

# 重力与固体潮

## 实验一 重力异常正演 陈涛

地球物理学院  
中国石油大学（北京）





# 目 录

---

## 第一节 二度体异常

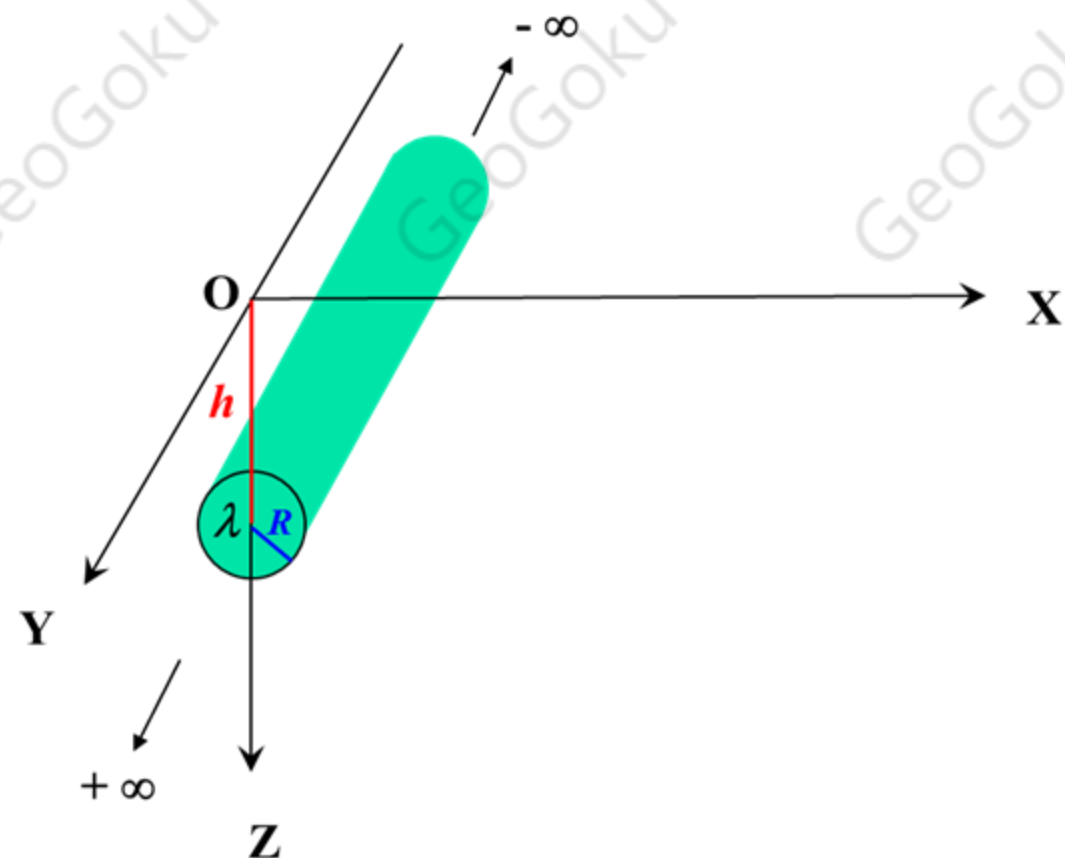
GeoGoku GeoGoku GeoGoku GeoGoku GeoGoku GeoGoku



## 2.简单形体的正演

### ■ 密度均匀的水平圆柱体(水平物质线)

对于某些横截面近于圆形、沿水平方向延伸较长的地质体，如扁豆状矿体、两翼较陡的长轴背斜及向斜构造等，研究它们的异常时，在一定精度要求内，可以当成水平圆柱体的异常来对待。



- 水平方向长度  $2L$ ; 沿  $\eta$  方向延伸;
- 半径  $R$ , 中轴线埋深  $h$ ;
- 剩余密度  $\sigma$ ;
- $z$ 坐标轴位于圆柱体中轴线中点;  
 $y$ 轴平行于中轴线

## 2.简单形体的正演

### ■ 密度均匀的水平圆柱体(水平物质线)

对于某些横截面近于圆形、沿水平方向延伸较长的地质体，如扁豆状矿体、两翼较陡的长轴背斜及向斜构造等，研究它们的异常时，在一定精度要求内，可以当成水平圆柱体的异常来对待。

$$\Delta g = V_z = G \iiint_V \frac{\sigma(\zeta - z) d\xi d\eta d\zeta}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{3/2}}$$

$$\lambda = \frac{\sigma \int d\xi \int d\eta \int d\zeta}{\int d\eta} = \sigma \int d\xi \int d\zeta = \sigma \cdot S \rightarrow \underline{\lambda = \sigma \cdot \pi R^2}$$

面密度

## 2.简单形体的正演

### ■ 密度均匀的水平圆柱体(水平物质线)

对于某些横截面近于圆形、沿水平方向延伸较长的地质体，如扁豆状矿体、两翼较陡的长轴背斜及向斜构造等，研究它们的异常时，在一定精度要求内，可以当成水平圆柱体的异常来对待。

$$\Delta g = V_z = G \iiint_V \frac{\sigma(\zeta - z) d\xi d\eta d\zeta}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{3/2}}$$

在  $xoy$  平面上

$$\Delta g = \frac{2G\lambda D}{x^2 + y^2 + D^2}$$

## 2.简单形体的正演

### ■ 密度均匀的水平圆柱体(水平物质线)

对于某些横截面近于圆形、沿水平方向延伸较长的地质体，如扁豆状矿体、两翼较陡的长轴背斜及向斜构造等，研究它们的异常时，在一定精度要求内，可以当成水平圆柱体的异常来对待。

$$\Delta g = V_z = G \iiint_V \frac{\sigma(\zeta - z) d\xi d\eta d\zeta}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{3/2}}$$

