество новых фабрик и заводов и т. д. Обновление исполненных до сих пор съемок масштабов 1 : 25 000, 1 : 50 000 и 1 : 100 000 должно быть вероятно исполнено повсеместно, и это представит вовсе не малую работу.

Сказанное выше, думается, достаточно убеждает в том, что не следует смешивать две задачи.

Одну, приводящую к общей карте всей территории СССР, которая обслуживает запросы предварительных соображений, расчетов и проектировок, запросы учета разного рода, планирования и т. д.; использование такой карты, главным образом, камеральное.

Другую, приводящую к построению на местности точных и достаточно густых геодезических и нивелирных сетей и к получению систем планшетов топографической съемки и листов топографической карты масштаба 1 : 50 000 и 1 : 100 000, охватывающих важные в том или ином отношении районы и предназначенных главным образом к использованию при решении ряда задач непосредственно на местности и при выполнении детальных проектировок и рабочих расчетов в соответствующих бюро или учреждениях.

Первую из этих задач должна по нашему мнению выполнять в системе ГУГСК самостоятельная центральная организация и ее местные отделы по особому плану и смете. Эта центральная организация может быть названа Комитетом по составлению карты СССР в масштабе 1 : 400 000. Объемы, программы, методы работ и их организация по каждому местному отделу Комитета и распределение работ во времени устанавливаются Комитетом на основе проводимых опытов в ЦНИИГАиК, на основе накапливаемого опыта местными отделами и обсуждений на организуемых Комитетом конференциях. Во всяком случае годовые задания местных отделов должны соответствовать листам карт, которые по разграфке совпадают с листами карты масштаба 1 : 500 000. В местном отделе сосредоточиваются специалисты и оборудование для всех видов полевых и камеральных работ, необходимых при выполнении составления заданных листов карты, за исключением первоклассных геодезических работ и летной части, которые обслуживаются ныне существующими местными предприятиями ГУГСК, соответственно может быть усиляемыми для выполнения заданий по карте 1 : 400 000.

В тех частях территории, где должны ставиться топографо-геодезические работы для составления карты масштаба 1 : 100 000 или, как это делается, карты масштаба 1 : 200 000 взамен 1 : 100 000 полевые работы по составлению карты масштаба 1 : 400 000 ставятся в полной увязке с работами топографо-геодезическими для составления карт масштабов

1 : 100 000 или 1 : 200 000, при соблюдении следующих условий и постановки: а. Если данный лист карты масштаба 1 : 400 000 может быть покрыт полностью съемками масштабов 1 : 25 000, 1 : 50 000 или 1 : 100 000 не позднее, чем за три года до требуемого срока выпуска этого листа, установленного Комитетом, то такой лист включается в план местных предприятий ГУГСК.

б. Если на данном месте карты масштаба 1 : 400 000 не предполагается постановка топографических съемок в указанных масштабах, то этот лист подлежит исполнению местным отделом Комитета по составлению карты 1 : 400 000.

В этом случае геодезическое обоснование на рассматриваемом листе прокладывается, сообразуясь с требованиями картографирования в масштабе 1 : 400 000, но, однако, такого вида и точности, чтобы впоследствии проложенные при этом редкие ряды триангуляции или полигонометрии после соединения их (или вставки) с сетями, которые будут построены для обоснования съемок крупного или среднего масштаба, были бы полностью использованы при этих съемках и облегчали бы построение нужной для этого основы; то же самое относится и к нивелирным и тахеометрическим ходам; аналогичное условие следует проводить и по отношению к известной части съемочного материала (съемка некоторых главных линий и контуров с точностью и подробностью, соответствующей будущим точным съемкам). Выполнение пункта «а» будет приводить к ускорению выпуска листов карты масштаба 1 : 400 000 для обжитых районов — иногда всего на три года. Но нам представляется и это ускорение дела вовсе немаловажным; в действительности, можно полагать, этот промежуток для ряда районов, где будет ставиться съемка масштаба 1 : 50 000 или 1 : 100 000, довольно часто будет утрачиваться. С другой стороны, в ряде районов, где по их свойствам съемка масштабов 1 : 50 000 или 1 : 100 000 будет заметно задерживаться, результаты работ по составлению вперед карты масштаба 1 : 400 000 при соблюдении условий пункта «б», обеспечат хорошую подготовку к проведению затем точных съемок, правильность и продуманность их программы, экономию средств и времени на их выполнение. Правильная насыщенность съемки элементами, важными в географическом отношении, будет обеспечиваться также картографированием в масштабе 1 : 400 000.

Уместно будет еще раз остановиться на картографировании в масштабе 1 : 200 000. Представляется, во-первых, что для многих районов СССР, где съемка должна будет рано или поздно вестись в масштабах 1 : 25 000, 1 : 50 000 и 1 : 100 000, переход на карту масштаба 1 : 200 000 является далеко не легким делом: толковое и правильное обобщение рельефа и даже части контуров в этом масштабе представляет трудности, если, конечно, требовать, чтобы карта верно отражала характерные особенности местности; для многих районов работа по составлению этой карты требует материалов съемки в виде планшетов масштаба 1 : 50 000 с толково выбранными характерными профилями и толково отмеченными важными при картографировании чертами рельефа, что нередко отсутствует в материалах съемок. Как уже говорилось, применение аэрофотосъемки по методам ЦНИИГАиК в ряде районов (залесенных и негорных) позволяет получить карту масштаба 1 : 100 000, которая, правда, в некоторых ее частях не будет строго соответствовать требованиям рисовки рельефа на картах масштаба 1 : 100 000. Мне кажется, следует поступиться несколько в этих случаях ортодоксально-

стью в требовании точности и все-таки называть полученную карту — картой масштаба 1 : 100 000, а не «упрощенной» картой масштаба 1 : 100 000, и не делать добавочной и трудоемкой работы по переходу на листы карты масштаба 1 : 200 000.

В рассматриваемых случаях мы получаем в масштабе 1 : 100 000 отличное изображение контуров, безупречное выражение характера рельефа и всех его характерных особенностей, что обусловливается как применением аэросъемки, так и проведением соответственно поставленных географических (геоморфологических) обследований и участием в полевых и камеральных работах геоморфологов. Слабым местом является лишь в некоторых местах определение превышений водоразделов и глубин тальвегов при применении стереоскопа — с ошибками, доходящими иногда до 5—6 м. Но целесообразнее дать некоторое дополнительное сгущение инструментальных высотных ходов, чтобы уменьшить указанные ошибки, чем умалять достоинство всей остальной работы. Ведь всякий опытный специалист, пользующийся картой, знает, что, несмотря на требования инструкции полной однородности материалов съемки в отношении точности на всей площади планеты, в действительности в закрытых местах рельеф изображается неизменно менее точно, чем в открытых.

В основном наши предложения сводятся к следующему:

1. Задача составления в системе ГУГСК карты масштаба 1 : 400 000 на всю территорию СССР ставится как самостоятельная и особая, без уменьшения, однако, развития работ по другим задачам ГУГСК.

2. Осуществление этой задачи возлагается на особый Комитет и его местные отделы, действия которых охватывали бы всю территорию СССР.

3. В тех районах, где имеется в виду дать на основе съемок масштаба 1 : 25 000, 1 : 50 000 и 1 : 100 000 карту масштаба 1 : 200 000 или 1 : 100 000, полевые работы по составлению карты масштаба 1 : 400 000 ставятся, чтобы ускорить выпуск листов этой карты, если движение с точными съемками в том или другом из этих районов не успевает к срокам выпуска соответственных листов карты 1 : 400 000.

4. Надлежит пересмотреть вопрос о масштабе 1 : 200 000 как масштабе топографической карты для обжитых районов.

Я не картограф и не работаю в топографо-геодезическом производстве с 1930 г. Поэтому возможно, что некоторые мои соображения не вполне правильны. Но полагаю, что карта масштаба 1 : 400 000 нужна всем и везде и сроки ее получения давно пропущены, следует провести меры широкого значения для изжития этого прорыва в нашей картографии, поскольку одновременно не ослабляя топографо-геодезической деятельности как в целях построения хорошей геодезической основы, нужной для точных решений ряда практических задач, для правильной постановки больших топографических работ, так и в целях покрытия точными съемками больших обжитых районов и составления топографической карты масштаба 1 : 100 000 на эти районы.

## К ВОПРОСАМ ОБ ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ ТРИАНГУЛЯЦИИ

(Напечатана в журнале «Геодезист», 1938 г., № 10, стр. 27—36)

При оценке точности триангуляции следует различать две постановки вопроса: одна, когда оценку выполняют, пользуясь не уравненными, а наблюденными значениями элементов триангуляции; другая — когда выполняют оценку результатов, полученных в триангуляции после ее уравнивания, выполненного тем или другим приемом. Первая постановка должна применяться при установлении допустимости свободных членов в условных уравнениях триангуляции. Вторая — должна приводить к правильным заключениям о достоинстве окончательных результатов триангуляции, полученных или которые могут быть получены после ее уравнивания тем или иным приемом.

Разнообразие приемов уравнивания выражается: в уравнивании или направлений, или углов при измерении в поле направлений; уравниванием наблюденных элементов или вместе с условиями в сети, или отдельно от них и предварительно; уравниванием или всей сети, или уравниванием ее по частям; уравниванием или системы цепей из треугольников, или уравниванием после предварительной обработки каждой отдельной цепи самостоятельно, системы геодезических линий, замыкающих каждая соответственную цепь треугольников, и т. д.

Понятно, что только тот прием уравнивания безупречен, в котором обеспечивается минимум суммы квадратов в *сех независимо* друг от друга измеренных величин; и только в этом случае, пользуясь общими и всем известными формулами способа наименьших квадратов, мы безупречно выведем средние ошибки уравненных элементов триангуляции, — безупречно постольку, поскольку нам удастся в измеренных направлениях, углах, базисах и азимутах при получении их окончательных наблюденных значений освободиться от искажений систематического характера.

Но в практике дела мы применяем перечисленные выше разнообразные приемы уравнивания, рассматривая нередко при этом зависимые между собой величины, как независимые, и умышленно нарушая соблюдение требования минимума суммы квадратов непосредственно и независимо друг от друга измеренных величин. В этих случаях уравненные окончательно элементы триангуляции искажены, конечно, не только действием ошибок измеренных в ней направлений, базисов и азимутов, но и действием неправильностей примененных приемов уравнивания. В этих случаях при оценке средних ошибок окончательно вычисленных элементов триангуляции (координат ее пунктов, азимутов и длин сторон) дело становится затруднительным, а применяя обычные формулы способа наименьших квадратов, мы поступаем вообще заведомо неправильно и только в сравнительно редких случаях получаем ответ, близ-

кий кциальному. В настоящее время в СССР триангуляции II класса получили широкое развитие, соответственно этому теоретически и практически выдвинули целый ряд способов уравнивания триангуляционных рядов и сетей, подключающих своей простотой, возможностью осуществления при применении их механизации в вычислениях и такого однобразия действий, которое позволяет эти вычисления поручать лицам с невысокой квалификацией. Но слабым местом этих способов является то, что во всех них при уравнивании за независимо измеренные величины принимаются углы в каждом треугольнике триангуляции, между тем как в действительности независимо измеренными являются направления на пунктах триангуляции.

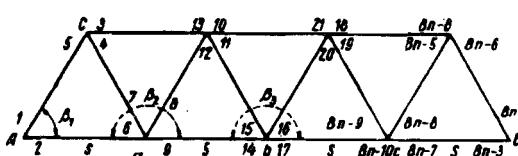
Этим самым вносятся добавочные искажения в определение окончательных значений координат пунктов триангуляции, азимутов и длины ее сторон и ее диагоналей. Спрашивается, каковы размеры этих добавочных искажений? Если они заметны по сравнению с действием собственно ошибок измеренных элементов в триангуляции при применении правильных приемов уравнивания, то тогда все эти прекрасные способы уравнивания по углам, о которых выше упомянуто и которые так широко вошли в практику, должны быть тем не менее и, к сожалению, осуждены и сданы в архив, а колоссальная работа по обработке триангуляций II класса, проведенная за последние десять лет в СССР, должна быть переделана. Этот существенный вопрос затронут в известной степени в статье проф. А. С. Чеботарева (см. «Геодезист» № 6, 1928 г. «Оценка точности триангуляционной цепи»), где мы читаем: «Ослабить этот недочет цепи можно разными путями:

1) увязыванием цепи не по углам, а по направлениям, если в натуре измелились направления; ...».

Есть основание заключить отсюда, что проф. Чеботарев считает искажения, вносимые уравниванием по углам, когда измелились направления, достаточно значительными, чтобы отказаться от уравнивания по углам.

Посмотрим, так ли это?

По существу, искажения в триангуляционном ряде, предполагаемом прямолинейным, могут быть представлены продольным и поперечным сдвигом данной точки триангуляции. Решив в отдельности вопросы о действии неправильности примененного приема уравнивания на образование поперечного и продольного сдвига рассматриваемой точки триангуляции, мы тем самым получим возможность



Фиг. 1

ответить на вопрос о допустимости или недопустимости такого неправильного приема уравнивания.

Рассмотрим цепь, изображенную на фиг. 1. Мы предполагаем эту цепь, составленную из равносторонних равнобедренных треугольников; измеренные направления в ней обозначены арабскими цифрами; промежуточные стороны  $Aa = ab = bc = \dots$  каждая равна  $s$ . Возьмем ходовую линию при вычислении поперечных сдвигов по линии  $Aa$ ,  $bc \dots$   $B$  и обозначим углы левые при вершинах этой ходовой линии через  $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots$ ; эти углы отмечены на фиг. 1 пунктиром. Число про-

межуточных сторон в линии  $AB$  будем считать равным  $n$ , а число треугольников в цепи соответственно равным  $2n - 1$ .

Для рассматриваемого вида цепи значение среднего продольного ее сдвига остается практически одним и тем же, уравниваем ли мы ее по углам или по направлениям. Именно, обозначая через  $c$  котангенс связующего угла, через  $L$  длину  $AB = ns$ , через  $m''$  среднюю ошибку измеренного угла, имеем такие формулы для продольного сдвига  $m_L$  при уравнивании по углам

$$m_L = \frac{Lc}{\rho''} m'' \sqrt{\frac{4n^2 - 3n + 5}{3n}}, \quad (1)$$

при уравнивании по направлениям

$$m_L = \pm \frac{Lcm''}{\rho''} \sqrt{\frac{4n^2 - 3n + 5}{3n} - \frac{50n^2 - 35n - 44}{500n^2}}. \quad (2)$$

Формула (1) имеется в моем «Руководстве по высшей геодезии», часть I, изд. 1925 г.; формула вторая дана на стр. 31 труда А. А. Изотова «Оценка точности триангуляции». Член  $\frac{50n^2 - 35n - 44}{500n^2}$  влияет ничтожно: так при  $n = 8$  он обуславливает лишь 1 : 25 всего сдвига, т. е. при сдвиге в  $\pm 1,50$  м дает изменение этой величины всего на  $\pm 0,06$  м.

Следовательно, дело сводится в нашем вопросе к исследованию и сравнению попречных сдвигов.

Допустим, что мы уравниваем ряд по направлениям. Тогда мы в нем имеем такие условные уравнения

$$\left. \begin{array}{l} (2) - (1) + (5) - (4) + (7) - (6) + w_1 = 0 \\ (4) - (3) + (8) - (7) + (13) - (12) + w_2 = 0 \\ (9) - (8) + (12) - (11) + (15) - (14) + w_3 = 0 \\ \dots \dots \dots \end{array} \right\} \quad (3)$$

Уравнениям (3) соответствуют такие нормальные уравнения коррелят:

$$\left. \begin{array}{l} 6k_1 + 2k_2 + w_1 = 0 \\ -2k_1 + 6k_2 - 2k_3 + w_2 = 0 \\ -2k_2 + 6k_3 - 2k_4 + w_3 = 0 \\ -2k_3 + 6k_4 - 2k_5 + w_4 = 0 \\ \dots \dots \dots \\ -2k_{2n-3} + 6k_{2n-2} - 2k_{2n-1} + w_{2n-2} = 0 \\ -2k_{2n-2} + 6k_{2n-1} + w_{2n-1} = 0 \end{array} \right\} \quad (4)$$

Другими словами, при данном виде нормальных уравнений имеем

$$[aa] = 6; [ab] = -2; [ac] = [ad] = [ae] = [ah] = \dots = 0$$

$$[bb] = 6; [bc] = -2; [bd] = [be] = [bh] = \dots = 0$$

$$[cc] = 6; [cd] = -2; [ce] = [ch] = [cg] = \dots = 0$$

$$[bb \cdot 1] = 6 - \frac{4}{6} = \frac{16}{3}$$

$$[cc \cdot 2] = 6 - \frac{4}{6 - \frac{4}{6}} = \frac{42}{8}$$

$$[dd \cdot 3] = 6 - \frac{4}{6 - \frac{4}{6 - \frac{4}{6}}} = \frac{110}{21}$$

При данном виде нормальных уравнений коэффициенты  $[bb \cdot 1]$ ,  $[cc \cdot 2]$ ,  $[dd \cdot 3]$ ,  $[ee \cdot 4]$ ... суть последовательные подходящие дроби:

$$6 - \frac{4}{6} - 4$$

$$\frac{6}{6} - \frac{4}{6} - \dots$$

Предел этой дроби 5,236044. Коэффициент  $[ee \cdot 4] = 5,237$ .

Все следующие коэффициенты можно принимать равными 5,236 ( $[gg \cdot 5]$ ,  $[hh \cdot 6]$ ...).

Называя через  $R$  истинное значение тангенса угла сдвига точки  $B$  относительно истинного направления элемента  $Aa$  в точке  $A$ , напишем:

$$R = \{n[(2) - (1)] + (n - 1)[(9) - (6)] + (n - 2)[(17) - (14)] + \dots + [(8n - 7) - (8n - 10)] \cdot 1\} s,$$

понимая под (2), (1) ... (17) ... истинные ошибки наблюденных направлений 2, 1, 17 ...

Будем теперь вычислять вес  $P$  величины  $R$  по формуле

$$\frac{1}{P} = [ff] - \frac{[af]^2}{[aa]} - \frac{[bf \cdot 1]^2}{[bb \cdot 1]} - \frac{[cf \cdot 2]^2}{[cc \cdot 2]} - \dots$$

Мы имеем

$$[ff] = [2n^2 + 2(n-1)^2 + 2(n-2)^2 + \dots + 2 \cdot 1^2] s^2 - \frac{n(n+1)(2n+1)}{3} s^2$$

$$[af] = (2n + n - 1) s = (3n - 1) s; \quad [bc \cdot 1] = -2; \quad [bd \cdot 1] = [be \cdot 1] = \dots 0$$

$$[bf] = 0; \quad [cd \cdot 1] = -2; \quad [ce \cdot 1] = [cg \cdot 1] = \dots 0$$

$$[cf] = (2n - 3) s; \quad [de \cdot 1] = -2; \quad [dg \cdot 1] = [dh \cdot 1] = \dots 0$$

$$[df] = 0;$$

$$[ef] = (2n - 5) s; \quad [cd \cdot 2] = -2; \quad [ce \cdot 2] = [cg \cdot 2] = \dots 0$$

$$[df] = 0; \quad [de \cdot 2] = -2; \quad [dg \cdot 2] = [dh \cdot 2] = \dots 0$$

$$[hf] = (2n - 7) s;$$

$$[de \cdot 3] = -2; \quad [dg \cdot 3] = [dh \cdot 3] = \dots 0$$

$$[(2n - 1)f] = 1 \cdot s;$$

$$[eg \cdot 3] = -2; \quad [eh \cdot 3] = [ei \cdot 3] = \dots 0$$

Отсюда:

$$[bf \cdot 1] = 0 - \frac{-2(3n-1)s}{6} = \frac{3n-1}{3}s = 2 \frac{[af]}{[aa]}$$

$$[cf \cdot 2] = [cf \cdot 1] - \frac{[bf \cdot 1][bc \cdot 1]}{[bb \cdot 1]} = (2n-3)s - \frac{-2(3n-1)s}{3 \cdot 16} \cdot 3$$

$$[cf \cdot 2] = \frac{19n-25}{8} \cdot s = [cf] + 2 \frac{[bf \cdot 1]}{[bb \cdot 1]}$$

$$\begin{aligned} [df \cdot 3] &= [df \cdot 2] - \frac{[cf \cdot 2][cd \cdot 2]}{[cc \cdot 2]} = [df \cdot 2] - \frac{2[cf \cdot 2]}{[cc \cdot 2]} = [df] + \\ &+ \frac{2[cf \cdot 2]}{[cc \cdot 2]} = \frac{19n-25}{21}s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [ef \cdot 4] &= [ef \cdot 3] - \frac{[df \cdot 3][de \cdot 3]}{[dd \cdot 3]} = [ef] + \frac{2[df \cdot 3]}{dd \cdot 3} = (2n-5) \cdot s + \\ &+ \frac{19n-25}{55}s \end{aligned}$$

$$[df \cdot 5] = [gf] + \frac{2[ef \cdot 4]}{[ee \cdot 4]}$$

$$[hf \cdot 6] = [hf] + \frac{2[gf \cdot 5]}{[gg \cdot 5]}$$

Формулами (5) закон образования коэффициентов  $[bf \cdot 1]$ ,  $[cf \cdot 2]$ ,  $[df \cdot 3]$ ,  $[ef \cdot 4]$ ..., нужных нам для вычисления  $P$ , вполне определился. Таким образом имеем:

$$[bf \cdot 1] = 0 + \frac{2(3n-1)}{6}s$$

$$[cf \cdot 2] = \left[ (2n-3) + \frac{2 \cdot 2(3n-1)}{6} \cdot \frac{3}{16} \right] s$$

$$[df \cdot 3] = 0 + 2 \left[ (2n-3) + \frac{2 \cdot 2(3n-1)}{6} \cdot \frac{3}{16} \right] \cdot \frac{8}{42}s$$

$$[ef \cdot 4] = (2n-5)s + 2 \cdot 2 \left[ (2n-3) + \frac{2 \cdot 2(3n-1)}{6} \cdot \frac{3}{16} \right] \frac{8}{42} \cdot \frac{21}{100} \cdot \frac{s}{5,237}$$

Далее получаем:

$$[bf \cdot 1]^2 = \frac{(3n-1)^2}{9} \cdot s^2$$

$$[cf \cdot 2]^2 = (2n-3)^2 \cdot s^2 + 2 \frac{(2n-3)(3n-1)}{3} \frac{3}{8} s^2 + 4 \frac{(3n-1)^2}{9} \cdot \left( \frac{3}{16} \right)^2 s^2$$

$$[df \cdot 3]^2 = \left( \frac{8}{21} \right)^2 s^2 \left[ (2n-3)^2 + 2(2n-3) \cdot \frac{3n-1}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{(3n-1)^2}{9} \left( \frac{3}{8} \right)^2 \right]$$

Обозначим  $\frac{2}{5,236} = k$  и будем в дальнейших вычислениях не различать от  $k$  таких величин:  $\frac{3}{8}, \frac{8}{21}, \frac{21}{55}, \dots$ , кроме того, имеем право пренебречь членами с  $k^5, k^6$  в коэффициентах  $[df \cdot 3]^2, [ef \cdot 4]^2 \dots$ . В результате напишем:

$$[ef \cdot 4]^2 = s^2 \left\{ (2n-5)^2 + (2n-3)^2 k^4 + 2(2n-3)(2n-5)k^2 + \frac{2(2n-5)(3n-1)}{3} k^8 \right\}$$

$$[gf \cdot 5]^2 = s^2 \{ k^2 (2n-5)^2 + 2(2n-3)(2n-5)k^4 \}$$

$$[hf \cdot 6]^2 = s^2 \{ (2n-7)^2 + (2n-5)^2 k^4 + 2(2n-5)(2n-7)k^2 + 2(2n-7)(2n-3)k^4 \}$$

$$[if \cdot 7] = s^2 \{ k^2 (2n-7)^2 + 2(2n-5)(2n-7)k^4 \}$$

$$[kf \cdot 8]^2 = s^2 \{ (2n-9)^2 + (2n-7)^2 k^4 + 2(2n-7)(2n-9)k^2 + 2(2n-9)(2n-5)k^4 \}$$

Образуем теперь сумму

$$\Sigma = \frac{[af]^2}{[aa]} + \frac{[bf \cdot 1]^2}{[bb \cdot 1]^2} + \frac{[cf \cdot 2]^2}{[cc \cdot 2]} + \dots + \frac{[kf \cdot 8]^2}{[kk \cdot 8]} + \dots$$

Мы получим:

$$\begin{aligned} \frac{\Sigma}{s^2} = & (3n-1)^2 \left[ \frac{1}{6} + \frac{1}{48} + \frac{1}{336} + \frac{1}{2310} \right] + \frac{2}{3}(3n-1) \left[ \frac{2n-3}{13,72} + 2(n-2)k^4 \right] + \\ & + (1+k^2+k^4) \cdot \frac{k}{2} [(2n-3)^2 + (2n-5)^2 + (2n-7)^2 + \dots + 3^2] + \frac{k}{2} + \\ & + k(k^2+k^4) [(2n-3)(2n-5) + (2n-5)(2n-7) + \dots + 5,3] + 3k^8 + \\ & + k^5 [(2n-3)(2n-7) + (2n-5)(2n-9) + \dots + 5,1] \end{aligned}$$

Нечувствительно понижая точность вывода, будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{\Sigma}{s^2} = & (3n-1) \left[ \frac{(3n-1) \cdot 9,16}{48} + \frac{2}{3} \cdot \frac{8,86n - 14,3}{47,8} \right] + \\ & + (1+k^2+k^4) \cdot \frac{k}{2} \frac{n-1}{3} (4n^2 - 8n - 3) - \\ & - (k^2+k^4) \frac{k}{2} + k(k^2+k^4) \left[ \frac{n(4n^2 - 18n + 23)}{3} - 5 \right] + 3k^8 + \\ & + k^5 \cdot \frac{n(4n^2 - 24n + 35)}{3} + k^5; \end{aligned}$$

$$\frac{\Sigma}{s^2} = \frac{(3n-1)(174,6n - 98,3)}{250} + \frac{(n-1)(4n^2 - 8n + 3)}{15,71} +$$

$$+ \left( \frac{k^3}{2} + \frac{k^5}{2} \right) (4n^8 - 16n^6 + 19n^4 - 12) + 3k^8 + k^5 \left[ \frac{n(4n^2 - 24n + 35)}{3} + 1 \right]$$

$$\frac{\Sigma}{s^2} = \frac{99n^8 + 188n^6 - 110n^4 - 43}{250}.$$

Поэтому

$$\frac{1}{P} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3} s^2 - \frac{99n^3 + 188n^2 - 110n - 43}{250} s^2. \quad (6)$$

Или, называя через  $L = ns$ ,  $q_H$  — средний поперечный сдвиг при уравнивании в цепи направлений,  $m''$  — среднюю ошибку наблюденного угла, получаем из (6):

$$q_H^2 = \left[ \frac{(n+1)(2n+1)}{6n} - \frac{99n^3 + 188n^2 - 110n + \frac{43}{n}}{500n} \right] \frac{m''^2}{\rho''^2} L^2. \quad (7)$$

Эта формула (7) очень близка к даваемой А. А. Изотовым в его труде «Оценка точности триангуляции». Изложенный мною метод вывода формулы для  $q_H$  представляется более доступным для освоения, чем метод Изотова, почему я и привожу его в настоящей статье, хотя можно было бы и просто привести формулу Изотова:

$$q_H^2 = \left[ \frac{(n+1)(2n+1)}{6n} - \frac{50n^2 + 91n - 58}{250n} \right] \frac{m''^2}{\rho''^2} L^2. \quad (7')$$

Если представим себе, что мы не выполняем никакого уравнивания нашей цепи, в которой, однако, попрежнему считаем измеренными направления, согласно фиг. 1, то тогда из (7) будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{1}{P} &= [ff] = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3} s^2; \\ q_0 &= L \frac{m''}{\rho''} \sqrt{\frac{(n+1)(2n+1)}{6n}}, \end{aligned} \quad (8)$$

причем  $q_0$  — средний поперечный сдвиг ряда, вычисляемого по ненулевым углам. Далее представим себе, что углы в нашей цепи, входящие в ее треугольники, все измерены независимо друг от друга, так что углы  $\beta_2, \beta_3, \beta_4 \dots$  образуются каждый, как сумма трех независимо измеренных друг от друга углов, из которых два связующие и один промежуточный. Допустим, что в такой цепи мы выполнили уравнивание углов за условия фиттур. Тогда для среднего поперечного сдвига, который мы назовем через  $q_y$  будем иметь формулу

$$q_y = L \cdot \frac{m''}{\rho''} \sqrt{\frac{4n^2 - 3n + 5}{9n}}, \quad (9)$$

которую в несколько ином виде дал проф. А. С. Чеботарев в журнале «Геодезист» № 6, 1928 г.

Примем:

$$\begin{aligned} m'' &= \pm 2'',5; \quad n = 7; \quad s = 15 \text{ км}; \quad L = 105 \text{ км}, \\ m'' &= \pm 2'',5; \quad n = 10; \quad s = 15 \text{ км}; \quad L = 150 \text{ км}. \end{aligned}$$

Тогда:

$$\text{для } n = 7 \begin{cases} q_H = \pm 1,35 \text{ м} \\ q_0 = \pm 2,16 \text{ м} \\ q_y = \pm 2,16 \text{ м} \end{cases} \quad \text{для } n = 10 \begin{cases} q_H = \pm 2,24 \text{ м} \\ q_0 = \pm 3,56 \text{ м} \\ q_y = \pm 3,69 \text{ м} \end{cases}$$

Конечно, различие величин  $q_y$  и  $q_H$  более чем ощутимо, оно — огромно. С другой стороны, если в триангуляции II и III и низших классов имеет место в практике измерение на ее пунктах не направлений способом приемов, а углов треугольников — каждый угол независимо и отдельно от остальных таких углов на данном пункте, то, конечно, все-таки на каждом пункте цепи триангулятор с той же точностью определяет и углы  $\beta$ , выполняя для этого соответственные добавочные измерения. Вряд ли можно представить себе триангулятора, не понимающего разницы между построением отдельного треугольника и цепи или системы треугольников. Что направление ряда должно устанавливать при помощи углов  $\beta$ , измеренных непосредственно, а не получаемых каждый, как сумма трех (или четырех) углов, измеренных на каждом пункте независимо друг от друга — это ясно каждому. Отсюда вытекает, что формула (9) не соответствует собираемому при наблюдениях в триангуляции материалу, она рассчитана на такой порядок работы, который должно всячески искореняться. Допустим теперь, что наблюдения на пунктах цепи были выполнены способом приемов и результат на каждом ее пункте представлен в виде ряда направлений, но уравнивание цепи мы произвели за условия фигур не по направлениям, а по углам. Заметим, что при применении такого, несоответствующего собранному из наблюдений материалу приема уравнивания свободные члены в условных уравнениях фигур цепи будут иметь те же самые значения, что и в случае уравнивания той же цепи по направлениям; с другой стороны, углы  $\beta$ , которым будут приписываться веса  $\frac{1}{3}$ , фактически определены с надежностью в три раза большей, что будет в действительности обуславливать значительно большую жесткость нашей цепи, чем это следует из формального применения к оценке ее построения способа наименьших квадратов. Мы должны благодаря этим обстоятельствам ожидать заметно меньшего значения поперечного сдвига цепи, чем указываемое формулой (9). Чтобы судить о порядке уменьшения действительного среднего поперечного сдвига цепи по сравнению с даваемым формулой (9), применим такой прием. Пользуясь разложениями Больцца, мы легко составим выражения поправок наблюденных направлений 1 и 2, 6 и 9, 14 и 17... ( $8n - 10$ ) и ( $8n - 7$ ) через свободные члены  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_{2n-1}$  условий фигур в нашей цепи при уравнивании ее по направлениям. Взяв разности поправок 2 и 1, 9 и 6, 17 и 14, мы получим легко выражения поправок  $\Delta\beta$  углов  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  через  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_{2n-1}$ .

Если цепь уравнивается по углам, то выражения поправок углов  $\beta$ , которые мы назовем через  $\Delta\beta'$ , напишутся так:

$$\Delta\beta'_1 = -\frac{w_1}{3},$$

$$\Delta\beta'_2 = -\frac{w_1}{3} - \frac{w_2}{3} - \frac{w_3}{3},$$

$$\Delta\beta'_3 = -\frac{w_3}{3} - \frac{w_4}{3} - \frac{w_5}{3}.$$

Образуем теперь разности:

$$\Delta\beta_1 - \Delta\beta'_1 = \delta_1,$$

$$\Delta\beta_2 - \Delta\beta'_2 = \delta_2,$$

$$\Delta\beta_3 - \Delta\beta'_3 = \delta_3,$$

$$\dots$$

$$\Delta\beta_n - \Delta\beta'_n = \delta_n.$$

Выражение

$$\Delta q_y = \frac{s}{\rho''} [n\delta_1 + (n-1)\delta_2 + (n-2)\delta_3 + \dots + \delta_n]$$

представит собой добавочный сдвиг точки  $B$  в направлении, перпендикулярном к продолжению прямой  $Aa$  при уравнивании цепи по углам — по отношению к положению точки  $B$ , получаемому при уравнивании той же цепи по направлениям. Понятно, применяя указанный метод, т. е. пользуясь разложениями Болтьца, мы не получаем для  $\Delta q_y$  общей формулы, а для каждого  $n$  составляем свои числовые формулы. Для цепи из 19 треугольников при  $n=10$  имеем

$$\begin{aligned} \Delta q_y^{(10)} = & \left\{ +0,25 w_1 - 0,75 w_2 + 0,50 w_3 - 0,44 w_4 + 0,49 w_5 - 0,51 w_6 + \right. \\ & + 0,42 w_7 - 0,40 w_8 + 0,36 w_9 - 0,36 w_{10} + 0,30 w_{11} - 0,27 w_{12} + \\ & \left. + 0,23 w_{13} - 0,20 w_{14} + 0,16 w_{15} - 0,13 w_{16} + 0,10 w_{17} - 0,07 w_{18} + 0,03 w_{19} \right\} \frac{s}{\rho''}. \quad (11) \end{aligned}$$

Для цепи из 11 треугольников при  $n=6$  имеем

$$\begin{aligned} \Delta q_y^{(6)} = & \left\{ +0,14 w_1 - 0,42 w_2 + 0,26 w_3 - 0,28 w_4 + 0,23 w_5 - 0,020 w_6 + \right. \\ & \left. + 0,17 w_7 - 0,13 w_8 + 0,10 w_9 - 0,07 w_{10} + 0,03 w_{11} \right\} \frac{s}{\rho''}. \end{aligned}$$

Пользуясь таблицами Болтьца, мы можем легко заготовить еще формулы для  $\Delta q_y^{(5)}$ ,  $\Delta q_y^{(7)}$ ,  $\Delta q_y^{(8)}$ ,  $\Delta q_y^{(9)}$  и затем для каждой встречающейся в практике цепи треугольников II класса вычислить  $q_H$  (по формуле (7') и  $\Delta q_y$ ). Сопоставление  $q_H$  и  $\Delta q_y$  для данной цепи определено укажет, допустимо ли будет в данном случае уравнивание цепи по углам вместо уравнивания в ней направлений. Многу были подсчитаны значения  $\Delta q_y$  по формуле (11) для 17 звеньев I класса и по формуле (12) для 11 звеньев I же класса, пользуясь данными, помещенными в изданным в 1937 году ГУГСК «Каталоге пунктов триангуляции I класса — первое дополнение», при этом были отобраны звенья, в которых невязки треугольников  $w$  сравнительно велики. Среднее абсолютное значение  $\Delta q_y^{(10)}$  получилось 0,36 м; среднее абсолютное значение  $\Delta q_y^{(6)}$  получилось 0,16 м, наибольшее значение  $\Delta q_y^{(10)}$ , имевшее место только один раз, равно 0,87 м, наибольшее значение  $\Delta q_y^{(6)} = 0,25$  м. Среднее квадратическое значение  $\delta q_y^{(10)}$ , вычисленное по формуле

$$\delta q_y^{(10)} = \sqrt{\frac{\Sigma \Delta q_y^{(10)}}{17}},$$

оказалось равным  $\pm 0,43$  м. Среднее квадратическое значение  $\delta q_y^{(6)}$ , вычисленное по аналогичной формуле, оказалось равным  $\pm 0,18$  м.

