

重力与固体潮

第二讲 地球重力场
陈涛

地球物理学院
中国石油大学（北京）



课前测试

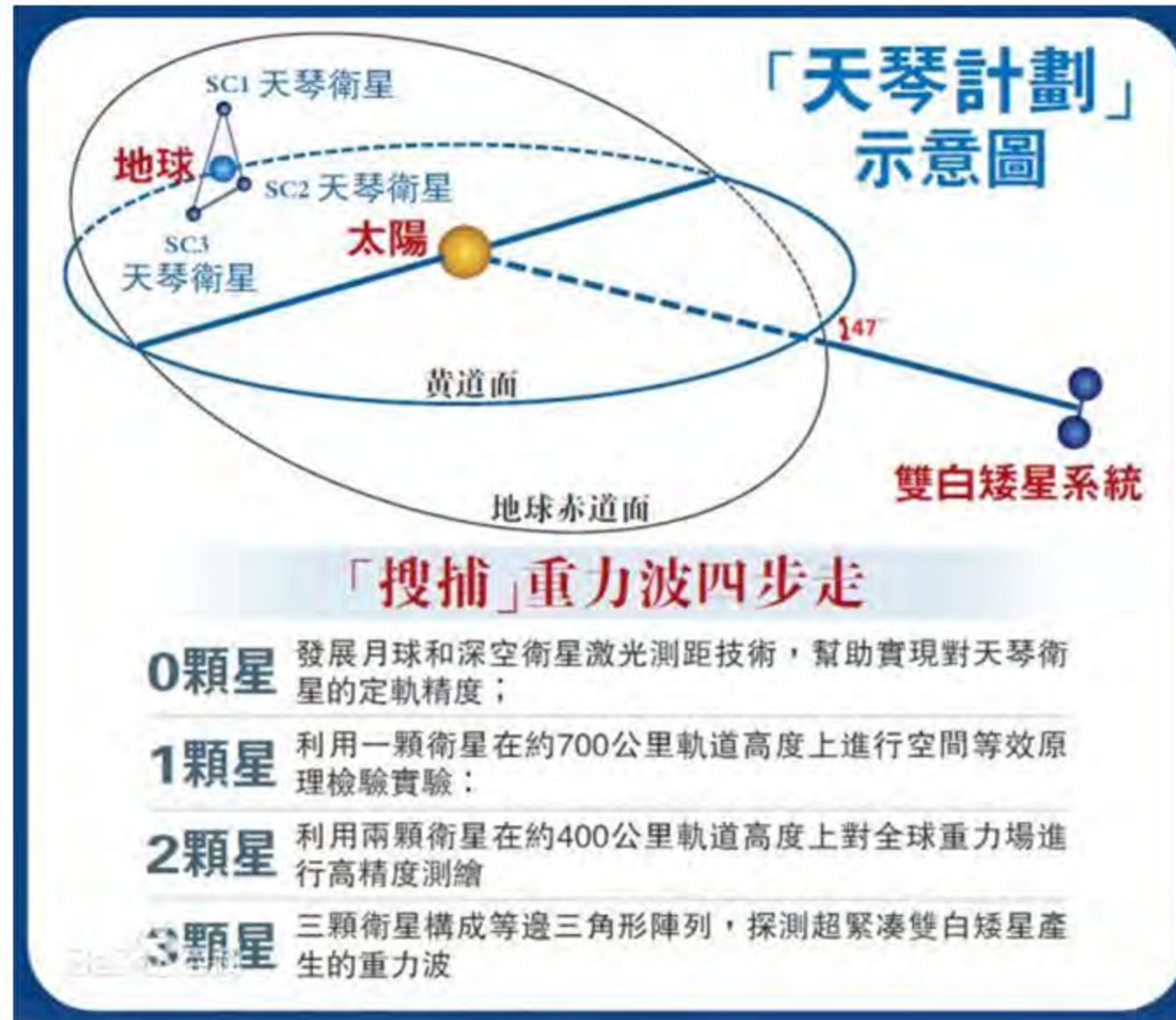
- 潮汐是由什么引起的
- 重力加速度



课前知识

□ 天琴计划

课前知识



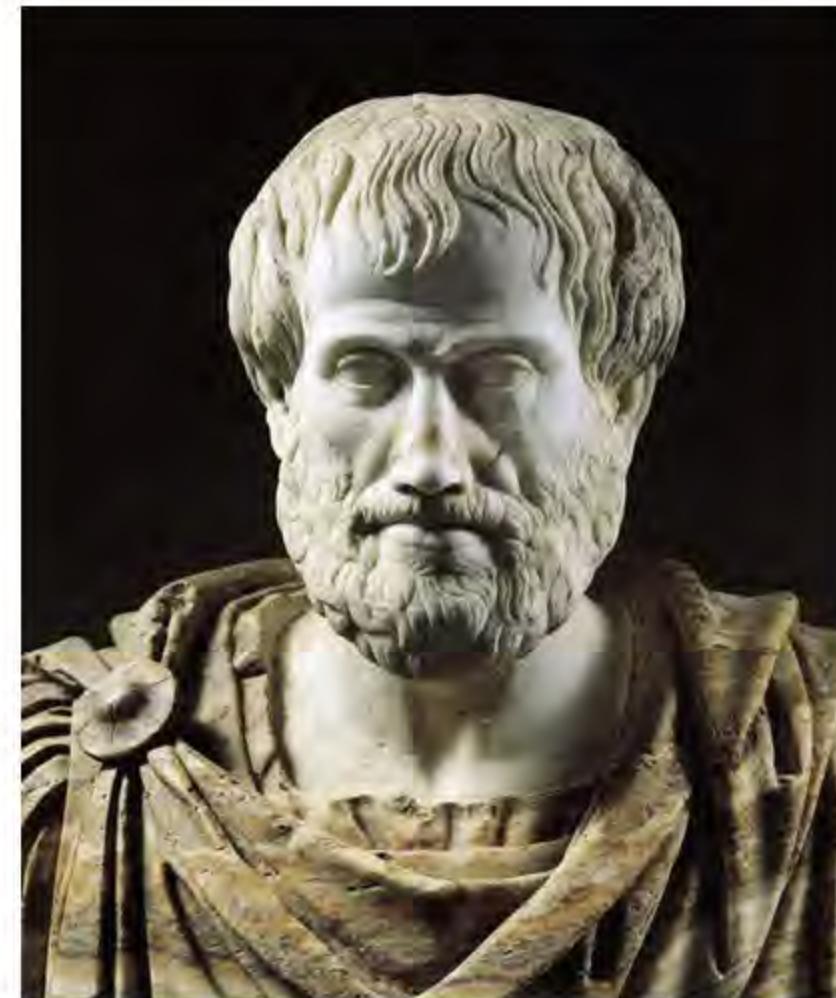
目 录

第一节 人们对地球重力场的认识

1. 人们对地球重力场的认识

■ 亚里士多德（古希腊）

提出运动物体的下落时间与其
重量成比例



公元前384 ~ 前322 (东周、战国)

1. 人们对地球重力场的认识

■ 伽利略 (意大利)

1590年从比萨斜塔大量实验，发现物体**坠落的路径与它经历的时间的平方成正比**，而与物体自身的**重量**无关,他粗略地求出地球重力加速度的数值为 9.8 m/s^2



Bai
百科

1564年2月15日 ~ 1642年1月8日 (明朝)

1. 人们对地球重力场的认识