在  $xoy$  平面上

$$\Delta g = \frac{2G\lambda D}{x^2 + y^2 + D^2}$$

在  $y = 0$  的剖面上

$$\Delta g = \frac{2G\lambda D}{x^2 + D^2}$$



## 2.简单形体的正演

### ■ 密度均匀的水平圆柱体(水平物质线)

对于某些横截面近于圆形、沿水平方向延伸较长的地质体，如扁豆状矿体、两翼较陡的长轴背斜及向斜构造等，研究它们的异常时，在一定精度要求内，可以当成水平圆柱体的异常来对待。

在  $y = 0$  的剖面上

$$\Delta g = \frac{2G\lambda D}{x^2 + D^2}$$

分析 $\Delta g$ 的特征?

## 2.简单形体的正演

### ■ 密度均匀的水平圆柱体(水平物质线)

对于某些横截面近于圆形、沿水平方向延伸较长的地质体，如扁豆状矿体、两翼较陡的长轴背斜及向斜构造等，研究它们的异常时，在一定精度要求内，可以当成水平圆柱体的异常来对待。

在  $y = 0$  的剖面上

$$\Delta g = \frac{2G\lambda D}{x^2 + D^2}$$

✓ 当  $x=0$  时， $\Delta g$  有极大值为

$$\Delta g_{\max} = \frac{2G\lambda}{D}$$

✓ 当  $x \rightarrow \pm\infty$  时， $\Delta g \rightarrow 0$ 。



## 2.简单形体的正演

### ■ 密度均匀的水平圆柱体(水平物质线)

对于某些横截面近于圆形、沿水平方向延伸较长的地质体，如扁豆状矿体、两翼较陡的长轴背斜及向斜构造等，研究它们的异常时，在一定精度要求内，可以当成水平圆柱体的异常来对待。

在  $y = 0$  的剖面上

$$\Delta g = \frac{2G\lambda D}{x^2 + D^2}$$

• 令半极大值点横坐标为  $x_{1/2}$ ，则由

$$\frac{2G\lambda}{2D} = \frac{2G\lambda D}{x_{1/2}^2 + D^2}$$

可解得  $x_{1/2} = \pm D$

- $\lambda$  不变,  $D \nearrow m$  倍, 极大值  $\searrow 1/m$ ,  $x_{1/2} \nearrow m$  倍,
- 与球体异常相比, 它随  $D$  的加大衰减要慢些。

## 2.简单形体的正演

### ■ 密度均匀的水平圆柱体(水平物质线)

对于某些横截面近于圆形、沿水平方向延伸较长的地质体，如扁豆状矿体、两翼较陡的长轴背斜及向斜构造等，研究它们的异常时，在一定精度要求内，可以当成水平圆柱体的异常来对待。

$$\Delta g = \frac{2G\lambda D}{x^2 + y^2 + D^2}$$

$$\Delta g = \frac{2G\lambda D}{x^2 + D^2}$$

$$V_{xz} = \frac{4G\lambda Dx}{(x^2 + D^2)^2}$$

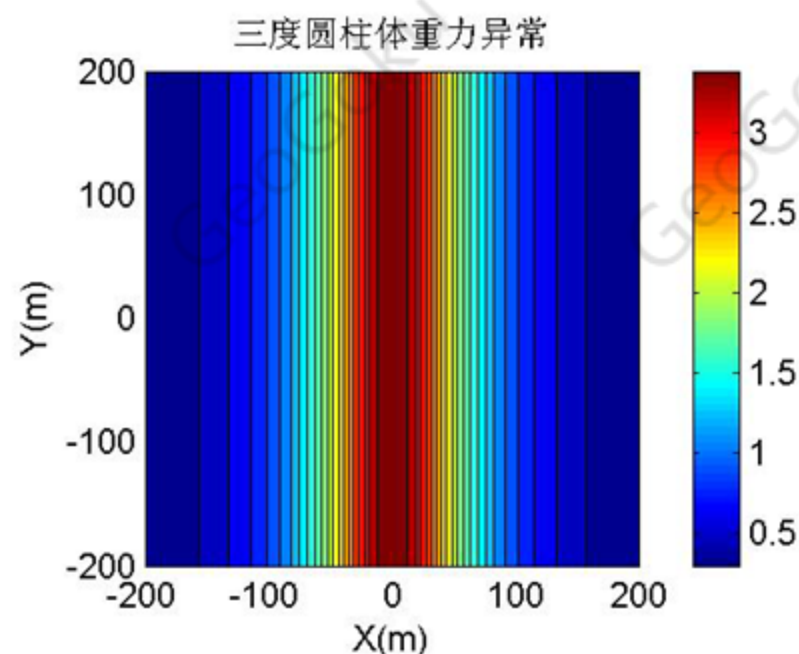
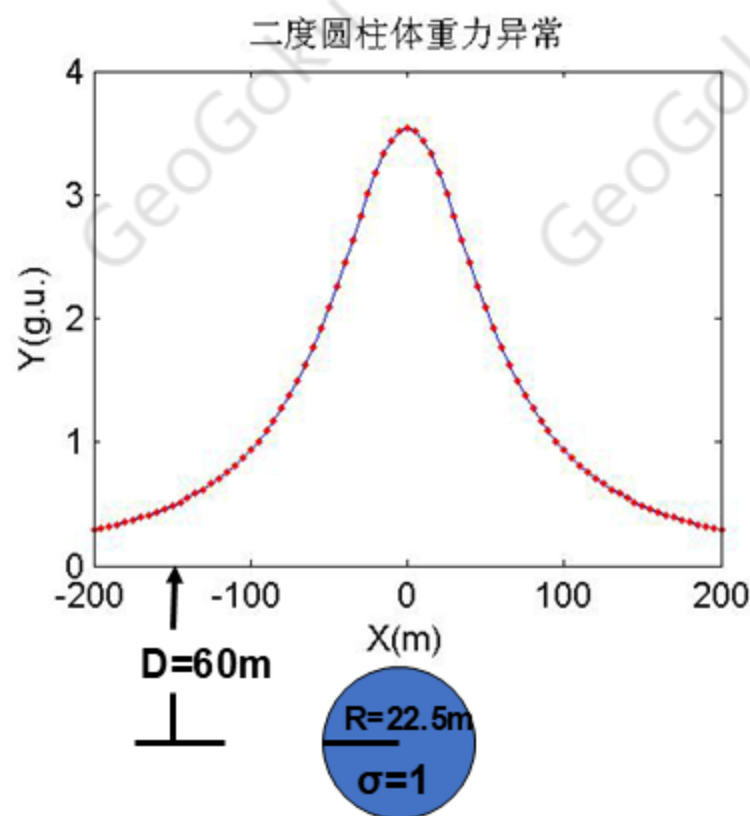
$$V_{zzz} = 4G\lambda D \frac{D^2 - 3x^2}{(x^2 + D^2)^3}$$