Понятно, что звено триангуляции I класса мы будем всегда уравнивать по направлениям. С другой стороны, для перехода от приведенных только что чисел к соответствующим им в триангуляции II класса, вполне обоснованным будет эти числа умножить на  $\frac{2,5}{0,9} \cdot \frac{15}{34}$ , так как в использованных нами звеньях I класса средняя длина стороны около 34 км, а средняя ошибка  $m''$  измеренного угла около  $\pm 0''.9$ . Другими словами, мы имеем основание принять для триангуляции II класса ( $m'' = \pm 2,5$ ):

$$\delta q_y^{(10)} = \pm 0,52 \text{ м},$$

$$\delta q_y^{(6)} = \pm 0,22 \text{ м}.$$

Таким образом мы приходим к следующему:

$$s = 15 \text{ км}, \quad m = \pm 2'',5$$

$$n = 10 \quad n = 6$$

$$q_H = \pm 2,24 \text{ м}$$

$$q_H = \pm 1,10 \text{ м}$$

$$q_0 = \pm 3,56 \text{ м}$$

$$q_0 = \pm 1,69 \text{ м}$$

$$q_y = \pm 3,69 \text{ м}$$

$$q_y = \pm 1,70 \text{ м}$$

$$\delta q_y^{(10)} = \pm 0,52 \text{ м}$$

$$\delta q_y^{(6)} = \pm 0,22 \text{ м}$$

Числа этой сводки вместе с приведенными выше действительными значениями  $\Delta q$  определенно показывают, что средний квадратический поперечный сдвиг цепи, в которой измерялись направления, при уравнивании ее по углам будет в действительности несравненно ближе к  $q_H$  чем  $q_y$ . Отсюда вытекает бесполезность и неприменимость формулы (9), данной проф. А. С. Чеботаревым.

Типовым случаем будет случай, когда  $n = 6$ ,  $m'' = \pm 2'',5$  и  $s = 15$  км. В этом типовом случае действительный средний сдвиг  $q$  конца цепи (поперечный), обусловленный как ошибками измеренных в ней направлений, так и неправильностью последующего приема уравнивания цепи по углам, будет отличаться от  $q_H$ , рассчитываемого по формуле (7'), менее чем на 10 %. Так как величины  $q_H$  и  $\Delta q_y$  между собой зависят, то, конечно, мы не можем вычислять  $q$  как  $\sqrt{q_H^2 + \delta q_y^2}$ . Но коэффициенты при направлениях, входящих в формулу для  $R$  более коэффициентов при тех же направлениях, но входящих в выражения  $w$  в формулах (11) и (12), по крайней мере в четырнадцать раз. Отсюда ясно, что зависимость  $\Delta q_y$  от  $q_H$  влияет крайне слабо и неучт этой зависимости при выводе  $q$  как  $\sqrt{q_H^2 + \delta q_y^2}$  поведет к ошибке в  $q$  вряд ли большей 0,07 $q$ . Мы приходим теперь к таким заключениям:

1. Следует всегда, рассчитав еще до уравнивания  $q_H$  по формуле (7') и  $\Delta q_y$  по (11) и по (12) или вообще по заранее заготовленным формулам для  $\Delta q_y^{(i)}$  ( $i = 5, 7, 8, 9$ ), сопоставить для данной цепи  $q_H^{(i)}$  и  $\Delta q_y^{(i)}$ , если  $\Delta q_y^{(i)}$  превысит 30 % от  $q_H^{(i)}$ , то следует уравнивание углов в таком ряде или сети заменить уравниванием направлений.

2. В огромном большинстве случаев вполне допустимо в цепях и сетях триангуляции II класса применение уравнивания углов вместо уравнивания измеренных на пунктах триангуляции направлений.

3. При этом оценку продольных сдвигов и ошибок в связующих сторонах треугольников можно делать, применяя соответствующие формулы, выводимые для случая измерения в триангуляции независимо друг от друга углов треугольников (а не направлений на пунктах ряда), но при оценке поперечных и азимутальных сдвигов надлежит применять формулу (7') или (7) для  $q_H$ , соответствующую и уравниванию и наблюдению направлений, причем результат в виде  $q_H$  затем следует увеличивать на 10% (для перехода к  $q$ ).

Интересно отметить, что при общем уравнивании триангуляции I класса, в последней стадии этого дела, когда координаты и азимуты в узловых пунктах триангуляции уже установлены, мы приступаем к окончательной вставке звеньев триангуляции, уже предварительно уравненных, и эту вставку выполняем между такими узловыми пунктами, длинами выходных сторон и азимутов их в этих пунктах; при такой вставке звеньев мы выполняем уравнивание углов в треугольниках, их образующих. Так как в этих треугольниках мы имеем все  $w$  равными нулю, то очевидно (11) и (12)  $\Delta q_y$  в таком уравнивании звеньев всегда равно нулю. Следовательно, в данном случае неправильность приема уравнивания звена не вносит никаких ощутимых погрешностей в положение пунктов.

## **НЕКОТОРЫЕ СООБРАЖЕНИЯ О РАЗВИТИИ ОСНОВНЫХ АСТРОНОМО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТ В СССР**

(Напечатана в сборнике «XX лет советской геодезии», 1939 г., т. № 1, стр. 322—345)

Развитие социалистического строительства в СССР и план работ на третье пятилетие, изложенный в докладе В. М. Молотова на XVIII съезде ВКП(б), ставит грандиозные, ответственные задачи перед советской геодезической службой по картографированию территории Союза ССР и связанному с ним развитию основных астрономо-геодезических работ.

В ближайшие годы предстоит завершить главную геодезическую основу в важнейших экономических районах Европейской и Азиатской части СССР — в ДВК, Бурят-Монгольской АССР, Иркутской и Красноярской областях, в Кузбассе, на Урале, Поволжье и центральных областях Союза, в УССР, Закавказских союзных республиках, Среднеазиатских союзных республиках, Казахской ССР — и провести значительные по объему основные астрономо-геодезические работы в восточных и северных районах Союза ССР. Остановимся на особенностях постановки и организации основных астрономо-геодезических работ в тех районах, в которых еще не было достаточного опыта в постановке и проведении работ.

Мы позволим себе прежде всего привести некоторые краткие характеристики разных районов СССР, чтобы оценить затем, хотя бы приблизительно, особенности постановки и исполнения в них астрономо-геодезических работ.

Мы выделим сначала территорию Европейской части СССР и всю лежащую южнее 55-й параллели территорию в Азиатской части СССР. Эта территория, за исключением некоторых районов, уже достаточно изучена; на очень значительной части ее астрономо-геодезические работы уже проведены; другими словами, новые мало знакомые районы составляют здесь небольшую часть общей площади. Однако, при громадности рассматриваемой территории эта небольшая часть ее общей площади все-таки вовсе не мала, новые мало знакомые районы в сумме дают значительную площадь, и на них мы и остановим теперь внимание. Такими недостаточно знакомыми районами, при исполнении астрономо-геодезических работ, в рассматриваемой части СССР являются:

- а) Северный Урал, восточные его склоны до Оби и Печорский край;
- б) Туркменская ССР (пески Кара-Кум), часть Казахской ССР (пески Кызыл-Кум) и Каракалпакская АССР;
- в) часть Узбекской ССР, Таджикской ССР (Памир) и восточная половина Киргизской ССР;
- г) Алтай и южная часть Минусинского края (Западные Саяны);
- д) приграничный район от 95-го меридиана до Троицкосавска, до 105-го меридиана (Восточные Саяны);

е) Бурят-Монгольская АССР — северная часть;

ж) районы Восточной Сибири от 116-го до 123-го меридиана, ограниченные с юга сначала 53-й параллелью, а затем реками Аргунью и Амуром;

з) районы Дальнего Востока от реки Витим до Тихого океана, т. е. районы рек Зеи, Селемджи, Буреи, Амгуни, Уды, и Уссурийский край.

Сложность проведения астрономо-геодезических работ в районах, значащихся под литерами «а», «б» и «в», полагаем, достаточно известна геодезистам. Высокогорные районы, значащиеся под литерами «г» и «д», тянутся полосой, при ширине ее в 100—150 км, вдоль нашей государственной границы, примыкая непосредственно к обжитым (со стороны СССР) районам. Это последнее обстоятельство, вместе с некоторой, хотя и неполной географической изученностью этих районов, значительно облегчит геодезические работы в них.

В северной части Бурят-Монгольской АССР, в Баргузинской тайге проходят значительные горные хребты (Южно-Муйский), образующие в общем мало известную и труднопроходимую горную страну с высотой вершин до 2000 м. Район под литерой «ж» — малоисследованный горный район, в котором берут свое начало реки Витим и Олекма; здесь располагаются в северо-западной части цепи Яблонового хребта и хребта Черского (Забайкальского); здесь, в верховьях Олекмы, на правобережной по отношению к ней территории, между Олекмой и Шилкой, располагается целое нагромождение горных цепей, названное академиком Обручевым «Олекминский становик» и образующее малоизвестный горный район с вершинами, достигающими высоты 1500—2000 м, совершенно незаселенный, лишенный путей сообщения. Следующий район, значащийся под литерой «з», очень значительный по площади и трудный в некоторых своих частях. Достаточно сложными являются: северная часть района, в которой находится начало хребта Станового, а затем в верховьях рек Вилюя и Зеи мощные ответвления Станового хребта; средняя часть района, по которой проходят цепи Малого Хингана (хребет Бурейский) и, наконец, юго-восточная часть, Уссурийский край, с целой системой горных цепей Сихота-Алин.

Перейдем теперь к остальной части территории СССР — именно к части, находящейся в Азии и лежащей севернее 55-й параллели. На этой огромной территории мы имеем достаточное разнообразие условий для выполнения астрономо-геодезических работ.

Обширный район между Обью и Енисеем, вернее, между 66-м меридианом и рекой Енисеем, простирающийся от 55-й параллели до южной границы тундры, т. е. примерно до полярного круга, представляет равнинную низину с огромным количеством обширных болот и сплошь покрытую лесом. Эта территория одна из самых трудных для изучения: полное отсутствие путей сообщения в летнее время, сплошная залесенность и заболоченность, вероятно, полное отсутствие видимости на расстоянии даже в 20 км из-за насыщенности воздуха влагой, — вот таковы условия работ в этом районе. Здесь можно намечать ряды I класса лишь по Иртышу, Оби, Енисею и два ряда между Обью и Енисеем — ст Колпашева к устью Ангары и по 61-й параллели к устью Подкаменной Тунгуски.

Следующий (второй) район Енисейско-Ленский, который мы ограничиваем с запада р. Енисеем, а с востока — водоразделом между Енисеем и Леной (примерно по 108-му меридиану до 58-ой параллели), от этого места к югу границу района мы берем по 109-му и 110-му ме-

ридиану до северной конечности Байкала; нужно отметить, что в этот район мы не включаем примыкающую к нему с севера тундровую часть. Рассматриваемый Енисейско-Ленский район имеет существенно иной характер, чем Обь-Енисейский. Поскольку речь идет о территории, лежащей к северу от 55-ой параллели, в этом районе значительные возвышенности находятся лишь в Енисейском золотоносном районе, именно вблизи правого берега Енисея, между Ангарой и Подкаменной Тунгуской, затем в верховьях рек Пясины, Хатанги и Мойера и вблизи озера Байкал, к северо-западу от него. На остальной части территории, на 90% ее площади, мы имеем рельеф полого-волнистый, с средней высотой 200—400 м, с главными водораздельными возвышенностями в виде достаточно широких ступенчатых плато, достигающих высоты до 600 м. Если исключить Енисейский кряж, хребты Прибайкалья и верховья рек Хатанги и Мойера, то можно этот второй район назвать Западной частью Среднесибирского плато. Залесенность района в общем сплошная, но болота почти отсутствуют, и проходимость леса затруднена лишь в пониженных местах. В северной части области находятся по преимуществу боровые места, по которым легко передвигаться; также и в южной части района, в более возвышенных его местах, лес не препятствует передвижению. Рабочий период для геодезических работ — не менее 3,5 месяцев. В этом втором районе, очень обширном, мы имеем ряд благоприятных условий для астрономо-геодезических основных работ.

Третий район — это восточная часть Среднесибирского плато и Лено-Вилуйская низменность. Район мы ограничиваем с запада сначала водоразделом между Хатангой и Анабарой, затем водоразделом между Енисеем и Леной по 108-му меридиану, а с 58-й параллели по 109-му и 110-му меридиану до р. Лены. С юга и с востока район ограниченается р. Леной. Средний уровень плато 400—500 м, рельеф ступенчатый, полого-волнистый; водоразделы широки и массивны, долины сильно врезаны и глубоки; водоразделы между бассейнами Лены и Енисея, между Вилаем и Оленеком, хотя и обозначаются на картах хребтами, представляют собой ступенчатые возвышенности с очень пологими склонами; над ними возвышаются кое-где плосковерхие становые горы останцового типа, достигающие иногда высоты в 700 м.

Лено-Вилуйская низменность, или впадина, начинается по Лене от впадения Олекмы в Лену, а по Вилую — от крутого поворота реки на восток в верхней ее части, примерно на 111-м меридиане. Постепенно уширяясь, низменность по Лене у Якутска достигает ширины около 120 км, а по Вилую имеет ширину около 200 км. Низменности Привилейская и Приленская разделяются Южно-Якутским плато — очень плоским. Вилуйская низменность — это собственно страна озер, образовавшихся в огромном количестве в мелких и крутых впадинах полого-волнистого равнинного рельефа низменности, имеющего отметки от 100 до 200 м. Вилуй и Лена и более крупные притоки Вилую протекают в глубоких широких долинах, на склонах которых имеется всегда целый ряд широких террас, покрытых озерами. Эти террасы благоприятствуют прокладке вдоль крупных рек триангуляционных рядов, но все остальные условия — краткость рабочего периода, суровость климата, трудность передвижений внутри береговой полосы — делают выполнение астрономо-геодезических работ сложным. На территории восточной части Среднесибирского плато рельеф благоприятен для выполнения триангуляционных работ, но полная необжитость района, суровость

климата, все более нарастающая по мере движения на восток, заметно меньшая продолжительность полевого периода по сравнению с вторым районом, постоянные и сильные ветры в летнее время, отсутствие кормовых трав в долинах, имеющих здесь тип каньонов, делают достаточно трудным организацию и выполнение астрономо-геодезических работ в этом районе.

Четвертый район — Витимо-Олекмо-Алданский горный район. Граница района от Лены по 110-му меридиану до озера Байкал, далее по северной границе Бурят-Монгольской АССР, затем от Калакана на Витиме по 55-й параллели до шоссе, идущего от Рухлова на Незаметный до 124-го меридиана, отсюда по этому шоссе на Томмот и далее по 126-му меридиану до Лены; на севере район граничит с Леной от 110-го до 126-го меридиана. Крайняя западная часть района, левобережная по отношению к Витиму, пересекается на юге хребтами Верхне-Ангарским, Делюн-Уранским, Северо-Муйским, Южно-Муйским, вершины которых имеют высоты 1000—1400 м. Эти хребты образуют высокогорную зону шириной около 200 км. С запада рассматриваемый район ограничивается продолжениями «Приморского» хребта (идущего по западному берегу Байкала). Примерно за 100—120 км до Лены рельеф слаживается, приобретает характер плоскогорья высотой около 500 м, оканчивающегося уступом в долине Лены. Описанная часть четвертого района имеет сложный и значительный рельеф, сравнительно мало изучена и должна быть отнесена к территориям трудным при исполнении геодезических работ. Между Витимом и Олекмой находится Патомское нагорье, территория около 450 км длины и около 120 км ширины. Средняя высота нагорья 800—900 м; на севере к Лене оно спускается уступом в 400—500 м. Беспорядочно разбросанные многочисленные гольцы поражают своими плавными, закругленными линиями контуров; водораздельные линии не имеют ни пиков, ни хребтов, ни острокаменных гребней; между гольцами размещаются широкие, с пологими склонами разнообразные долины, нередко заболоченные, изрезывающие район во всем направлениям. Некоторые гольцы достигают высоты до 2000 м. На юге нагорье примыкает (вероятно) к продолжениям Северо-Муйского и Южно-Муйского хребтов. При надлежащей организации доставки продовольствия Патомское нагорье не является трудным для астрономо-геодезических работ.

Лежащая к югу от Патомского нагорья часть района между Витимом и Олекмой мало известна. Здесь находятся возвышенности, считаемые академиком Обручевым продолжениями Южно-Муйского и Северо-Муйского хребтов; от них к югу располагаются цепи Яблонового хребта, кончающегося, по Обручеву, несколько западнее впадения Нюкжи в Олекму; во всяком случае, здесь мы имеем неисследованную горную страну, труднодоступную и труднопроходимую, пересекаемую целым рядом горных цепей (до пяти), с высотами вершин до 1700 м. Переходя к восточной части четвертого района, должно отметить, что территория между меридианами 199 и 126, р. Леной и 58-й параллелью может быть отнесена к плоскогорью с возвышенностями, не превышающими 500—700 м; но к югу от 58-й параллели рельеф быстро нарастает, и мы переходим к горной стране с цепями гор между Олекмой и Чарой, Олекмой и Алданом, между Алданом и Тимптомом; эти горные цепи, тянущиеся меридионально, высотой более 1000 м, нужно считать отрогами Станового хребта, начало которого, по Обручеву, находится вблизи Олекмы, несколько севернее устья Нюкжи и несколько к западу от

верховьев Алдана (примерно, широта  $57^{\circ}$  и долгота  $121^{\circ}$ ). Таким образом, юго-восточный угол нашего района занят значительными возвышенностями, принадлежащими Становому хребту и достигающими здесь высоты от 1500 до 2000 м.

Как видим, рассматриваемый четвертый район — район на значительной части своей площади горный и высокогорный, в ряде мест очень труднодоступный район; район мало изучен вообще и в особенности в тех местах, где имеются наиболее мощные горные образования, где наиболее трудно прорываться. Поэтому проведение здесь астрономо-геодезических работ сопряжено с рядом особых трудностей.

Пятый район — Лено-Алданский и Мая-Охотский. На западе он примыкает к четвертому району, с севера ограничивается р. Леной до устья Алдана, затем р. Алданом до параллели  $62^{\circ}$ , затем по этой параллели до р. Охоты, далее по реке Охоте до Охотска, берегом Охотского моря до Удской губы и отсюда 55-й параллелью до 124-го меридиана. Северо-западная часть района между рекой Леной, Алданом и 60-й параллелью представляет наиболее заселенную часть Якутской ССР, Якутскую низменность, переходящую лишь к югу от 61-й параллели в полого-всхолмленное плато высотой в 200 м; здесь мы имеем вполне благоприятные условия для наших работ. Но в юго-западной части района, к югу от 60-й параллели и ограниченной с востока р. Мая и р. Маймакон, указанное плато переходит в горную страну, совершенно малоизвестную, примыкающую на юге к Становому хребту, располагающемуся примерно по параллели  $56^{\circ}$  и достигающему здесь наибольшей высоты (до 2400 м). Эта юго-западная часть пятого района представит громадные трудности. В восточной его части находится хребет Джугджур, являющийся водоразделом между Ледовитым и Тихим океанами; его можно считать продолжением Станового хребта от пункта на 56-й параллели и на 132-м меридиане. Хребет Джугджур при высоте вершин 1500—2000 м отличается сильной расчлененностью, крайней сложностью рельефа и очень малой доступностью. Сильные ветры препятствуют в высокой степени работе в области этого хребта. Менее чем на 30% площади пятого района имеются условия, благоприятные для геодезических работ. На всей остальной площади исполнение геодезических работ будет протекать в наиболее трудных условиях — на территории совсем необжитой, совсем мало изученной, крайне трудно проходимой, с грандиозным и сложным горным рельефом, при очень неблагоприятных климатических условиях.

Шестой район — Лено-Индигирский, ограниченный с запада р. Леной и р. Алданом до 62-й параллели, 62-й параллелью до р. Охоты и этой рекой до г. Охотска; с востока — ограничен водоразделом между р. Алазеей и Индигиркой до Полярного круга, отсюда на Сеймчан и затем дорогой на Олу; с юга граница идет по берегу Охотского моря.

Здесь мы имеем, примерно между параллелями  $70$  и  $62^{\circ}$  и между меридианами  $138$  и  $150$ , значительнейшую территорию, простирающуюся с северо-запада на юго-восток, длиной около 1000 км и шириной около 500 км, покрытую целым рядом альпийских горных цепей, с высотами вершин до 3000 м. Эта территория по середине, по ее диагонали, рассекается р. Индигиркой; средние горные цели в ней обычно называются хребтом Черского, ст которого обособлен хребет Момский, располагающийся к северу и к северо-востоку от хребта Черского, и хребет Тас-Кыстабый, расположенный к западу от него и вклинивающийся между хребтом Черского и хребтом Верхоянским. От этой горной территории

ответвляются к югу хребет Джугджур, проходящий через пятый район, а к северо-западу — хребет Верхоянский. Хребет Верхоянский в южной его части имеет значительную ширину (60—80 км) и высоты выше 2000 км. Площадь описанной горной альпийской страны в два с половиной раза более площади Кавказа и Закавказья. Она мало изучена, и район представит существенные затруднения при проведении астрономо-геодезических работ, вследствие крайней суровости климата, краткости полевого периода (1,5—2 мес), отсутствия путей сообщения, сложности и громоздкости рельефа, притом совершенно малоизвестного.

Седьмой район — Приколымский, примыкающий на западе к шестому Лено-Индигирскому району, а на востоке ограниченный так называемым хребтом Колымским (Гыдан). Примерно по середине района протекает река Колыма; территория между Алазейским плато и Колымой представляет собой низменность, покрытую множеством озер, между нижней частью Колымы и ее правым притоком Омолоном, лежит так называемое Юкагирское плато с высотами от 300 до 700 м. Южная половина района — горная, занятая системой, ответвляющейся к северо-востоку от хребта Черского, возвышенностей Колымского хребта, ошибочно называемого Становым хребтом; северные склоны этого хребта сравнительно пологи, и наоборот, южные, обращенные к Охотскому морю, достаточно круты; наибольшие высоты в пределах рассматриваемого района не превышают, видимо, 1000—1500 м. В общем этот район один из сравнительно доступных для выполнения астрономо-геодезических работ.

Восьмой район — район Крайнего Дальнего Востока, к востоку от хребта Колымского до берегов Тихого океана и Охотского моря. Этот район, пересекаемый Анадырским хребтом, включает в себя в своей средней части значительные широкие долины рек Анадыри и Пенжины, а в южной части — северную часть Камчатки; на 50% своей площади район является горной страной. Остальная часть тундра. Район малоизвестен.

Девятый район — район тундр. В него мы включаем всю тундровую полосу от устья Колымы к западу, вплоть до Урала. Рельеф здесь далеко не везде равнинно-низменный; в некоторых частях тундры имеются невысокие хребты и всхолмления. Условия геодезических работ здесь особенно трудны из-за краткости летнего периода, обилия туманов, появления летом огромного числа озер, вместе с обилием болот совершенно препятствующих передвижению.

Из сказанного видно, что в Азиатской части СССР горные, высокогорные районы составляют около 65% общей площади; это в корне меняет установившееся представление об СССР, как о стране равнинно-низменной.

Успех проведения основных астрономо-геодезических работ на описанных территориях всецело зависит от надлежаще проведенной подготовки к этим работам. Эта подготовка должна идти по следующим направлениям:

а) собирание и изучение материалов и результатов географических, геологических, картографических и почвенно-ботанических экспедиций, а также результатов обследований рек;

б) собирание сведений об условиях топографо-геодезических работ в разных трудных районах от исполнителей этих работ;

в) отработка первого эскизного проекта основных триангуляционных и нивелирных рядов, проектируя эти ряды в размере необходимого

минимума, по наиболее выгодным местам, но, однако, отвечая некоторым общим геодезическим требованиям, о которых будет сказано ниже;

г) постановка и проведение по некоторым из намеченных, согласно пункту «в», рядов специальных предварительных обследований, представляющихся в двух видах: или географо-геодезические обследования на основе собранного картографического и географического материала, или предварительное освещение местности аэросъемочными маршрутами, а затем, на основе обработки и разработки их материалов, — географо-геодезические обследования;

д) уточнение, на основе результатов по пункту «г», положения намеченных рядов и установление, на основе тех же результатов, организации работ и методов их выполнения;

е) проведение ряда научно-исследовательских и опытных работ, отвечающих особенностям геодезических работ в существенно различных по физико-географическим условиям районах;

ж) разработка и осуществление мероприятий по наиболее полному использованию в геодезических работах достижений авиации, радиотехники и автотранспорта;

з) проектирование, изготовление и испытание инструментов и приборов новых конструкций, отвечающих условиям работ в трудных районах.

Географо-геодезическое обследование не только дает материал для более обоснованной наметки положения ряда триангуляций или нивелировки, но должно дать указания для правильной и экономной организации работ, дать достаточно исчерпывающие характеристики условий работ, дать обоснование для выбора способа построения опорных пунктов (замена, может быть, триангуляции полигонометрией, переход на ряды из геодезических четырехугольников, переход на цепи из мелких треугольников и т. д.). Несомненно, при отсутствии опыта и слабой изученности ряда районов говорить о программе географо-геодезических обследований пока не приходится; точно так же первое время географ не будет понимать геодезических требований, а геодезист не в состоянии будет эти требования предъявить географу. Но взаимное понимание вырабатывается в самом ходе дела достаточно быстро, и первые неудачи в этих географо-геодезических обследованиях не должны никого смущать. В целом ряде случаев геодезист, входящий в партию для обследования, должен будет выполнять астрономические определения некоторых наиболее характерных пунктов, конечно, с малой точностью и при больших расстояниях между пунктами, чтобы только нанести пройденные маршруты на карту мелкого масштаба; это обусловливается тем, что в неизученных районах даже положение значительных рекдается на современных картах с крупными погрешностями в несколько десятков километров; это же необходимо для связи в одно целое аэросъемочных материалов при применении в трудных районах аэросъемки в целях обследований. В высокогорных малоизученных районах следует цикл геодезических работ начинать именно с аэросъемки на намеченной к обследованию площади; речь идет, конечно, об упрощенной аэросъемке, которая позволила бы получить грубую карту обследуемого района; возможно, что в ряде случаев выгодно будет такую аэросъемку заменить «воздушным» обследованием.

Понятно, что во всех случаях необходимость «земного» обследования остается, но только по выполнении в соответственных районах

«воздушного» обследования или аэросъемки программа «земного» обследования значительно сокращается. Выяснение характера мерзлоты неизменно войдет в программу обследований в целом ряде районов. Геодезист во время обследования должен обратить особое внимание на выгоды соединения работ рекогносцировочных и строительных, части астрономических работ с базисными и другой части астрономических работ с работами по измерению углов в триангуляции.

Научно-исследовательская работа не может быть оторвана от запросов производства, и поскольку эти запросы будут выясняться по мере развития астрономо-геодезических работ в указанных выше районах, постольку и тематика научно-исследовательской работы должна развиваться в соответствующем направлении.

В настоящее время мы можем с полной уверенностью намечать некоторые темы, но исчерпывающего их перечня установить еще нельзя. Мы можем указать на необходимость постановки следующих тем:

1. Определение длин базисных проволок на самом месте работ по измерению данного базиса.
2. Исследования базисных проволок и аппаратуры с целью дать правила отбора их для измерений I класса и для выяснения ряда погрешностей при измерении базисов.
3. Осуществление системы надлежаще оборудованных контрольных базисов.
4. Измерения базисов при низких температурах.
5. Измерения базисов в заболоченных районах и по льду.
6. Применение метода интерференции световых волн к измерениям базисов.
7. Применение светофильтров при наблюдениях в триангуляции.
8. Выяснение действительных погрешностей при наблюдениях в триангуляции I класса без применения световой сигнализации и условий, при которых эти погрешности становятся минимальными.
9. Замена световой сигнализации предметными целями, возможность автоматизации световой сигнализации с устранением установки и регулировки приборов, подающих свет, людьми.
10. Опыты по применению облегченных теодолитов (18 см) и теодолитов типа Вильда в наблюдениях на пунктах I класса.
11. Программы наблюдений на пунктах триангуляции в районах плохой видимости.
12. Исследования рефракции в геодезическом нивелировании.
13. Типы центров и реперов и их закладка в районах мерзлоты, с охватом всех широтных зон.
14. Проектирование типа облегченного геодезического универсала для точных угловых измерений в триангуляции I класса в северных районах СССР и в трудных горных районах.
15. Проектирование облегченного типа астрономического универсала или вертикального круга для определений пунктов III класса (см. ниже) в трудных районах.
16. Исследования по учету изменений личной разности при астрономических определениях долгот.
17. Исследования азимутальных способов определения времени при астрономических работах между параллелями 60° и 75°.
18. Уточнение результатов по определению астрономических азимутов в триангуляции.

19. Учащение пунктов Лапласа, как средство снижения в соответствующих случаях требований к точности измерения углов треугольников.

20. Условия, приводящие к рентабельности замены триангуляции полигонометрией.

21. Разработка и осуществление проекта центрального геодезического полигона и центральной службы времени при нем.

Несомненно, успех проведения астрономо-геодезических работ в очерченных выше районах Сибири и Дальнего Востока значительно возрастет вместе с дальнейшими успехами авиации, а именно использование достижений авиации и радиотехники может существенно отразиться на организации астрономо-геодезических работ, внеся в нее радикальные изменения, сопровождающиеся ускорением и удешевлением этих работ.

Из статьи\* «Постановка и развитие основных астрономо-геодезических работ в СССР», видно, что, несмотря на колоссальную работу, проделанную до 1939 г. по построению триангуляции I класса и основных рядов II класса, в будущем предстоит выполнить астрономо-геодезические работы в объеме заметно большем, чем выполненный до сих пор.

Есть основание предполагать, что задача выполнения астрономо-геодезических работ должна в предстоящее десятилетие ставиться следующим образом:

1. Завершить построение рядов триангуляции I класса и основных рядов II класса в Европейской части СССР и на территории, располагающейся южнее 55-й параллели в Азиатской части СССР, за исключением, однако, районов, указанных в п.п. «а» и «б».

2. Приступить к основным астрономо-геодезическим работам на остальной, лежащей к северу от 56-ой параллели территории в Азиатской части СССР, и развивать их на этой территории в соответствии:

а) с ростом экономической значимости тех или других районов и областей, не запаздывая до времени постановки в этих районах точных топографических съемок, и б) с требованиями геодезии и картографии к построению общегосударственной геодезической опорной сети.

Объем работ по первой части задачи характеризуется общим протяжением рядов I класса около 18 000 км и протяжением основных рядов II класса около 25 000 км. Этот объем не мал, но, за исключением указанных выше на территории южнее 55-й параллели районов «ж» и «з», геодезические работы будут здесь ставиться или в достаточно хорошо известных районах, или в районах все-таки сравнительно изученных, с применением уже установленных программ работ и их организации. Районы «ж» и «з» характеризуются значительными особенностями, причем, так как здесь нужно дать обоснование для съемок масштабов 1 : 50 000 и 1 : 100 000, то на этой территории придется придерживаться нормальной схемы развития основной триангуляции, а это ведет, конечно, к увеличению объема работ. Нужно, однако, полагать, что указанный объем работы в Европейской части СССР и в Азиатской части на территории южнее 55-й параллели будет и должен быть исполнен в ближайшее время с выполнением одновременно еще части работ

\* А. И. Дурнев, Постановка и развитие основных астрономо-геодезических работ в СССР, Сб. ст. I, «XX лет советской геодезии и картографии», 1919—1939 гг., Изд. Редбюро ГУГК при СНК СССР, М., 1939 (Прим. ред.).

по седьмому, Приколымскому, району, являющемуся первоочередным по своему экономическому значению.

Переходя ко второй части задачи, относящейся к обширнейшей территории, лежащей в Азиатской части СССР, к северу от 55-й параллели, надо прежде всего отметить, что в любом из очерченных выше восьми районов, в целях получения карты масштаба 1 : 500 000 или 1 : 200 000, точные триангуляции вообще являются излишними; здесь обоснование, вполне отвечающее задаче картографирования в масштабах 1 : 500 000 и 1 : 200 000, должно быть проектируемо в виде сети астрономических пунктов II и III классов. Другими словами, цели проложения здесь рядов I класса и основных рядов II класса существенно иные. На этих целях мы подробнее и остановимся.

Во-первых, совершенно необходимо проложить в Сибири и на Дальнем Востоке некоторую систему рядов I класса, которая позволила бы в последующем сравнительно легко подходить имеющимися быть проложенными от них рядами I же класса или основными рядами II класса к районам топографических съемок, чтобы относить в них эти съемки к одной, достаточно строго установленной и хорошо передаваемой из районов в район единой системе координат. Понятно, для этого возможно полигоны триангуляции I класса иметь со сторонами не в 220 км, согласно нормальной схеме, а в 600 и местами даже до 1000 км. Но очевидно, что этими редкими рядами триангуляции I класса территория Сибири и Дальнего Востока должна быть покрыта в общем вся, с той или другой степенью равномерности, но в зависимости от экономической значимости тех или других районов.

