Дано: $N+1$ *координат* X_n, Y_n *в исходной системе*

и $N+1$ *соответствующих им координат* x_n, y_n *в целевой системе*

$(n = 0 \ldots N)$

выбираем каким либо образом «центры» X_m; Y_m *и соответствующие им* x_m; y_m.

Вычисляем:

$$U_n = scale_b\left(X_n - X_m\right); \quad V_n = scale_b\left(Y_n - Y_m\right);$$

$$u_n = scale_s\left(x_n - x_m\right); \quad v_n = scale_s\left(y_n - y_m\right);$$

Здесь scale — масштаб, который для наборов $\{X_n, Y_n\}$ *и* $\{x_n, y_n\}$ *может быть разным.*

От выбора величин масштабов во многом зависит успех численного решения.

Диапазон изменения $\{U_n; V_n\}$ *и* $\{u_n; v_n\}$ *желательно привести к* $[-1; +1]$

С помощью аналитической функции F можно отобразить поверхность,

в которой заданы $\{U_n; V_n\}$ *на поверхность* $\{u_n; v_n\}$:

$$(u + iv) = F(U + iV); \quad i^2 = -1$$

Разлагая F в ряд, для конформного отображения можно записать:

$$(u + iv) = (A_1 + iA_2)\cdot(U + iV) + (A_3 + iA_4)\cdot(U + iV)^2 + (A_5 + iA_6)\cdot(U + iV)^3 + (A_7 + iA_8)\cdot(U + iV)^4 + \cdots$$

Разделяя действительную и мнимую часть получим:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U & -V & U^2-V^2 & -2UV & U^3-3UV^2 & -(3VU^2-V^3) & U^4-6U^2V^2+V^4 & -(4U^3V-4UV^3) \\ V & U & 2UV & U^2-V^2 & (3VU^2-V^3) & U^3-3UV^2 & (4U^3V-4UV^3) & U^4-6U^2V^2+V^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \\ A_7 \\ A_8 \end{pmatrix}$$

Нетрудно заметить, что столбец коэффициентов $\begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \cdots & A_L \end{pmatrix}^T$ ***умножается слева на матрицу, элементами которой являются гармонические полиномы*** P_k ***и*** Q_k ***:***

$$P_o = 1; \quad Q_0 = 0;$$

$$P_1 = U; \quad Q_1 = V;$$

$$P_k = P_1 P_{k-1} - Q_1 Q_{k-1} = UP_{k-1} - VQ_{k-1}$$

$$Q_k = P_1 Q_{k-1} + Q_1 P_{k-1} = UQ_{k-1} + VP_{k-1}$$

Тогда имеем:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 & -Q_1 & P_2 & -Q_2 & P_3 & -Q_3 & P_4 & -Q_4 \\ Q_1 & +P_1 & Q_2 & +P_2 & Q_3 & +P_3 & Q_4 & +P_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \\ A_7 \\ A_8 \end{pmatrix}$$

Найдя коэффициенты $\begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \cdots & A_L \end{pmatrix}^T$, *координаты для любой точки можно рассчитать по формулам:*

$$x = x_m + \frac{1}{scale_s} \sum_{n=1}^{M} \left(A_{2n} P_n - A_{2n+1} Q_n \right)$$

$$y = y_m + \frac{1}{scale_s} \sum_{n=1}^{M} \left(A_{2n} Q_n + A_{2n+1} P_n \right)$$