$$V_{zz} = 2G\lambda \frac{x^2 - D^2}{(D^2 + x^2)^2}$$

## 2.简单形体的正演

### ■ 密度均匀的水平圆柱体(水平物质线)

对于某些横截面近于圆形、沿水平方向延伸较长的地质体，如扁豆状矿体、两翼较陡的长轴背斜及向斜构造等，研究它们的异常时，在一定精度要求内，可以当成水平圆柱体的异常来对待。

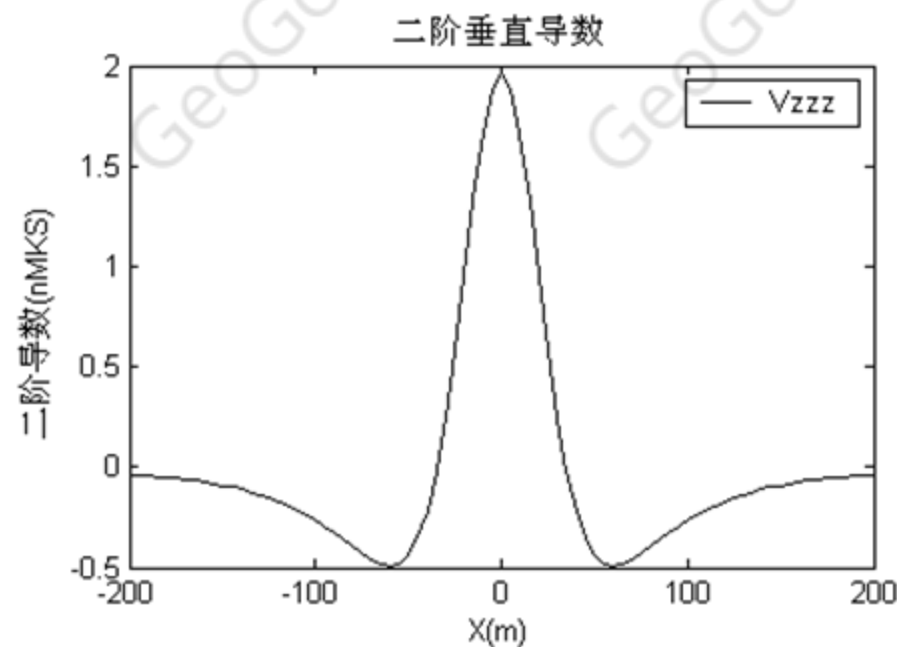
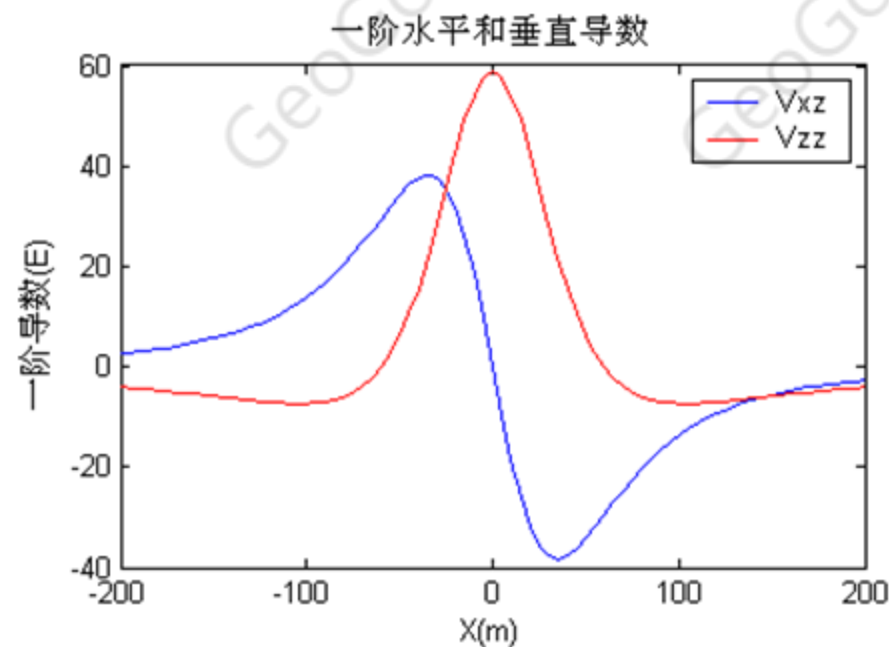