Во-вторых, приходится учитывать необходимость известной стабильности в получаемых из обработки триангуляции I класса результатах в виде координат ее пунктов. Несомненно, что окончательная общая обработка этой триангуляции откладывается на тот срок, когда, в соответствии с нормальной схемой построения триангуляции I класса, ее полигонами будет покрыта вся территория СССР. До этого мы можем производить уравнивание и обработку только тех частей общей триангуляции I класса, которые будут выполнены к тем или иным промежуточным срокам. Эти частные уравнивания должны, однако, приводить к координатам пунктов сети I класса, изменения в которых при последующих, охватывающих все больший материал, уравниваниях и при окончательном общем уравнивании были бы практически несущественны даже для съемок масштаба 1 : 25 000 (не более 8 м в пределах всего СССР). Чтобы обеспечить такую степень стабильности в координатах пунктов сети I класса, необходимо: во-первых, иметь точность полевых результатов, характеризующихся средней ошибкой в наблюдаемом направлении в  $\pm 0''$ ,4 и в «наблюденном» Лапласовом азимуте около  $\pm 0''$ ,5; во-вторых, ввести в ближайшее уравнивание триангуляции I класса достаточно большую ее часть и выполнить его, используя весь имеющийся материал, без дробления его на части, т. е. применяя к этому материалу общую его обработку. Удовлетворяя этим требованиям, мы определенно должны в предстоящее уравнивание вычисление триангуляции I класса, предшествующее, однако, окончательному ее уравниванию, ввести полигоны триангуляции I класса, охватывающие около двух третей всей территории СССР. Поэтому надлежит иметь не только вполне законченную систему полигонов триангуляции I класса в Европейской части СССР и на территории южнее 55-й

параллели в Азиатской части СССР, но и выполнить хотя бы и с размерами их сторон в 600—800 км все полигоны I класса между 55-й и 62-й—63-й параллелями в Азиатской части СССР и, кроме того, выполнить полигоны I класса в районе шестом (Лено-Индигирском) и в районе седьмом (Приколымском). Тогда остающаяся незатронутой триангуляцией I класса остальная часть территории СССР будет составлять не более одной трети всей территории и, кроме того, будет охватываться триангуляцией I класса с трех сторон — это и обеспечит, вместе с высокими качествами наблюдений, необходимую стабильность результатов. Надо отметить, что восточная часть шестого и весь седьмой район, по их экономической значимости, должны быть отнесены к первоочередным в отношении выполнения триангуляции I класса.

В третьих, необходимо не упустить возможностей более широкого использования в последующем системы астрономических пунктов II и III классов (см. ниже), а именно использовать их не только для картографирования в масштабах 1 : 400 000 и 1 : 200 000, но и для составления в будущем для ряда районов Азиатской части СССР карты масштаба 1 : 100 000. Астрономические пункты III класса, определенные из наблюдений со средней ошибкой  $\pm 1'',5$  по широте и  $\pm 3''—4''$  по долготе, расположенные друг от друга в среднем на 60—80 км, вполне обеспечивают составление карты масштаба 1 : 500 000, причем влияние уклонений отвесной линии может совсем не учитываться или, вернее, учитываться только в некоторых районах, с значительными и быстро изменяющимися аномалиями силы тяжести. Если бы построить астрономическую сеть только в соответствии с этими требованиями, то в дальнейшем, при укрупнении масштабов карт, все пункты этой сети, числом около 1500, потеряли бы всякое значение, и большая работа по их определению в дальнейшем просто пропала бы.

Для карты масштаба 1 : 100 000 надлежит иметь для опорных пунктов среднюю ошибку по широте не более  $\pm 1'',0$  и по долготе — не более 1,0 sec  $\phi$ , где  $\phi$  — широта места, причем, если это — пункты астрономически определенные, то эти ошибки должны слагаться как из ошибки результата астрономических наблюдений, так и из ошибки учета влияния уклонений отвесной линии. Отсюда мы приходим к заключению, что если стремиться обеспечить использование сети астрономически определенных пунктов в работах по составлению карты масштаба 1 : 100 000, то следует требовать, чтобы: средняя ошибка определения астрономической широты была бы около  $\pm 0'',6$ ; средняя, ошибка определения астрономической долготы была бы около  $\pm 0'',6$  sec  $\phi$  средняя ошибка в слагающей  $\xi$  уклонения отвеса по широте была бы около  $\pm 0'',9$  и средняя ошибка в слагающей  $\eta$  уклонения отвеса в первом вертикале была бы около  $\pm 0'',9$ .

Чтобы достичь этого нужно, во-первых, соблюсти указанную только что точность астрономических определений, соответствующих так называемым экспедиционным астрономическим пунктам II класса; во-вторых, нужно иметь возможность на основании использования гравиметрического материала выводить слагающие уклонения отвесной линии  $\xi$  и  $\eta$  и с средней ошибкой около  $\pm 0'',9$ , причем уклонение отвесной линии надо относить к системе того само-

го эллипсоида, к которому относятся геодезические координаты всех пунктов триангуляции I класса.

Другими словами, мы должны от астрономической широты и долготы любого астрономически определенного пункта переходить к геодезическим широте и долготе этого же пункта и этот переход выполнить с средней ошибкой в широте  $\varphi$ , равной  $\pm 0'',9$ , и в долготе  $\pm 0'',9$  sec  $\varphi$ . Такое задание является достаточно строгим и выполнение его требует вообще высокоточного вывода гравиметрическим путем величин  $\xi_0^g$  и  $\eta_0^g$  в исходном пункте триангуляции, отнесенных сначала к нормальному сфероиду, и затем достаточно точного вывода величины  $\xi^g$  и  $\eta^g$  в рассматриваемом астрономическом пункте, также отнесенных кциальному сфероиду и затем перечисляемых на систему величин  $\xi$  и  $\eta$ , отнесенных уже к принятому в геодезических работах эллипсоиду.

Вывод  $\xi_0^g$  и  $\eta_0^g$  требует охвата нормальной гравиметрической съемкой территории вокруг исходного пункта триангуляции в радиусе около 2000 км, с соответствующим ее сгущением вблизи этого пункта и общего гравиметрического освещения всей остальной поверхности земного шара. Вывод  $\xi^g$  и  $\eta^g$  с указанной точностью требует охвата нормальной гравиметрической съемкой территории вокруг рассматриваемого астрономического пункта в радиусе около 1500 км и соответственного сгущения ее вблизи этого пункта и общего освещения гравиметрическими данными территории радиусом около 4000—6000 км. При современном состоянии мировой гравиметрической съемки и при современном развитии нормальной гравиметрической съемки в СССР, а в особенности в прилегающих к ней странах в Азии (Турция, Персия, Монголия, Китай), указанные условия, обеспечивающие требуемую точность вывода  $\xi^g$  и  $\eta^g$ , выполняются в довольно слабой степени. С другой стороны, для перечисления  $\xi^g$  и  $\eta^g$  на систему геодезических  $\xi$  и  $\eta$  нужно с высокой степенью точности определить, кроме величин  $\xi_0^g$  и  $\eta_0^g$ , размеры эллипса, наиболее подходящего кциальному сфероиду, и именно в отношении установления большой полуоси эллипса с средней ошибкой всего в  $\pm 20$  м. Следовательно, задача представляется почти невыполнимой. Но представим себе, что данный район, в котором мы имеем ряд пунктов астрономической сети, ограничен со всех сторон рядами триангуляции I класса (или основными рядами II класса), на которых располагаются через известные промежутки тщательно определенные астрономические пункты в триангуляции (средняя ошибка астрономической широты — около  $\pm 0'',2$  и средняя ошибка астрономической долготы — около  $\pm 0'',4$ ). Такие астрономические пункты триангуляции I класса по принятой у нас схеме ее построения располагаются примерно через 80—100 км друг от друга по рядам триангуляции I класса. Представим себе далее, что в этом же районе выполнены гравиметрические работы, позволяющие вывести с той или другой надежностью гравиметрические величины  $\xi^g$  и  $\eta^g$  для астрономических пунктов триангуляции I класса (или основных рядов II класса). Мы имеем основания считать, что по выполнении нормальной или стандартной гравиметрической съемки и при специальном сгущении сети ее пунктов в некоторых, соображеных по картам изоаномал, местах ошибки выводов  $\xi^g$  и  $\eta^g$  для астрономического пункта II класса будут слагаться из случайной части размером  $\pm 0'',8$ , и части систематической для данного района, обусловленной,

главным образом, плохим учетом влияния далеких зон или недостаточностью материалов по мировой гравиметрической съемке, причем эта систематическая часть может достигать средних квадратических значений до  $\pm 1,2 - \pm 1'',5$ . Однако для данного района изменение ее будет происходить медленно и в небольших пределах.

Для астрономических пунктов I класса, принимая во внимание более надежный вывод в них градиента силы тяжести, можно принять среднюю случайную ошибку в  $\xi^g$  и  $\eta^g$  между  $\pm 0'',4$  и  $\pm 0'',5$ . Если назовем для астрономического пункта триангуляции I класса геодезические широту и долготу через  $B_i$  и  $L_i$  и через  $\varphi_i$  и  $\lambda_i$  — его астрономические широту и долготу, то имеем:

$$\xi_i = \varphi_i - B_i \text{ с средней ошибкой } \pm 0'',2;$$

$$\eta_i = (\lambda_i - L_i) \cos \varphi_i \text{ с средней ошибкой } \pm 0'',2; \pm 0'',3.$$

Отсюда мы для этого пункта можем получить:

$$\xi_i - \xi_i^g = \delta \xi_i^g;$$

$$\eta_i - \eta_i^g = \delta \eta_i^g,$$

т. е. поправки величин  $\xi_i^g$  и  $\eta_i^g$ , которые, очевидно, будут иметь средние ошибки около  $\pm 0'',5$ . Мы предполагаем далее, что наш район, окаймленный цепями I класса, имеет протяжение не более 800 км с севера на юг и с востока на запад. Имея целый ряд величин  $\delta \xi_i^g$  и  $\delta \eta_i^g$  для астрономических пунктов триангуляции I класса, расположенных по граничному контуру района, а может быть частью и в его середине, мы можем выполнить интерполирование величин  $\delta \xi_i^g$  и  $\delta \eta_i^g$  и затем по соответственной интерполяционной формуле получать  $\delta \xi_i^g$  и  $\delta \eta_i^g$  и для любого астрономического пункта II класса в пределах нашего района. Тогда для вывода геодезических координат этого пункта будет служить формула:

$$B = \varphi - \xi^g - \delta \xi^g;$$

$$L = \lambda - \eta^g + \delta \eta^g \sec \varphi. \quad (A)$$

Если допустим, что интерполирование этих поправок  $\delta \xi^g$  и  $\delta \eta^g$  будет сопровождаться средней ошибкой  $\pm 0'',5$ , то указанный прием даст  $\xi$  и  $\eta$  со средней ошибкой

$$\sqrt{(0'',8)^2 + (0'',5)^2 + (0'',5)^2} = \pm 1'',07,$$

что хотя и не соответствует вполне нашему заданию, но практически совершенно ничтожно снижает точность величины  $B$  и  $L$ , рассчитываемых по формуле (A).

Указанное интерполирование должно опираться на некоторый математический аппарат — возможно, на разложения сферических функций; оно должно быть разработано в ЦНИИГАиК, причем понятно, что начертенная схема использования астропунктов триангуляции I класса может потерпеть изменения. Нам важно отметить, что наличие рядов астрономо-геодезической сети в данном районе обеспечивает возможность перехода от астрономических координат к геодезическим с достаточной точностью, невзирая на неполноту гравиметрических материалов для удаленных от района зон и на крайне слабую степень развития мировой гравиметрической съемки: использование точной триангуляции и астрономических определений на ее пунктах заменяет неучет влияния далеких зон при выводе  $\xi^g$  и  $\eta^g$  и значительно ослабляет неточность

перечисления величин  $\xi^e$  и  $\eta^e$  в систему величин  $\xi$  и  $\eta$ , обусловленную неточностью определения эллипсоида, наилучше представляющего нормальный сфероид. Но, конечно, в полосе шириной около 120 км вдоль триангуляционных рядов нужно иметь не только стандартную гравиметрическую съемку, но и достаточное ее сгущение, а также в значительном ряде случаев, кроме определений силы тяжести в порядке стандартной съемки на площади района и на самом астрономическом пункте II класса, придется давать вокруг него 3—4 или даже 5—6 гравиметрических пунктов в расстоянии от него не более 20 км. Понятно, что определив астрономические пункты II класса с указанной выше точностью, мы при наличии сравнительно редких рядов триангуляции I класса и основных рядов II класса, надлежаще оснащенных астрономическими пунктами I класса, можем при соответственной постановке гравиметрических работ использовать сеть астрономических пунктов II класса в следующем этапе картографических работ, без исполнения каких-либо добавочных работ, в качестве опорной при картографировании обширных районов Азиатской части СССР в масштабе не 1 : 400 000, а уже в масштабе 1 : 100 000. Это значение заблаговременного развития триангуляционных работ на территории Азиатской части СССР, картируемой теперь в масштабе 1 : 500 000, приходится особенно подчеркнуть.

В четвертых, развитие триангуляционных рядов в Азиатской части СССР, и именно севернее 55-й параллели, приведет к довольно надежному для картографических целей определению из геодезического нивелирования высот целого ряда пунктов, располагающихся более или менее равномерно по всей территории, хотя и через значительные промежутки. Ввиду крайне тяжелых условий для выполнения геометрических нивелировок в Сибири и на Дальнем Востоке и значительности, вследствие этого, периметров нивелирных полигонов, прокладываемых в порядке нивелировок 2-го, 3-го, 4-го и 5-го разрядов, система высотных точек, определяемых из триангуляций, будет иметь существенное значение при картографировании территории Азиатской части СССР.

Соображения, приведенные выше, обрисовывают, конечно, лишь в главном цели, ради которых триангуляции I класса и основные ряды II класса прокладываются еще в период картографирования в масштабе 1 : 500 000 территорий, лежащих к северу от 55-й параллели в Азиатской части СССР.

К этим соображениям приходится еще добавить одно. Упрощенные триангуляции и полигонометрические хода 4-го и 5-го разрядов, прокладываемые между смежными астрономическими пунктами II класса и между астрономическими пунктами и пунктами триангуляции I и II классов, будут служить для использования материалов аэросъемки. Контроль угловых измерений в таких упрощенных триангуляциях будет достаточно обеспечен выполнением условий фигур по треугольникам, а в полигонометрических ходах — азимутами на конечных пунктах хода и одним или двумя азимутами, определенными на промежуточных пунктах хода. Установление масштаба цепи упрощенной триангуляции и контролирование линейных измерений в полигонометрическом ходе будут выполняться, используя расстояние между конечными опорными пунктами, причем это расстояние должно быть дано с средней ошибкой не ниже 1 : 2000, т. е. при расстоянии между опорными пунктами в 60—80 км с средней ошибкой около  $\pm 30 - \pm 40$  м. Легко видеть, что при установленной выше точности вывода геодезических координат

астрономического пункта II класса такая точность вообще недостижима. Но в тех случаях, когда упрощенная триангуляция или полигонометрический ход 4-го и 5-го разрядов проложены между пунктом триангуляции I класса (или пунктом основного ряда II класса) и астрономическим пунктом II класса, причем оба конечные опорные пункты лежат или на одном меридиане или на одной параллели, — то расстояние между такими конечными опорными пунктами будет дано именно с средней ошибкой  $\pm 30$  м; если азимут направления, соединяющего такие опорные пункты, близок к  $45^\circ$ , то расстояние между ними получится с средней ошибкой около  $\pm 45$  м.

Другими словами, в этих случаях астрономические пункты II класса отвечают достаточно задаче масштабирования в упрощенном детальном обосновании; если триангуляционные основные ряды II класса будут пролагаться от рядов I класса в среднем расстоянии около 320 км, а стороны полигонов I класса будут около 640—700 км, то рассмотренные случаи охватят 75 % площади каждого триангуляционного полигона. На остальной площади такого полигона контроль при помощи астропунктов будет ненадежен, но образование здесь замкнутых полигонометрических ходов и узловых точек в упрощенной триангуляции, происходящее само собой, обеспечит надежный контроль. Астрономические пункты II класса в этой средней части площади триангуляционного полигона облегчат организацию работ, давая свободу во времени и выборе места начала аэросъемочных маршрутов, но, конечно, использование их и как контрольных все-таки в известной степени остается.

При проектировании рядов и полигонов I класса и основных рядов II класса нужно учитывать экономические запросы и экономическую значимость тех или иных районов, физико-географические особенности этих районов и указанные выше четыре цели развития работ в Азиатской части СССР севернее 55-й параллели.

В значительной части рассматриваемой территории имеется наличие вечной мерзлоты. Закладка центров и реперов здесь требует применения особых их конструкций, тщательно продуманного процесса закладки и верно намеченного времени года для этого. Применение трубчатых центров и реперов будет сопровождаться значительными осложнениями и из-за доставки громоздких материалов и оборудования на места закладки, и из-за доставки продовольствия для партии по закладке. Очевидно, неминуемо возникает вопрос о дальнейшем продвижении в работе ЦНИИГАиК по типам центров и реперов в зонах вечной мерзлоты. Понятно, существенное значение приобретает для этих районов, по условиям транспорта в них, изготовление облегченного геодезического универсального инструмента. Здесь можно за основу принять конструкцию, близкую по типу к конструкции американского теодолита Паркерста.

В период картографирования в масштабах 1 : 400 000 и 1 : 200 000 территории, лежащей в Азиатской части СССР севернее 55-й параллели, на ней должно выполнить минимум работ по триангуляции I класса, обеспечивающий, однако, достаточно солидно основные требования геодезии и картографии в тот же период. Соблюдение этого минимума, во-первых, приводит к тому, что собственно только четыре ряда I класса — по Оби, Енисею, Лене и вдоль побережья Охотского моря — будут выполнены полностью по той программе, которая отвечает вполне градусным измерениям в современной их трактовке; во-вторых, позволяет просто обойти, выключить те места, которые представляются особенно

трудными для прокладки по ним рядов триангуляции I класса. Так, следует вовсе исключить тундровые районы, а соединительные ряды между рядами по рекам Оби и Енисею, Лене проектировать уже в при-тундровом районе; возможно, в четвертом районе миновать проложение рядов, пересекающих высокогорную страну в верховьях Витима и Олекмы, и т. п.

Первая общая обработка восьми полигонов триангуляции I класса в Европейской части СССР относится к 1930 г.; к этим полигонам, уравненным вместе, затем присоединялись, по мере их получения, следующие полигоны I класса, без переуравнивания при этом первых восьми полигонов и, применяя, следовательно, метод постепенного нализования. Очевидно, мы должны сделать заключение, что надлежащей общей обработки триангуляции I класса мы по существу еще не имеем и что начало первого общего уравнивания следует отнести к тому времени, когда материал позволит получить результаты, уже обладающие должной стабильностью. Поэтому же каталоги государственной триангуляции, издаваемые до сих пор, ст牖ь не следует рассматривать как окончательные, так как приводимые в них координаты пунктов триангуляции и азимуты сторон триангуляции, вероятно, получат заметные изменения как вследствие выполнения в 1930 г. определения исходных геодезических дат на основании сравнительно небольшого материала и притом лишь астрономо-геодезического (гравиметрические материалы тогда отсутствовали), так и вследствие значительности присоединяемого нового материала, а также и вследствие неучета до сих пор влияния отступлений геоида от референц-эллипсоида, возможность выяснения которых наступила лишь с 1936 г. Понятно, что надлежит своевременно выполнить окончательно теоретическую и практическую разработку методов уравнивания грандиозной астрономо-геодезической сети СССР.

Астрономические работы на предстоящее время приходится подразделить на астрономические точные определения широт, долгот и азимутов в триангуляции I класса и в основных рядах II класса и на определения астрономических пунктов II и III классов, в целях дать опорные пункты для картографических съемок. Астрономические пункты первого рода, или пункты I класса, располагаются по рядам триангуляции I класса и по основным рядам II класса через каждые 80—100 км; общее число этих пунктов не менее 800. Надлежащая постановка определений долгот требует, чтобы несколько пунктов, распределенных по всей территории страны, были выделены в качестве главных долготных пунктов, определяемых с такой высокой точностью, при которой главный пункт служил бы для определения на нем личной разности астрономов, т. е. служил бы исходным при определении долгот астрономических пунктов I, II и III классов в районе, обслуживаемом этим главным пунктом. Эта работа начата, и долготные пункты в Омске, Иркутске и Якутске уже определены в качестве главных. Но одно дело определить отдельные пункты, а другое дело — дать сеть главных пунктов.

Эта значительная и ответственная работа по определению сети главных долготных пунктов должна быть еще тщательно продумана в методическом и организационном отношении, результаты ее будут иметь значение не только для геодезии, так как, конечно, в будущем эти пункты будут использоваться и при так называемых мировых определениях долгот, выясняющих общие перемещения материковых масс.

Работа по определению долгот главных пунктов и астрономических пунктов I, II и III классов, а также по определениям силы тяжести связана с надежной организацией центральной и местных служб времени, которые надо поставить образцово и которые были бы передовыми как по радио, так и по часовому оборудованию и по аппаратуре для астрономических наблюдений. Кроме того, они должны быть обеспечены первоклассными астрономами-наблюдателями, научным руководством и, наконец, имели бы обсерватории с благоприятными для высокоточных астрономических наблюдений условиями. Вопрос надлежащей постановки и организации службы времени поставлен в Академии Наук СССР, но, конечно, продолжительный опыт в этом деле с 1922 г. показывает, что это дело должно ставиться отнюдь не как некоторая добавочная и второстепенная работа крупной астрономической обсерватории, а как особая задача в системе научно-технических задач, осуществляемых государственной геодезической службой.

Что касается определений астрономических пунктов I класса, т. е. астрономических работ в триангуляции I класса и в основных рядах II класса, то здесь для целей последующего геодезического использования результатов по определениям долгот следует держаться правила, выдвинутого мной еще в 1930 г.: определение долгот двух смежных Лапласовых пунктов выполняется одним и тем же астрономом и в один и тот же сезон. Громоздкость астрономического оборудования вносит существенные трудности при определениях пунктов I класса в районах Азиатской части СССР, располагающихся севернее 55-й параллели. С другой стороны, необходимость очень точного определения азимутов сторон триангуляции и переход, начиная с широт 62—63°, на азимутальные способы определения времени, взамен способа Цингера, вынуждают, к применению громоздких астрономических двухсекундных универсальных инструментов. Конечно, и здесь можно в результате научно-технических изысканий и исследований найти выходы, облегчающие дело, и следовательно, соответственная научная совместная работа астрономо-геодезистов и оптико-механиков должна быть поставлена в ближайшее время. Что касается экспедиционных астрономических пунктов II и III классов, то выше уже указаны значение пунктов II класса и требуемая точность их определения. Пункты III класса должны заменить собой пункты II класса в особо трудных районах — или по трудной доступности этих районов (например, юго-западная и восточная части пятого района, восьмой район) или по неблагоприятным метеорологическим условиям в них (северная часть первого района, девятый район). Точность определения этих пунктов III класса характеризуется такими средними ошибками:

$$\begin{aligned} \text{в широте } &\pm 1'',5; \pm 2'',0; \\ \text{в долготе } &\pm 3''; \pm 4'',0. \end{aligned}$$

Пункты III класса уже не имеют назначения — служить впоследствии, после перечисления их астрономических координат в геодезические, для обоснования топографических съемок масштаба 1 : 100 000; они служат только для обоснования картографических съемок при составлении карты масштаба 1 : 400 000. Для определения их можно применять инструмент более облегченного типа, чем для определения пунктов II класса. Нам представляется, что для работ II класса все-таки следует отказаться от принятого в нашем производстве громоздкого и

чрезвычайно сложного по устройству астрономического пятисекундного универсального инструмента. Следует или вернуться к малым вертикальным кругам типа малого круга Репсольда, с которым с успехом работали военные геодезисты в достаточно трудных районах Сибири и Дальнего Востока (при этом следует изменить соединение уровня с трубой и, может быть, несколько усилить оптику), или перейти на малые зенит-телескопы с горизонтальным кругом, позволяющим взять азимут до одной минуты.

Пункты II класса располагаются в расстоянии друг от друга от 60 до 80 км, пункты III класса — в расстоянии от 80 до 100 км; число подлежащих в период 1939—1948 гг. определению пунктов II и III классов, примерно, равно 800. При этом учитываются использование в картографических целях пунктов I класса и наличие на территории около 400 пунктов II класса, надежно определенных ранее, главным образом, Главным геодезическим управлением.

Вся территория Азиатской части СССР, лежащая севернее 55-й параллели, должна быть равномерно покрыта астрономическими пунктами II и III классов — эта сеть и будет служить опорной при всех полевых картографических работах. Конечно, эта большая работа вполне под силу советскому геодезическому производству. Особенностью работ по определениям астрономических пунктов II и III классов является необходимость надежного определения, для значительного числа их, высот над уровнем моря. Этого не нужно делать лишь по тем астрономическим маршрутам, которые совпадут с линиями нивелировок II, III, IV и V разрядов. Все астрономические пункты должны быть отмечены на местности так, чтобы они отчетливо изобразились на фотоснимках и легко опознавались при последующей аэрофотосъемке территории, картиграфируемой в масштабах 1 : 500 000 или 1 : 200 000.

Уже ранее было отмечено значение гравиметрических результатов при переходе на составление карты тех или других районов Азиатской части СССР и некоторых северо-восточных районов Европейской части СССР в масштабе 1 : 100 000. Но, конечно, не только этим ограничивается значение общей гравиметрической съемки СССР и некоторых иных гравиметрических работ. Надлежащее установление исходных геодезических дат, надлежащая постановка градусных измерений, определение сжатия земного эллипсоида, выяснение мелких и крупных волн поверхности геоида — вот следующие использования гравиметрических результатов в геодезии; но мы не должны упускать из виду важности гравиметрических материалов и для геологии, и для геологоразведки, и для геофизики. Гравиметрию следует считать частью геодезии — именно той частью, которую можно назвать «физической» геодезией. Гравиметрические работы в СССР с 1931 г. прочно вошли в систему работ государственной геодезической службы, и нет причин, которые заставляли бы эту службу отказываться от задач, связанных с изучением физики земного шара и устройства верхних слоев земной коры, потому что решение этих задач, высоко интересных с общенаучной точки зрения и для важных практических целей, не может быть выполнено без астрономо-геодезических, гравиметрических и топографических материалов.

Предстоящая работа по прокладке рядов триангуляции I класса, по астрономическим определениям в ней, по астрономическим определениям II класса и по определениям силы тяжести — весьма значительна. Та обрисованная в настоящей статье часть этой общей работы,

выполняемая в ближайший период, в период развития на значительной территории в Азиатской части СССР полевых картографических работ, будет также внушительной по своему объему. Эта ближайшая и значительная работа, в о - п е р в ы х, приведет к полному обслуживанию рядами и полигонами триангуляции I класса и основными рядами II класса всей территории Европейской части СССР и той Азиатской части СССР, которая располагается южнее 55-й параллели, т. е. приведет к полному обслуживанию основной триангуляцией той территории, на которой будут ставиться топографические съемки масштабов 1 : 25 000 и 1 : 50 000. В о - в т о р ы х, доставит достаточную систему опорных пунктов в виде сети астрономических пунктов I, II и III классов для выполнения картографических полевых работ, приводящих к карте масштаба 1 : 500 000 или 1 : 200 000, но, конечно, при условии прокладки между этими опорными пунктами тахеометрических ходов, упрощенной триангуляции, полигонометрических ходов 4 и 5 разрядов, фототриангуляционных рядов. В - т р е т ь и х, на территории в Азиатской части СССР, лежащей севернее 55-й параллели, обеспечит сравнительную легкость включения в общую систему государственных геодезических и топографических работ тех детальных геодезических сетей и точных топографических съемок, надобность в которых возникает в разных местах Сибири и Дальнего Востока. В-четвертых, при надлежащей постановке и использовании гравиметрической съемки, позволит на созданной сети астрономических пунктов ставить работы по составлению карты масштаба 1 : 100 000, обеспечивая тем возможность значительного прогресса в картографировании территории СССР. В - п я т ы х, значительно облегчит или, вернее, сделает возможным то необходимое дальнейшее развитие астрономо-геодезических работ, при котором на всей территории СССР геодезическое обоснование будет своевременно, без опозданий отвечать быстро развивающейся в условиях советской действительности потребности в нем. В - ш е с т ы х, позволит подойти вплотную к осуществлению надлежащей общей обработки грандиозной астрономо-геодезической сети СССР.

В заключение позволим себе напомнить, что успех дела по дальнейшему развитию астрономо-геодезических работ во многом будет зависеть от умелого использования достижений современной техники в области транспорта, авиации и связи. На освоение и применение этих достижений в области геодезических работ надо обратить самое серьезное внимание.

---

## ПОСТРОЕНИЕ КАРТЫ МЛЕЧНОГО ПУТИ

(Напечатана в «Трудах Топографо-геодезической комиссии», вып. 20, 1906 г., стр. 28—43)

По воззрениям многих ученых вблизи плоскости млечного пути группируются светила той звездной системы, в которую как составная часть входит Солнце со своими спутниками-планетами.

Если принять во внимание указанное значение плоскости млечного пути, то возможно предположить, что при тех работах в области звездной астрономии, которые так или иначе связаны с исследованием вопроса о строении звездной системы, исследователю нужно будет быстро ориентироваться в расположении созвездий относительно млечного пути, так как его будут интересовать главным образом области неба, непосредственно примыкающие к млечному пути; наконец, естественно предположить, что при упомянутых работах возникнет потребность в быстром (хотя бы и приблизительном) определении положения звезд относительно млечного пути.

Из сказанного следует, что при упомянутых работах труд исследователя может быть облегчен, если имеется под рукой такая звездная карта, при составлении которой главное внимание обращено на изображение областей неба, примыкающих к млечному пути; такая карта, в которой млечный путь имел бы то самое значение, какое в обычных звездных картах отводится экватору; и в которой простейшими линиями изображались бы не круги склонений и параллели экватору, а круги, параллельные и перпендикулярные к плоскости млечного пути.

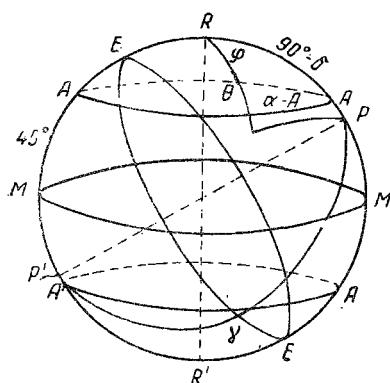
Но даже не принимая в расчет упомянутых работ, имеющих отношение к вопросу о строении звездной системы, должно сказать, что млечный путь и прилегающие к нему области звездного неба заслуживают, просто вследствие обилия заключающихся здесь интересных объектов, быть изображенными на особой карте, с особой точностью и подробностью.

В 1902 году профессор В. К. Цераский сообщил мне о своем желании построить такую особую карту млечного пути. По мысли Витольда Карловича на этой карте подлежала изображению полоса неба, идущая вдоль млечного пути и делящаяся им пополам; ширина этой полосы должна была быть около  $90^{\circ}$ . Центральная часть карты, соответствующая полосе неба шириной в  $30-40^{\circ}$ , должна была представить собою подробное и гораздо более тщательное, чем на обычных звездных картах, изображение млечного пути и прилегающих непосредственно к нему областей звездного неба.

Далее, на этой карте, по предположению В. К. Церасского, круги, параллельные и перпендикулярные к млечному пути, должны были изобразиться простейшими линиями так, чтобы нанесение на карте в случае надобности любого из упомянутых кругов сферы не представляло бы затруднений.

Очевидно, что карта млечного пути, построенная при соблюдении поставленных сейчас требований, будет не только отличным рисунком весьма интересной части неба, но явится и полезным пособием при всех работах, в которых приходится иметь дело с млечным путем и которые иногда стоят в связи с вопросом о строении звездной системы. Выбор проекций и построение картографической сети для карты млечного пути профессор Цераский поручил мне.

Не излагая пока тех соображений, которыми я руководствовался при выборе проекций, — я укажу сначала точно границы той части звездного неба, которую было решено изобразить на карте.



Фиг. 1

кругу  $MM'$  и стоящих от него на  $45^\circ$  (так, что  $AM = MA' = 45^\circ$ ), то сферическая зона, ограниченная кругами  $AA'$  и  $A'A'$  и представит собою ту часть неба, для которой профессор Щербский задумал построить особыю карту.

Имея в виду вышеуказанные условия, которым должна была удовлетворять карта млечного пути, посмотрим теперь насколько пригодными являются различные проекции при составлении нашей карты.

I. Рассмотрим сначала перспективные проекции. Понятно, что ни ортографическая, ни центральная проекции совершенно не подходят. Если же мы захотели бы применить стереографическую или же одну из внешних перспективных проекций, то нам выгоднее всего было бы взять точку зрения на линии  $RR'$ .

Действительно, в любой из этих проекций при положениях точки зрения не на линии  $RR'$  угол между радиусом сферы и центральным лучом зрения будет для изображаемой полосы неба изменяться в больших пределах, чем в той же проекции при положении точки зрения на линии  $RR'$ . Это же обусловит и большую, чем при положении точки зрения на линии  $RR'$ , изменяемость масштаба изображений, а следовательно, и большие искажения контуров.

Обозначив через  $\Theta$  угловое расстояние точки  $S$  небесной сферы от полюса  $R$  и приняв, что точка зрения находится на линии  $RR'$ , мы получим для разных  $\Theta$  следующие величины наибольшего и наименьшего масштаба\*:

\* Наименьший и наибольший масштаб (или отношение полуосей бесконечно малого эллипса к радиусу бесконечно малого круга, изображающегося этим эллипсом) мы назовем соответственно через  $m$  и  $n$ .

Пусть на фиг. 1  $P$  и  $P'$  полюсы мира,  $EYE$ —небесный экватор,  $\gamma$ —точка весеннего равноденствия. Назначим на небесной сфере точку  $R$ , экваториальные координаты которой таковы: склонение  $\delta = +29^\circ$ , а прямое восхождение  $\alpha = 12^h40^m$  или  $x = 190^\circ$ .

Тогда большой круг  $MM'$ , для которого  $R$  служит полюсом, располагается на небесной сфере так, что повсюду он проходит близко от середины млечного пути. Поэтому круг  $MM'$  носит название круга млечного пути, а точка  $R$  — полюса млечного пути.

Если теперь на чертеже провести два малых круга  $AA$  и  $A'A'$ , параллельных кругу  $MM$  и отстоящих от

## а) стереографическая проекция

$$\Theta = 45^\circ \dots m = n = 1,17$$

$$\Theta = 90^\circ \dots m = n = 2,00$$

$$\Theta = 135^\circ \dots m = n = 6,83$$

## б) внешняя проекция Джемса

$$\Theta = 45^\circ \dots m = 1,05 \quad n = 1,14$$

$$\Theta = 90^\circ \dots m = 1,11 \quad n = 1,70$$

$$\Theta = 135^\circ \dots m = 0,0 \quad n = 3,13$$

## в) внешняя проекция Кларка

$$\Theta = 45^\circ \dots m = 1,09 \quad n = 1,15$$

$$\Theta = 90^\circ \dots m = 1,27 \quad n = 1,73$$

$$\Theta = 135^\circ \dots m = 0,20 \quad n = 3,53$$

Во всех этих проекциях  $m$  и  $n$  вычисляются по формулам:

$$m = (d+1) \frac{d \cos \Theta + 1}{(d+\cos \Theta)^2}; \quad n = \frac{d+1}{d+\cos \Theta},$$

где для стереографической проекции  $d = 1$ , для проекции Кларка  $d = 1,37$ , а для проекции Джемса  $d = 1,50$ .