■ 惠更斯（荷兰）

确定了数学摆的摆动周期 T 与摆长 l 及重力加速度 g 之间的关系，并据此在 1655 年制造了钟。

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



1629年04月14日—1695年07月08日

1. 人们对地球重力场的认识

■ 惠更斯 (荷兰)



1. 人们对地球重力场的认识

■ 让·里歇尔 (法国)

1672 年，法国天文学家里歇利用摆钟从巴黎到南美进行天文观测时发现**重力加速度在世界各地并非恒值。**



1630 ~ 1690

1. 人们对地球重力场的认识

■ 牛顿（英国）

牛顿和惠根斯指出这种现象与他们认为
地球是旋转的扁球体的推论相符,在理论
上阐明了地球重力场的变化。



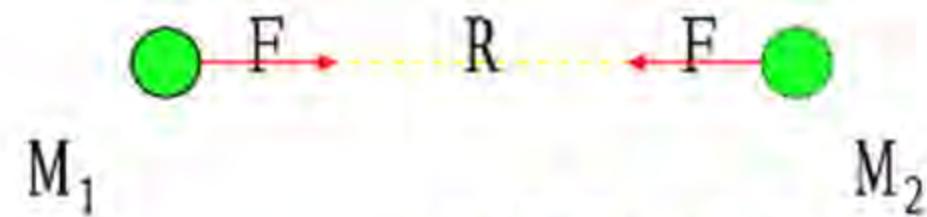
1643年1月4日—1727年3月31日

1. 人们对地球重力场的认识

■ 牛顿 (英国)