平面等值线为一簇平行不等间距的直线，并以柱体中轴线在地面的投影线为对称轴对称分布。

## 2.简单形体的正演

### ■ 密度均匀的水平圆柱体(水平物质线)

对于某些横截面近于圆形、沿水平方向延伸较长的地质体，如扁豆状矿体、两翼较陡的长轴背斜及向斜构造等，研究它们的异常时，在一定精度要求内，可以当成水平圆柱体的异常来对待。

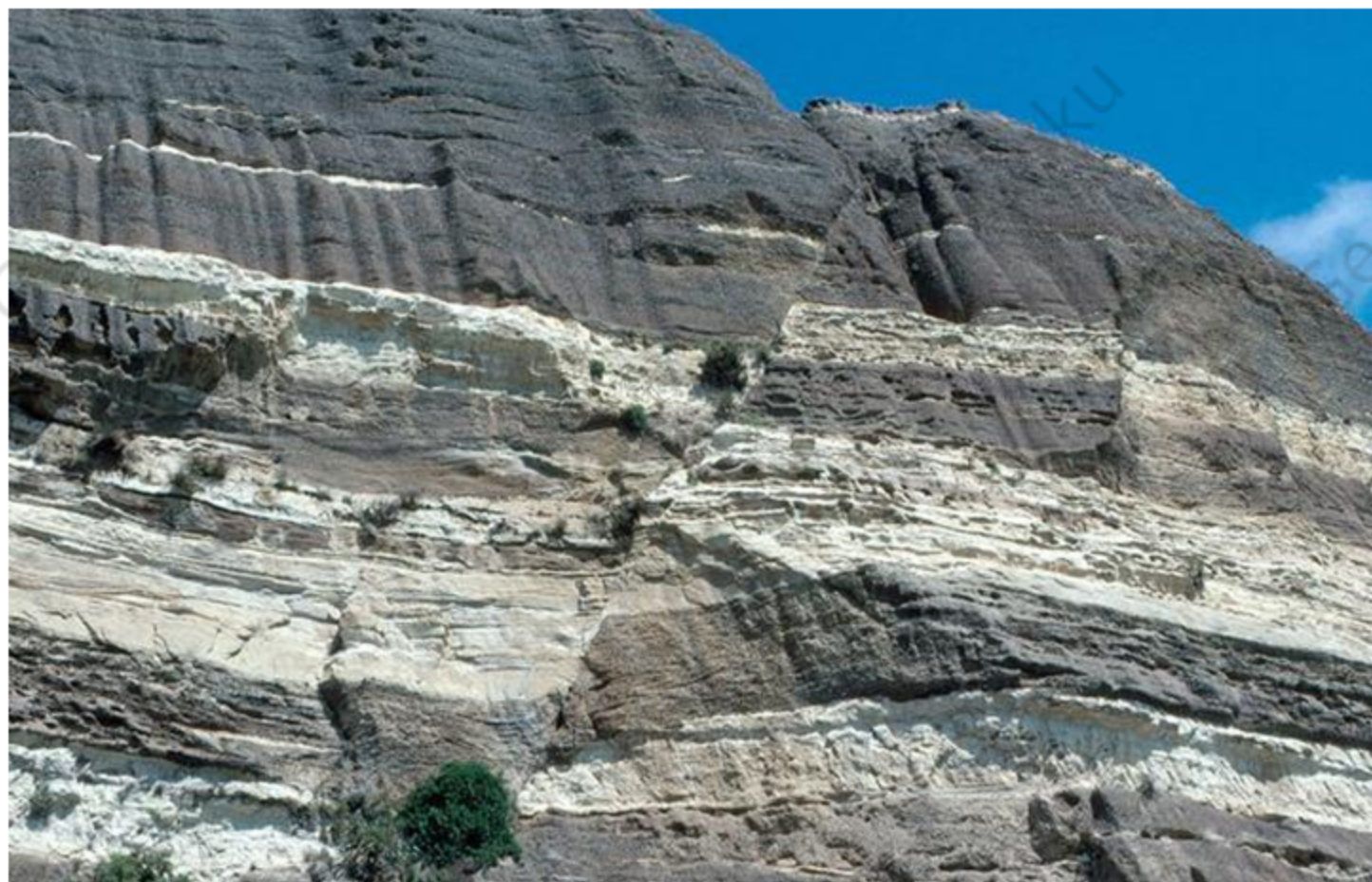




## 2.简单形体的正演

### ■ 铅垂台阶

一些界线清楚的接触带以及高角度的断裂构造，可以用铅垂台阶模型研究其异常的基本特征。



## 2.简单形体的正演

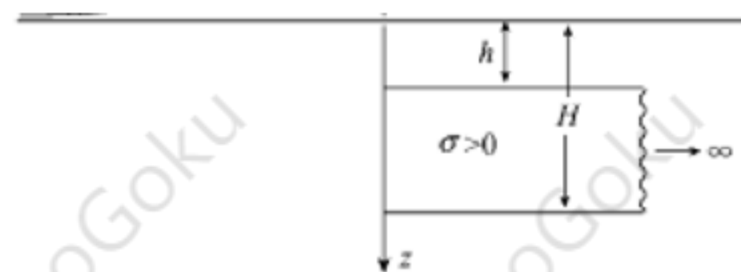
### ■ 铅垂台阶

一些界线清楚的接触带以及高角度的断裂构造，可以用铅垂台阶模型研究其异常的基本特征。

$$\Delta g = 2G\sigma \iint_s \frac{(\zeta - z)}{(\xi - x)^2 + (\zeta - z)^2} d\xi d\zeta$$

$$\Delta g = 2G\sigma \int_0^\infty d\xi \int_h^H \frac{\zeta d\zeta}{(\xi - x)^2 + \zeta^2}$$

$$= G\sigma \left[ \pi(H - h) + x \ln \frac{x^2 + H^2}{x^2 + h^2} + 2H \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{H} - 2h \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{h} \right]$$