Несмотря на то, что круги, параллельные и перпендикулярные к млечному пути, а также круги склонений и параллели экватору изобразились бы во всех этих проекциях простыми линиями (кривыми второго порядка); тем не менее из приведенных цифр для масштабов следует, что перспективные проекции не пригодны для наших целей, так как при построении карты млечного пути в любой из этих проекций мы будем иметь дело с огромными искажениями в очертаниях изображаемых контуров. Эта непригодность для наших целей перспективных проекций, конечно, вполне понятна, так как они предназначаются главным образом для изображения сферических сегментов, а не поясов.

II. Понятно, что зенитальные\* проекции (неперспективные) также не могут быть для нас пригодны, так как небольшие искажения контуров мы получим при этих проекциях лишь тогда, когда будем применять их к изображению сравнительно небольших сферических сегментов, причем точка зенита совпадает с вершиной сегмента.

В виде иллюстрации, я приведу все-таки величины масштаба для крайних и средних частей нашей карты, если бы она была построена или в проекции Ламберта (эквивалентная зенитная), или же в так называемой проекции с равнотстоящими альмукантарами.

1. В проекции Ламберта ( $m = \frac{1}{n} = \cos \frac{\Theta}{2}$ ):

$$\text{при } \Theta = 45^\circ \quad m = 0,92 \quad n = 1,08$$

$$\text{, } \Theta = 90^\circ \quad m = 0,71 \quad n = 1,41$$

$$\text{, } \Theta = 135^\circ \quad m = 0,38 \quad n = 2,61$$

\* Зенитальные проекции иначе называются азимутальными (прим. ред.).

2. В проекции с равноотстоящими альмукантаратами

$$(m=1; n=\frac{\Theta}{\sin \Theta}):$$

$$\text{при } \Theta = 45^\circ \quad m=1 \quad n=1,1 \\ \text{, , } \Theta = 135^\circ \quad m=1 \quad n=3,3$$

В обеих проекциях должно принять при этом за точку зенита или точку  $R$  или  $R'$  — в противном случае изменяемость масштаба будет еще больше; да кроме того, когда точка зенита не совпадает с  $R$  или  $R'$ , круги сферы, параллельные и перпендикулярные к кругу  $MM$ , изображаются сложными кривыми.

3. Обратимся теперь к рассмотрению цилиндрических и конических проекций.

При применении этих проекций для построения карты млечного пути необходимо предположить, что ось цилиндра или конуса совпадает с линией  $RR'$ . Во всяком ином положении оси цилиндра или конуса искажения в избранном роде проекции будут больше, чем при применении той же проекции, но при условии совпадения оси с линией  $RR'$ .

Кроме того, если ось цилиндра или конуса не будет совпадать с линией  $RR'$ , то тогда на карте круги, параллельные и перпендикулярные к кругу  $MM$ , изобразятся сложными кривыми, нанесение которых будет весьма хлопотливо.

Из цилиндрических проекций рассмотрим сначала перспективу на цилиндре, т. е. перспективное построение подлежащей изображению части сферы на цилиндре, касающемуся сферы по млечному пути, причем точка зрения лежит в центре сферы. Для такой проекции масштабы  $m$  и  $n$  будут:

$$m=\frac{1}{\sin^2 \Theta}; \quad n=\frac{1}{\sin \Theta}.$$

Поэтому будем иметь:

$$\begin{aligned} \text{при } \Theta = 45^\circ &\quad m=2,00 \quad n=1,41 \\ \text{, , } \Theta = 90^\circ &\quad m=1,00 \quad n=1,00 \\ \text{, , } \Theta = 135^\circ &\quad m=2,00 \quad n=1,41 \end{aligned}$$

Приведенные цифры показывают, что перспектива на цилиндре приведет к довольно значительным искажениям в очертаниях изображаемых контуров. Если бы мы взяли конус, рассекающий подлежащую изображению сферическую зону по двум малым кругам, то перспектива, построенная на таком конусе, приведет к меньшим искажениям. Однако, можно заранее сказать, что пределы изменяемости масштаба сузились бы при этом, по сравнению с перспективой на цилиндре, незначительно. Это следует из того, что в данном случае угол между образующей и осью конуса будет мал, так что коническая проекция будет по своим свойствам близка к цилиндрической. Кроме того, в данном случае нельзя взять конус так, чтобы круги пересечения его со сферой симметрично располагались относительно млечного пути.

Проекция Меркатора в применении к построению карты млечного пути будет более выгодна, чем перспектива на цилиндре, развертка на цилиндре и простая цилиндрическая проекция. Искажения контуров в проекции Меркатора, вследствие ее конформности, будут меньше, чем во всех упомянутых цилиндрических проекциях.

В проекции Меркатора масштаб изменяется по закону  $m = n = \frac{1}{\sin \Theta}$

Поэтому для разных  $\Theta$  будем иметь:

$$\Theta = 45^\circ \quad m = n = 1,41$$

$$\Theta = 55^\circ \quad m = n = 1,22$$

$$\Theta = 70^\circ \quad m = n = 1,06$$

$$\Theta = 90^\circ \quad m = n = 1,00$$

$$\Theta = 110^\circ \quad m = n = 1,06$$

$$\Theta = 125^\circ \quad m = n = 1,22$$

$$\Theta = 135^\circ \quad m = n = 1,41$$

Как видно, искажения для всей средней части карты, шириной около  $40^\circ$ , весьма незначительны. К краям карты искажения длин быстро возрастают; однако в этой проекции и на самых краях карты искажения контуров будут значительно меньше, чем во всех прежде разобранных проекциях.

Среди проекций конических конформная проекция (Гауссова) играет, понятно, точно такую же роль, как конформная цилиндрическая (Меркатора) среди проекций цилиндрических. Поэтому мы заключаем, что в наших целях проекции Гаусса нужно отдать предпочтение перед перспективной на конусе, конической разверткой и простой конической проекцией.

Посмотрим теперь, в каких пределах будет изменяться масштаб, если карту млечного пути построить в проекции Гаусса.

Если в проекции Гаусса главные масштабы будут на малых кругах, для которых  $\Theta_1 = 45^\circ$  и  $\Theta_2 = 110^\circ$ , то тогда

$$\text{при } \Theta = 45^\circ \quad m = n = 1,50$$

$$\text{, } \Theta = 70^\circ \quad m = n = 0,85$$

$$\text{, } \Theta = 90^\circ \quad m = n = 0,86$$

$$\text{, } \Theta = 110^\circ \quad m = n = 1,00$$

$$\text{, } \Theta = 135^\circ \quad m = n = 1,49$$

Если же главные масштабы взять при  $\Theta_1 = 55^\circ$  и  $\Theta_2 = 115^\circ$ , будем иметь такие величины масштаба:

$$\text{при } \Theta = 45^\circ \quad m = n = 1,19$$

$$\text{, } \Theta = 55^\circ \quad m = n = 1,00$$

$$\text{, } \Theta = 90^\circ \quad m = n = 0,91$$

$$\text{, } \Theta = 115^\circ \quad m = n = 1,00$$

$$\text{, } \Theta = 125^\circ \quad m = n = 1,18$$

$$\text{, } \Theta = 135^\circ \quad m = n = 1,46$$

Приведенные величины масштаба показывают, что ширина той полосы, в которой искажения малы, будет более при применении проекции Гаусса, чем проекции Меркатора. Но зато такая полоса не будет уже при Гауссовой проекции располагаться симметрично относительно млечного пути. Средина этой полосы будет лежать ближе к тому краю карты, который находится в наименьшем удалении от вершины конуса.

Довольно широкая полоса (градусов в 25—30), примыкающая к противоположному краю карты, будет представлять соответствующую часть сферы с искажениями, более значительными, чем в проекции Меркатора.

Вообще, если степень пригодности для нашей цели той или иной проекции измерять размерами искажения контуров, то тогда проекцию Гаусса нужно поставить на одно место с проекцией Меркатора.

Это происходит потому, что преимущества Гауссовой проекции перед Меркаторовой обнаруживаются вполне тогда, когда дело идет об изображении сферической зоны, ограниченной малыми кругами, расположеннымими не по обе, а по одну сторону параллельного им большого круга сферы.

Конечно, эквивалентная коническая проекция Альберса для наших целей менее пригодна, чем проекции Гаусса и Меркатора.

Далее, псевдоцилиндрическая (Флемстида) и псевдоконическая (Бонна) проекции, проекция Мольвейде и круговая сеть Лагранжа — все эти проекции для нас совершенно непригодны.

Проекции Флемстида и Мольвейде предназначены для эквивалентного изображения с наименьшими искажениями целого полушария; проекция Лагранжа играет такую же роль при конформном изображении целого полушария. Преимущества этих трех проекций перед другими выдвигаются, поэтому, лишь в том случае, когда дело идет об изображении полушария. Применяя же эти проекции, а также и проекцию Бонна, к изображению полной сферической зоны, мы наталкиваемся на искажения, в несколько раз большие, чем при применении проекции Гаусса или Меркатора.

Таким образом, если преследовать достижение возможно меньших искажений контуров, то из всех перечисленных проекций наиболее для нас подходящими будут проекции Гаусса и Меркатора.

Рассмотренные проекции являются простейшими и наиболее часто применяемыми. Не рассматривая в отдельности ни одной из более сложных проекций, обратим сначала внимание на следующее.

Мы располагаем непосредственно экваториальными координатами звезд. Благодаря этому, построение карты млечного пути должно начаться, как и построение всякой звездной карты, с нанесения на нее достаточно частой сети кривых, изображающих круги склонений и параллели экватору; последующее нанесение всех звезд должно совершаться именно при помощи такой сети, именуемой картографической сетью.

Примем теперь во внимание, что кроме такой картографической сети, нужной для самого построения карты, при пользовании картой млечного пути может встретиться надобность в нанесении на нее второй сети линий, изображающих систему кругов, параллельных и перпендикулярных млечному пути. Требование, чтобы линии этой второй сети были простейшими линиями\*, имеет целью сделать легким нанесение этой сети и тем самым сделать удобным пользование картой. Понятно, чем сложнее будет избранная для построения карты млечного пути проекция, тем, вообще говоря, будет более хлопотливо построить изображения любой точки или линии сферы на плоскости.

\* Это требование указано в самом начале статьи.

Бесспорно, что можно подобрать довольно сложную проекцию, которая для изображаемой полосы неба даст меньшие искажения, чем проекции Гаусса и Меркатора.

Но не подлежит сомнению и то, что, приняв такую проекцию для построения карты млечного пути, мы, во-первых, значительно увеличим труд по построению картографической сети, а во-вторых, пренебрежем и исполнением требования, чтобы сеть кругов, параллельных и перпендикулярных к млечному пути, изображалась на карте легко наносимыми линиями. Рассчитывать на то, что при сложной проекции эти круги будут изображаться все-таки легко вычерчиваемыми линиями — нет оснований.

Заметим еще, что благодаря значительным размерам изображаемой части сферы, в любой проекции искажения на краях карты будут значительными, и в более сложных проекциях будут немного меньше, чем в проекциях Гаусса и Меркатора. С другой стороны, незначительность искажений нам нужна лишь в средней части карты, что достигается уже в проекциях Гаусса и Меркатора.

На основании всего сказанного мы можем заключить, что проекции Гаусса и Меркатора являются наиболее соответствующими нашим целям.

Я уже указывал, что если считаться только с размерами искажений контуров, то применение при построении карты млечного пути проекция Гаусса не дает каких-либо существенных выгод сравнительно с применением для той же цели проекции Меркатора. Заметим теперь, что на карте значительных размеров, какую предполагалось сделать карту млечного пути, нанесение каких угодно кривых может быть выполнено лишь «по точкам». Хотя нанесение окружностей все-таки будет легче, чем нанесение каких-либо других кривых, но во всяком случае любой круг из системы кругов, параллельных и перпендикулярных к кругу млечного пути, будет наноситься без всяких затруднений на карту млечного пути лишь тогда, когда этот круг изображается прямой линией.

Отсюда следует, что для нас проекция Меркатора гораздо более удобна, чем проекция Гаусса.

На основании вышеприведенных соображений при построении карты млечного пути была принята проекция Меркатора, причем ось цилиндра считалась направленной по линии  $RR'$ .

Перехожу теперь к описанию построения картографической сети для карты млечного пути.

Эта картографическая сеть, представляя собою изображение системы кругов склонений и параллелей экватору, имеет своим назначением прежде всего сделать легким нанесение на карту звезд.

Кривые, изображающие круги склонений и параллели, должны были на карте вычерчиваться «по точкам». Как увидим дальше, эти кривые в нашей проекции являются весьма сложными кривыми, течение которых уясняется вполне лишь после построения. Благодаря этой неизвестности вида и сложности кривых, при построении любой из них «по точкам» нужно было взять, ради обеспечения точности построения, такое расстояние между смежными точками, чтобы часть кривой, заключенную между ними, можно было считать прямолинейной. Из предварительных опытов и расчетов, которые я приводить не буду, оказалось, что при принятых размерах карты, дуга круга склонения не более  $5-7^\circ$  изображается на карте прямолинейным отрезком; точно

так же оказалось, что дуга параллели экватору, простирающаяся на  $7-10^{\circ}$  изображается прямолинейным отрезком.

Отсюда следует, что для точного построения любого круга склонения нужно было нанести на карте предварительно ряд точек этого круга, отстоящих друг от друга на пять градусов, а для точного построения на карте любой параллели экватору нанести сначала ряд точек этой параллели, отстоящих друг от друга на полчаса по прямому восхождению.

Заметим теперь следующее. Картографическая сеть действительно является удобной для нанесения звезд, если она достаточно чиста.

Расстояние между вычерченными при составлении этой сети смежными кривыми, изображающими круги склонения, и между смежными кривыми, изображающими параллели экватору, должны быть настолько невелики, что если мы разделим на карте на равные части любую сторону любого четырехугольника, ограниченного двумя последовательными соответствующими кругами склонений кривыми и двумя последовательными соответствующими параллелями кривыми, то точки сферы, изображаемые точками делений, должны разделить на равные части соответствующую взятой стороне четырехугольника дугу сферы. Выполнение одного этого условия будет однако недостаточно для обеспечения удобного нанесения звезд на те карты, в которых кривые картографической сети суть сложные кривые; в этих случаях нужно еще, чтобы стороны четырехугольников, из которых составляется сеть, могли практически считаться прямолинейными.

На основании всех вышеприведенных соображений и предварительных опытов, я решил при составлении картографической сети построить кривые, изображающие круги склонения с кратными получасу прямыми восхождениями, и кривые, изображающие параллели экватору, для которых склонения кратны пяти градусам. В такой сети четырехугольники, из которых она состоит, имеют, как видно из высказывания, прямолинейные стороны и притом, как показали предварительные опыты, равным частям любой стороны любого из этих четырехугольников соответствуют на сфере также равные дуги.

На основании всего сказанного, мне при построении картографической сети нужно было прежде всего нанести на карту все точки, лежащие в ограниченной кругами  $AA'$  и  $A'A'$  части сферы и имеющие склонения, кратные пяти градусам, а прямые восхождения, кратные получасу; другими словами, нужно было нанести все происходящие в пределах изображаемой полосы небесной сферы пересечения тех кругов склонений и параллелей экватору, из которых должна была составиться картографическая сеть.

Положение всякой точки  $S$  сферы относительно млечного пути будем определять координатами  $\Theta$  и  $\varphi$ , из которых  $\Theta$  есть угловое расстояние  $S$  от полюса млечного пути, считаемое от  $R$  по большому кругу  $RS$  от  $0$  до  $180^{\circ}$ , а  $\varphi$  — есть угол при  $R$  между кругами  $RS$  и  $RPM'$ , считаемый от  $RPM'$  по часовой стрелке от  $0$  до  $360^{\circ}$ . Понятно, что при составлении нашей карты  $\Theta$  и  $\varphi$  имеют то же самое значение, как полярное расстояние и долгота при составлении в Меркаторовой проекции земной карты.

При нанесении точек картографической сети, я избрал прямоугольные оси координат таким образом. Началом координат на карте служило изображение точки  $M'$  сферы. Ось  $y$  была принята линия, служащая изображением круга  $M'R$ , от начала координат должны были отклады-

ваться вверх по оси  $y$  положительные ординаты, соответствующие величинам  $\Theta$ , меньшим  $90^\circ$ . За ось  $x$  была, следовательно, принята прямая, изображающая на плоскости круг млечного пути  $MM'$ . Положительные абсциссы решено было, как обычно, откладывать по оси  $x$  вправо от начала.

При таком выборе осей прямоугольные координаты изображения в Меркаторовой проекции некоторой точки сферы  $S$ , имеющей сферические координаты  $\varphi$  и  $\Theta$  выражаются так:

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{\sin \Theta_0}{m} \lg \cotg \frac{\Theta}{2} \\ x &= \varphi \sin \Theta_0 \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $m$  есть модуль бригговых логарифмов, значение же величины  $\Theta_0$  таково:  $\Theta_0$  и  $180^\circ - \Theta_0$  суть угловые расстояния от  $R$  тех малых кругов, параллельных кругу  $MM'$ , по которым рассекает сферу избранный для построения Меркаторова изображения цилиндр. Другими словами, при  $\Theta = \Theta_0$  и  $\Theta = 180^\circ - \Theta_0$  на карте имеем главные масштабы.

Заметим, что первоначально профессор Цераский желал построить карту для полосы сферы, ограниченной кругами, для которых  $\Theta$  равны  $55$  и  $125^\circ$ , т. е. полосы шириной в  $70^\circ$ . Сообразно этому я принял, что  $\Theta_0 = 72^\circ 5$ , т. е. проекция была рассчитана так, что главные масштабы мы имеем на параллелях, средних между млечным путем и параллелями, имеющими  $\Theta_1 = 55^\circ$  и  $\Theta_2 = 125^\circ$ .

Впоследствии, когда все вычисления были уже сделаны, на карте решено было изобразить полосу шириной не в  $70$ , а в  $90^\circ$ .

Выбор  $\Theta_0$  не имеет, однако, никакого влияния в проекции Меркатора на характер и размеры искажений; этим выбором обусловливается лишь так называемый общий масштаб карты.

По формулам (1) при  $\Theta_0 = 72^\circ 5$  нужно было рассчитать координаты всех наносимых на карту точек картографической сети.

Однако нужно было перейти сначала от экваториальных координат этих точек к соответствующим им величинам  $\Theta$  и  $\varphi$ . Переход этот совершался по формулам

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{\operatorname{tg}(\alpha - A) \cos N}{\sin(N - \Delta)} \\ \operatorname{tg} \Theta &= \frac{\operatorname{tg}(N - \Delta)}{\cos \varphi} \\ \operatorname{tg} N &= \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos(\alpha - A)} \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

В этих формулах:

$\alpha$  — прямое восхождение,

$\delta$  — склонение,

$\Delta = 29^\circ$  — склонению точки  $R$ ,

$A = 190^\circ$  — прямому восхождению точки  $R$ ,

$N$  — вспомогательный угол.

Формулы (2) получаются из решения сферического треугольника  $RSP$  и вполне аналогичны формулам для перехода от одной системы астрономических координат к другой. По этим формулам (2) и были

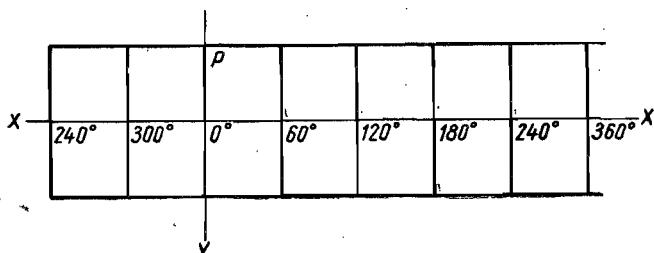
вычислены  $\phi$  и  $\Theta$  для всех точек, входящих в изображаемую зону сферы и имеющих склонения, кратные пяти градусам, а прямые восхождения, кратные полчасу. Вычисление велось четырехзначными логарифмами. (При принятых размерах карты — о чём будет сказано дальше — дуга сферы в три минуты изображается на карте 0,005 дюйма; поэтому вычисление с четырьмя знаками было вполне достаточным в отношении точности).

Заметим, что диаметрально противоположные точки сферы имеют склонения, равные по величине и противоположные по знаку, а прямые восхождения, разнящиеся на 12 часов, величины  $\Theta$ , дополняющие друг друга до  $180^\circ$ , и величины  $\phi$ , отличающиеся на  $180^\circ$ .

Точки, для которых нужно было вычислить  $\Theta$  и  $\phi$  по  $\alpha$  и  $\delta$ , суть все попарно диаметрально противоположные. Благодаря этому, непосредственное вычисление формул (2) достаточно было сделать лишь для половины этих точек, общее число коих равно почти 1400.

Прежде чем говорить, как по величинам  $\Theta$  и  $\phi$  вычислялись мною координаты  $y$  и  $x$ , я обращаю внимание на следующее.

Представим себе небесный глобус, радиус которого равен пяти дюймам. Возьмем далее цилиндр, пересекающий глобус по кругам, параллельным кругу млечного пути и отстоящим от него в ту и другую сторону на  $17^\circ 5$  градусов ( $90^\circ - \Theta_0$ ). Мною было принято, что карта млечного пути должна представлять в натуральную величину развернутое на плоскости Меркаторово изображение глобуса данных размеров, построенное на упомянутом цилиндре. Другими словами, я принял, что на карте окружность основания цилиндра представляется отрезком длиною в  $5 \times 2\pi \sin \Theta_0$  дюймов, или в 29,958 дюйма. Этой же длине, стало быть, равна на карте и длина того прямолинейного отрезка, которым изображается весь круг любой параллели млечному пути. Из сказанного следует также, что линейные размеры на карте величин  $y$  и  $x$  мы получим, если значения этих величин, вычисленные по формуле (1), умножим на пять дюймов.



Фиг. 2

При построении карты на листе бумаги прежде всего была нанесена при помощи координатной доски с особою тщательностью сеть взаимно перпендикулярных прямых, схематически изображенных на фиг. 2. В этой сети средняя горизонтальная линия была принята за ось  $x$ , а третья вертикаль, считая с левого края, за ось  $y$ ; верхняя и нижняя горизонтальные линии отстояли от средней на пять дюймов — значение этих линий было второстепенное, и о нем я скажу дальше. Вертикальные линии этой сети отстояли друг от друга на  $4,993$  дюйма. Если мы вычислим величину  $x = \phi \sin \Theta_0$  при  $\phi = 60^\circ = -\frac{2\pi}{6}$  и

результат умножим на 5, то получим 4,993. Следовательно, эти вертикальные линии являются изображением больших кругов сферы, проходящих через  $R$  и имеющих  $\varphi$ , кратные  $60^\circ$ . Подписанные на фиг. 2 цифры вблизи каждой вертикальной линии показывают, каким значениям  $\varphi$  (в градусах) соответствуют эти линии.

На карте вправо от оси  $y$  строились изображения всех точек, для которых  $\varphi$  заключается между  $0$  и  $282^\circ$ ; влево же от оси  $y$  помещались изображения точек, для которых  $\varphi$  заключается между  $252$  и  $360^\circ$ . Если из изображаемой на карте сферической зоны выделить часть, ограниченную двумя кругами, для которых  $\varphi = 252^\circ$  и  $\varphi = 282^\circ$ , то, следовательно, эта часть изображалась на карте два раза — вправо и влево от оси  $y$ .

Такое повторение на карте одной и той же части сферы сделано в видах удобного пользования картой.

При указанном выборе осей и порядке возрастания величин  $\varphi$  на карте мы получим Меркаторово изображение сферы на цилиндре, если лист, на котором построена карта, свернем в цилиндр так, чтобы лицевая сторона листа пришла в нутрь. Понятно, что если точку сферы мы желаем изобразить на карте влево от оси  $y$ , то ее абсциссу должно вычислять не по формуле  $x = \varphi \sin \Theta_0$ , а по формуле  $x = (\varphi - 2\pi) \sin \Theta_0$ .

Теперь расскажу о том, как по величинам  $\Theta$  и  $\varphi$  вычислялись и как затем откладывались величины  $x$  и  $y$ .

Если взять формулу

$$y = 5 \frac{\sin \Theta_0}{m} \lg \cotg \frac{\Theta}{2}, \quad (3)$$

то вычисленная по ней величина  $y$  будет представлять собою ординату, выраженную в дюймах. При  $\Theta = 45^\circ$  значение  $y$  оказывается равным 4,203 дюйма. Следовательно, размеры нашей карты по направлению оси  $y$  равны 8,406 дюйма. Понятно, что для вычисления  $y$  по формуле (3) достаточно четырехзначных логарифмов. Изменяя в этой формуле  $\Theta$  через один градус, в пределах от  $\Theta_1 = 45^\circ$  до  $\Theta_2 = 135^\circ$ , я вычислил  $y$  в дюймах для всех этих значений  $\Theta$  и полученные величины  $y$  заключил в таблицу, в которой аргументом служило значение  $\Theta$ . Табличные разности оказались изменяющимися очень медленно, благодаря чему выраженные в дюймах ординаты, соответствующие любому значению  $\Theta$ , я находил при помощи упомянутой таблицы простой интерполяцией. Таким путем труд по переходу от  $\Theta$  к величине ординаты значительно облегчился.

Изменяя в равенстве  $x = 5 \varphi \sin \Theta_0$  величины  $\varphi$  через  $1^\circ$  от  $0$  до  $30^\circ$ , были вычислены соответствующие значения  $x$  в дюймах и эти значения заключены в таблицу. Затем составлена была еще табличка, в которой давались значения  $5 \varphi \sin \Theta_0$  для  $\varphi$ , равного одной, двум и, наконец, девяти десятым градуса.

Пусть значение  $\varphi$ , соответствующее той точке, которую мы желаем построить на карте, равно  $M$  градусов. Пусть ближайшее к  $M$  число из делящихся нацело на  $60$  есть  $N$ . Разность  $M - N$ , или  $N - M$  будет, понятно, меньше  $30$  градусов. По аргументу  $M - N$  или же  $N - M$  (смотря по тому, какое из этих двух чисел больше) при помощи упомянутых двух таблиц отыскивалась величина, соответствующая тому отрезку абсциссы наносимой на карту точки, который заключается между

концом абсциссы и вертикальной линией, подписанной на фиг. 2 цифрой  $N$ . Величина этого отрезка откладывалась по всем трем горизонтальным линиям вспомогательной сети от точек пересечения их с вертикалью, подписанной цифрой  $N$ , вправо от нее, если  $M$  было больше  $N$ , и влево от нее, если  $N$  больше  $M$ . Полученные в результате такого отложения три точки соединялись прямой, на которой затем от пересечения ее с осью  $x$ , откладывалась величина ординаты. Все величины откладывались на карте при помощи медной масштабной линейки, употребляемой при составлении межевых планов.

После того, как описанным путем были нанесены все точки, имеющие склонения, кратные пяти градусам, и прямые восхождения, кратные получасу, я приступил к вычерчиванию кривых картографической сети.

Это вычерчивание, благодаря сложности кривых, было довольно хлопотливо и при больших, чем принятые, расстояниях между смежными, нанесенными по координатам, точкам вряд ли дало бы точные результаты.

В заключение, скажу несколько слов о тех кривых, которые являются изображением на нашей карте кругов склонений и параллелей экватору.

Если из уравнений (1) и (2) исключить величины  $\delta$ ,  $\varphi$ , и  $\Theta$ , то в результате исключения получится уравнение, содержащее в качестве переменных  $x$ ,  $y$  и  $\alpha$ ; понятно, что это уравнение будет представлять семейство кривых, изображающих на плоскости круги склонения.

Если же из уравнений (1) и (2) исключить величины  $\Theta$ ,  $\varphi$  и  $\alpha$ , то в результате исключения придем к уравнению между  $x$ ,  $y$  и  $\delta$ ; это уравнение представляет семейство кривых, коими на карте изображаются параллели экватору.

Я не буду приводить здесь порядка исключения, а прямо напишу полученные мною уравнения для кривых картографической сети.

### Уравнение

$$2 \sin \frac{x}{k} - M e^{\frac{24}{\alpha}} + 2 N \cos \frac{x}{k} + M = 0 \quad (4)$$

представляет собою кривые, соответствующие кругам склонений.

### Уравнение же

$$2 \cos \frac{x}{k} + D e^{\frac{y}{\alpha}} - B e^{\frac{y}{\alpha}} = 0 \quad (5)$$

представляет собою кривые, соответствующие параллелям экватору.

В уравнениях (4) и (5) приняты такие обозначения:

$$M = \cos \Delta; \quad D = \operatorname{tg} \Delta - \frac{\sin \delta}{\cos \Delta};$$

$$N = \sin \Delta \operatorname{tg}(\alpha - A); \quad B = \operatorname{tg} \Delta + \frac{\sin \delta}{\cos \Delta};$$

$$k = \sin \Theta_0; \quad a = \frac{\sin \Theta_0}{m}$$

$e$  — основание неперовых логарифмов.

## НОВЫЕ КАРТОГРАФИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

(Издание Высшего геодезического управления 1922 г.)

А. Равнопромежуточная коническая, сохраняющая поверхность пояса при равных отклонениях частных масштабов по параллелям от главного на краях и средине пояса.

Б. Равнопромежуточная коническая, сохраняющая поверхность пояса и дающая, при равенстве масштабов по параллелям на краях пояса, наименьшую сумму квадратов искажений длин параллелей для данной страны.

### § 1. Общие соображения о выборе проекции

Выбор вида проекции, в которой должна быть построена данная карта, зависит главным образом от того, как именно и для чего будет карта использоваться.

Конформные или довольно близкие к конформным проекции надлежит применять в тех случаях, когда предполагают: рассчитывать по карте и расстояния, и направления, и площади, а на карту наносят заданные направления и расстояния. Эти случаи характеризуются тем, что карта используется для решения всех тех задач, которые решаются по плану местности; но, конечно, самое использование геометрически выполняется иначе. Это различие в геометрическом выполнении использования карты по сравнению с планом заключается в следующем:

1. При нанесении заданных расстояний необходимо учитывать отклонение местного масштаба карты от главного, или различие масштаба для той градусной клетки, в которой укладывается заданное расстояние, от главного масштаба карты. Очевидно, простота и удобство этого учета отклонений местных масштабов от главного будет достигаться лишь при условии, что в данной точке карты во всех азимутах отклонение практически одно и тоже, а при переходе от точки к точке изменяется медленно. Такой характер изменения масштаба имеет место именно в близких к конформным проекциях.

2. При определении площадей по карте надлежит учитывать как влияние уклонения местного масштаба от главного, так и деформацию бумаги. Поэтому наилучшим способом определения площади по карте будет тот, при котором сперва определяют число  $Q$  делений планиметра, соответствующее той трапеции градусной сетки, в которой заключается измеряемый контур, затем определяют число  $q$  делений планиметра, измеряющее площадь этого контура, и наконец, зная из геодезических таблиц действительную площадь  $P$  измеренной пло-

метром трапеции градусной сетки, вычисляют искомую площадь по формуле

$$x = \frac{Pq}{Q}. \quad (1)$$

Так как при указанном способе определения площадей учитывается и деформация бумаги, и определяется точно цена деления планиметра, то его и нужно признать заменяющим и устраниющим всякие иные способы.

Но тогда очевидно свойство эквивалентности проекции в рассматриваемом случае не играет никакой роли. В самом деле, если карта используется для всех тех целей, для которых служит при незначительных размерах района топографический план, то она будет составлена в крупных масштабах (не менее 1 : 50 000), и тогда в пределах нескольких смежных трапеций градусной сетки карты масштаб площадей будет практически постоянным и поэтому для расчета площадей можно применить формулу (1) даже для контуров, захватывающих несколько клеток градусной сетки.

3. Само собою разумеется, что при определении направлений по карте необходимо иметь проекцию с возможно малыми угловыми искажениями, потому что введение поправок за различие азимута на карте от азимута в натуре даже в простых проекциях приводит к сложным формулам.

Таким образом карты, используемые для решения тех же задач, которые решаются на топографическом плане, и составляемые поэтому в крупных масштабах, надлежит составлять в проекциях, довольно близких к конформным, так как только тогда будет достигаться простота при построении направлений и расстояний, и в то же время расчет площадей будет выполняться способом, общим для карт таких угодно проекций, лишь бы масштаб площадей был постоянным в пределах нескольких смежных клеток градусной сети.

Из сказанного между прочим вытекает требование, чтобы каждая карта крупного масштаба снабжалась: 1) таблицей масштабов; 2) таблицей площадей трапеций градусной сетки.

Перейдем теперь к случаям, когда карта используется главным образом для обозрения, т. е. для общего, а не детального изучения изображенных на ней частей земной поверхности, для общих соображений и для общих подсчетов. Здесь мы имеем дело с картой мелкого масштаба (1 : 4 000 000, 1 : 10 000 000), построенной на небольшом числе листов и охватывающей значительную часть земной поверхности. Такой картой пользуется весьма широкий круг лиц — и поэтому на ней должно представить по возможности верно общие очертания больших контуров и соотношения площадей отдельных крупных частей. С другой стороны, такими картами пользуются для определения по ним географического распределения самых различных элементов и явлений (распределения населения, распределение почв и полезных ископаемых, распределение лесов, осадков и т. п.). Очевидно, определения расстояний и направлений по таким картам сводятся собственно к «прикидке», при которой вовсе не будут вводить никаких поправок за изменяемость масштаба изображения на карте; здесь будут довольствоваться довольно грубыми результатами,

и поэтому преимущество конформности — легкость введения поправок во взятое с карты расстояние для перехода к соответствующему в натуре — исчезает. Здесь будет важнее, чтобы масштаб на карте изменился бы возможно в малых пределах в тех районах, с которыми приходится наиболее часто иметь дело, и в частности — в пределах всей карты. Если принять во внимание, что последнее условие выполняется лучше в эквивалентных проекциях, а с другой стороны учесть соображение, что в общем расстояния, взятые с карты без введения поправок за отклонение местных масштабов от главного, будут менее ошибочны при эквивалентности изображения, чем при его конформности\*, то приходится прийти к заключению, что как будто бы карты мелкого масштаба надлежит строить в проекциях, близких к эквивалентным. Но если остановить теперь внимание на определении площадей по картам мелкого масштаба, то преимущества для этого случая эквивалентных проекций станут более убедительными. В самом деле, частое использование карт мелкого масштаба для нанесения на них различных элементов по земной поверхности предполагает, с одной стороны, правильное изображение этих элементов на карте, а с другой — вычисление по карте их площадей для разных общих соображений и подсчетов. Хотя при таких вычислениях и будут довольно часто ошибки в 10%, как это, например, будет при определении площадей в северной части конформной карты Азиатской России, нужно считать недопустимыми. Здесь ведь придется иметь дело с большими контурами, захватывающими большое число трапеций градусной сетки, и поэтому указанный выше способ определения площадей для карт крупного масштаба отпадает или настолько осложняется, что не будет принят при использовании карты широким кругом лиц и при получении общих подсчетов; с другой стороны, значительность уклонений масштаба площадей от единицы на краях карты, построенной в конформной проекции, поведет к недопустимым ошибкам в площадях, если карту геометрически будут использовать как план.

Наконец, правильное соотношение между различными частями карты соблюдается именно в проекции эквивалентной.

