# **Testi del Syllabus**

Docente LEONARDI RICCARDO Matricola: 001702

Anno offerta: 2013/2014

Insegnamento: 751055 - ADVANCED METHODS FOR INFORMATION

**REPRESENTATION** 

Corso di studio: 05812 - COMMUNICATION TECHNOLOGIES AND MULTIMEDIA -

**TECNOLOGIE DELLE COMUNICAZIONI E MULTIMEDIA** 

Anno regolamento: **2012** 

CFU: **6** 

Settore: ING-INF/03

Tipo attività: **B - Caratterizzante** 

Partizione studenti: - Anno corso: 2

Periodo: **primo semestre** 



Tipo testo	Testo
Lingua insegnamento	Inglese
Contenuti	Spazi vettoriali, norme, distanze e prodotti interni. Completezza di uno spazio vettoriale munito di norma. Spazi di Hilbert. Operatori lineari su spazi di Hilbert. Operatori limitati. Operatori inversi. Operatori aggiunti. Operatori di proiezione. Basi di uno spazio vettoriale. Basi di Riesz. Frames. Frames stretti. Proprietà e famiglie delle matrici. Rappresentazione tempo-frequenza. Principio di incertezza di Heisenberg. Trasformata wavelet continua. Trasformata di Fourier a supporto temporale corto (STFT). Campionamento delle trasformate continue. STFT discreta. Trasformata wavelet discreta. Espansione wavelet discreta di segnali continui. Trasformata di Haar. Banchi di filtri per segnali discreti. Rappresentazione multirisoluzione. Applicazioni: Metodi di denoising, inpainting, codifica,
Testi di riferimento	[1] M. Vetterli, J. Kovacevic' & V. Goyal: "Foundations of Signal Processing", Cambridge Academic Press, 2013, ISBN 110703860X Versione libera per tutti accessibile on-line su: http://www.fourierandwavelets.org/  [2] M. Vetterli, J. Kovacevic' & V. Goyal: "Fourier and Wavelet Signal Processing", Cambridge Academic Press, 2013 Versione libera per tutti accessibile on-line su: http://www.fourierandwavelets.org/  [3] M. Vetterli & J. Kovacevic': "Wavelets and Subband Coding", Prentice-Hall, 2007, ISBN 0130970800 Versione libera per tutti accessibile on-line su: http://www.waveletsandsubbandcoding.org/allreaders.htm
Obiettivi formativi	Introdurre gli strumenti per l'analisi dei segnali mediante le recenti rappresentazioni tempo-frequenze, con trasformate di segnali a tempo continuo o sequenze, basati sulla trasformata di Fourier "short-time" e la trasformata wavelet, ivi comprese le loro implementazioni discrete, complete o sovra-complete. Esempi del loro utilizzo in diversi campi applicativi verranno presentati, quali il multimedia.
Prerequisiti	Nozioni di "Algebra Lineare" e di "Teoria dei Segnali" sono prerequisiti per il corso. Elementi di "Elaborazione Numerica dei Segnali" sono da considerarsi utili.
Metodi didattici	Didattica tradizionale con presentazione dei fondamenti teorici ed esercitazioni, supportate da attività di laboratorio e di progetto.
Altre informazioni	Esercitazioni e attività di laboratorio supportate dal Dott. Alberto Signoroni (Alberto.Signoroni@ing.unibs.it).
Modalità di verifica dell'apprendimento	Attività di laboratorio (svolta in itinere) e/o di progetto + esame orale finale.
Programma esteso	Lezione introduttiva Obiettivi / Programma del corso / Metodologia di valutazione  Spazi vettoriali. Prodotto interno su uno spazio vettoriale. Norma e misura di distanza su uno spazio vettoriale. Ortogonalità. Convergenza di una successione in uno spazio vettoriale. Chiusura di uno spazio vettoriale. Chiusura della copertura di un insieme di vettori.  Spazi vettoriali euclidei (proiezioni normalizzate, costruzione di basi bi-

## Tipo testo

#### Testo

ortogonali, costruzione di frame)

Completezza di uno spazio vettoriale. Spazio vettoriale di Hilbert. Separabilità di uno spazio di Hilbert. Complemento ortogonale di uno spazio di Hilbert; somma diretta di spazi vettoriali. Definizione di operatore lineare. Norma di un operatore. Operatore lineare limitato. Kernel e Immagine di un operatore lineare.