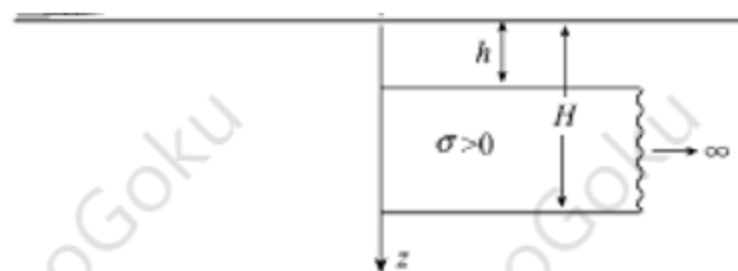




## 2. 简单形体的正演

### ■ 铅垂台阶

一些界线清楚的接触带以及高角度的断裂构造，可以用铅垂台阶模型研究其异常的基本特征。



$$\Delta g = G\sigma \left[ \pi(H-h) + x \ln \frac{x^2 + H^2}{x^2 + h^2} + 2H \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{H} - 2h \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{h} \right]$$

分析 $\Delta g$ 的特征?

## 2.简单形体的正演

### ■ 铅垂台阶

一些界线清楚的接触带以及高角度的断裂构造，可以用铅垂台阶模型研究其异常的基本特征。

$$\Delta g = G\sigma \left[ \pi(H-h) + x \ln \frac{x^2 + H^2}{x^2 + h^2} + 2Htg^{-1} \frac{x}{H} - 2htg^{-1} \frac{x}{h} \right]$$

✓ 当 $x=0$ 时,  $\Delta g(0) = \pi G\sigma(H-h)$ ;

✓ 当 $x \rightarrow +\infty$ 时, 由于对数项趋于零比 $x$ 增长更快, 故该项也是趋于零的, 所以有

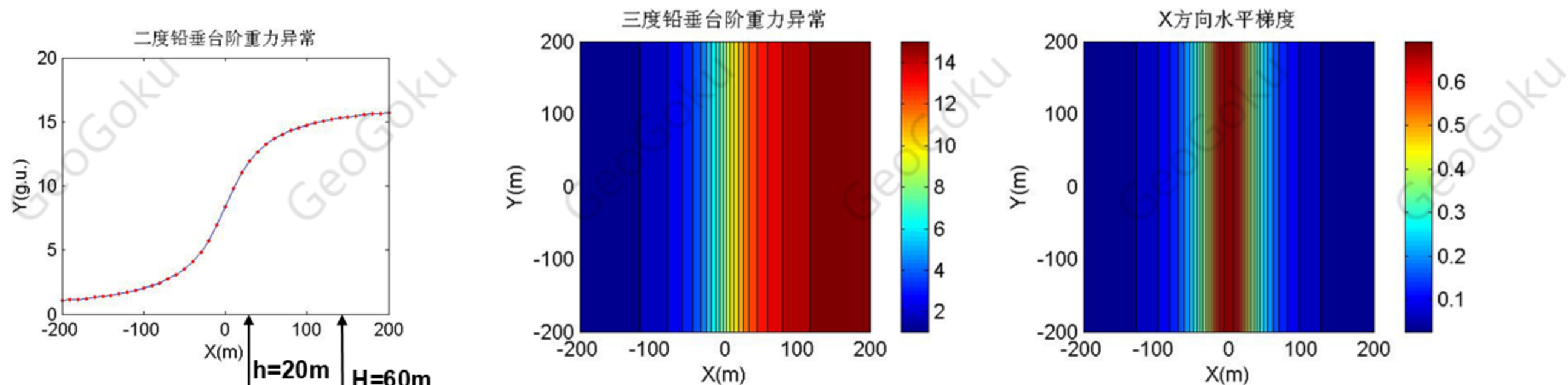
$$\Delta g_{\max} = 2\pi G\sigma(H-h);$$