Указанные соображения приводят к заключению, что если только эквивалентная проекция не приводит к резко заметным для глаза угловым искажениям, то она должна быть предпочтена проекции конформной того же рода при построении карты большой страны, исполняемой в довольно мелком масштабе. Практически можно пойти на некоторое нарушение эквивалентности за счет уменьшения угловых искажений. Поэтому можно сказать, что близкая к эквивалентной проекция с возможно малыми угловыми искажениями является наиболее приемлемой при построении карты большой страны в масштабах, меньших, чем 1 : 1 000 000.

Что касается выбора рода проекции, то здесь нужно принять во внимание: географическое положение страны; протяжение ее по широте и долготе; вид граничного контура страны; направление растянутости страны; специальные задания относительно использования карты.

\* При изменении азимута измеряемого отрезка от 0 до 90°, относительная ошибка его длины будет колебаться в эквивалентной проекции от нуля до размера  $v$  уклонения наибольшего в данной точке масштаба от главного, в проекции же конформной ошибка будет для всех азимутов равна  $v$ .

Переходя теперь к выбору проекции для карты Европейской и Азиатской России в масштабах 1 : 4 000 000 и 1 : 10 000 000 приходится, конечно, отметить значительную растянутость нашей территории по долготе, а также и то, что северная и южная параллели имеют широты 75° и 35°.

Отсюда вытекает, что наилучшей будет близкая к эквивалентной коническая проекция. Попытки выбора такой проекции начались с рассмотрения эквивалентной конической проекций, которую я поэтому и привожу в следующем параграфе.

## § 2. Коническая эквивалентная проекция с одинаковыми отклонениями частных масштабов от главного на краях и на середине карты

Будем применять следующие обозначения:

$\varphi_1$  — широта северной параллели карты;

$\varphi_2$  — широта южной параллели карты;

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \Theta;$$

$\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \varphi_0$  — широта средней параллели карты;

$\delta$  — угол между двумя меридианами карты, имеющими разность долгот  $\lambda$ ;

$\varphi$  — текущая широта;

$\rho$  — радиус параллели на карте, выраженный в единицах земного радиуса и соответствующий широте  $\varphi$ ;

$n$  — масштаб по параллели;

$m$  — масштаб по меридиану;

$2\omega$  — наибольшее угловое искажение;

$\alpha$  — постоянное конической проекции, входящее в формулу

$$\delta = \alpha\lambda; \quad (2)$$

$\rho_1, n_1$  — радиус параллели и масштаб по параллели при широте  $\varphi_1$ ;

$\rho_2, n_2$  — радиус параллели и масштаб по параллели при широте  $\varphi_2$ ;

$\rho_0, n_0$  — радиус параллели и масштаб по параллели при широте  $\varphi_0$ .

Масштабы  $n_1, n_2$  и  $n_0$  определяются, как во всякой конической проекции, по формулам:

$$n_1 = \frac{\alpha\rho_1}{\cos \varphi_1};$$

$$n_0 = \frac{\alpha\rho_0}{\cos \varphi_0};$$

$$n_2 = \frac{\alpha\rho_2}{\cos \varphi_2}.$$

Назовем через  $E$  абсолютную величину отклонения масштабов  $n_1$  и  $n_2$  от единицы; из условия проекции пишем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\alpha \rho_1}{\cos \varphi_1} &= 1 + E \\ \frac{\alpha \rho_0}{\cos \varphi_0} &= 1 - E \\ \frac{\alpha \rho_2}{\cos \varphi_2} &= 1 + E \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Из уравнений (3) легко находим

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}. \quad (4)$$

Условие равенства боковой поверхности конуса между его параллелями  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  площади сферической зоны между соответственными параллелями земного шара дает

$$(\rho_2 - \rho_1)(\rho_1 + \rho_2) = \frac{4}{\alpha} \sin \Theta \cos \varphi_0. \quad (5)$$

Переходя от (4) к уравнению

$$\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = - \operatorname{tg} \Theta \operatorname{tg} \varphi_0. \quad (6)$$

и решая (5) и (6), легко находим

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} \\ \rho_2 &= \frac{\cos \varphi_2}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Для определения радиуса  $\rho$  произвольной параллели, используем условие равенства поверхностей зон на конусе и на шаре между параллелями с широтами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Именно имеем:

$$\left. \begin{aligned} \alpha (\rho - \rho_1) \frac{\rho + \rho_1}{2} &= \sin \varphi_1 - \sin \varphi \\ \rho^2 &= \rho_1^2 + \frac{2(\sin \varphi_1 - \sin \varphi)}{\alpha} \\ \rho &= \sqrt{\rho_1^2 + \frac{4 \sin \frac{\varphi_1 - \varphi}{2} \cos \frac{\varphi_1 + \varphi}{2}}{\alpha}} \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Подставляя величины  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  и  $\rho_0$ , вычисленные согласно (7) и (8) в уравнение (3), получаем возможным определить постоянное проекции  $\alpha$ . Именно имеем

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} &= 1 + E \\ \frac{1/\alpha}{\cos \varphi_0} \sqrt{\frac{\cos^2 \varphi_1}{\cos \Theta \sin \varphi_0} + 2(\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0)} &= 1 - E \\ \frac{\sqrt{\alpha}}{\cos \varphi_0} \sqrt{\frac{\cos^2 \varphi_2}{\cos \Theta \sin \varphi_0} + 2(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_0)} &= 1 - E \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Последнее из уравнений (9) получилось при помощи вычисления радиуса  $\rho_0$  по  $\rho_2$ .

Складывая поочередно второе и третье из уравнений (9) с первым, находим

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} \left\{ 1 + \sec \varphi_0 \sqrt{\cos^2 \varphi_1 + 2 \cos \Theta \sin \varphi_0 (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0)} \right\} &= 2 \\ \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} \left\{ 1 + \sec \varphi_0 \sqrt{\cos^2 \varphi_2 + 2 \cos \Theta \sin \varphi_0 (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)} \right\} &= 2 \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

Обозначим:

$$\begin{aligned} \cos^2 \varphi_1 + 2 \cos \Theta \sin \varphi_0 (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_0) &= \cos^2 \varphi_1 + (\sin \varphi_2 + \sin \varphi_1) (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0) = x \\ \cos^2 \varphi_2 + (\sin \varphi_2 + \sin \varphi_1) (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_0) &= x. \end{aligned}$$

Складывая два последних уравнения, получаем:

$$\begin{aligned} \cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 + \sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 - 2 \sin \varphi_0 (\sin \varphi_2 + \sin \varphi_1) + 2 \sin \varphi_2 \sin \varphi_1 &= 2x; \\ x &= 1 + \sin \varphi_2 \sin \varphi_1 - \sin \varphi_0 (\sin \varphi_2 + \sin \varphi_1); \\ x &= 1 + \sin \varphi_2 \sin \varphi_1 - 2 \sin^2 \varphi_0 \cos \Theta. \end{aligned}$$

Так как:

$$\sin \varphi_2 = \sin \varphi_0 \cos \Theta - \cos \varphi_0 \sin \Theta;$$

$$\sin \varphi_1 = \sin \varphi_0 \cos \Theta + \cos \varphi_0 \sin \Theta,$$

то:

$$\sin \varphi_2 \sin \varphi_1 = \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \Theta - \cos^2 \varphi_0 \sin^2 \Theta = \sin^2 \varphi_0 - \sin^2 \Theta;$$

$$x = 1 + \sin^2 \varphi_0 - \sin^2 \Theta - 2 \sin^2 \varphi_0 \cos \Theta = \cos^2 \Theta + \sin^2 \varphi_0 - 2 \sin^2 \varphi_0 \cos \Theta;$$

$$x = \cos^2 \Theta \cos^2 \varphi_0 + \cos^2 \Theta \sin^2 \varphi_0 + \sin^2 \varphi_0 - 2 \sin^2 \varphi_0 \cos \Theta;$$

$$x = \cos^2 \Theta \cos^2 \varphi_0 + \sin^2 \varphi_0 (1 - \cos \Theta)^2;$$

$$x = \cos^2 \Theta \cos^2 \varphi_0 + 4 \sin^4 \frac{\Theta}{2} \sin^2 \varphi_0.$$

Подставляя это значение  $x$  в (10), находим:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} \left\{ 1 + \sec \varphi_0 \sqrt{\cos^2 \Theta \cos^2 \varphi_0 + 4 \sin^4 \frac{\Theta}{2} \sin^2 \varphi_0} \right\} &= 2 \\ \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} \left\{ 1 + \cos \Theta \sqrt{1 + 4 \frac{\sin^4 \frac{\Theta}{2}}{\cos^2 \Theta} \operatorname{tg}^2 \varphi_0} \right\} &= 2. \end{aligned}$$

Или окончательно

$$x = \frac{4 \cos \Theta \sin \varphi_0}{\left\{ 1 + \cos \Theta \sqrt{1 + 4 \frac{\sin^4 \frac{\Theta}{2}}{\cos^2 \Theta} \operatorname{tg}^2 \varphi_0} \right\}}. \quad (11)$$

Итак формулы проекции будут такие

$$\delta = \alpha \lambda$$

$$\rho_1 = \sqrt{\frac{\cos \varphi_1}{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}}$$

$$\rho_2 = \sqrt{\frac{\cos \varphi_2}{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}}$$

$$\varphi = \sqrt{\rho_1^2 + \frac{4 \sin \frac{\varphi_1 - \varphi}{2} \cos \frac{\varphi_1 + \varphi}{2}}{\alpha}}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_2^2 - \frac{4 \sin \frac{\varphi - \varphi_2}{2} \cos \frac{\varphi_2 + \varphi}{2}}{\alpha}}$$

$$\alpha = \frac{4 \cos \Theta \sin \varphi_0}{\left\{ 1 + \cos \Theta \sqrt{1 + 4 \frac{\sin^4 \frac{\Theta}{2}}{\cos^2 \Theta} \operatorname{tg}^2 \varphi_0} \right\}^2}$$

$$n = \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi}; \quad m = \frac{\cos \varphi}{\alpha \rho}; \quad mn = 1$$

Эта проекция рассматривается в «Картографии» В. В. Витковского. К сожалению, при выводе  $\alpha$  профессор Витковский исходит из неверного положения, что  $\rho_0 = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$  и поэтому получает и неверную формулу для  $\alpha$ . Только что приведенный вывод  $\alpha$  принадлежит мне, и поэтому я и привожу в настоящей статье полностью вывод проекции. Вычисления этой проекции привели к результатам, помещаемым вслед за ним в табл. 1.

Таблица 1

Значение масштабов  $m$  по меридианам

Широты	Значение $\varphi_1$ и $\varphi_2$	$\varphi_1 = 68^\circ$	$\varphi_1 = 70^\circ$	$\varphi_1 = 72^\circ$	$\varphi_1 = 74^\circ$
		$\varphi_2 = 42^\circ$	$\varphi_2 = 40^\circ$	$\varphi_2 = 40^\circ$	$\varphi_2 = 40^\circ$
75°		0,913	0,927	0,948	0,969
74		—	—	—	0,979
72		—	—	0,981	—
70		—	0,984	—	1,007
68		0,988	—	—	—
57		—	—	—	1,022
56		—	—	1,019	—
55		1,013	1,016	—	—
50		—	1,010	—	1,009
45		—	1,001	—	0,996
42		0,988	—	—	—
40		—	0,984	0,981	0,979
35		0,964	0,966	0,963	0,960

Числа этой таблицы, во-первых, указывают на чрезвычайно быстрый рост искажений для северной части карты при уменьшении  $\varphi_1$ ; во-вторых, на то, что выгоднейшими значениями  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  являются:

$$\varphi_1 = 74^\circ;$$

$$\varphi_2 = 40^\circ.$$

Как видно, линейные искажения в пределах всей карты при этих значениях  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  настолько малы, что не оставляют желать лучшего. Однако, в наиболее важной зоне между  $57$  и  $46^\circ$  искажения достигают слишком  $2\%$ , и эта зона изображается с совершенно одинаковыми по размерам искажениями, и как и мало интересная (относительно) зона между  $57$  и  $68^\circ$ ; кроме того, угловые искажения, имеющие наибольшую величину  $1^\circ,3$  в центральной части и  $4^\circ,5$  на краях карты, должны быть признаны подлежащими возможному уменьшению. Желание иметь в наиболее важной зоне между  $57$  и  $45^\circ$  искажения меньших размеров, чем в более северных зонах, а также уменьшить угловые искажения, побудило искать другую проекцию, близкую к эквивалентной. При  $\varphi_1 = 74^\circ$  и  $\varphi_2 = 40^\circ$  рассмотренная проекция была вычислена под моим руководством инженер-геодезистом А. Я. Ланчиковым; полученные при этом величины  $\rho$  приводятся в приложениях к настоящей статье.

### § 3. Равнопромежуточная коническая проекция, сохраняющая поверхность некоторого пояса и дающая равные отклонения частных масштабов по параллелям от главного на краях и середине карты

Называя через  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  широты ограничивающих этот пояс параллелей и сохраняя все прежние обозначения, очевидно можем применить уравнение (7) для вычисления  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , если потребуем, чтобы отклонения масштабов по параллелям с широтами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  от главного масштаба были бы равны отклонению масштаба  $n_0$  по средней параллели с широтой  $\varphi_0$ . Но тогда

$$\rho_2 - \rho_1 = 2 \sin \Theta \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}}$$

и поэтому в равнопромежуточной проекции формула для  $\rho$  будет такая:

$$\rho = \rho_1 + \frac{\rho_2 - \rho_1}{2\Theta} (\varphi_1 - \varphi);$$

$$\rho = \rho_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}} (\varphi_1 - \varphi). \quad (13)$$

Масштаб  $m$  по меридианам будет равен

$$m = - \frac{d\rho}{d\varphi} = \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}}. \quad (14)$$

Наконец для определения  $\alpha$  будем иметь уравнения (3), которые перепишутся так:

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} = 1 + E;$$

$$\frac{\alpha \rho_0}{\cos \varphi_0} = \frac{\alpha}{\cos \varphi_0} \left[ \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} + \sin \Theta \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \varphi}} \right] = 1 - E.$$

Или:

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} = 1 + E;$$

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} \frac{\cos \varphi_1 + \sin \Theta \sin \varphi_0}{\cos \varphi_0} = 1 - E = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\sin \varphi_0}} \sqrt{\frac{\cos \Theta}{\cos \varphi}}.$$

Откуда:

$$\sqrt{\alpha} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} + \frac{\sqrt{\cos \Theta}}{\sqrt{\sin \varphi_0}} \right\} = 2;$$

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} \left\{ 1 + \cos \Theta \right\} = 2;$$

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} 2 \cos^2 \frac{\Theta}{2} = 2;$$

$$\alpha = \sin \varphi_0 \cos \Theta \sec^4 \frac{\Theta}{2}. \quad (15)$$

Собирая в одно все формулы этой проекции, получаем такую сводку

$$\alpha = \sin \varphi_0 \cos \Theta \sec^4 \frac{\Theta}{2}$$

$$\rho_1 = \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} \quad \rho_2 = \frac{\cos \varphi_2}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}}$$

$$\rho = \rho_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}} (\varphi_1 - \varphi) = \rho_2 - \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}} (\varphi - \varphi_2). \quad (16)$$

$$\delta = \alpha \lambda$$

$$m = \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}}$$

$$n = \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi}$$

Вычисление формул (16) приводит к следующим результатам, приводимым в табл. 2.

Числа в табл. 2 указывают, что для изображения всей Европейской и Азиатской России выгоднее всего взять  $\varphi_1 = 74^\circ$  и  $\varphi_2 = 40^\circ$ ; далее видно, что искажения по параллелям в этой равнопромежуточной проекции почти в точности равны искажениям на тех же параллелях в рассмотренной в § 1 эквивалентной проекции [при сравнении нужно лишь помнить, что в эквивалентной проекции  $n = \frac{1}{m}$  или практически  $n = 1 + (1 - m)$ ].

Таблица 2

Значение масштабов  $n$  по параллелям

Широты	Значения $\varphi_1$ , $\varphi_2$ и $m$	$\varphi_1 = 70^\circ$	$\varphi_1 = 72^\circ$	$\varphi_1 = 74^\circ$	$\varphi_1 = 68^\circ$
		$\varphi_2 = 40^\circ$	$m = 1,006$	$\varphi_2 = 40^\circ$	$m = 1,007$
75°		1,066	1,049	1,032	—
70		1,017	1,006	0,996	1,025
65		0,993	0,987	0,981	1,000
60		0,984	0,980	0,977	0,989
55		0,983	0,981	0,980	0,987
50		0,989	0,988	0,989	0,995
45		1,000	1,001	1,003	1,004
40		1,017	1,020	1,022	1,010
35		1,039	1,043	1,046	—

Таким образом, в этой новой проекции параллели изображаются с теми же искажениями их длин, как и предыдущей эквивалентной; меридианы же имеют постоянное искажение в 0,8%. Площади в пределах зоны от 73 до 43° искажаются максимально на 1,5% и наибольшее угловое искажение будет иметь крайнее значение 1°50'!

Так как заметные искажения площадей будут приходиться, во-первых, на полуостров Таймыр, совершенно еще не обследованный в топографическом отношении, и во-вторых, на малый по размерам и так же мало обследованный выступ наших владений к Памиру, то очевидно должно признать рассматриваемую проекцию достаточно близкою к эквивалентной. Поэтому я полагаю, что проекция, представляемая формулами (16) — наилучшая для построения карт Европейской и Азиатской России в масштабах более мелких, чем 1 : 1 000 000.

Приходится однако остановить внимание на том, что хотя зона между 55 и 45° широты изображается вообще лучше, чем всякая иная десятиградусная зона, но все-таки и здесь встречаются искажения длин в 2%. Это обстоятельство побудило меня искать равнопромежуточную проекцию, сохраняющую поверхность некоторой зоны, но наилучше приспособленную к изображению страны с данным граничным контуром.

Заканчивая § 3, обращаю внимание на последний, самый правый столбец табл. 2, предназначенный для изображения Европейской России. Этот столбец показывает, что искажения длин не превзойдут 1%, а искажения площадей для зоны между 67 и 43° широты не превзойдут 0,8%. Отсюда можно сделать заключение о возможности широкого применения только что рассмотренной проекции.

#### § 4. Равнопромежуточная коническая проекция, сохраняющая поверхность некоторого пояса и наилучше приспособленная к изображению данной страны

Из предыдущего параграфа видно, что в рассматриваемой проекции искажения по меридианам вообще малы по сравнению с искажениями по параллелям. Поэтому требование наилучшего приспособления про-

екции к изображению данной страны может быть выражено так: сума квадратов искажений по параллелям должна быть наименьшую.

Из условия сохранения поверхности зоны между параллелями с широтами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  и условия равенства масштабов  $n$  на этих широтах, мы как и в § 2 и 3 для радиусов  $\rho_1$  и  $\rho_2$  этих параллелей будем иметь:

$$\rho_1 = \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}};$$

$$\rho_2 = \frac{\cos \varphi_2}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}}.$$

Из условия равнопромежуточности так же, как и в § 3, напишем

$$\rho = \rho_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}} (\varphi_1 - \varphi).$$

Наконец, для масштабов  $n$  и  $m$  будут служить прежние формулы (14) и (16):

$$m = \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}},$$

$$n = \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi}.$$

Называя через  $p$  протяжение параллели с широтой  $\varphi$  от западной до восточной границы страны и через  $v = n - 1 = \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} - 1$ , поставленное выше условие минимума суммы квадратов уклонений длин параллелей представим в виде:

$$w = \Sigma p \left( \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} - 1 \right)^2 = \Sigma p v^2,$$

$$\frac{\partial w}{\partial \alpha} = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial \varphi_1} = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial \Theta} = 0. \quad (17)$$

Из уравнений (17) мы должны найти те значения  $\alpha$ ,  $\varphi_1$  и  $\Theta$ , при которых сумма квадратов искажений  $v$  длин по параллелям, распространенная на всю площадь страны, будет наименьшую. Однако, в дальнейшем мы полагали, что  $\Theta$  или наперед задано, или достаточно установлено из предварительных попыток, сделанных из вычислений проекций хотя бы по формулам (16). Поэтому, задачу отыскания наивыгоднейшей проекции я ограничил лишь отысканием  $\alpha$  и  $\varphi_1$  из уравнений:

$$\frac{\partial w}{\partial \alpha} = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial \varphi_1} = 0.$$

Будем находить первое из этих уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial \alpha} = 2 \Sigma p \left( \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} - 1 \right) \left\{ \frac{\rho}{\cos \varphi} - \frac{\alpha}{\cos \varphi} \left[ -\frac{1}{2\alpha} \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} \frac{\sin \Theta}{\Theta \alpha} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}} (\varphi_1 - \varphi) \right] \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial \alpha} = & 2 \Sigma p \left( \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} - 1 \right) \left\{ \frac{\rho}{\cos \varphi} + \frac{1}{2 \cos \varphi} \left| \sqrt{\frac{\cos \varphi_1}{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}} (\varphi_1 - \varphi) \right| \right\}; \\ \Sigma p \left( \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} - 1 \right) \left\{ \frac{\rho}{\cos \varphi} - \frac{\rho}{2 \cos \varphi} \right\} = & 0; \\ \Sigma \frac{p}{\cos \varphi} \cdot v \cdot \rho = & 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Это и есть первое из нужных нам уравнений.

Далее пишем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial \varphi_1} = & 2 \Sigma p \left( \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} - 1 \right) \frac{\alpha}{\cos \varphi} \frac{d\rho}{d\varphi_1} = 0; \\ \Sigma \frac{p}{\cos \varphi} \cdot v \cdot \frac{d\rho}{d\varphi_1} = & 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Для того, чтобы использовать уравнение (19) необходимо дать  $\frac{d\rho}{d\varphi_1}$ .  
Имеем:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{d\varphi_1} = & \frac{1}{V \alpha} \left\{ \frac{-\sin \varphi_1}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} - \frac{1}{2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_0}{\sqrt{\cos \Theta \sin^3 \varphi_0}} + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\cos \Theta}} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{\sin \Theta}{\Theta} \frac{\cos \varphi_0}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} (\varphi_1 - \varphi) \right\}; \\ \frac{d\rho}{d\varphi_1} = & \frac{1}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} \left\{ -\sin \varphi_1 - \frac{1}{2} \cos \varphi_1 \cotg \varphi_0 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{\sin \Theta}{\Theta} \cdot \cos \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

Обозначая:

$$-\sin \varphi_1 - \frac{1}{2} \cos \varphi_1 \cotg \varphi_0 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 = II;$$

$$\frac{1}{2} \frac{\sin \Theta}{\Theta} \cos \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) = M$$

и отбрасывая в (19) постоянный множитель  $\frac{1}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}}$ , перепишем второе уравнение так:

$$\Sigma \frac{p}{\cos \varphi} v [M + II] = 0. \quad (21)$$

Из решения уравнений (18) и (21) должны найти  $\alpha$  и  $\varphi_1$ .

Таким образом, формулы этой новой моей проекции будут такие:

$$\begin{aligned}
 \rho_1 &= \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} \\
 \rho_2 &= \frac{\cos \varphi_2}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} \\
 \rho &= \rho_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}} (\varphi_1 - \varphi) \\
 - \sin \varphi_1 - \frac{1}{2} \cos \varphi_1 \operatorname{ctg} \varphi_0 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 &= II \\
 \frac{1}{2} \frac{\sin \Theta}{\Theta} \cos \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) &= M \\
 n = \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} & \quad v = \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} - 1 \\
 \Sigma \frac{p}{\cos \varphi} v \rho &= 0 \\
 \Sigma \frac{p}{\cos \varphi} v [M + II] &= 0 \\
 m = \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}}. &
 \end{aligned} \tag{22}$$

Центр тяжести вычисления проекции переносится на решение уравнений (18) и (19) для определения  $\alpha$  и  $\varphi_1$ .

### § 5. Решение уравнений для определения $\alpha$ и $\varphi_1$ в проекции профессора Красовского и описание числового решения этих уравнений

Подставляя в уравнение

$$\Sigma \frac{p}{\cos \varphi} v \rho = 0$$

вместо

$$\rho = \frac{\cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi)}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}}$$

и вместо

$$v = \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} - 1 = \frac{\alpha \rho - \cos \varphi}{\cos \varphi},$$

найдем

$$\Sigma = \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} v \rho = \Sigma \frac{p \alpha \rho^2}{\cos^2 \varphi} - \Sigma \frac{p \rho}{\cos \varphi};$$

$$\Sigma \frac{p}{\cos \varphi} v \rho = \Sigma \frac{p [\cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi)]^2}{\cos^2 \varphi \cos \Theta \sin \varphi_0} -$$

$$- \Sigma \frac{p [\cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi)]}{\cos \varphi \sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}};$$

или:

$$\frac{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}}{\sqrt{\alpha}} \Sigma \frac{p}{\cos \varphi} \left[ \cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) \right] =$$

$$= \Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} \left[ \cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) \right]^2. \quad (23)$$

Аналогично преобразовываем уравнение

$$\Sigma \frac{p}{\cos \varphi} v [M + II] = 0.$$

Именно:

$$\Sigma \frac{p \alpha \rho}{\cos \varphi \cos \varphi} [M + II] - \Sigma \frac{p}{\cos \varphi} [M + II] = 0;$$

$$\Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}} \left[ \cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} + \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) \right] [M + II] =$$

$$= \Sigma \frac{p}{\cos \varphi} [M + II]. \quad (24)$$

$$\frac{\sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0}}{\sqrt{\alpha}} \Sigma \frac{p}{\cos \varphi} [M + II] =$$

$$= \Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} \left[ \cos^2 \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) \right]. \quad (24)$$

Разделив (23) на (24), находим

$$\frac{\Sigma \frac{p}{\cos \varphi} \left[ \cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) \right]}{\Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} (M + II)} =$$

$$= \frac{\Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} \left[ \cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) \right]^2}{\Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} \left[ \cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) \right] [M + II]}. \quad (25)$$

Уравнение (25) решает вопрос о нахождении  $\varphi_1$  — конечно путем последовательных приближений. После нахождения  $\varphi_1$  из (25), остается найти  $\alpha$  из (23) по формуле

$$\sqrt{\alpha} = \sqrt{\cos \Theta \sin \varphi_0} \frac{\Sigma \frac{p}{\cos \varphi} \left[ \cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) \right]}{\Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} \left[ \cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) \right]^2}. \quad (26)$$

Уравнения (25) и (26) указывают как будто бы наиболее прямой путь нахождения  $\alpha$  и  $\varphi_1$ . Однако, произведенные мною вычисления показали, что  $\varphi_1$  определяется из (25) грубо — это уравнение мало чувствительно к переменам  $\varphi_1$ ; с другой стороны, малая ошибка в  $\varphi_1$  при определении  $\alpha$  из (26) оказывается весьма заметно. Поэтому уравнения (25) и (26) были использованы лишь для нахождения первых приближений для  $\varphi_1$  и  $\alpha$ . Дальнейшие же приближения для  $\varphi_1$  и  $\alpha$  находились следующим образом.

Назовем через  $\alpha_0$  и  $\varphi_1$  приближенные значения  $\alpha$  и  $\varphi_1$ ; пусть истинное значение  $\varphi_1$  есть  $\psi$ .

Таким образом:

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha;$$

$$\psi = \varphi_1 + \Delta\varphi.$$

Раскладывая в Тейлоров ряд уравнения (18) и (19) и удерживая лишь первые степени  $\Delta\alpha$  и  $\Delta\varphi_1$ , найдем:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \frac{p}{\cos \varphi} v\rho + \Delta\alpha \left\{ \Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} \left( \rho^2 + 2\alpha_0 \rho \frac{d\rho}{d\alpha} - \frac{d\rho}{d\alpha} \cos \varphi \right) \right\} + \\ + \Delta\varphi_1 \Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} (2\alpha_0 \rho - \cos \varphi) \frac{d\rho}{d\varphi_1} = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (27)$$

Но

$$\frac{d\rho}{d\alpha} = \frac{-\frac{1}{2} \cos \varphi_1}{\alpha \sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} - \frac{1}{2\Theta} (\varphi_1 - \varphi) \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha^3 \cos \Theta}} = -\frac{\rho}{2\alpha}.$$

Поэтому уравнение (27) перепишется так:

$$\Sigma \frac{p}{\cos \varphi} v\rho + \frac{\Delta\alpha}{2\alpha_0} \Sigma \frac{p\rho}{\cos \varphi} + \Delta\varphi_1 \Sigma \frac{p}{\cos \varphi} (2v + 1) \frac{d\rho}{d\varphi_1} = 0. \quad (28)$$

Таким же образом преобразуем уравнение (19):

$$\begin{aligned} \Sigma \frac{p}{\cos \varphi} v \frac{d\rho}{d\varphi_1} + \Delta\alpha \Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} \left[ \rho \frac{d\rho}{d\varphi_1} - \frac{1}{2} \rho \frac{d\rho}{d\varphi_1} - (\alpha_0 \rho - \cos \varphi) \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{d\rho}{d\varphi_1} \right) \right] + \\ + \Delta\varphi_1 \Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} \left[ \alpha_0 \left( \frac{d\rho}{d\varphi_1} \right)^2 + (\alpha_0 \rho - \cos \varphi) \frac{d^2 \rho}{d\varphi_1^2} \right] = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Но из формулы (20) ясно, что

$$\frac{d}{d\alpha} \frac{d\rho}{d\varphi_1} = -\frac{1}{2\alpha} \frac{d\xi}{d\varphi_1}.$$

Поэтому уравнение (29) перепишется так:

$$\begin{aligned} \Sigma \frac{p}{\cos \varphi} v \frac{d\rho}{d\varphi_1} + \Delta\alpha \Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} \left[ \rho \frac{d\rho}{d\varphi_1} - \rho \frac{d\rho}{d\varphi_1} + \frac{\cos \varphi}{2\alpha_0} \frac{d\rho}{d\varphi_1} \right] + \\ + \Delta\varphi_1 \Sigma \frac{p}{\cos^2 \varphi} \left[ \alpha_0 \left( \frac{d\rho}{d\varphi_1} \right)^2 + (\alpha_0 \rho - \cos \varphi) \frac{d^2 \rho}{d\varphi_1^2} \right] = 0. \end{aligned}$$

Или окончательно:

$$\sum \frac{p}{\cos \varphi} \cdot v \frac{d\rho}{d\varphi_1} + \frac{\Delta\alpha}{2\alpha_0} \sum \frac{p}{\cos \varphi} \frac{d\rho}{d\varphi_1} + \\ + \Delta\varphi_1 \sum \frac{p}{\cos^2 \varphi} \left[ \alpha_0 \left( \frac{d\rho}{d\varphi_1} \right)^2 + (\alpha_0 \rho - \cos \varphi) \frac{d^2 \rho}{d\varphi_1^2} \right] = 0. \quad (30)$$

Осталось лишь вывести формулу для  $\frac{d^2 \rho}{d\varphi_1^2}$ .

Имеем:

$$\frac{d^2 \rho}{d\varphi_1^2} = \frac{-\cos \varphi_1 + \frac{1}{2} \sin \varphi_1 \operatorname{cotg} \varphi_0 + \frac{1}{2} \cos \varphi_1 \operatorname{cosec}^2 \varphi_0 + \frac{3 \sin \Theta}{2\Theta} \cos \varphi_0}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi}} - \\ - \frac{\sin \Theta (\varphi_1 - \varphi) \sin \varphi_0}{2\Theta \sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} - \frac{1}{2d\varphi_1} \operatorname{cotg} \varphi_0. \quad (31)$$

Формулами (28), (30) и (31) исчерпывается поставленный вопрос о разложении уравнений (18) и (19) в Тейлоровы ряды.

Итак, ход числового решения для отыскания  $\alpha$  и  $\varphi_1$  был принят следующий. Задавшись двумя значениями  $\varphi_1$ , для каждого из них вычисляем левую и правую части уравнения (25). По неравенству этих частей намечаем приближенное значение  $\varphi_1$ , с которым вновь просчитываем уравнение (25). Сообразив после этого следующее значение  $\varphi_1$ , определяем соответствующее ему  $\alpha_0$  из уравнения (26). Затем с этими величинами  $\varphi_1$  и  $\alpha_0$  вычисляем проекцию по формулам (22), и получаем попутно свободные члены уравнений (28) и (30) и коэффициенты

$$\sum \frac{p}{\cos \varphi} \rho \text{ и } \sum \frac{p d\rho}{\cos \varphi d\varphi_1}.$$

Коэффициент  $\sum \frac{pd\rho}{\cos \varphi d\varphi_1} (2v+1)$  при  $\Delta\varphi_1$  в (28) легко подсчитывается и остается лишь довольно сложное вычисление коэффициента при  $\Delta\varphi_1$  в уравнении (30). Решая теперь уравнения (28) и (30), находим  $\Delta\alpha$  и  $\Delta\varphi_1$ , а по ним

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 + \Delta\alpha; \\ \psi &= \varphi_1 + \Delta\varphi_1. \end{aligned}$$

После этого вновь вычисляем проекцию по формулам (22) и вследствие ничтожности получаемых теперь значений свободных членов в уравнениях (28) и (30) находим — если это будет нужно — поправочки к  $\alpha$  и  $\psi$  с прежними значениями коэффициентов при  $\Delta\alpha$  и  $\Delta\varphi_1$  в этих уравнениях.

Описанный выше ход вычисления был первоначально применен мною для подразделения Европейской и Азиатской России на зоны через  $4^\circ$  по широте. Протяжение или «веса»  $p$  зон были приняты следующие (табл. 3).

Таблица 3

Средняя широта зоны	Вес зоны
74°	1,0
70	4,0
66	5,8
62	6,5
58	6,6
54	7,0
50	6,0
46	4,0
42	3,0
38	1,5

Приняв теперь  $\varphi_1 = 73^\circ$ , было рассчитано уравнение (25), причем для левой и правой его частей получились соответственно значения: 2,9105 и 2,9093. Затем, приняв  $\varphi_1 = 72^\circ 55'$ , вновь было вычислено это уравнение, и для его левой и правой части получились соответственно значения 2,8872 и 2,9115. Отсюда было выведено, что  $\psi = 72^\circ 59' 46''$  и из решения уравнения (26):  $\lg \alpha = 9.927862$ .

С этими значениями  $\varphi_1$  и  $\alpha_2$  была вычислена проекция по формулам (22) и затем составлены уравнения (28) и (30):

$$-0,000301 + \frac{\Delta\alpha}{\alpha_0} \cdot 26,953 - 18,462 \Delta\varphi_1 = 0; \quad (28)$$

$$-0,00655 - \frac{\Delta\alpha}{\alpha_0} \cdot 9,206 + 8,0336 \Delta\varphi_1 = 0. \quad (30)$$

Решение этих уравнений дало:

$$\Delta\varphi_1 = + 12' 55'';$$

$$\Delta\alpha = + 0,002172;$$

$$\lg \alpha = 9.928972;$$

$$\varphi = 73^\circ 12' 41''.$$

Неожиданно большие значения  $\Delta\varphi_1$  и  $\Delta\alpha$  нужно приписать неверному определению  $\varphi_1$  из (25); при малой чувствительности этого уравнения к переменкам в  $\varphi_1$  малая ошибка вычислений повела к заметной ошибке в  $\varphi_1$ .