Operatore inverso. Esempi di calcolo di norme di un operatore, di calcolo dell'inverso. Operatore aggiunto. Esempio di calcolo dell'operatore aggiunto. Operatore auto-aggiunto. Esistenza e unicità di un operatore aggiunto. Operatore unitario. Autovalore / Autovettore di un operatore. Operatore (semi-)definito positivo.

Approssimazioni, proiezioni, scomposizioni - Teorema della proiezione; operatori di proiezione; somme dirette e sotto-spazi di scomposizione; stima ai minimi quadrati.

Spazi di Hilbert: Definizione principale, disuguaglianza di Bessel. Teorema di equivalenza, approssimazione ai minimi quadrati, definizione di basi biortogonali (basi di Riesz). Frames, frames stretti.

Richiami e complementi di algebra lineare: Matrici, Matrici elementari (I, J, Ts, Ti, diag., simmetriche); Operazioni sulle matrici (somma, prodotto, prodotto di Kronecker, trasposizione, trasposizione hermitiana) e loro proprietà; definizioni varie e proprietà associate: determinante, rango; Inversione di una matrice, Sistemi di equazioni lineari (soluzioni esatte, approssimate, null space, dinamica); Diagonalizzazione di una matrice. Famiglie di matrici (simmetriche, circolanti destra e sinistra, Toeplitz, definite positive, radice di una matrice definita positiva, rango di una matric parametrica, matrici polinomiali, unimodulari, paraunitarie)

Rappresentazione tempo-frequenza di funzioni "prototipo"; Estensione spettrale/temporale di una funzione madre. Principio di incertezza di Heisenberg. Ottima localizzazione T.F. STFT. T. Gabor. Spettrogramma associato ad una STFT. Esempio di localizzazione T-F della STFT. Rappresentazione tempo-frequenza di una WT. Concetto di scala/risoluzione (analogico/numerico).

CWT: definizione, inversione, proprietà (linearità, Inv. Trasl., cambio scala). Scalogrammi.

CWT: proprietà (Conservazione dell'energia e del prodotto scalare, Kernel di riproduzione); cono di influenza per un segnale a supporto temporale finito / regione di influenza per un segnale a supporto spettrale finito.

Wavelet di Morlet / altri esempi.

Sovra-campionamento come frame stretto per riduzione errore quantizzazione

Campionamento tempo-scala della CWT. Condizione di ricostruzione. Caso di scalatura diadica.

Espansione wavelet discreta di segnali continui - Wavelet di Haar: ortonormalità delle funzioni di base ed espansione di Haar / Completezza dell'espansione di Haar per segnali in L2(R).

Banco di filtri a 2 canali per segnali discreti - DWT.

Scomposizione multi-risoluzione. Convergenza dell'iterazione di un banco di filtri a 2 canali verso la funzione madre WT.

DWT ortonormali. DWT biortogonali e legami con rappresentazione in serie wavelet di segnali continui.