✓ 当 $x \rightarrow -\infty$ 时,  $\Delta g_{\min} = 0$

## 2.简单形体的正演

### ■ 铅垂台阶

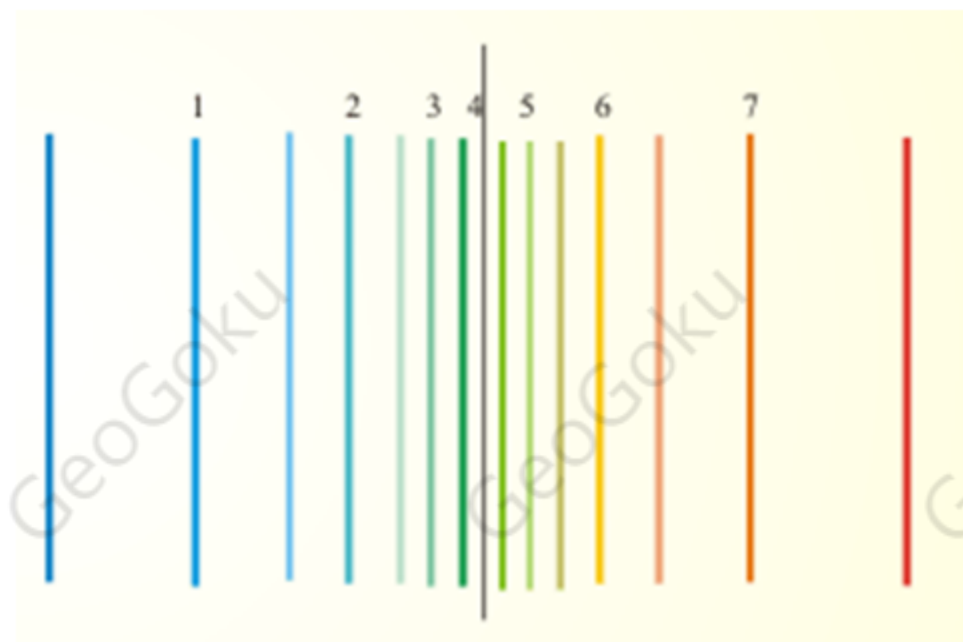
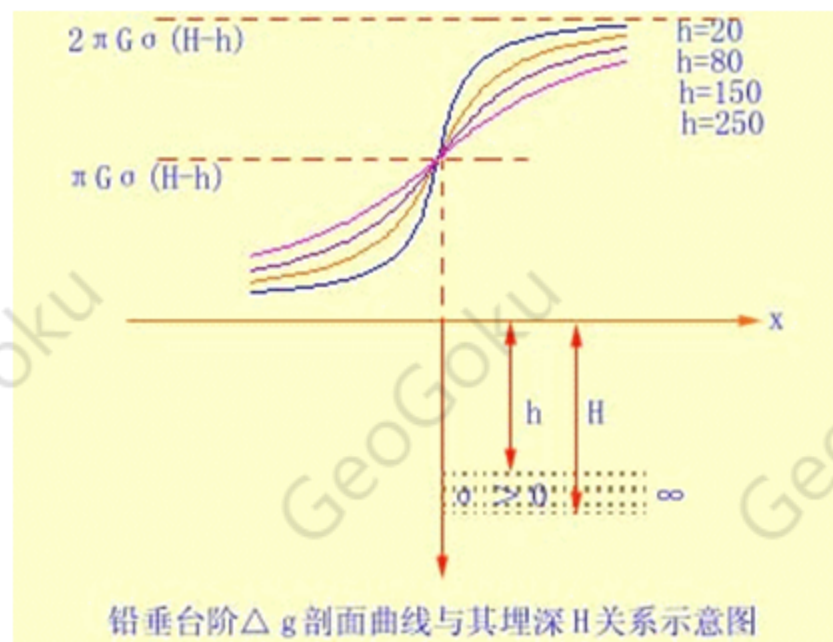
一些界线清楚的接触带以及高角度的断裂构造，可以用铅垂台阶模型研究其异常的基本特征。



平面等值线是一系列平行于台阶走向的直线，且在断面两侧形成异常变化的梯度呈对称分布的等值线密集带，常称为**重力梯级带**，是识别断裂构造的重要标志。

## 2.简单形体的正演

### ■ 铅垂台阶

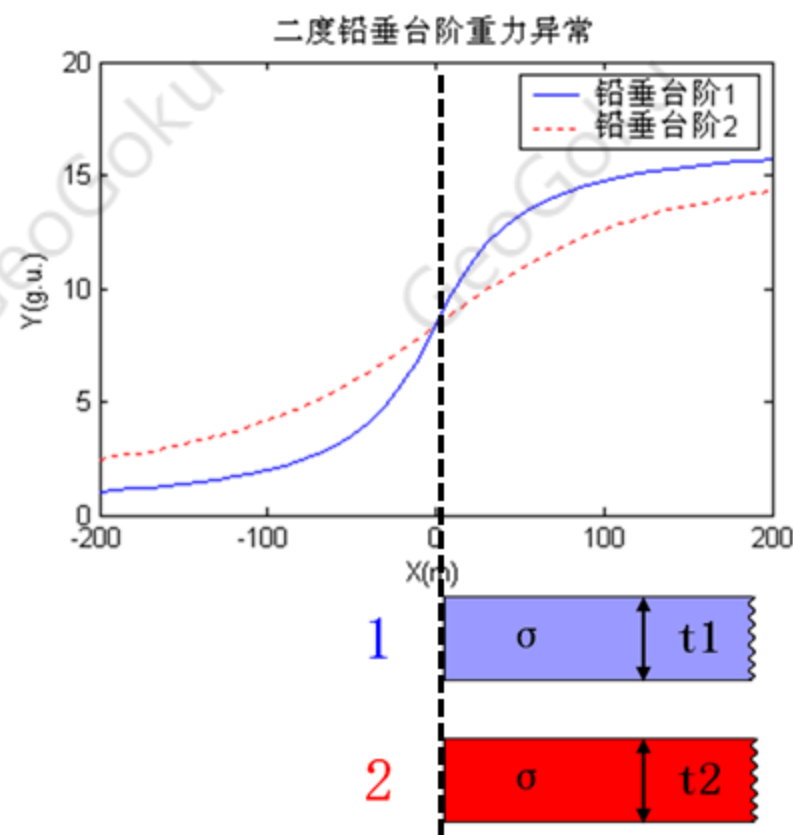


- ✓ 主剖面异常曲线单调变化，断层正上方梯度最大；平面异常等值线呈条带状分布，与断层线平行。
- ✓ 在前述三个特征点上，异常值与埋深无关；
- ✓ 异常形态与埋深有关，埋藏越浅，水平梯度越大。
- ✓ 等值线为一系列平行台阶走向的直线，在断面附近等值线最密，称为“重力梯级带”，且异常向台阶延伸方向单调增大。