С указанными значениями  $\varphi_1 = 73^\circ 12' 41''$  и  $\lg \alpha = 9.928972$  вновь была рассчитана проекция, причем уравнения (28) и (30) представились так:

$$+ 0,000330 + 26,96 \frac{\Delta\alpha}{\alpha_0} - 18,46 \Delta\varphi_1 = 0;$$

$$- 0,000110 - 9,21 \frac{\Delta\alpha}{\alpha_0} + 8,03 \Delta\varphi_1 = 0,$$

откуда имеем:

$$\Delta\varphi_1 = - 0'',3;$$

$$\Delta\alpha = - 0,000011.$$

Следовательно, окончательно получаем:

$$\varphi_1 = 73^{\circ}12'41'';$$

$$\lg \alpha = 0.928967.$$

С этими последними значениями  $\varphi_1$  и  $\alpha$  проекция вычислена окончательно, причем свободные члены уравнений (28) и (30) оказались следующие:

$$\sum \frac{p}{\cos \varphi} \cdot v\rho = +0,000031;$$

$$\sum \frac{p}{\cos \varphi} v \cdot \frac{d\rho}{d\varphi_1} = -0,000004.$$

Эти малые певязки утверждают ненужность дальнейших приближений.

В табл. 4 приведены все результаты, характеризующие проекцию Ф. Н. Красовского.

Таблица 4

Сфери-ческие широты	Радиусы параллелей в единицах земного радиуса	Масшта-бы по параллел-лям	Масштаб площадей	Наибольшее угловое искажение	Постоянные величины
74°	0,337882	1,0409	1,0378	2°26'20"	$\varphi_1 = 73^{\circ}12'41''$
70	0,407485	1,0116	1,0086	0 54 08	
66	0,477084	0,9960	0,993	0 3 40	$m = 0,9969$
62	0,546682	0,9888	0,986	0 28 10	
58	0,616281	0,9875	0,985	0 34 40	$\lg \alpha = 0.928967$
54	0,685879	0,9908	0,988	0 17 40	приращение $\rho$ на
50	0,755478	0,9980	0,995	0 3 25	1 градус широты
46	0,825076	1,0085	1,005	0 37 30	0,0173996
42	0,894675	1,0222	1,019	1 24 40	
38	0,964273	1,0309	1,027	1 54 36	

Из табл. 4 ясно видны преимущества моей проекции: весь огромный пояс между 70° и 46° широты изображается с ничтожными искажениями и в длинах, и в площадях, и в углах; искажения на краях карты между 70°—72° и 46°—40° также еще очень невелики. Полагаю, что эту проекцию надлежит применять для карт Европейской России, для карт Европы и вообще везде там, где применяются конические проекции: труд в четыре—пять дней на расчет постоянных  $\alpha$  и  $\varphi_1$  не может, конечно, остановить применение проекции при солидной постановке картографического издательства. Имея в виду применение проекции для карт более крупного масштаба, было предпринято вычисление постоянных  $\alpha$  и  $\varphi_1$ , разделяя Россию на зоны через 2° широты и, следовательно, применяя иную таблицу весов  $\rho$ . Здесь за первые приближения для  $\alpha$  и  $\varphi_1$  были взяты указанные ранее окончательные их значения для разграничения на зоны через 4°, т. е.

$$\varphi_1 = 73^{\circ}12'41'';$$

$$\lg \alpha = 9.928967.$$

Первое вычисление уравнений (28) и (30) доставило однако большие поправки  $\Delta\alpha$  и  $\Delta\varphi_1$  — здесь выявились большая чувствительность проекции к распределению весов.

Именно вторые значения  $\alpha$  и  $\varphi_1$  были получены такие:

$$\lg \alpha_0 = 9.930276;$$

$$\varphi_1 = 73^{\circ}29'3''.$$

С этими вторыми значениями были вновь решены уравнения (28) и (30), и получились третьи значения:

$$\varphi_1 = 73^{\circ}28'46'';$$

$$\lg \alpha = 9.930225.$$

С этими третьими значениями проекция вновь была вычислена и было получено:

$$-0,000015 + 53,009 \frac{\Delta\alpha}{\alpha_0} - 36,27 \Delta\varphi_1 = 0;$$

$$+0,000056 - 18,126 \frac{\Delta\alpha}{\alpha_0} + 15,99 \Delta\varphi_1 = 0.$$

Отсюда уже окончательно определилось:

$$\varphi_1 = 73^{\circ}28'44'';$$

$$\alpha = 0,85156,8;$$

$$\lg \alpha = 9.93021,8.$$

В табл. 5 приводятся все величины, характеризующие проекцию.

Как видно, зона от  $70^{\circ}$  до  $46^{\circ}$  изображается с искажениями в длинах, не превышающими 1,5 %, а в углах — 32'.

Искажение же на краях карты менее, чем в наиболее совершенных конических проекциях (например, эквивалентная Цингера). Поэтому полагаю, что предлагаемая мною проекция должна получить широкое применение.

Следует еще отметить, что отдельные секунды в  $\varphi_1$  не имеют практического влияния на построение проекции. Так как проекция разработана для шара, то необходимо сперва сделать переход от земного эллипсоида к шару. Эквивалентное изображение эллипсоида на шаре получим по таким формулам:

$$R = a \left( 1 - \frac{e^2}{6} - \frac{17}{360} e^4 \right);$$

$$\varphi - \Phi = \frac{1}{\sin 1''} \left[ \frac{e^2}{2-e^2} \sin 2\varphi - \frac{e^4}{2(2-e^2)^2} \sin 4\varphi \right];$$

$$\psi = \varphi - \frac{2}{3}(\varphi - \Phi).$$

Таблица 5

Веса	Сферические широты	Радиусы параллелей в единицах земного радиуса	Масштаб по параллелям	Масштаб площадей	Наибольшее угловое искажение	Постоянные величины
0,18	77°	0,283850	1,0745	1,071	4°17'18"	Приращение $\rho$ на 1° 0,0174012
0,845	75	0,318653	1,0484	1,045	2 52 44	
1,45	73	0,353455	1,0295	1,026	1 50 16	Масштаб по меридиану $m = 0,99703$
2,83	71	0,388257	1,0155	1,011	1 03 12	
4,70	69	0,423060	1,0053	1,002	0 28 30	
6,20	67	0,457862	0,9979	0,995	0 03 06	
6,17	65	0,492665	0,9927	0,990	0 14 52	
6,65	63	0,527467	0,9894	0,986	0 26 18	
6,54	61	0,562270	0,9876	0,985	0 32 34	$\alpha = 0,851568$
6,04	59	0,597072	0,9872	0,984	0 33 58	$\lg \alpha = 9.930218$
6,74	57	0,631875	0,9880	0,985	0 31 10	$\varphi_1 = 73^{\circ}28'44''$
6,85	55	0,666677	0,9898	0,987	0 24 56	$\varphi_2 = 39^{\circ}28'44''$
7,05	53	0,701480	0,9926	0,989	0 15 12	
6,51	51	0,736282	0,9963	0,993	0 02 24	
4,88	49	0,771085	1,0009	0,998	0 13 26	
4,12	47	0,805887	1,0062	1,003	0 31 34	
3,47	45	0,840690	1,0124	1,009	0 52 42	
3,08	43	0,875492	1,0194	1,016	1 16 22	
2,55	41	0,910295	1,0271	1,024	1 42 16	
2,04	39	0,945097	1,0356	1,032	2 10 34	
0,84	37	0,979900	1,0448	1,042	2 40 58	
0,30	35	1,014702	1,0549	1,051	3 14 02	

Примечание. Веса представляют протяжение зоны в градусах, уменьшенное в 10 раз; для 35° это правило нарушено — здесь вес равен протяжению зоны, умноженному на 0,3; это сделано в целях уменьшения искажений на южном крае карты.

В этих формулах:  $R$  — радиус шара;

$a$  — большая полуось эллипсоида;

$\varphi$  — геодезическая широта;

$\Phi$  — геоцентрическая широта;

$\psi$  — сферическая широта.

Масштабы в этом эквивалентном изображении эллипсоида рассчитывают так:

$$\text{по меридиану } m = 1 + \frac{e^2}{6} \cos^2 \varphi;$$

$$\text{по параллели } n = 1 - \frac{e^2}{6} \cos^2 \varphi.$$

Приняв размеры земли по Бесселю, имеем:

$$\lg R = 6,8041592$$

$\varphi$	$\phi$
35°	34°52'48",0
40	39 52 27 ,0
45	44 52 19 ,6
50	49 52 26 ,3
55	54 52 46 ,9
60	59 53 20 ,6
65	64 54 6 ,5
70	69 55 3 ,9
75	74 56 9 ,1
80	79 57 22,0

Наибольший масштаб  $m$  для зоны 35—80° при  $\varphi = 35^\circ$  равен 1,00008, а наименьший масштаб  $n$  на той же параллели 0,9992.

### Приложение к § 2

#### Видоизмененная проекция Альберса

Масштаб  $\frac{1}{1\ 000\ 000}$

Эллипсоидальные широты	Радиусы параллелей в сантиметрах	Масштаб по параллелям	Наибольшее угловое искажение	$\varphi_1 = 74^\circ$ (на шире— $73^\circ 55'55",2)$
80°	152,95	1,140	16° 5'40"	$\varphi_2 = 40^\circ$ (на шире— 39°52'26",8)
75	204,22	1,032	3 40 04	$\lg \alpha = 9.921844$
70	259,96	0,993	2 24 20	
65	316,61	0,979	0 48 08	
60	373,66	0,977	2 38 08	
55	430,57	0,981	2 13 40	
50	487,03	0,991	1 01 52	
45	542,79	1,004	0 27 30	
40	597,68	1,021	2 24 20	
35	651,54	1,041	4 35 01	

# ВЫЧИСЛЕНИЕ КОНИЧЕСКОЙ РАВНОПРОМЕЖУТОЧНОЙ ПРОЕКЦИИ, НАИЛУЧШЕ ПРИСПОСОБЛЕННОЙ ДЛЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ ДАННОЙ СТРАНЫ

(Напечатана в журнале «Геодезист», 1925 г., № 6/7, стр. 5—20)

В 1921 году мною была обдумана особая проекция из числа равно-промежуточных конических, а именно такая, в которой: 1) сохраняется площадь некоторого пояса, заданного своим протяжением с севера на юг; 2) соблюдается равенство масштабов на крайних параллелях этого пояса; и 3) сумма квадратов линейных искажений по параллелям имеет наименьшее значение для изображаемой страны.

Эта проекция была в том же 1921 г. вычислена под моим руководством сотрудниками Высшего Геодезического Управления, а затем Картографический Отдел ВГУ применил ее при составлении карт Европейской и Азиатской части СССР.

В начале 1922 г. Картографический Отдел ВГУ особым изданием выпустил составленную мною брошюру, в которой помещено теоретическое обоснование проекции и способ ее вычисления.

Однако, принятый тогда мною способ вычисления представлялся при чтении брошюры очень сложным — отчасти потому, что в брошюре нет полной сводки формул для вычисления. Недавно я обдумал несколько иной путь вычисления этой моей проекции: он существенно проще ранее предложенного в 1921 г., и кроме того, значительно проще для уяснения его картографом-вычислителем. Вследствие этого, а также в виду интереса к проекции ряда специалистов, работающих в области геодезии и картографии, я и позволяю себе в настоящей статье вновь изложить указанную проекцию с приведением измененного способа ее вычисления.

Прежде всего предположим, что по тому или иному закону построено изображение земного эллипсоида на шаре и что на плоскости в рассматриваемой проекции строится изображение шаровой поверхности.

Обозначаем через:

$\phi$  — широту на шаре;

$\lambda$  — разность сферических долгот;

$\varphi_1$  — широту параллели, ограничивающей с севера тот пояс, площадь которого должна быть сохранена в проекции;

$\varphi_2$  — широту параллели, ограничивающей с юга тот же пояс;

$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\Theta$ , причем  $2\Theta$  есть заданное протяжение пояса по широте;

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} = \varphi_1 - \Theta \text{ — средняя широта пояса;}$$

$\rho$  — радиус окружности на карте, изображающей параллель с широтой  $\varphi$ , причем будем считать  $\rho$  выраженным в единицах земного радиуса;

$\rho_1$ ,  $\rho_0$  и  $\rho_2$  — радиусы окружностей на карте, изображающих соответственно параллели с широтами  $\varphi_1$ ,  $\varphi_0$  и  $\varphi_2$ .

$\delta$  — угол между двумя меридианами на карте, имеющими разность долгот  $\lambda$ ;

$\alpha$  — постоянное конической проекции, входящее в основную формулу

$$\delta = \alpha \lambda; \quad (1)$$

$n$  — масштаб изображения по параллели;

$m$  — масштаб изображения по меридиану;

$n_1$ ,  $n_0$ ,  $n_2$  — масштабы по параллелям для широт (соответственно)  $\varphi_1$ ,  $\varphi_0$ ,  $\varphi_2$ ;

$\omega$  — наибольшее угловое искажение.

Масштабы  $n_1$ ,  $n_0$  и  $n_2$  по общим формулам конической проекции определяются из уравнений

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= \frac{\alpha \rho_1}{\cos \varphi_1} \\ n_0 &= \frac{\alpha \rho_0}{\cos \varphi_0} \\ n_2 &= \frac{\alpha \rho_2}{\cos \varphi_2} \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Условие равенства масштабов на краях пояса, заданного протяжением по широте, приводит к уравнению

$$\frac{\alpha \rho_1}{\cos \varphi_1} = \frac{\alpha \rho_2}{\cos \varphi_2},$$

из которого имеем

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}. \quad (3)$$

Условие равенства боковой поверхности конуса между его параллелями  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , с площадью сферической зоны между соответственными параллелями земного шара, напишется так:

$$x\pi (\rho_2 - \rho_1)(\rho_1 + \rho_2) = 2\pi (\sin \varphi_1 - \sin \varphi_2)$$

или

$$(\rho_2 - \rho_1)(\rho_1 + \rho_2) = \frac{4}{\alpha} \sin \Theta \cos \varphi_0. \quad (4)$$

Необходимо отметить, что условие, выраженное уравнением (4), имеет силу как по отношению ко всему поясу земного шара, ограниченному параллелями  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , так и по отношению к любой части этого пояса, заключенной между двумя произвольными меридианами. Но при произвольном виде граничной линии страны, изображаемой на карте, зона этой страны, заключенная между параллелями  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , изобразится на конусе площадью лишь приблизенно рав-

ною. Это замечание следует иметь в виду, чтобы при пользовании моей проекцией не счесть условие сохранения площади пояса за сохранение площади части изображаемой страны, лежащей между параллелями  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Преобразованием (3) уравнения получаем

$$\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2}{\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2} = -\operatorname{tg} \Theta \operatorname{tg} \varphi_0. \quad (5)$$

Далее из (4) и (5) уравнений:

$$(\rho_2 - \rho_1)^2 = \frac{4}{\alpha} \frac{\sin^2 \Theta}{\cos \Theta} \sin \varphi_0;$$

$$(\rho_1 + \rho_2)^2 = \frac{4}{\alpha} \cos \Theta \frac{\cos^2 \varphi_0}{\sin \varphi_0},$$

и отсюда

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} \\ \rho_2 &= \frac{\cos \varphi_2}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Далее из (6) пишем

$$\rho_2 - \rho_1 = 2 \sin \Theta \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}}. \quad (7)$$

Так как в равнопромежуточной проекции будем иметь

$$\frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{\varphi_1 - \varphi}{2\Theta},$$

то на основании (7) получаем следующую формулу для  $\rho$ :

$$\rho = \rho_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}} (\varphi_1 - \varphi). \quad (8)$$

Масштаб  $m$  по меридиану вычисляется так:

$$m = \frac{d\rho}{d\varphi} = \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}}. \quad (9)$$

Таким образом, если постоянные проекций уже подобраны, то формулы ее вычисления будут такие:

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \alpha \lambda \\ \rho_1 &= \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}} \\ \rho &= \rho_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}} (\varphi_1 - \varphi) \\ m &= \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}} \\ n &= \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

причем в этих формулах соблюдены уже условия сохранения площади пояса, ограничиваемого с востока и запада произвольными двумя меридианами, а с севера и юга параллелями  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , и равенства масштабов на этих именно параллелях.

Для определения же постоянных проекций, т. е. величин  $\alpha$ ,  $\varphi_1$  и, если угодно, —  $\varphi_2$  или  $\Theta$ , — надлежит использовать третье условие проекций — т. е. минимум суммы квадратов искажений по параллелям страны.

Если назовем через  $p$  протяжение страны по параллели с широтой  $\varphi$ , а через  $v = \frac{1}{\sqrt{n}}(n - 1)$  искажение длины элемента параллели, то третье условие проекции представится как минимум функции

$$W = \Sigma p v^2 = \Sigma p \left( \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} - 1 \right)^2, \quad (11)$$

или это условие представится в виде уравнений:

$$\frac{\partial W}{\partial \alpha} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial \varphi_1} = 0. \quad (12)$$

Займемся теперь составлением и решением уравнений (12). Согласно формулам (10) имеем

$$n = \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta} \cdot \sqrt{\sin \varphi_0}} \sec \varphi \left\{ \cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) \right\}.$$

Полагая

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\cos \Theta}} = \gamma, \\ f = \frac{1}{\cos \varphi \sqrt{\sin \varphi_0}} \left\{ \cos \varphi_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sin \varphi_0 (\varphi_1 - \varphi) \right\},$$

пишем

$$w = \Sigma p (\gamma f - 1)^2;$$

$$\frac{\partial w}{\partial \gamma} = 2 \Sigma p (\gamma f - 1) f = 2 \{ \gamma \Sigma p f^2 - \Sigma p f \} = 0$$

и отсюда:

$$\gamma \Sigma p f^2 = \Sigma p f; \quad (13)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \varphi_1} = 2 \Sigma p (\gamma f - 1) \gamma \frac{\partial f}{\partial \varphi_1} = 0;$$

$$\gamma \Sigma p f \frac{\partial f}{\partial \varphi_1} = \Sigma p \frac{\partial f}{\partial \varphi_1}; \quad (14)$$

$$\frac{\Sigma p f^2}{\Sigma p f \frac{\partial f}{\partial \varphi_1}} = \frac{\Sigma p f}{\Sigma p \frac{\partial f}{\partial \varphi_1}}. \quad (15)$$

Уравнение (15) должно послужить для определения  $\varphi_1$ ; после этого должно будет из (13) или из (14) определить  $\gamma$ , и, наконец, по  $\gamma$  вычислить  $\alpha$ .

Введем обозначения:

$$k = \frac{\sin \Theta}{\Theta}; \quad (16)$$

$$f_1 = \frac{1}{\cos \varphi} \left\{ \frac{\cos \varphi_1}{k \sin \varphi_0} + (\varphi_1 - \varphi) \right\}, \quad (17)$$

тогда

$$f = k \sqrt{\sin \varphi_0} \cdot f_1, \quad (18)$$

а (15) можно будет переписать так:

$$\frac{\Sigma p f_1^2}{\Sigma p f_1 \frac{\partial f}{\partial \varphi_1}} = \frac{\Sigma p f_1}{\Sigma p \frac{\partial f}{\partial \varphi_1}}. \quad (19)$$

Введя еще обозначение

$$q = \frac{\cos \varphi_1}{k \sin \varphi_0},$$

перепишем (17) так

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{\cos \varphi} \left\{ q + (\varphi_1 - \varphi) \right\} \\ f_1^2 &= \frac{1}{\cos^2 \varphi} \left\{ q^2 + 2q(\varphi_1 - \varphi) + (\varphi_1 - \varphi)^2 \right\} \end{aligned} \right\}. \quad (20)$$

и

Теперь будем отыскивать производную  $\frac{\partial f}{\partial \varphi_1}$ .

Имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \varphi_1} &= \frac{1}{\cos \varphi} \left\{ -\frac{\sin \varphi_1}{\sqrt{\sin \varphi_0}} - \frac{1}{2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_0}{\sqrt{\sin^3 \varphi_0}} + \frac{k}{2} \frac{\cos \varphi_0}{\sqrt{\sin \varphi_0}} (\varphi_1 - \varphi) + k \sqrt{\sin \varphi_0} \right\}, \\ \frac{\partial f}{\partial \varphi_1} &= \frac{\cos \varphi_0}{\cos \varphi \sqrt{\sin \varphi_0}} \left\{ -\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_0} - \frac{1}{2} - \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_0} + \frac{k}{2} (\varphi_1 - \varphi) + k \operatorname{tg} \varphi_0 \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

Обозначим:

$$\begin{aligned} s &= -\frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_0} - \frac{1}{2} \frac{\cos \varphi_1}{\sin \varphi_0} - k \operatorname{tg} \varphi_0; \\ \frac{1}{\cos \varphi} \left\{ s + \frac{k}{2} (\varphi_1 - \varphi) \right\} &= \frac{\partial f'}{\partial \varphi_1}. \end{aligned} \quad (22)$$

Тогда

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi_1} = \frac{\cos \varphi_0}{\sqrt{\sin \varphi_0}} \cdot \frac{\partial f'}{\partial \varphi_1},$$

а (19) можно будет переписать так

$$\frac{\Sigma p f_1^2}{\Sigma p f_1 \frac{\partial f'}{\partial \varphi_1}} = \frac{\Sigma p f_1}{\Sigma p \frac{\partial f'}{\partial \varphi_1}}. \quad (23)$$

Вводя еще обозначение

$$\frac{p}{\cos \varphi} = \lambda, \quad (24)$$

можем теперь приступить к составлению уравнения (23).

Именно, имеем на основании (20), (22) и (24)

$$\Sigma p f_1^2 = q^2 \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} + 2q \Sigma \frac{\lambda(\varphi_1 - \varphi)}{\cos \varphi} + \Sigma \frac{\lambda(\varphi_1 - \varphi)^2}{\cos \varphi};$$

$$\Sigma p \frac{\partial f'}{\partial \varphi_1} = s \Sigma \lambda + \frac{k}{2} \Sigma \lambda (\varphi_1 - \varphi);$$

$$\Sigma p f_1 = q \Sigma \lambda + \Sigma \lambda (\varphi_1 - \varphi);$$

$$\Sigma p f_1 \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_1} = qs \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} + \left( s + \frac{kq}{2} \right) \Sigma \lambda \frac{(\varphi_1 - \varphi)}{\cos \varphi} + \frac{k}{2} \Sigma \frac{\lambda(\varphi_1 - \varphi)^2}{\cos \varphi}.$$

Составляя уравнение (23), напишем его в виде

$$\Sigma p f_1^2 \Sigma p \frac{\partial f'}{\partial \varphi} - \Sigma p f_1 \Sigma p f_1 \frac{\partial f'}{\partial \varphi_1} = 0.$$

Тогда после приведения подобных членов и сокращения на общий множитель

$$s - \frac{kq}{2},$$

получим

$$q \left[ \Sigma \lambda \Sigma \frac{\lambda(\varphi_1 - \varphi)}{\cos \varphi} - \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} \Sigma \lambda (\varphi_1 - \varphi) \right] + \Sigma \lambda \Sigma \frac{\lambda(\varphi_1 - \varphi)^2}{\cos \varphi} - \Sigma \lambda (\varphi_1 - \varphi) \Sigma \frac{\lambda(\varphi_1 - \varphi)}{\cos \varphi} = 0. \quad (25)$$

Для решения этого уравнения применим разложение функций  $\varphi_1$  в ряд Тейлора, приняв, что

$$\varphi_1 = \psi + \Delta\varphi,$$

и называя через  $q_0$  и  $\psi$  значения  $q$  и  $\varphi_0$  при замене  $\varphi_1$  через  $\psi$ . В результате этого разложения в ряд уравнения (25), получим

$$\begin{aligned} & q_0 \left[ \Sigma \lambda \Sigma \frac{\lambda(\psi - \varphi)}{\cos \varphi} - \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} \Sigma \lambda (\psi - \varphi) \right] + \\ & + \Sigma \lambda \Sigma \lambda \frac{(\psi - \varphi)^2}{\cos \varphi} - \Sigma \lambda (\psi - \varphi) \Sigma \lambda \frac{\psi - \varphi}{\cos \varphi} + \\ & + \left\{ -\frac{\cos \Theta}{k \sin^2 \psi_0} \left[ \Sigma \lambda \Sigma \lambda \frac{(\psi - \varphi)}{\cos \varphi} - \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} \Sigma \lambda (\psi - \varphi) \right] + \right. \\ & \left. + 2 \Sigma \lambda \Sigma \lambda \frac{\psi - \varphi}{\cos \varphi} - \Sigma \lambda \Sigma \lambda \frac{\psi - \varphi}{\cos \varphi} - \Sigma \lambda (\psi - \varphi) \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} \right\} \Delta\varphi + \\ & + \frac{\cos \Theta \cos \psi_0}{k \sin^3 \psi_0} \left[ \Sigma \lambda \Sigma \lambda \frac{(\psi - \varphi)}{\cos \varphi} - \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} \Sigma \lambda (\psi - \varphi) \right] \Delta\varphi^2 = 0 \end{aligned}$$

или окончательно

$$q_0 + \frac{\Sigma \lambda \frac{(\psi - \varphi)^2}{\cos \varphi} - \Sigma \lambda (\psi - \varphi) \Sigma \lambda \frac{\psi - \varphi}{\cos \varphi}}{\Sigma \lambda \frac{(\psi - \varphi)}{\cos \varphi} - \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} \Sigma \lambda (\psi - \varphi)} + \\ + \left[ 1 - \frac{\cos \Theta}{k \sin^2 \psi_0} \right] \Delta \varphi + \frac{\cos \Theta \cos \psi_0}{k \sin^3 \psi_0} \Delta \varphi^2 = 0. \quad (26)$$

Решения уравнения (26) не представляет какого-нибудь труда, раз вычислены уже и величины

$$\Sigma \lambda, \Sigma \lambda \frac{(\psi - \varphi)^2}{\cos \varphi}, \Sigma \lambda (\psi - \varphi), \Sigma \lambda \frac{\psi - \varphi}{\cos \varphi}, \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi}.$$

Таким образом, все вычисление представляется в таком виде:

1) Проведя на карте страны параллели через известные интервалы по широте, измеряем протяжение  $p$  средней параллели в каждой из образовавшихся зон; далее вычисляем шестизначными логарифмами для каждой параллели величины:

$$\lambda = \frac{p}{\cos \varphi}; \frac{\lambda}{\cos \varphi}; \lambda (\psi - \varphi); \frac{\lambda (\psi - \varphi)}{\cos \varphi}; \frac{\lambda (\psi - \varphi)^2}{\cos \varphi}$$

и образуем:

$$\Sigma \lambda, \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi}, \Sigma \lambda (\psi - \varphi), \Sigma \frac{\lambda (\psi - \varphi)}{\cos \varphi}, \Sigma \frac{\lambda (\psi - \varphi)^2}{\cos \varphi}.$$

Входящая сюда величина  $\psi$  соображается всего лучше и проще из условия, чтобы пояс, имеющий протяжение по широте  $2\Theta$ , был бы симметричен относительно крайних параллелей страны. Если крайние параллели страны, вошедшие, однако, в образование величин  $p$ , имеют широты  $\varphi_N$  и  $\varphi_S$ , то

$$\psi = \frac{\varphi_N + \varphi_S}{2} + \Theta.$$

2) Вычисляем:

$$k = \frac{\sin \Theta}{\Theta_1}, \quad q_0 = \frac{\cos \psi}{k \sin \psi_0}, \quad \psi_0 = \psi - \Theta$$

и величины:

$$A = 1 - \frac{\cos \Theta}{k \sin^2 \psi_0}; \quad B = \frac{\cos \Theta \cos \psi_0}{k \sin^3 \psi_0}, \\ C = \frac{\Sigma \lambda \Sigma \frac{\lambda (\psi - \varphi)^2}{\cos \varphi} - \Sigma \lambda (\psi - \varphi) \Sigma \lambda \frac{\psi - \varphi}{\cos \varphi}}{\Sigma \lambda \Sigma \frac{\lambda (\psi - \varphi)}{\cos \varphi} - \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} \Sigma \lambda (\psi - \varphi)}.$$

3) Теперь решаем уравнение (26)

$$q_0 + C + A \Delta \varphi + B \Delta \varphi^2 = 0. \quad (26)$$

Это уравнение второй степени относительно  $\Delta\varphi$ , но подходящее решение будет то, которое дает для  $\Delta\varphi$  величину очень близкую к

$$-\frac{q_0 + C}{A},$$

так как второе решение даст для  $\Delta\varphi$  относительно большую величину, при которой  $\varphi_1$  окажется выходящим за пределы тех широт, для которых рассчитывались величины  $p$ .

4) После определения  $\varphi_1 = \psi + \Delta\varphi$ , вычисляем:

$$q = \frac{\cos \varphi_1}{k \sin \varphi_0};$$

$$s = -\frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_0} - \frac{\cos \varphi_1}{2 \sin \varphi_0} + k \operatorname{tg} \varphi_0;$$

$$S + \frac{kq}{2} = -\frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_0} + k \operatorname{tg} \varphi_0;$$

$$\begin{aligned} \Sigma p f_1^2 = q^2 \Sigma & \frac{\lambda}{\cos \varphi} + 2q \Sigma \frac{\lambda(\psi - \varphi)}{\cos \varphi} + \Sigma \frac{\lambda(\psi - \varphi)}{\cos \varphi} + 2 \left[ q \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} + \right. \\ & \left. + \Sigma \frac{\lambda(\psi - \varphi)}{\cos \varphi} \right] \Delta\varphi + \Delta\varphi^2 \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi}; \end{aligned} \quad (27)$$

$$\Sigma p \frac{df'}{d\varphi_1} = s \Sigma \lambda + \frac{k}{2} \Sigma \lambda (\psi - \varphi) + \frac{k}{2} \Sigma \lambda \cdot \Delta\varphi; \quad (28)$$

$$\Sigma p f_1 = q \Sigma \lambda + \Sigma \lambda (\psi - \varphi) + \Delta\varphi \Sigma \lambda; \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \Sigma p f_1 \frac{df'}{d\varphi_1} = q s \Sigma & \frac{\lambda}{\cos \varphi} + \left( s + \frac{kq}{2} \right) \Sigma \lambda \frac{(\psi - \varphi)}{\cos \varphi} + \frac{k}{2} \Sigma \frac{\lambda(\psi - \varphi)^2}{\cos \varphi} + \\ & + \left[ \left( s + \frac{kq}{2} \right) \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} + k \Sigma \frac{\lambda(\psi - \varphi)}{\cos \varphi} \right] \Delta\varphi + \frac{k}{2} \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} \Delta\varphi^2. \end{aligned} \quad (30)$$

5) На основании (13), (14), (18) и (22) имеем

$$\gamma = \frac{\Sigma p f_1}{k \sqrt{\sin \varphi_0} \Sigma p f_1^2} = \frac{1}{k \sqrt{\sin \varphi_0}} \frac{\Sigma p \frac{df'}{d\varphi_1}}{\Sigma p f_1 \frac{df'}{d\varphi_1}}; \quad (31)$$

$$\alpha = \cos \Theta_1 \gamma^2. \quad (32)$$

Центр тяжести указанных вычислений лежит в нахождении

$$\Sigma \lambda, \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi}, \Sigma \lambda (\psi - \varphi), \Sigma \frac{\lambda(\psi - \varphi)}{\cos \varphi}$$

и

$$\Sigma \frac{\lambda(\psi - \varphi)^2}{\cos \varphi},$$

так как для большой страны, например, для СССР — число слагаемых в каждой сумме от 20 до 24, если текущую широту брать через  $2^\circ$ . Вы-

числения, относящиеся к уравнению (26) — не сложны и не продолжительны; точно также легко составляются уравнения (27), (28), (29) и (30). В общем, все вычисления потребуют около восьми часов времени, или самое большее два рабочих дня вычислителя.

Несомненно, что этот метод вычисления значительно проще и требует меньше затраты времени, чем приведенный мною первоначально; кроме того, при его применении вычисления проводятся по более четким схемам.

Теперь остановимся несколько на значении требований, положенных в основу проекции, а также и на значении самой проекции.

Первое требование — сохранение площади некоторого пояса, заданного его протяжением по широте, — дает близость моей проекции к эквивалентной в пределах этого пояса, и близость искажений длин по параллелям для всей карты к тем, которые имеют место в эквивалентной проекции.

Второе требование — равенство масштабов на краях выделенного пояса — применяется почти всегда в конических проекциях и приводит к некоторому уменьшению амплитуды линейных искажений и к значительному уменьшению наибольшего абсолютного значения этих искажений; это же ведет к значительному уменьшению в равнопромежуточной проекции наибольших угловых искажений на краях карты и к уменьшению искажений в длинах и площадях вблизи ограничивающих пояс параллелей и за ними — к северу и к югу, на краях карты.

Третье требование следовало бы формулировать иначе: сумма квадратов искажений по параллелям и по меридианам должна быть наименьшею, чтобы проекция была бы наиболее приспособлена к изображению данной страны. Но первое требование неминуемо в моей проекции приводит к крайней близости масштаба по меридиану к единице, и вследствие этого сумма квадратов искажений по меридианам заведомо ничтожна по сравнению с суммой квадратов искажений по параллелям. Поэтому то и было взято условие минимума суммы квадратов искажений только по параллелям. Понятно, что это требование приводит к наиболее выгодному распределению искажений по площади изображаемой страны.

В общем получается равнопромежуточная проекция, в которой возможно мало нарушено условие эквивалентности, в которой наибольшие угловые искажения являются средними между таковыми же в проекции эквивалентной и равнопромежуточной с наименьшими угловыми искажениями, и которая наилучше приспособлена для изображения данной страны.

Ширина пояса, т. е. величина 20, принималась заданной заранее; уменьшая эту величину, мы можем добиться совсем ничтожных искажений в пределах пояса, но тогда значительно возрастут искажения на краях карты. Совершенное решение вопроса о величине  $\Theta$  мы получили бы, если к двум уравнениям:

$$\frac{\partial w}{\partial \alpha} = 0 \text{ и } \frac{\partial w}{\partial \varphi_1} = 0$$

добавили бы еще уравнение

$$\frac{\partial w}{\partial \Theta} = 0.$$

Выгодно брать  $\Theta$ , как показали мои вычисления, около  $0,80 \frac{\varphi_N - \varphi_s}{2}$ , понимая под  $\varphi_N$  и  $\varphi_s$  широты крайних параллелей карты. Но, если выгодное значение  $\Theta$  желают установить, то всего проще для этого воспользоваться предложеною мною же другой проекцией: именно равнопромежуточной проекцией, дающей равные отклонения частных масштабов от главного на краях и середине пояса, и сохраняющей поверхность этого пояса.