Tipo testo	Testo
Lingua insegnamento	English
Contenuti	Vector space, norms, distances and inner products. Complete spaces. Hilbert spaces. Linear operators on Hilbert spaces. Bounded operators. Inverse operators. Adjoint operators. Projection operators. Bases of a vector space. Riesz bases. Frames. Tight frames. Mean Square Error approximation. Properties and families of matrices. Time-Frequency representation. Heisenberg uncertainty principle. Continuous wavelet transform. Short-time Fourier transform (STFT). Continuous transform sampling. Discrete STFT, Discrete wavelet transform. Continuous-time signal linear expansions using wavelet series. Haar transform. Filterbanks for discrete time signal representation. Multiresolution decomposition. Applications: Denoising, In-painting, Coding,
Testi di riferimento	[1] M. Vetterli, J. Kovacevic' & V. Goyal: "Foundations of Signal Processing", Cambridge Academic Press, 2013, ISBN 110703860X. Free downloadable pdf version for all readers: http://www.fourierandwavelets.org/  [2] M. Vetterli, J. Kovacevic' & V. Goyal: "Fourier and Wavelet Signal Processing", Cambridge Academic Press, 2013. Free downloadable pdf version for all readers: http://www.
	fourierandwavelets.org/  [3] M. Vetterli & J. Kovacevic': "Wavelets and Subband Coding", Prentice-Hall, 2007, ISBN 0130970800.  Free downloadable pdf version for all readers: http://www.waveletsandsubbandcoding.org/allreaders.htm
Obiettivi formativi	To introduce the student to the theory of signal representation in linear spaces using Fourier/wavelets and derived signal families, and their application to various domains such as multimedia.
Prerequisiti	Course requirements are fundamentals of "Linear algebra" and "Signals and Systems". Basic notions of "Digital Signal Processing" are recommended.
Metodi didattici	Presentation of theoretical concepts and solution exercises, supported by experimental simulations in laboratories and project work.
Altre informazioni	Teaching assistant: Dr. Alberto Signoroni (Alberto.Signoroni@ing.unibs.it).
Modalità di verifica dell'apprendimento	Continuous evaluation through laboratory and/or project work with final oral exam.
Programma esteso	Introduction Course objectives / Syllabus / Assessment Methodology.  Vector spaces. Inner product on a vector space. Norm and distance measure in a vector space. Squareness. Convergence of a sequence in a vector space. Closure of a vector space. Closure of span of vectors.  Euclidean vector spaces (normalized projections, construction of biorthogonal bases, construction of frames)  Completeness of a vector space. Hilbert spaces. Separability of a Hilbert space. Orthogonal complement of a Hilbert space, the direct sum of

## Tipo testo

### Testo

vector spaces.

Definition of linear operator. Norm of an operator. Bounded linear operator. Kernel and image of a linear operator. Inverse operator. Examples of calculation of norms of a linear operator. Examples of an operator inverse. Adjoint operator. Examples of an adjoint operator. (Self-)adjoint operator. Existence and uniqueness of an adjoint operator. Unitary operator. Eigenvalue / eigenvector of an operator. (Semi-)positive definite operators.

Approximations, projections, decompositions - projection theorem; projection operators; direct sums and sub-space decomposition, least square estimation.

Bases and frames: main definition, Bessel's inequality. Equivalence theorem, least square approximation, the definition of bi-orthogonal bases (Riesz bases), frames, tight frames, 1-tight frames.

Complements of linear algebra: matrices, elementary matrices (I, J, diagonal, symmetric, hermitian); Operations on matrices (sum, product, Kronecker product, transposition, Hermitian transposition) and their properties; various definitions and associated properties: determinant, rank, inversion of a matrix, systems of linear equations (exact solutions, approximate, null space, range); Diagonalization of a matrix. Families of matrices (symmetric, circulant right and left, Toeplitz, positive definite, root of a positive definite matrix, rank of a parametric matrix, polynomial matrices, unimodular, paraunitary)

Time-frequency representation of "prototype" functions; spectral expansion/ temporal expansion of a mother function. Heisenberg 's uncertainty principle. Optimal time-frequency localization. Fourier transform. STFT. Gabor transform. Spectrogram associated with a STFT. Example of localization of the STFT. Time-frequency representation of a WT. Concept of scale / resolution (discrete-time versus continuous-time)

CWT : definition, inversion, properties (linearity, Shift-Invariance, Scale change). Scalograms.

CWT properties (Conservation of energy and of the scalar product, reproducing Kernel); influence cone for a finite time signal support / influence region for a band-limited signal.

Morlet wavelet / other examples.

Over-sampling tight frame for reducing quantization error.

Sampling in time/in scale of the CWT. Perfect reconstruction constraint. Dyadic scaling .

Discrete wavelet expansion of continuous signals - Haar Wavelet: orthonormality of the basic functions and Haar expansion / Completeness of the Haar expansion for signals in L2(R). 2-channel filter bank for discrete signals - DWT.

Multi-resolution expansion. Iteration of a 2-channel filter bank to the WT mother function.

Orthonormal DWT. DWT bi-orthogonal and links with wavelet series representation of continuous signals.