## 2.简单形体的正演

### ■ 铅垂台阶

一些界线清楚的接触带以及高角度的断裂构造，可以用铅垂台阶模型研究其异常的基本特征。



$$\Delta g(0) = \pi G \sigma (H-h)$$

$$\Delta g_{\max} = 2\pi G \sigma (H-h)$$

- 只要  $(H-h)$  不变，不论台阶的上顶埋深如何， $\Delta g_{\min}$ 、 $\Delta g(0)$  和  $\Delta g_{\max}$  均不变，只是整条曲线随埋深的增大而变缓。

## 2.简单形体的正演

### ■ 铅垂台阶

一些界线清楚的接触带以及高角度的断裂构造，可以用铅垂台阶模型研究其异常的基本特征。

$$\Delta g = G\sigma \left[ \pi(H-h) + x \ln \frac{x^2 + H^2}{x^2 + h^2} + 2Htg^{-1} \frac{x}{H} - 2htg^{-1} \frac{x}{h} \right]$$

$$V_{xz} = G\sigma \ln \frac{H^2 + x^2}{h^2 + x^2}$$

$$V_{zz} = 2G\sigma \left( tg^{-1} \frac{H}{x} - tg^{-1} \frac{h}{x} \right) = 2G\sigma tg^{-1} \frac{x(H-h)}{x^2 + Hh}$$

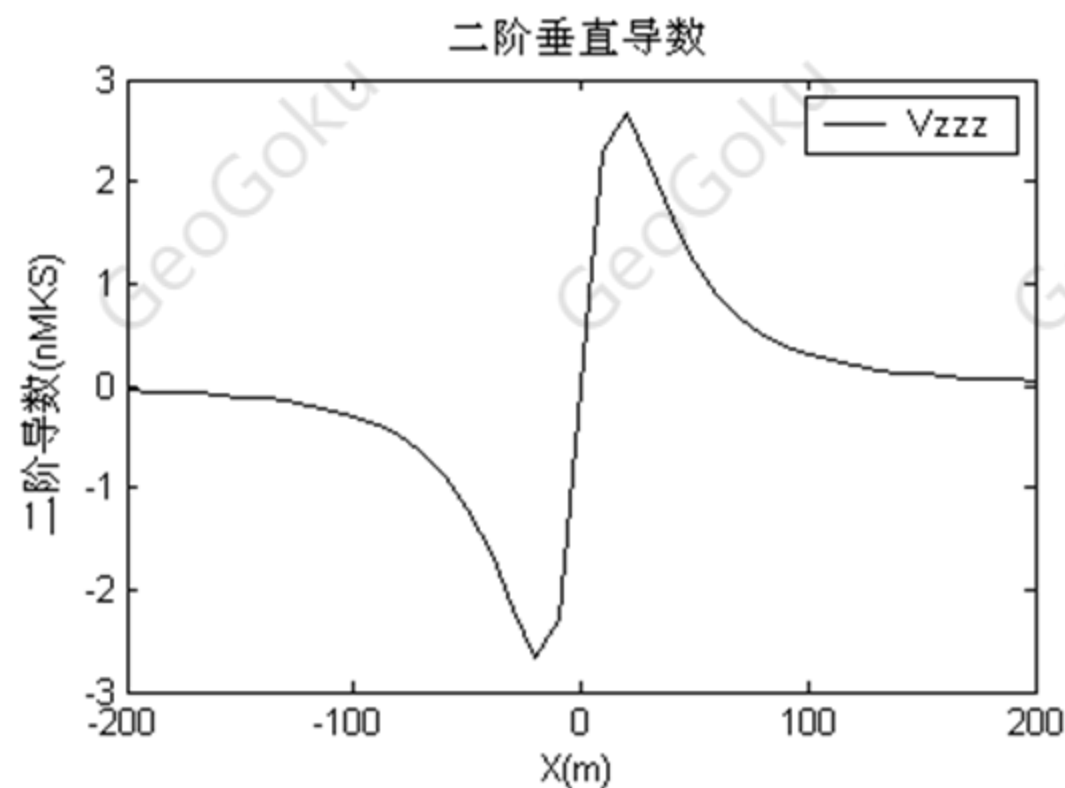
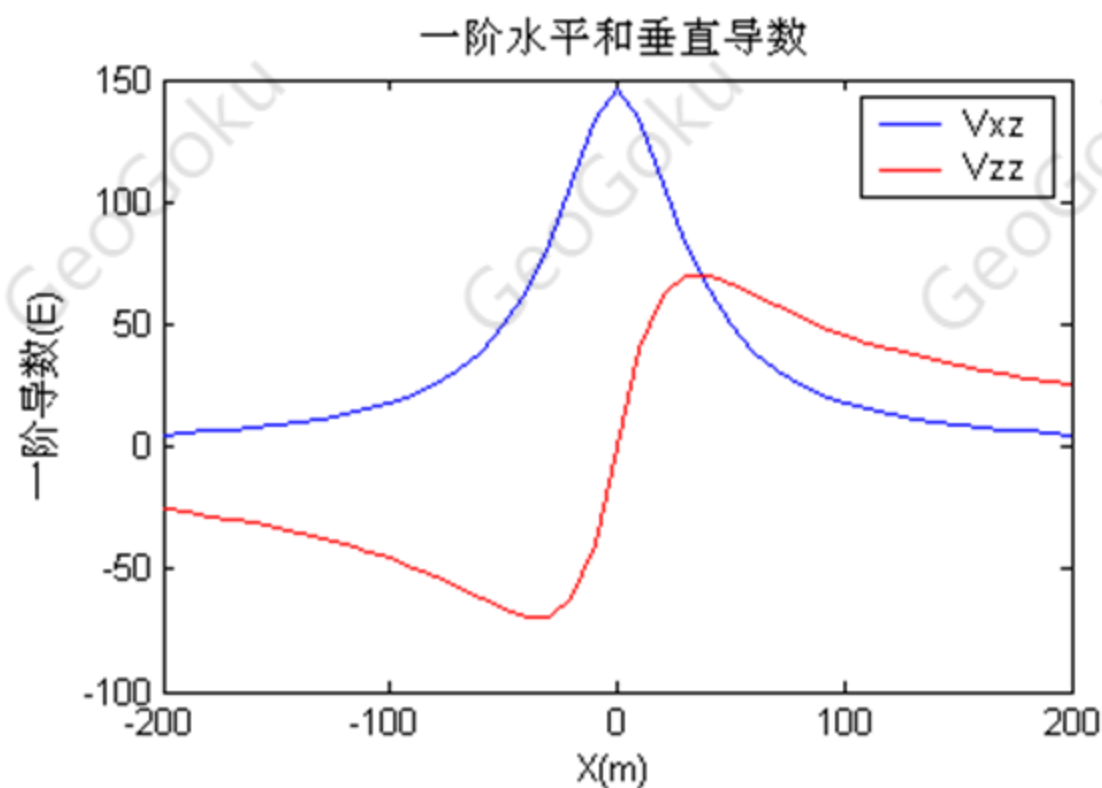
$$V_{xxx} = 2G\sigma x \left( \frac{1}{h^2 + x^2} - \frac{1}{H^2 + x^2} \right) = 2G\sigma \frac{x(H^2 - h^2)}{(h^2 + x^2)(H^2 + x^2)}$$