Формулы этой проекции таковы:

$$\begin{aligned}\alpha &= \sin \varphi_0 \cos \Theta \sec^4 \frac{\Theta}{2}; \\ \rho_1 &= \frac{\cos \varphi_1}{\sqrt{\alpha \cos \Theta \sin \varphi_0}}; \\ m &= \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}}; \\ \rho &= \rho_1 + \frac{\sin \Theta}{\Theta} \sqrt{\frac{\sin \varphi_0}{\alpha \cos \Theta}} (\varphi_1 - \varphi); \\ \delta &= \alpha \lambda; \quad n = \frac{\alpha \rho}{\cos \varphi}.\end{aligned}\tag{33}$$

Задаваясь величинами:

$$\Theta_1 = 0,85 \frac{\varphi_N - \varphi_s}{2},$$

$$\Theta_2 = 0,77 \frac{\varphi_N - \varphi_s}{2},$$

$$\Theta_3 = 0,70 \frac{\varphi_N - \varphi_s}{2}$$

или близкими к ним, вычисляют для каждого  $\Theta$ :

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_N + \varphi_s}{2} + \Theta,$$

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_N + \varphi_s}{2},$$

а затем по формулам (33):  $\alpha$ ,  $\rho$ ,  $m$  и величины  $\rho$  и  $n$  для широт  $\varphi_1$ ,  $\varphi_0$ ,  $\varphi_2 = \varphi_0 - \Theta$  и  $\varphi_s$ . По значениям величин  $n$  на краях и в центре карты устанавливают наивыгоднейшее значение  $\Theta$ . Можно поступить иначе: именно, задавшись величиной

$$\psi = \frac{\varphi_N - \varphi_s}{2} + 0,80 \frac{\varphi_N - \varphi_s}{2}$$

и взяв зоны, имеющие устроенное протяжение по широте против намеченных при отделении  $p$ , вычисляют для таких зон

$$\Sigma \lambda, \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi}, \Sigma \lambda(\psi - \varphi), \Sigma \frac{\lambda - \varphi}{\cos \varphi} \text{ и } \Sigma \frac{\lambda(\psi - \varphi)^2}{\cos \varphi}.$$

Затем берут три значения  $\Theta$ :

$$\Theta_1 = 0,85 \frac{\varphi_N - \varphi_s}{2};$$

$$\Theta_2 = 0,77 \frac{\varphi_N - \varphi_s}{2};$$

и

$$\Theta_3 = 0,70 \frac{\varphi_N - \varphi_s}{2}$$

или близкие к ним и округляемые до градуса, и с каждым из них составляют и решают уравнение (26); при этом для разных  $\Theta$  придется лишь подсчитать простые коэффициенты  $k, s, q_0, A$  и  $B$ , что не представляет труда; вычисление же сложного коэффициента  $C$  выполняется один раз. Далее для каждого  $\Theta$  придется определить по уравнениям (27)–(32) значение  $\varphi_1$  и  $\alpha$  и по формулам (10) с каждым  $\Theta$  и соответствующими ему  $\varphi_1$  и  $\alpha$  вычислить: величины  $p$  и  $n$  для широт  $\varphi_N, \varphi_1, \varphi_0, \varphi_2$  и  $\varphi_s$ . По значениям  $n$  на краях и в центре карты можно установить выгоднейшее значение  $\Theta$ .

Что касается значения самой проекции, то должно сказать сперва следующее:

Если карта предназначается для точных расчетов, то тогда придется построение ее сделать в крупном масштабе, на многих листах, а ее издание выполнить в виде альбома, причем каждый лист такой карты, с одной стороны, будет захватывать сравнительно небольшую площадь, а с другой стороны, пользоваться каждым листом будут как планом. При выборе проекции для таких карт нужно поставить условие — практическое постоянство линейного масштаба во всех точках отдельного листа и по всем направлениям в каждой его точке и возможно малую разность этого масштаба для смежных листов карты. Если территория страны расположена между  $60^{\circ}$ – $45^{\circ}$  северной широты, то при применении конических проекций указанному условию всего лучше удовлетворит коническая проекция, близкая к конформной; если же страна имеет большее протяжение по широте, то тогда лучше перейти к одной из многограных проекций, в которых всегда принцип равнопромежуточности сохраняется. Если же мы строим карту, не предполагая по ней делать точных расчетов, то тогда для большой страны применяем мелкий масштаб, позволяющий издать карту на небольшом числе листов. Здесь нередко выдвигают соблюдение условия эквивалентности, так как по таким картам в большинстве случаев приходится решать вопросы, связанные с географическим распределением того или иного элемента, признака или явления, а следовательно, требующие определения площадей по карте. Но очевидно, что приближенность расчетов по карте некрупного масштаба сама собою делает не обязательным соблю-

дение во всей строгости условия эквивалентности. С другой стороны, по такой карте придется определять и расстояния; при этом карта, построенная в эквивалентной проекции, будет особенно неудобна тем, что на краях ее расстояния по параллелям будут построены заметно увеличенными, а расстояния по меридианам — заметно уменьшенными; угловые искажения на краях карты большой страны также могут достигать величин до  $10^\circ$ , что может повести к заметному на глаз искажению в очертаниях контуров. Если на карте построена достаточно частая географическая сетка, а на клапане карты даны размеры площадей клеток этой сетки и для средних широт этих клеток приведены масштабы площадей, то при нарушении эквивалентности, можно площади по карте определять такими двумя путями:

1) сосчитать число полных клеток сетки в вычисляемом контуре и затем при помощи планиметра определить отношение каждой части контура, составляющей неполную клетку, к площади соответствующей полной клетки;

2) определить в главном масштабе карты площадь всего контура и затем ввести в нее поправки, пользуясь табличкой масштабов площадей и применяя приближенное и даже глазомерное определение тех частей общей площади, на которые она разобьется при вычислении поправок. Так, если контур, имеющий в главном масштабе карты площадь  $P$ , разбивается на четыре части:

первая с площадью  $x_1 = \frac{x_1}{P} P$  и с масштабом площадей  $p_1$ ;

$$\text{вторая } " \quad " \quad x_2 = \frac{x_2}{P} P \quad " \quad " \quad " \quad " \quad p_2;$$

$$\text{третья } " \quad , \quad x_3 = \frac{x_3}{P} P \quad " \quad , \quad " \quad , \quad " \quad , \quad p_3;$$

$$\text{четвертая } " \quad " \quad x_4 = \frac{x_4}{P} P \quad " \quad " \quad " \quad " \quad p_4,$$

то истинная площадь контура будет равна

$$Q = \frac{x_1}{p_1} + \frac{x_2}{p_2} + \frac{x_3}{p_3} + \frac{x_4}{p_4} = \frac{x_1}{1+(p_1-1)} + \frac{x_2}{1+(p_2-1)} + \\ + \frac{x_3}{1+(p_3-1)} + \frac{x_4}{1+(p_4-1)}$$

или

$$Q = P - x_1(p_1 - 1) - x_2(p_2 - 1) - x_3(p_3 - 1) - x_4(p_4 - 1);$$

$$Q = P - P \left\{ \frac{x_1}{P}(p_1 - 1) + \frac{x_2}{P}(p_2 - 1) + \frac{x_3}{P}(p_3 - 1) + \frac{x_4}{P}(p_4 - 1) \right\}, \quad (34)$$

т. е. вопрос при вычислении поправок сводится к определению отношения частей  $x_1, x_2, x_3, x_4$  к общей площади контура.

Чем больше приближенность расчетов по карте, тем грубее можно знать отношения

$$\frac{x_1}{P}, \frac{x_2}{P} \dots;$$

чем медленнее изменяются масштабы площадей в пределах контура, тем меньшая точность требуется в определении этих отношений

$$\frac{x_1}{P} \cdot \frac{x_2}{P}.$$

На основании сказанного при составлении карт на страны со значительными территориями в масштабах более мелких, чем  $1:1\,000\,000$ , можно нарушить условие эквивалентности, если допуск искажения площади считать равным 2%. В моей проекции 90% территории изображается на карте с искажениями в площадях, не превышающими 1,5%, и только для 5% этой территории, расположенной на южном крае, и 5%, расположенной на северном крае карты, искажения в площадях достигают 4,5—7% при общем протяжении изображаемой территории по широте от  $77^{\circ}$  до  $35^{\circ}$ . Следовательно для 90% территории карты определение площадей по ней можно делать без введения поправок за отличие масштаба площадей от единицы, т. е. так же, как в проекции эквивалентной; на краях же карты придется пользоваться формулой (34), однако, с глазомерным определением отношения частей контура к общей его площади.

Карту большой страны, издаваемой в более мелком масштабе, чем  $1:1\,000\,000$ , следует строить в проекции близкой к эквивалентной, но при условии, что нарушения эквивалентности для 80—90% изображаемой территории не будут практически сказываться в определении площади по карте — вот общее заключение.

В результате этого нарушения должны несколько уменьшиться угловые искажения и нарушиться соотношения линейных искажений по меридианам и параллелям. Все эти требования действительно соблюдаются в моей проекции, и поэтому ее можно рекомендовать для изображения в масштабе более мелком, чем  $1:1\,000\,000$ , тех больших стран, для которых конические проекции будут наивыгоднейшими. В заключение приведу данные по вычислению в моей проекции карты Европейской части СССР. Страна разбивалась на зоны через  $2^{\circ}$  по широте; веса  $p$  зон приведены в табл. 2. Величина  $\psi$  была взята равной  $73^{\circ}$ , а  $\Theta = 17^{\circ}$ .

Было получено:

$$\Sigma \lambda = 177,5610; \quad \Sigma \frac{\lambda}{\cos \varphi} = 376,4045; \quad \Sigma \frac{\lambda(\psi - \varphi)}{\cos \varphi} = 75,6938;$$

$$\Sigma \lambda(\psi - \varphi) = 43,07441; \quad \Sigma \frac{\lambda(\psi - \varphi)^2}{\cos \varphi} = 23,89937;$$

$$C = -0,3545194; \quad A = -0,412009;$$

$$q_0 = +0,3578908; \quad B = 0,952412;$$

$$\Delta\varphi = +0,008345; \quad \Delta\varphi = +28'41'',5;$$

$$\varphi_1 = 73^{\circ}28'41'',5;$$

$$\Sigma p f_1^2 = 124,87612; \quad \Sigma p \frac{df'}{d\varphi_1} = -52,44784;$$

$$\Sigma pf_1 = 106,02275; \Sigma pf_1 \frac{df'}{d\varphi_1} = -61,77425;$$

$$\alpha = 0,851568; \lg \alpha = 9.9302180.$$

Прежнее вычисление, выполненное в 1921 г., дало для  $\varphi_1 = 73^{\circ}28'44''$ , а для  $\alpha$  в точности вышеприведенную величину. В заключение приведем в табл. 1 сравнение искажений по параллелям и наибольших угловых искажений в моей проекции и в эквивалентной проекции Цингера, рассчитанной под условием минимума суммы квадратов искажений. Как видно, различие в линейных искажениях по параллелям совершенно везде ничтожно — оно выражается лишь десятыми долями процента (везде меньше 0,5%).

Таблица 1

Широта	Искажения по параллели		Наибольшие угловые искажения	
	Цингер	Красовский	Цингер	Красовский
77°	+0,0795	+0,7445	9°06'	4°17'18"
75	+0,04667	+0,0484	5 21	2 52 44
73	+0,0255	+0,0295	2 59	1 50 16
71	+0,0112	+0,0155	1 22	1 03 12
69	+0,0020	+0,0053	—	0 28 30
67	-0,0052	-0,0021	—	0 03 06
65	-0,0062	-0,0073	—	0 14 52
63	-0,0114	-0,0106	1 24	0 26 18
61	-0,0121	-0,0124	—	0 32 34
59	-0,0115	-0,0128	1 09	0 33 58
57	-0,0099	-0,0120	—	0 31 10
55	-0,0075	-0,0102	—	0 24 56
53	-0,0041	-0,0074	—	0 15 12
51	-0,0011	-0,0037	—	0 02 24
49	+0,0044	+0,0009	—	0 13 26
47	+0,0095	+0,0062	—	0 31 34
45	+0,0152	+0,0124	—	0 52 42
43	+0,0216	+0,0194	—	1 16 22
41	+0,0284	+0,0271	—	1 42 16
39	+0,0356	+0,0356	—	2 10 34
37	+0,0434	+0,0448	4°58'	2 40 58
35	—	+0,0549	—	3 14 02

Но конечно, угловые искажения в проекции Цингера в общем в два раза более угловых искажений в моей проекции и на краях карты достигают 9°.

В табл. 2 даны результаты вычисления моей проекции для Европейской части СССР. Как видно, весь огромный пояс от 72° до 42° широты изображается с искажениями в длинах и площадях, меньших 1,5% и с наибольшими угловыми искажениями, не превышающими одного градуса.

Таблица 2

Веса	Сфери-ческая широта	Радиусы параллелей в единицах земного радиуса	Масштаб по параллели	Масштаб площадей	Наибольшее угловое искажение	Постоянные величины
0,18	77°	0,283850	1,0745	1,071	4°17'18"	
0,845	75	0,318653	1,0484	1,045	2 52 44	Приращение $\rho$ на 1°
1,45	73	0,353455	1,0295	1,026	1 50 16	0,0174012
2,83	71	0,388257	1,0155	1,011	1 03 12	
4,70	69	0,423060	1,0053	1,002	0 28 30	Масштаб по меридиану
6,20	67	0,457862	0,9979	0,995	0 03 06	$m = 0,99703$
6,17	65	0,492665	0,9927	0,990	0 14 52	
6,65	63	0,527467	0,9894	0,986	0 26 18	
6,54	61	0,562270	0,9876	0,985	0 32 34	
6,04	59	0,597072	0,9872	0,984	0 33 58	
6,74	57	0,631875	0,9880	0,985	0 31 10	
6,85	55	0,666677	0,9898	0,987	0 24 56	
7,05	53	0,701480	0,9926	0,989	0 15 12	
6,51	51	0,736282	0,9963	0,993	0 02 24	
4,88	49	0,771085	1,0009	0,998	0 13 26	$\varphi_1 = 73^{\circ}28'42''$
4,12	47	0,805887	1,0062	1,003	0 31 34	$\varphi_2 = 39^{\circ}28'42''$
3,47	45	0,840690	1,0124	1,009	0 52 42	
3,08	43	0,875492	1,0194	1,016	1 16 22	
2,55	41	0,910295	1,0271	1,024	1 42 16	
2,04	39	0,945097	1,0356	1,032	2 10 34	$\alpha = 0,851568$
0,84	37	0,979900	1,0448	1,042	2 40 58	$\lg \alpha = 9.930218$
0,30	35	1,014702	1,0549	1,051	3 14 02	

Примечание. Веса представляют протяжение зоны в градусах экватора, уменьшенное в 10 раз; для 35° это правило нарушено, здесь вес равен протяжению зоны, умноженному на 0,3; это сделано для уменьшения искажений на южном крае карты.

## СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЗИМУТА ЗЕМНОГО ПРЕДМЕТА ИЗ ИЗМЕРЕНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО УГЛА МЕЖДУ ПОЛЯРНОЙ И ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ЗВЕЗДОЙ\*

(Издана отдельной брошюрой. Издание Высшего геодезического управления. 1924 г.)

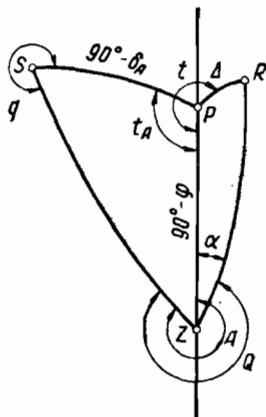
Каждому моменту времени соответствует определенное положение звезды относительно любого вертикального круга небесной сферы в данном месте земли.

Другими словами, определенному значению горизонтального угла между направлениями на Полярную звезду и на некоторую другую звезду соответствует в данном месте определенный момент звездного времени, а следовательно, и определенное значение азимута Полярной.

Таким образом, если бы нам удалось в один и тот же момент сделать визирования на Полярную и на некоторую вспомогательную звезду, отсчитывая при этом по горизонтальному кругу теодолита, то, зная широту места, мы вывели бы по величине измеренного теодолитом угла азимут Полярной. Одновременно, конечно, нельзя визировать трубой теодолита на две звезды, но всегда можно редуцировать отсчет по горизонтальному кругу, сделанный на вспомогательную звезду, к моменту наблюдения Полярной.

Назовем через:

- $\alpha$  — прямое восхождение Полярной  $R$ ;
- $\delta$  — склонение Полярной;
- $90 - \delta = \Delta$ ;
- $\alpha_A$  — прямое восхождение вспомогательной звезды  $S$ ;
- $\delta_A$  — склонение той же звезды  $S$ ;
- $\varphi$  — широта места;
- $\Theta$  — звездное время наблюдения;
- $t$  — часовой угол Полярной;
- $t_A$  — часовой угол вспомогательной звезды  $S$ , отсчитываемый от южной части меридиана;
- $a$  — азимут Полярной;
- $A$  — азимут вспомогательной звезды, отсчитываемый от севера через восток, юг, запад;
- $Q$  — горизонтальный угол между звездами, считаемый по ходу часовой стрелки от направления на Полярную;



Фиг. 1

\* В настоящее время этот способ принято называть способом Красовского (Прим. ред.).

$P$  — полюс мира;

$Z$  — зенит места;

$R$  — Полярная;

$q$  — угол при  $S$ , отсчитываемый от направления на  $Z$  по ходу часовой стрелки, до направления на  $P$ .

Имеем такие уравнения для решения задачи:

$$A = a + Q; \quad (1)$$

$$\frac{\cos \varphi}{\cos \delta_A} = k; \quad \sin q = k \sin A; \quad (2)$$

$$\frac{\sin \frac{\delta_A + \varphi}{2}}{\cos \frac{\delta_A - \varphi}{2}} = k_1; \quad \cotg \frac{t_A}{2} = -k_1 \cdot \tg \frac{A + q}{2}; \quad (3)$$

$$\Theta = \alpha_A + t_A = \alpha + t; \quad (4)$$

$$\tg a = \frac{-\Delta' \sin 1' \sin t}{\sin (90^\circ - \varphi - \Delta \cos t)}. \quad (5)$$

Эти пять уравнений легко решаются последовательными приближениями.

Если азимут Полярной желаем вывести с ошибкой, меньшей  $0',2$ , то довольно двух приближений.

Вспомогательную звезду нужно брать ту, которая имеет азимутальное движение не менее 5 минут в 1 минуту времени.

Принимаем сначала для летних наблюдений  $a = 10'$ , причем для широты  $55^\circ$  имеем наибольшую ошибку  $\pm 10'$ . С такой же ошибкой получим из уравнения (1) в первом приближении  $A_0$ , а из (3) выведем значение  $t_A$ . Затем найдем  $\Theta$  и  $t$  из (4) с максимальной ошибкой  $\frac{60}{5} = 12$  минут времени, так как наибольшее движение Полярной по азимуту будет  $0',6$  в минуту, то очевидно, что из (5) получим теперь в первом приближении азимут  $a$  Полярной с наибольшей ошибкой в  $7'$ .

Приступаем ко второму приближению, в котором  $A$  будет ошибочно менее чем на  $7'$ ,  $t_A$ ,  $\Theta$  и  $t$  будут ошибочны менее чем на минуту, а азимут Полярной — менее чем на  $0',6$ . Так как с половины мая до октября наблюдения, начатые с того момента, как стали видны звезды, приходятся по времени близко к моменту наибольшей восточной элонгации Полярной, то азимутальное движение Полярной будет менее  $0',3$  в минуту времени, и поэтому сходимость приближений будет в два раза более быстрая, чем рассчитанная выше.

Если иметь в виду землемеров и инженеров, мало знакомых с практической астрономией и звездным небом, то можно рекомендовать брать вспомогательной звездой одну из семи крупных звезд Большой Медведицы — в мае будут подходящими только  $\alpha$  и  $\delta$  Ursae majoris, в июне и июле к ним прибавятся  $\gamma$  и  $\beta$ , а в августе и сентябре будут пригодны для наблюдений все семь звезд.

Широту места можно знать грубо до пяти минут, если допускать ошибку в вычислениях  $0',2$ . Если вывод азимута допускать с ошибкой  $1'$ , то схема наблюдений будет такая:

Первый полуприем при круге  $R$ 

- 1) земной предмет,
- 2) вспомогательная звезда,
- 3) полярная звезда,
- 4) вспомогательная звезда,
- 5) земной предмет.

Второй полуприем при круге  $L$ 

Повторение в том же порядке пяти наблюдений, указанных для первого полуприема.

При вычислениях, из двух отсчетов, сделанных в полуприеме по горизонтальному кругу теодолита, при визировании вспомогательной звезды, берут среднее, и считают, что этот средний отсчет относится к моменту наблюдения Полярной. Если среднее из двух моментов наблюдений вспомогательной звезды не будет отличаться от момента наблюдения Полярной (в том же полуприеме) более чем на 3 минуты времени, то ошибка вывода азимута будет не более  $1'$ .

Если вычисления необходимо выполнить точно, то замечают по карманным часам до 10—15 секунд моменты визирований на звезды, и затем в отсчеты на вспомогательную звезду вводят поправки по формуле

$$\Delta A' = 15 \frac{\cos \delta_A}{\cos \varphi} \cdot \frac{\sin q \cdot \cos q}{\sin t_A} (T_A - T_R),$$

где  $T_A$  и  $T_R$  — моменты наблюдений соответственно вспомогательной звезды и Полярной.

Вычисления ведут при помощи четырехзначных логарифмических таблиц, если удерживают только десятые минуты в азимуте. Очевидно, что двумя приближениями нужно вычислить только один полуприем; все остальные полуприемы вычисляются один раз. На вычисление четырех полуприемов требуется менее 40 минут времени.

Изложенный способ особенно применимый как упрощенный, дающий азимут с ошибкой до полминуты, может быть точным, если время наблюдения звезд отмечать по карманному хронометру до 1—2 секунд, если при наблюдении Полярной определять наклонность оси вращения трубы, и если при вычислениях идти тремя приближениями, применяя в последнем приближении для  $\operatorname{tg} a$  более точную формулу; конечно широту места нужно будет знать тогда до  $\pm 15''$ .

В триангуляции при наблюдениях ацетиленовых или электрических ламп на пунктах тригонометрической сети удобно в серию наблюдавших ламп включить наблюдение направлений на Полярную и на вспомогательную звезду с отметкой моментов этих наблюдений до 1—2 секунд и с точным нивелированием оси вращения трубы при наблюдениях Полярной. Впоследствии при вычислениях широту места можно взять из обработки триангуляции. Правда, делу могут помешать столбы и поперечины сигнала на тригонометрическом пункте. Но, думается, там, где этих препятствий нет, следует в звездную ночь наблюдать по указанному способу азимут вместе с наблюдением направлений на станции триангуляции. Таким образом, триангулятор может дать ряд азимутов на промежуточных пунктах, лежащих между теми пунктами, на которых определены точно азимуты астрономами.

## РОЛЬ В КАРТОГРАФИИ ИНЖЕНЕРА КАРТОГРАФО-ГЕОДЕЗИСТА\*

(Напечатана в журнале «Геодезист», 1932 г., № 11—12, стр. 53—62)

Универсальных съемок, как и универсальных карт, не существует. Общетопографическая съемка дает топографическую основу, а вовсе не универсальный материал; использование этой основы совершается в таких направлениях: а) составляется по материалам съемки в масштабе более мелком, но не мельче 1 : 200 000, топографическая карта; б) по планшетам съемки в том же масштабе или по листам топографической карты составляются карты специального назначения, но еще крупномасштабные (не мельче 1 : 200 000), — т. е. крупномасштабные карты военные, геологические, почвенные, сельскохозяйственные и др., — путем нанесения на планшеты топографической съемки или на листы топографической карты контуров и предметов соответствующей специальной нагрузки; в) по материалам съемки или производной от них топографической карты составляются гипсометрические карты и составляется географическая основа — в масштабе от 1 : 300 000 до 1 : 1 000 000, которой пользуются затем при составлении всех карт того же масштаба или еще более мелкого; г) по планшетам топографической съемки или по листам топографической карты без какого-либо дополнения их содержания выполняют ряд инженерных изысканий и проектирований, ряд расчетов и соображений по техническому и хозяйственному использованию и преобразованию местности; д) материалы общетопографической съемки или топографической карты используют, как основные, при организации и выполнении геологической съемки, гидрогеологических исследований, геоморфологических исследований, при почвенной съемке и пр. Несмотря на неуниверсальность общетопографической съемки, значение ее — огромно, и при выполнении ее нужно предвидеть указанные выше в пунктах «а» — «д» направления ее использования — как в отношении программы съемки, так и в отношении техники топографо-геодезических работ.

Однако нередко топография подменяется геометрией и черты местности, которые непременно должны быть отражены при съемке, отсутствуют на топографическом планшете. Примеров здесь можно привести чрезвычайно много; самые подробные инструкции по съемкам тут не помогут, потому что дело зависит во многом от типа ландшафта, от местности.

Обеспечить полноценность общетопографической съемки и научную ее постановку — дело совсем не простое и достаточно ответственное. Для этого необходимо участие в ней таких лиц, которые прежде всего

\* В порядке обсуждения.

могли бы устанавливать геоморфологические особенности данной местности и ставить топографу соответствующие указания относительно выражения этих особенностей на планшете съемки. Переход от топографических материалов к топографической карте, а тем более — к географической основе требует понимания местности в географическом разрезе при самом выполнении съемки. Картография должна начинаться в поле. Если не существует универсальных съемок, то, конечно, общетопографическая съемка должна тоже тянуть к какой-то специальной задаче, которая и лежит именно в создании общегеографических и гипсометрических карт. Но та вырисовка рельефа и водной сети, которая отвечает требованиям геоморфологии, в высокой степени удовлетворит геологов, гидрогеологов, почвоведов и инженеров по изысканиям сухопутных и водных путей сообщения, а также целый ряд других запросов — потому что эти требования, являясь добавочными к обычным требованиям топографических инструкций, вносят на плане живые черты местности, помогают по плану уяснить образование рельефа и действие различных факторов, преобразующих в длительных процессах местность.

Но надлежащим отображением при общетопографической съемке геоморфологических черт местности все-таки требования вышеупомянутого пункта «б» к использованию топографической основы для составления по ней карт специального назначения не будут полностью покрыты. Здесь задача сводится к тому, чтобы при общетопографической съемке дать систему пунктов, предметов и некоторые контуры, которые послужили бы отрывными при прокладке маршрутов, дополнительных ходов, при составлении описаний и т. п. во время нанесения в поле специальной нагрузки на планы общетопографической съемки. Эта задача как будто бы и неисполнимая, если учесть все разнообразие тех специальных нагрузок, которые жизнь может выдвинуть в отношении дополнения общетопографической основы. Здесь нужно дать установку не гнаться за получением всеискрывающих данных, а только, во-первых, — не затруднить, не запутать своими материалами тех, кто ими будет пользоваться, а во-вторых, по возможности сделать малым и простым тот объем дополнительных топографо-геодезических действий, который потребуется для нанесения этой специальной нагрузки.

Конечно, топограф с этой задачей не справится потому, что здесь нужно смотреть на местность не только топографически, а нужно иметь другую подготовку. Если в настоящее время нередко приходится слышать мнение, что общетопографическая съемка никому не нужна, так как она все равно требует настолько значительных дополнений, что лучше сразу заменять ее съемкой специального назначения, — то это имеет свое основание именно в том, что топографам поручается делать то, чего они не могут сделать грамотно.

Вопрос полноценности общей топографической съемки страны — вопрос большой и большой, потому что неправильная его постановка грозит напрасной затратой огромных средств, а кроме того (и это может быть еще более важно) — напрасной потерей времени. Повторяю, что задача стоит в таком пополнении топографо-геодезических материалов, которое все-таки остается топографо-геодезическим, а не иным, но которое в значительной степени облегчит и упростит дальнейшее использование топографической основы и тем приведет и к экономному расходованию средств, к более быстрому движению в социалистическом

строительстве и к отнесению съемочных материалов всех ведомств к одной основе, что является крайне важным во всех отношениях.

Но, конечно, здесь уместно указать, что тогда и самая эта топографическая основа должна быть по исполнению высокого качества и должна исполняться искусствами-топографами, сосредоточенными в ГГУ.

Все сказанное достаточно подчеркивает то, что жизнь выдвигает особый вид специалиста, которого мы называем инженером картографом геодезистом; с другой стороны, жизнь выдвигает непременное участие в больших топографических работах географа-геоморфолога.

Роль картографо-геодезиста несколько различна при съемке обжитых и необжитых территорий.

#### Начнем с территории обжитых.

Геодезическая основа съемки и ее сгущение должны быть в руках картографо-геодезиста. Здесь картограф-геодезист выгодно использует то знание местности, которое он приобретает изучением литературы и топографических материалов еще до выезда в поле, и которое он умело пополняет во время рекогносцировочных работ. Если мы требуем, чтобы построение опорных сетей низших классов соображалось непременно с топографическими условиями местности, то это требование — пустой звук для обычных триангуляторов, потому что они не умеют видеть местность.

Надлежащее освоение особенностей местности позволит картографу-геодезисту целесообразно выбрать метод построения геодезической основы и самую конструкцию опорных геодезических сетей и составить правильно проект работ, учитывая при этом возможные перемены в масштабе съемки; он создает ему основу надлежащей густоты и намечает значение района в геологическом и почвенном отношении, а также в разрезе требований инженерных изысканий. Сгущение этой основы, которое по своей точности, положению на местности и по способам закрепления ее пунктов и линий сделает возможно легкой и простой задачу, указанную выше, в пункте «б» составления планов специального назначения. Такого приложения подготовки картографа-геодезиста в Западной Европе не знают, так как там общетопографическая съемка ведется в масштабе не мельче 1 : 20 000, да кроме того обычно до этой съемки на местности имеется более густая для этой цели основа в виде детальнейших кадастровых триангуляций и полигонов. Но в Америке, при съемках масштаба 1 : 48 000 начальники топографических партий имеют достаточную и геологическую, и общеинженерную подготовку. Несомненно, мне скажут, что у нас до сих пор справляются с геодезической основой, непосредственно предназначенной к использованию в целях топографической съемки, даже геодезисты обычного типа, а со сгущением этой основы — опытные топографы.

Я чувствую определенно, что только что сказанное мною в отношении геодезической основы сочтут сумудрием, потому что у нас привыкли работать, имея всего две геодезически определенные точки на планшете масштаба 1 : 50 000, а иногда — и всего одну. Красовский, мол, хочет лучшего, когда есть хорошее! Поэтому приходится, отклоняясь от прямой темы, говорить о вещах, которые как будто давно должны бы быть всем ясными.

Геодезическая основа должна дать прежде всего в работе топографа твердый и легко осуществимый контроль и затем простоту организации топографических работ и выполнение этих работ сравнительно простыми техническими средствами. Чем реже геодезическая основа и чем менее она соображена с местностью, тем хуже выполняются эти требования, и тем хуже результаты съемки, а время и деньги на нее затраченные — более.

Вопрос, как нужно строить геометрическую сеть, — при наших порядках и способах давать геодезическую основу обращается в сложный и по существу неразрешимый вопрос, тогда как этого вопроса и не должно бы возникать. В самом деле: 1) чтобы дать хорошо горизонтальное положение пунктов геометрической сети, нужно через весь планшет пройти большими треугольниками; 2) чтобы передать хорошо высоты, нужно идти малыми треугольниками и, распространив эти передачи на весь планшет, надежно их увязать; 3) а чтобы не иметь излишней ходьбы и чтобы во время съемки пункты сети были цели, следует распространять геометрическую сеть по частям по мере продвижения съемки.

Как же совместить эти несовместимые требования? Да, конечно, только в ущерб качеству работы, при чисто-практических подходах к делу. В результате — систематические смещения контуров, изогипс и грубая их увязка по «знаменитым» сводкам, несмотря на местность, т. е. нарушается самое главное в съемке и никто не скажет, с какой же точностью определены высоты пунктов геометрической сети, которые подписываются до дециметров... Геологи иногда требуют, чтобы абсолютная высота некоторых пунктов на планшете была дана с ошибкой не более 0,2 м; геоморфологи заинтересованы кровно в том, чтобы в некоторых районах высоты вершин были даны с ошибкой не более 0,5 м; водники, конечно, только при своих предварительных соображениях по планшетам должны быть уверены, что водотоки разных бассейнов увязаны по высоте — ну, хоть до 0,5 м. А не угодно ли всем этим специалистам, повозившимся с топографическими материалами, убедиться, что или здесь пахнет ошибками в нужных им высотах от одного до двух метров или открыть какие-то неведомые явления в природе?! Конечно, для проекта изысканий сухопутных путей сообщения достаточно за глаза того, что дается на наших топографических планах, достаточно этого было для прежних задач обороны, но, конечно, современные задачи обороны требуют очень густой сети пунктов, определенных числовым, а не графическим методом.

Промахи в высотном обосновании топографической съемки устраивают иногда прокладкой нивелирных ходов через планшеты, и это, может быть, правильный выход в безводных степных районах. Но в большинстве районов нужно думать о том, как скорее дать нивелирное обоснование не геометрической, а тригонометрической сети, чтобы в ней надежно передать высоты на основании геодезического нивелирования. В пределах же планшета действуйте иначе, а как именно, — это пусть указывает не инструкция на все случаи, а соответственно подготовленный специалист — картограф-геодезист. Если недавно топограф-геодезист Дреннов додумался до выгодности и необходимости в некоторых районах Средней Азии давать вместо геометрической сети упрощенную параллактическую полигонометрию, то ведь самый этот метод известен с 1908 года, а съемки в Средней Азии имеют 60-летнюю давность.

Если в ряде районов Сибири бывшее Переселенческое управление в основу геометрической сети клало пункты, определенные минутным теодолитом из упрощенной триангуляции, то почему такие пункты теперь не удовлетворяют запросам землеустройства и не дадут вполне достаточной числовой канвы на планшетах общетопографической съемки для целей землеустройства? Положительный ответ ясен, но только такое построение нужно умело проводить технически и организационно, комбинируя его во времени и с исполнением триангуляции, и с исполнением собственно геометрической сети, да увязав это дело с надежной и выполняемой организационно простотой передачей высот. Конечно, опять здесь дело требует участия не одного топографа.

В лесных районах длинные ходы — теодолитные или тахеометрические — прокладывает топограф. Этот способ обоснования очень не нравится опытным топографам, и это — не каприз и не инерция: они опытом чувствуют, что дело здесь не совсем ладное. Вранья и путаницы в этих ходах сколько угодно, — а почему? Потому, что это простое дело требует длительного воспитания в направлении, несвойственном топографу, и еще потому, что организационно эти ходы вклиниваются в съемку. Кроме того, точность их, если они исполнены аккуратно, значительно выше требования мензульной съемки, а с другой стороны, они не удовлетворят землестроителей в качестве основы, выраженной числами значениями координат.

Чем здесь может быть полезен картограф-геодезист? При прокладке в этих лесных районах основных ходов, заменяющих триангуляцию, он попутно изучает и рекогносцирует местность, с которой он ознакомился по литературе и по имеющимся плановым и картографическим материалам еще до выезда в поле.

Поэтому он исполнит наиболее надежно привязку к своей основе системы существующих просек, определит числовым способом направления некоторых из них, сделает в некоторых местах контрольные по нем промеры — с той целью, чтобы затем выяснить достоинство разбивки просек в натуре и правильность построения их на лесных планах; попутно в ряде пунктов тщательно определит склонение магнитной стрелки — или путем передачи направлений со своих основных ходов, или даже путем определения истинного азимута по Солнцу в тех пунктах, которые лежат далеко от его основных ходов (ведь это потребует от опытного инженера 30—40 минут времени на пункт). Все это приводит к тому, что если просеки действительно прямые, то их пересечения определяются надежно аналитическим путем, а если они разбиты неправильно, то это будет выяснено; далее в ряде пунктов будет выяснено склонение магнитной стрелки, и это или позволит широко применить в последующем мензульные ходы через точку или, наоборот, сознательно от них воздержаться; в этих же пунктах будут даны ориентирные направления будущему съемщику. Свое геодезическое обоснование в виде основных ходов геодезист-картограф поведет, конечно, в большинстве случаев по рекам и речкам, по значительным дорогам, по достаточно расчищенным просекам и т. п. При этом уменье схватывать основные черты рельефа и понимание местности возможно позволят выбрать кое-где пункты в лесу на водоразделах, которые определяются направлениями с основных ходов, с передачей затем координат таких пунктов короткими вспомогательными ходами на близлежащие дороги, просеки, визиры, тропы и т. п. и дать в переданных таким образом пунктах надежные ориентиры.

Но более шансов имеет такое построение, когда на выгодные водораздельные пункты удастся взять только по одному направлению с основных ходов, если эти пункты удалены друг от друга на километр, на два, на три, это соединение их теодолитным ходом с пробивкой при этом визирок и с определением астрономических азимутов приведет все-таки к достаточно надежному определению этих пунктов, но при условии, что эта надежность будет оценена и установлена, а работа будет выполнена геодезистом-картографом с надлежащим контролем.

Все эти примеры показывают, что в опытных руках в лесных районах геодезическое обоснование может приводить в ряде случаев к значительному сокращению работы топографа по прокладке теодолитных или тахеометрических ходов и одновременно к усилению контроля его работы, и в то же время на планшете будет получен ряд пунктов, положение которых определено с точностью, удовлетворяющей все запросы. Опытный топограф схватывает черты местности, но не обладает техническими навыками в создании основы по правилам, отступающим от обычных; геодезист не картограф владеет техникой, но не понимает местности. Надлежащее образование картографа-геодезиста соединяет в его лице понимание местности и задач съемки с математическим мышлением, с способностью оценивать правильно точность результатов своих построений и со способностью приспособлять методы этих построений к местности.

За время рекогносцировки и построения геодезической основы картограф-геодезист достаточно ознакомляется с местностью, устанавливает предварительно масштаб и программу съемки.

Поэтому при самом построении геодезической основы он правильно отражает запросы к ней будущего масштаба съемки и, кроме того, он может частью сам дать, а частью запроектировать то сгущение этой основы, которое значительно облегчит использование топографической съемки для составления по ней планов специального значения. Но в последующий зимний период он использует эти результаты изучения местности, чтобы лучше усвоить литературу, относящуюся к ней, чтобы в совещаниях с геологами, геоморфологами, почвенниками, инженерами-изыскателями и т. п. установить окончательно разнообразные запросы, предъявляемые к съемке этой местности, и выбрать из них то, что может быть вполне обоснованно получено в процессе общетопографической съемки.

В результате он устанавливает программу съемки, ее методы и ее масштаб. Отступления от масштаба 1 : 50 000 могут быть и в ту и другую сторону, но они должны быть прочно обоснованы. Районирование территории по масштабам общетопографической съемки, вероятно, ничего не даст, так как слишком разнообразны стали неотложные запросы к топографической съемке. Если те или другие запросы требуют исполнения 2—3 планшетов в масштабе 1 : 25 000, то на это должно пойти, но только нужно сперва основательно оценить эти запросы, что может сделать именно картограф-геодезист, знающий и соответствующую местность и понимающий в переводе на топографо-геодезический язык интересы тех или других специалистов или интересы промышленного строительства. Иногда укрупнения масштаба съемки можно избежать, дав на местности систему надежно определенных высот, или дав достаточное число ориентирных и исходных пунктов, дав некоторую добавочную числовую основу на планшете.

Целый ряд задач будет успешно решен впоследствии по топографическому плану, если при его составлении пошли не на уменьшение сечения между горизонтальми, т. е. не на укрупнение масштаба съемки, а на повышение аккуратности в вырисовке горизонталей, дающих существенные, нужные переломы профилей по тем или иным важным линиям местности. Если горизонтали даны через 5 м, но с ошибками до 1,5 м, то это будет хуже, чем на низких профилях дать на плане вдвое мелкого масштаба перегибы местности с ошибкой в высоте на 0,75 м, рисуя между ними рельеф через 10 м. Добавочные горизонтали часто важнее основных, и не только не так редко их нельзя вести по реечным точкам, но иногда нужно будет особо точно передать к ним высоту от лунка геометрической сети. Конечно, как уже указывалось выше, еще во время работ по геодезическому обоснованию съемки, картограф-геодезист уже соображает будущий масштаб съемки или вернее желательное отступление его от инструкционного или заданного ГГУ; это он умело отражает тогда же в самом построении геодезической основы, обеспечивая во всяком случае возможность легкого развития ее в случае признания впоследствии перехода на укрупнение масштаба съемки. По установлении окончательного масштаба съемки картограф-геодезист отрабатывает ее программу, конечно, в виде необходимых дополнений к общей инструкции съемки данного масштаба, и принимает участие в руководстве съемками в поле.

Прежде всего это дело касается водной сети и рельефа: в зависимости от типа ландшафта здесь картограф-геодезист дает ряд существенных указаний топографам. Последние обычно пропускают все в отношении рельефа и гидрографии, что «не вырисовывается в масштабе», а то, что вырисовывается — дают нередко постольку, поскольку это попадает на десятиметровые горизонтали. Вот получить эти десятиметровые горизонтали, хотя бы они прошли мимо всех характерных черт рельефа — главная задача достаточного числа топографов. Чтение книги природы, отображение этой природы на плане заменяется нередко аккуратной разграфкой на столбцы — по 10 м в каждом столбце. Этой работой занимаются с гордостью и упоением, и очень удивляются, когда на результаты ее смотрят с сожалением. В Заволжской степи какую-нибудь 20-ю горизонталь наносят на планшет со всеми причудливыми изгибами ее, вызванными при общем ничтожном уклоне местности ничтожными же, случайными и никому ничего не говорящими перегибами местности, — потому, что эти извилины и дрожание горизонтали «вырисовываются в масштабе»; но наряду с этим — целый ряд западин, будет или просто пропущен или нарисован неверно, соответственно, видите ли, высокнувшей к июлю воде в западинах. Ряд мелких «висячих» оврагов пропускается по той же причине — «не вырисовываются в масштабе», хотя высота их над уровнем реки ясно указывает на значительные, грозные поднятия уровня реки весной. На пойме нередко вьется самым прихотливейшим образом единственная горизонталь, выбранная с той тщательностью, которая соответствует микрорельефу, но это, конечно, то же самое, что предложение без сказуемого. Попробуйте по топографическому плану построить профиль речной долины, — вероятно окажется, что береговых валов вообще не существует, а также отсутствуют заболоченные продольные ложбины, свидетельствующие о выходе грунтовых вод. Бугорки между старицами на пойме иногда представляются рядом вершинок, рядом кружочков, «попавших в сечение», но при этом заплывшие старицы не изображены

на плане. Речные террасы, столь важные для характеристики речной долины, изображаются лишь в виде исключения; границы разливов также обычно опускаются.

Вообще, аллювиальный берег от коренного не отделяется и там, где это позволяет масштаб плана. Верхние части долины и оврагов в виде едва заметных ложбин и усиков нередко не прощупываются достаточно, и поэтому водоразделы, особенно в лесных районах, определяются по плану достаточно приближенно, да иногда и самый их характер не охвачен; «пропиленные» водоразделы на плане отсутствуют. Карстовые образования обычно топографом не заносятся.

Длинный перечень, мною приведенный только что, конечно, далеко не полон, — это только часть тех требований, на которые нужно обратить внимание топографа. Попутно отмечу еще следующее: документы геологической съемки — это планшеты или листы карты, соответственно отработанные, и целые томы описаний, разрезов, выводов и заключений. Топографическая съемка почему-то должна умещаться в жесткие рамки изображения местности на плане в масштабе съемки, и плюс к этому листок топографического описания. Думается, что не пора ли к плану или вернее к топографическому описанию прилагать поперечные профили в характерных местах и крупном масштабе речных долин, верховьев оврагов, профили некоторых водоразделов и т. п. В отношении рельефа и водной сети картографу-геодезисту не только придется давать ряд указаний топографу программного и технического характера, но учить и перевоспитывать его. Эти указания зависят от типа ландшафта данной местности, и поэтому вообще отличаются достаточным разнообразием.

О выполнении в топографической съемке тех требований, которые важны для геологов, будет сказано ниже: во всяком случае, картограф-геодезист за время своего общения с топографом в поле обращает внимание и на эту сторону съемки. Сейчас же довольно будет упомянуть о том, что картограф-геодезист устанавливает способы, густоту и места определений дополнительных пунктов к геодезической основе, выполняемых топографом, и указывает признаки тех мест, где должны дать при развитии графической основы особенно тщательно высоты, или достаточно густую сеть ориентирных линий и пунктов. При этом он соображается с выяснившимся для него будущим использованием топографической съемки или для целей геологии, или для нужд почвенной съемки, или для нужд землеустройства.

По выполнении съемки и поверок ее начальником топографической партии должна производиться особая приемка картографом-геодезистом и геоморфологом, или в некоторых районах — картографом-геодезистом и геологом.

В этой приемке основной метод — осмотр местности с планшетом в руках. При этом почти всегда придется внести в рисовку рельефа некоторые изменения и дополнения, чтобы правильно и полно дать рельеф с точки зрения геоморфологии, чтобы отразить и важные для геологов черты рельефа; возможно, что придется наметить ряд добавочных пунктов, которые должны быть определены точно по высоте; возможно, что придется взять ряд добавочных профилей, чтобы впоследствии правильно строить топографическую и гипсометрическую карту; ряд объектов, интересных для геологов, также наносится на планшет при этой приемке. Вместе с геоморфологом картограф-геодезист вносит на планшет или в материалы описаний съемки и те черты местности, которые важны

для правильной отработки общегеографической карты. Указанная постановка работы дает прочное основание для обеспечения использования общетопографической съемки в тех пяти направлениях, которые приведены в начале статьи. Очевидно, что в составлении и редакции топографической карты и гипсометрических карт картограф-геодезист будет главным работником. Полагаю, что после нескольких лет работы на руководстве съемками и по редакции топографических и гипсометрических карт, а также после некоторого участия в работах по составлению общегеографических карт этот специалист в состоянии будет проводить ответственное редактирование общегеографических карт, вернее — географической основы карт, — конечно, при обязательном участии географов. То обстоятельство, что в ряде моментов этой редакции главная роль будет принадлежать ученым географам, нисколько не ослабляет роли картографа-геодезиста, который ведет всю работу по составлению и оформлению карты.

В необжитых районах всегда предстоит охват больших площадей съемкой мелкого масштаба, проводимой в трудных экспедиционных условиях. Геодезическое обоснование съемок следует проводить здесь ранее выполнения съемки на один полевой сезон. Исходными являются астрономические пункты, которые частично определяются астрономом-геодезистом по главным рекам и дорогам области. Но проникновение вглубь района для определения астрономических пунктов лежит на обязанности картографа-геодезиста, так же как и трудная задача дать надежно исходную высоту в районе работ. Выработка проекта геодезического обоснования, схемы съемочных ходов, программы и методов съемки и соображения по организации экспедиционной работы, — это исполняется картографом-геодезистом на основании того ознакомления с местностью, которое он получил при рекогносировках в период определения астропунктов, а также на основании изучения литературы и имеющихся картографических материалов.

Несомненно, что картограф-геодезист должен владеть всеми методами обоснования съемок и уметь их приспосабливать к местности, к масштабу съемки и условиям работ в необжитых районах. Последнее обстоятельство очень важно; оно вынуждает: нередко работу по обоснованию съемки вести одновременно со съемкой, давая сейчас же координаты и высоты, применять комбинированные методы обоснования и умело заменять числовое обоснование графическим. Здесь нужно творчество, проявление именно «инженера» в данной специальности. В этих же условиях картограф-геодезист будет нередко связан в своих передвижениях и привязан по необходимости к топографам, но это обстоятельство имеет хорошую сторону в том, что картограф-геодезист обеспечивает в съемке нанесение и умелое подчеркивание тех объектов и моментов, которые выражают тип ландшафта, характерные для генезиса поверхности черты рельефа и водной сети, некоторые геологические признаки, некоторые географические особенности местности в отношении почв, лесов и т. п.; при трудности проникнуть в некоторые части местности картограф-геодезист выбирает те выгоднейшие направления, прокладка по которым ходов или маршрутов дает максимальный эффект. Участие этого специалиста в съемке обеспечивает впоследствии составление карт по данным, наиболее живо, полно и научно рисующим местность, а не по мертвому чертежу, отражающему лишь следы сечения местности вымыщенными горизонтальными плоскостями. Конечно, главным лицом в составлении топографических, гипсометрических и

общегеографических карт необжитых районов является именно картограф-геодезист.

Может быть, слишком подробно мною охарактеризована полевая деятельность картографа-геодезиста, но без нее не могут быть созданы надлежащие карты. С другой стороны, в этой деятельности мною упущено было использование аэрофотосъемки и просто фотосъемки; солидной подготовкой и в этой области картограф-геодезист должен обладать, в особенности в разрезе применения ее к обследованиям необжитых пространств.

Уже приходилось неоднократно отмечать роль картографа-геодезиста в составлении и редакции карт топографических, гипсометрических и общегеографических. Несомненно, что в процессе изготовления оригинала карты, картограф-геодезист должен считаться со способами издания карт, поэтому достаточное знакомство с техникой картоиздательства для него обязательно, однако, ограничивающее практическим изучением и ознакомлением с делом постольку, чтобы в более сложных случаях уметь выявить требования художника-полиграфиста к карте и в тесном сотрудничестве с ним добиться хорошего издания карты.

Что касается участия картографа-геодезиста в деле составления специальных карт (в том числе и ряда карт географических), то здесь роль его совсем не та, на которую рассчитывают в настоящее время деятели, учредившие уклон «редакторов-издателей» на картографическом отделении Московского геодезического института (МГИ). Хозяином дела здесь будет или геолог, или географ, или экономист, или почвовед и т. п., соответственно назначению карты; картограф-геодезист дает математическую основу; во всем остальном он — консультант и технический редактор. Конечно, и здесь роль его почтenna, но ценится он постольку, поскольку выберет подходящую математическую основу, поскольку удачно оформит на оригинале карты географическую основу, учитывая специальное назначение карты, и поскольку он может дать указания по графическому оформлению карты. Для этого однако не нужно какого-то особого уклона в специальности. В картографическом производстве нужны особые граверы, чертежники-картографы, достигающие особого изящества в исполнении оригиналов, художники печатного дела, инженеры-технологи, работающие над краской и бумагой, но вовсе не требуется всезнайка, который плохо знал бы геодезию и топографию, слегка познакомился бы с геологией, почвоведением, экономической географией, выдавал бы себя компетентным в фотографии, в изготовлении печатных форм, в теории цветов, в красках и бумаге, в машинном оборудовании картографического производства, и выступал бы как редактор карт любого назначения и руководитель их изданием.

Тот инженер-картограф, который нужен, это — картограф-геодезист, описанный выше. Не нужно думать, что он будет разрабатывать вопросы математической картографии, — это дело всегда было и будет астрономов-геодезистов. Соответственно этому картограф-геодезист получает меньшую математическую подготовку. Главными предметами его подготовки являются: топография и аэрофотосъемка, геоморфология, теодезия с геодезической астрономией, теория основных картографических проекций, картоведение, составление основных карт (топографических, гипсометрических и общегеографических), организация картографического производства; предметами, на которых базируются эти главные, являются: математика, химия, оптика, фотография,

геология, почвоведение, география, землеведение (общее), практическое знакомство с изготовлением печатных форм и процессами картоиздательства. В геодезию входит и та часть инженерных изысканий, в которых широко пользуются картами.

Я не отрицаю, что в картографии очень важное место занимает издание карты. Однако в высшей геодезической школе неуместно заниматься очень тонкими технологическими вопросами в области красок и бумаги, а теорией цветов могут заниматься только хорошо подготовленные физики; во всех этих вопросах в геодезической школе может быть речь только об установленной рецептуре и установленных практических приемах; совершенно так же обстоит дело с вопросами полиграфии и машин картографического производства. Поэтому весь этот цикл не может в геодезической школе ставиться как предмет высшего образования; он может лишь дать несколько вспомогательных предметов, а следовательно, не может претендовать на особый уклон в картографической специальности высшей геодезической школы. Конечно, нелепо этот уклон «издательский» соединять с редакцией карт. Редактором карт будет именно тот специалист, который обрисован в настоящей статье, т. е. так называемый «полевой» картограф. Прискорбное недоразумение современной постановки высшего картографического образования лежит в признании, что редакция карт может быть оторвана от знания и понимания местности, что картограф — камеральный работник, и что картограф должен владеть в той же степени изданием карт, как астроном — астрономией. Можем уверенно сказать, что выпускаемые из МГИ редакторы-издатели будут скорее техниками в издательстве, чем инженерами; редактировать же карты топографические, гипсометрические и общегеографические им нельзя будет поручать, — а кто же им поручит редакцию карт геологических, почвенных или экономических?

Мыслим, конечно, кроме описанного в настоящей статье типа картографа-геодезиста, другой тип — инженера картографа-полиграфиста, которые в некотором числе нужны картографическому производству, но, конечно, подготовка его должна идти не в стенах геодезической школы, и этот специалист, конечно, не редактор карты, а помощник его в части издания карты.

---

## ОТЧЕТ О ЗАНЯТИЯХ НА ГЛАВНОЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ В 1902—1903 ГОДУ

(Опубликован в памятной книжке Межевого института за 1902—1903 г.,  
6 год издания, стр. 100—111)

В конце октября 1902 г. было удовлетворено ходатайство директора межевого института о командировании меня для научных занятий на главную астрономическую обсерваторию в Пулкове; окончным сроком командировки было назначено 25 мая 1903 г.

В ноябре 1902 г. директор института в ответ на обращенную к директору Пулковской обсерватории просьбу с предоставлением мне возможности заниматься на обсерватории — получил от академика О. А. Бакунда — директора обсерватории — уведомление о его согласии на мою командировку в Пулково, с условием, чтобы мой приезд туда состоялся не ранее 1 декабря.

Однако, окончательно поселиться в Пулкове мне удалось только 13 декабря, когда освободилось предназначенное для меня помещение в обсерватории.

Таким образом мне предстояло пробыть в Пулкове около 5,5 месяцев.

Конечно, прежде всего нужно было выбрать ту область астрономии, в которой должны были сосредоточиться мои занятия, а также определиться о ведущихся на обсерватории работах по геодезии.

По отношению к астрономии я решил заниматься вопросами исключительно астрономии практической.

По отношению же к геодезии, я должен сказать, что зимние работы офицеров-геодезистов, занимающихся в Пулкове под руководством профессора Ф. Ф. Витрама, не могли представлять для меня интереса. Но во время моей командировки в Пулкове велась обработка результатов градусного измерения на островах Шпицбергена; я решил принять участие в этой работе, и именно с вычислений Шпицбергенской триангуляции и начались мои занятия на Пулковской обсерватории.

Обратившись к профессору Ф. Ф. Витраму, в руках которого была сосредоточена в то время главная часть работы по вычислению триангуляции на Шпицбергене, я узнал, что тогда эти вычисления имели еще характер предварительных вычислений. Тем не менее, я принял участие в этих вычислениях, надеясь, что высокая точность измерений на пунктах сети потребует и при предварительной обработке применения новых для меня и весьма удобную форму боковых уравнений; 3) в уравнивании по способу наименьших квадратов той-же части сети и вычислении сторон треугольников (на основании теоремы Лежандра).

Это уравнивание и вычисление сторон должно было доставить не окончательные величины сторон и углов, а только данные для первого суждения о точности всей совокупности геодезических работ, а также для исправления полученных прежде величин приведений и для соображений относительно использования материала при окончательном выводе сторон и углов.

Перечисленными вычислениями мои занятия по обработке результатов градусного измерения и закончились.

Конечно, нового со стороны теоретической я в этих занятиях нашел для себя немногого; но все-таки совместная работа с таким знатоком дела, как Ф. Ф. Витрам, была для меня полезна, притом же в вычислениях такой высокой точности я участвовал впервые.

Так как, по заявлению профессора Витрама, дальнейшая обработка триангуляции после описанного выше вывода сторон и углов должна была еще долгое время иметь прежний, знакомый мне характер, то я и решил, в начале марта 1903 г., прекратить свое участие в вычислениях Шпицбергенской триангуляции.

Одновременно с участием в вычислениях Шпицбергенской триангуляции я занимался еще работой, которую можно отнести с одинаковым правом как к геодезии, так и к области практической астрономии — именно, исследованием Пулковского горизонтального круга.

Мысль о существовании систематических ошибок в величинах горизонтальных углов, измеряемых этим инструментом, притом систематических ошибок, обусловливаемых самой конструкцией инструмента, — побудила астронома А. С. Васильева предпринять строгое исследование этого оригинально построенного инструмента.

В этой работе я принял участие, как помощник А. С. Васильева, и именно мною было выполнено следующее: 1) определение цены деления окулярного микрометра, 2) определение расстояний между вертикальными нитями, 3) исследование случайных ошибок делений круга и 4) исследование неправильностей винтов микроскоп-микрометров.

Определение расстояний между нитями было произведено двумя способами — способом Гаусса и из наблюдений отдаленного предмета. При пользовании первым способом измерения производились большим универсальным инструментом Бамберга, при пользовании же вторым способом служила вертикальная нить универсального инструмента Трауттона и Симса, установленного, как обыкновенно устанавливаются коллиматоры.

При исследовании случайных ошибок делений горизонтального круга мною были промерены около 50-ти промежутков между штрихами; оказавшиеся большие величины случайных ошибок на некоторых местах круга показали, что для данного круга его исследование должно вести в гораздо большем размере.

При измерениях горизонтальных углов Пулковским горизонтальным кругом я обратил внимание на весьма большие изменения в величине рена одного из микроскоп-микрометров и решил исследовать, по возможности тщательно, это явление. Изучив вопрос о производстве точных работ с микроскопами по монографиям: 1) Ф. Ф. Витрама «Об отсчетах кругов помощью микроскопов», 2) В. В. Витковского «Пулковский горизонтальный круг» и 3) Смыслова «Репсольдов круг», я пришел к заключению о необходимости в данном случае исследования винтов микрометров. Это исследование было произведено мною посредством измерения различными частями винта микрометра мелких делений, нанесенных на особой серебряной пластинке. Уже при самых измерениях обнаружилось, что винт одного из микроскопов имеет значительные поступательные ошибки. В результате этого исследования я получил для двух микроскопов круга кривые ошибок винтов их микрометров. Ординаты этих кривых были выведены мною не по обычному способу, указываемому почти во всех курсах астрономии, точно так же я не воспользовался и способом, излагаемым в сочинении Смыслова «Репсольдов круг». Смыслов трактует вопрос лишь о периодических ошибках винта, в данном же случае приходилось иметь дело главным образом с ошибками поступательными, представляемыми не в виде периодической функции. Обычный же способ вычисления в случае больших неправильностей в крайних, почти не употребляемых в работе, частях винта относит эти ошибки на счет средних, обыкновенно правильно нарезанных оборотов; кроме того, от обычного способа обработки приходится отказаться, если собранный материал позволяет составить ряд условий между искомыми величинами.

В «Travaux du Bureau international des poids et mesures», tome V, я нашел две статьи: 1) Note sur l'étalement des sousdivisions d'une règle и 2) Calcul des erreurs progressives d'une vis micrométrique. Изучив их, я познакомился с новым для меня способом исследования прямолинейных шкал и с применением этого способа к исследованию микрометрического винта. Этот способ требует, чтобы наблюдения при исследованиях выполнялись уже в известной системе. Мои наблюдения по исследованию микроскопов Пулковского горизонтального круга были сделаны по другой системе и поэтому непосредственно применить к своему материалу способ вычисления, указанный в упомянутых монографиях — я не мог. Однако, видоизменив способ вычисления, указанный в «Travaux du Bureau des poids et mesures», я получил формулы, которыми пользовался при вычислении ошибок в отчетах по барабану микро-

метра, происходящих от неправильностей линзовой, царезки. Должен сказать, что профессор Витрам сообщил мне интересный вывод формул, по которым можно вычислить периодические ошибки в отсчетах по барабану микроскоп-микрометров.

Мои занятия по исследованию Пулковского горизонтального круга закончились почти одновременно с занятиями по вычислению Шлицбергенской триангуляции — именно в начале марта.

Участвуя в этом исследовании, я все время исполнял работы высокой точности, познакомился с новыми для меня способами исследований и вычислений, причем, конечно, и некоторые вопросы, относящиеся к области измерений, получили в моих глазах новое освещение. Поэтому, несмотря на значительную затрату времени на эту работу, считаю выполнение ее для меня очень полезным.

Дальнейшие мои занятия на обсерватории состояли в следующем:

1) В марте месяце вице-директор обсерватории А. П. Соколов познакомил меня с производимыми им наблюдениями пятнадцатидневным рефрактором. Именно, я познакомился с выполняемыми посредством рефрактора наблюдениями для определения разностей прямых восхождений и склонений светил и с наблюдениями двойных звезд. Конечно, в виду невозможности предоставить такой инструмент, как 15-ти дюймовый рефрактор, в мое распоряжение, — я мог ознакомиться с упомянутыми наблюдениями только поверхностью.

2) Астроном А. С. Васильев ознакомил меня с устройством и наблюдениями вертикальным кругом, служащим в Пулкове для определения склонений светил. С принятым в Пулкове способом обработки наблюдений вертикальным кругом я ознакомился по мемуарам бывшего директора обсерватории О. Струве, помещенным в одном из томов: «Observations de Poulkova».

3) При посредстве вице-директора А. П. Соколова я получил возможность познакомиться с многочисленными звездными каталогами, имеющимися в обсерватории. Мною были приведены к одной эпохе координаты звезд по данным многих каталогов, причем, так как я пользовался и самыми первыми точными каталогами Лаланда и Гиаци, то для облегчения вычислений пришлось воспользоваться таблицами прецессии, составленными французским астрономом Folie.

При этих же занятиях с каталогами, благодаря указаниям А. П. Соколова, для меня выяснился до некоторой степени и вопрос о современной постановке исследований собственных движений звезд [Полное выяснение этого вопроса, благодаря сложности исследований систематических ошибок в координатах данного каталога, требует изучения целой литературы, да такое изучение, в виду чрезвычайной специальности вопроса, было бы для меня и бесполезно].

4) По совету А. П. Соколова я задумал весной выполнить определение прямых восхождений звезд из наблюдений пассажным инструментом, служившим при определении разности долгот Пулково — Потсдам; метод определения координат был избран дифференциальный.

Конечно, предстояло, прежде чем приступить к наблюдениям, изучить принятую в Пулкове систему таких наблюдений и способы их обработки.

Это изучение было выполнено мною под руководством А. П. Соколова по обширному мемуару астронома Вагнера: «Deduction des ascensions droites du catalogue, principale», помещенному в III томе «Observations de Poulkova».

Здесь автор излагает вопрос о выводе прямых восхождений светил из абсолютных наблюдений, но так как этот вопрос включает две статьи: 1) определение разностей прямых восхождений звезд и 2) определение относительного положения звезд и солнца, — то в этом мемуаре я, конечно, нашел все нужное для меня и по вопросу о выводе прямых восхождений из дифференциальных наблюдений.

Но без сомнения, для меня было очень полезно ознакомиться и с выводом положения точки весеннего равноденствия, составляющим главную часть упомянутого мемуара астронома Вагнера.

Обыкновенно в курсах астрономии этот вопрос об определении точки весеннего равноденствия трактуется поверхностно, и только из изучения такого труда, как упомянутый мемуар Вагнера, можно понять, сколько трудностей заключает в себе дело по определению относительно звезд точки весеннего равноденствия, если эту задачу решать со всей строгостью. Без такого изучения трудно представить себе, что при составлении каталога прямых восхождений фундаментальных звезд подвергаются критике величины коэффициентов рефракции, широты места, наклонности эклиптики к экватору.

Вопрос о практическом осуществлении строгого определения основных кругов, учитывание и исключение ошибок, имеющих годовой и суточный периоды, влияние на точность окончательного результата географического положения обсерватории,—

Все это стало для меня ясным, именно, благодаря изучению мемуара Вагнера и указаниям А. П. Соколова.

Упомянутый переносный пассажный инструмент, служивший для определения разности долгот Пулково—Потсдам и которым мне предстояло наблюдать при выполнении задуманной работы по определению прямых восхождений звезд — я получил в свое распоряжение в начале апреля 1903 г. Ознакомить меня с методом наблюдений этим инструментом изъявил согласие астроном Ф. Ф. Ренц.

С наблюдениями пассажным инструментом обычного устройства я уже был знаком в достаточной степени, но данный мне инструмент снабжен регистрирующим микрометром, и поэтому мне нужно было узнать устройство этого прибора, усвоить способ наблюдения им и научиться обращаться с хронографом.

Употребление пассажных инструментов, снабженных регистрирующими микрометрами, имеет значение при определении разностей долгот, так как пределы колебаний личного уравнения наблюдателя при наблюдениях времени с помощью этого микрометра суживаются. Поэтому ознакомиться подробно с этим прибором мне было полезно, так как определение мест входит в мою специальность. Должен сказать, что астроном Ф. Ф. Ренц в начале мая уехал в отпуск и дальнейшим моим наставником был профессор Ф. Ф. Виттрам.

В виду крайне малого числа ясных ночей в конце апреля и начале мая, мне, к великому сожалению, пришлось отказаться от задуманной работы по определению прямых восхождений звезд и ограничиться точным определением времени.

В общем, после изучения устройства регистрирующих приборов и приобретения навыка при наблюдениях с ними, мною было исполнено:

1. Исследование мертвого хода винта микрометра.

2. Определение ширины контакта.

3. Наблюдение прохождений звезд, кульминирующих к северу и югу от зенита, подбор которых совершался так, чтобы из наблюдений каждого вечера можно было вывод времени сделать, как при помощи близополюсных звезд, так и по парам звезд северных и южных. Коллимация при всех наблюдениях исключалась, благодаря тому, что в середине наблюдений каждой звезды труба перекладывалась в лагерях.

Измерение хронографической ленты было произведено мною посредством масштаба, помещаемого на землемерных транспортирах; специальный прибор для измерения ленты был в это время занят.

Из вычисления этих наблюдений обнаружилось, что вероятная ошибка в поправке часов, выведенной из всех наблюдений за вечер, не превышает  $\pm 0,02$  секунды.

Таким образом, мне удалось и познакомиться подробно с устройством регистрирующих приборов и добиться, при наблюдениях с ними, точных результатов.

4. В конце мая я участвовал в предпринятых А. П. Соколовым работах по определению постоянных Пулковского 15-дюймового рефрактора. К сожалению, в вычислении наблюдений, сделанных при исполнении этой работы А. П. Соколовым и мной, как его помощником, — мне принять участие уже не удалось, вследствие моего отъезда из Пулкова.

5. Считаю уместным упомянуть, что в Пулкове я еще ознакомился в некоторой степени с вопросом об исследованиях изменений широты.

Практическая часть этих исследований была изучена мною по мемуару астронома Нюренса, помещенному в одном из томов «Observations de Poulkova» и по магистерской диссертации астронома Иванова «Вращательное движение земли». При попытке же изучать и теоретическую часть вопроса я убедился в необходимости дополнительного изучения некоторых основных сочинений по теоретической астрономии.

В начале этого отчета я уже говорил, что окончательно устроиться на обсерватории мне удалось лишь 18 декабря; между тем в Петербург я приехал, согласно предписанию и. о. директора Межевого института, 29 ноября 1902 г. Оказалось, что у меня свободное время до 18 декабря я употребил на посещение военно-топографического отдела Главного штаба с целью познакомиться с производством картографических работ и деятельностью картографического отдела.

Благодаря любезности начальника геодезического отделения генерал-майора И. И. Померанцева, начальника картографического отделения генерал-майора Большева и служащих картографического отделения, мне удалось подробно ознакомиться:

1. С составлением карт стран малоисследованных.

2. С применением в картографическом деле фотографии, гелиогравюры и гальванопластики.

3. С работами в меднолечатном заведении и печатанием карт литографским способом.

С составлением карт стран, покрытых точными съемками, мне удалось ознакомиться лишь в общих чертах.

Из обзора моих занятий на Пулковской обсерватории видно, что никакой более или менее значительной научной работы, имеющей целиный характер, мне не удалось выполнить.

Тем не менее, участие в упомянутых исследованиях и вычислениях (хотя бы в качестве помощника), изучение принятых в Пулкове способов обработки материала, доставляемого наблюдениями, выполнение мною лично ряда точных наблюдений с новыми для меня инструментами, — все это было для меня весьма полезно. Некоторые из вопросов практической астрономии при этом получили для меня новое освещение, некоторые же из тех вопросов, с которыми мне пришлось столкнуться в Пулкове, были для меня совсем новыми и разрешение их, без сомнения, открыло для меня возможность шире понимать дело и яснее представлять себе задачи современной практической астрономии.

Моя скромная подготовка, с которой я приехал в Пулково, не только заставила меня ограничиться областью практической астрономии, но, конечно, ограничивала для меня выбор подходящих занятий и в этой области астрономии. К счастью, благодаря постоянной помощи в этом отношении со стороны вице-директора обсерватории А. П. Соколова, — я всегда находил для себя полезную работу. Считаю уместным в этом отчете выразить мою глубокую благодарность А. П. Соколову за его внимание ко мне и руководство некоторыми из моих работ. Точно так же, я очень благодарен астрономам А. С. Васильеву и Ф. Ф. Витрому за указания, полученные при исполнении работ под их руководством.

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . . .
О погрешностях и невязках в теодолитных полигонах . . . . .
Геодезическое и топографическое дело в СССР . . . . .
Схема и программа государственной триангуляции . . . . .
Об основных астрономо-геодезических работах в СССР . . . . .
Геодезические работы на территории СССР . . . . .
Обзор научных работ в СССР в области геодезии за 19 лет . . . . .
О современной постановке высокоточного и точного нивелирования . . . . .
К постановке задачи картографирования всей территории СССР . . . . .
К вопросам об оценке точности триангуляции . . . . .
Некоторые соображения о развитии основных астрономо-геодезических работ в СССР . . . . .
Построение карты млечного пути . . . . .
Новые картографические проекции . . . . .
Вычисление конической равнопромежуточной проекции, наилучше приспособленной для изображения данной страны . . . . .
Способ определения азимута земного предмета из измерения горизонтального угла между Полярной и вспомогательной звездой . . . . .
Роль в картографии инженера картографо-геодезиста . . . . .
Отчет о занятиях на главной астрономической обсерватории в 1902—1903 году