## 2.简单形体的正演

### ■ 铅垂台阶

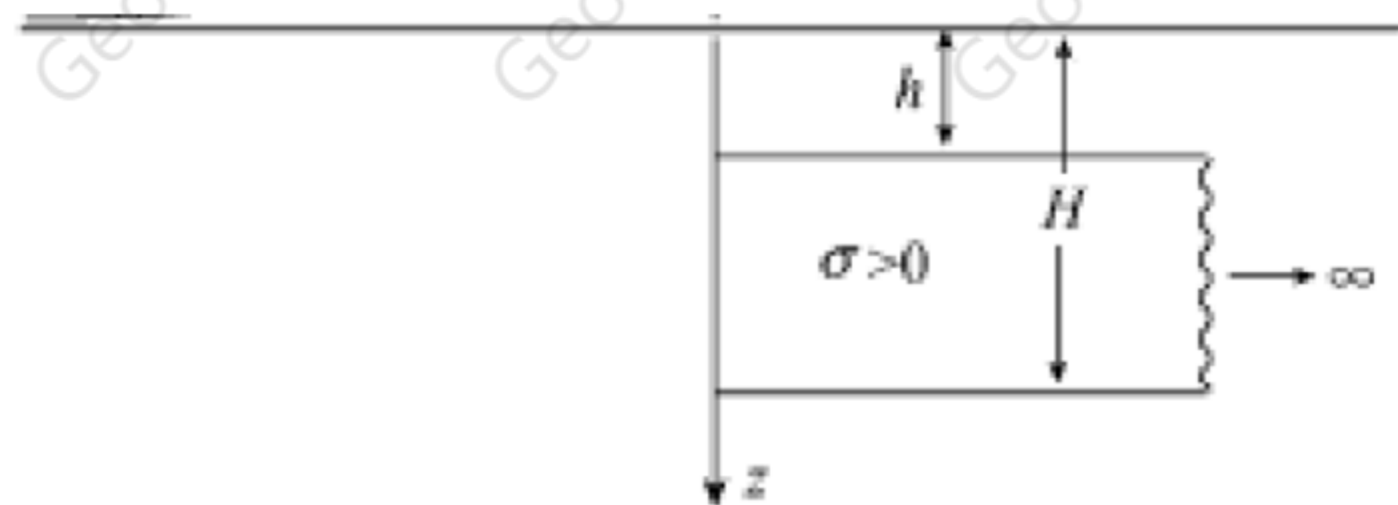
一些界线清楚的接触带以及高角度的断裂构造，可以用铅垂台阶模型研究其异常的基本特征。



## 2. 简单形体的正演

### ■ 二度长方体

$$\Delta g = G\sigma \left[ \pi(H-h) + x \ln \frac{x^2 + H^2}{x^2 + h^2} + 2Htg^{-1} \frac{x}{H} - 2htg^{-1} \frac{x}{h} \right]$$



## 2.简单形体的正演

### ■ 二度长方体

$$\Delta g = G\sigma \left[ (x+a) \ln \frac{(x+a)^2 + H^2}{(x+a)^2 + h^2} - (x-a) \ln \frac{(x-a)^2 + H^2}{(x-a)^2 + h^2} \right. \\ \left. + 2H \left( \operatorname{tg}^{-1} \frac{x+a}{H} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{x-a}{H} \right) - 2h \left( \operatorname{tg}^{-1} \frac{x+a}{h} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{x-a}{h} \right) \right]$$

$$V_{xz} = G\sigma \ln \frac{[(x+a)^2 + H^2][(x-a)^2 + h^2]}{[(x+a)^2 + h^2][(x-a)^2 + H^2]}$$

$$V_{zz} = 2G\sigma \left( \operatorname{tg}^{-1} \frac{H}{x+a} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{h}{x+a} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{H}{x-a} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{h}{x-a} \right)$$

$$V_{zzz} = 2G\sigma \left[ \frac{x+a}{(x+a)^2 + h^2} - \frac{x+a}{(x+a)^2 + H^2} - \frac{x-a}{(x-a)^2 + h^2} + \frac{x-a}{(x-a)^2 + H^2} \right]$$



# 目 录

---

第一节 二度体异常

第二节 不同二度体异常的等效性



## 2.简单形体的正演

- 无限长水平圆柱体和二度长方体的等效性