1687年，牛顿根据开普勒行星运动定律

推导出万有引力定律，这一定律是重力学最重要的基本定律。



$$F = -\frac{GM_1 M_2}{R^2}$$

1. 人们对地球重力场的认识

■ Pierre Bouguer (法国)

1735 ~ 1745年，法国科学院在 Lap land 和 Peru 的考察，使布格 (P. Bouguer) 建立了许多基本的引力关系，包括**重力随高度和纬度的变化规律**，并计算出水平引力及地球的密度等。



1698~1758

1. 人们对地球重力场的认识

■ Henry Kater (法国)

1817年，卡特在重力测量中引进了可以交换振动和悬挂中心的复摆，这个装置作为重力调查的主要工具延续使用了一个世纪。



1777~1835

1. 人们对地球重力场的认识

■ Baron Roland von Eötvös (匈牙利)

重力勘探大约起始于20世纪初。厄缶在1890年制造出了第一台测量**重力变化率的扭秤**。1901年，他使用扭秤在Balaton湖进行了第一次重力测量，后来用它在捷克、德国、埃及和美国的石油勘探中寻找盐丘等储油构造获得了成功。1922年厄缶扭秤由Shell 和Amerada 公司进口到美国。



1848~1919

1. 人们对地球重力场的认识

1922 年12 月，横过Spindletop油田的试验性测量，清楚地表明这个构造能够被扭秤发现，从而开创了石油地球物理勘探的历史。

1924 年末，在美国得克萨斯州Brazoria县，用Nash 盐丘的一口试验井，验证了重力解释，根据这一结果在世界上首次用地球物理方法发现了石油。

1. 人们对地球重力场的认识

■ Vening Meinesz (荷兰)

1923 年，韦宁·曼涅兹在荷兰的潜水艇上用摆仪测量重力，发现了重力在不同海洋地区的变化，特别是发现了在印度尼西亚海沟附近的巨大重力效应。



1887~1966

1. 人们对地球重力场的认识

20世纪上半叶的重力测量及重力勘探中，扭秤得到了广泛的应用。

1929年出现了轻便的摆仪。

1. 人们对地球重力场的认识

■ Lucien Lacoste (美国)

1934 年，拉科斯特提出了零长弹簧的原理，在1939 年制造出第一台可以工作的Lacoste重力仪。



1908~1995

1. 人们对地球重力场的认识

1934年拉科斯特研制出了高精度的金属弹簧重力仪，沃登研制了石英弹簧重力仪，这类仪器的测量精度约达 $0.05\text{-}0.2\text{ mGal}$ ；一个测点的平均观测时间已缩短到10-30分钟，到1939年，这类重力仪完全取代了扭秤。

1. 人们对地球重力场的认识

CG-5重力仪

由加拿大Scintrex仪器公司所生产的CG-5重力仪，是一种使用静电重力补偿、电容位移检测等现代技术组合，研制的全自动零长石英弹簧重力仪。主要用于地面（陆地地表）相对重力测量，可应用于：矿藏勘探、地质调查、油气勘探、区域重力调查、工程地质勘察、火山勘察等领域。

主要技术指标

传感器类型	无静电熔凝石英弹性系统
读数分辨率	1 μ Gal
观测精度	5 μ Gal
测量范围	8000mGal, 全球不用重置
长期漂移（静态）	<1 . 0 mgal/day
自动补偿倾斜范围	±200"
波动范围	20g以上的冲击，通常<5 μ Gal
自动修正	潮汐、仪器倾斜、温度、噪声、地震噪声



1. 人们对地球重力场的认识

从此，重力勘探迅速发展，应用于大地测量、地球内部构造、地球动力学、资源勘探、工程建设、灾害预防等基础性科学和应用基础性科学的各个方面。

在中国，对重力测量和重力学的研究发展较晚，至今仅有将近80年的历史。
(翁文波)

天琴计划（罗俊）让中国来到重力学研究的第一方阵。

1. 人们对地球重力场的认识

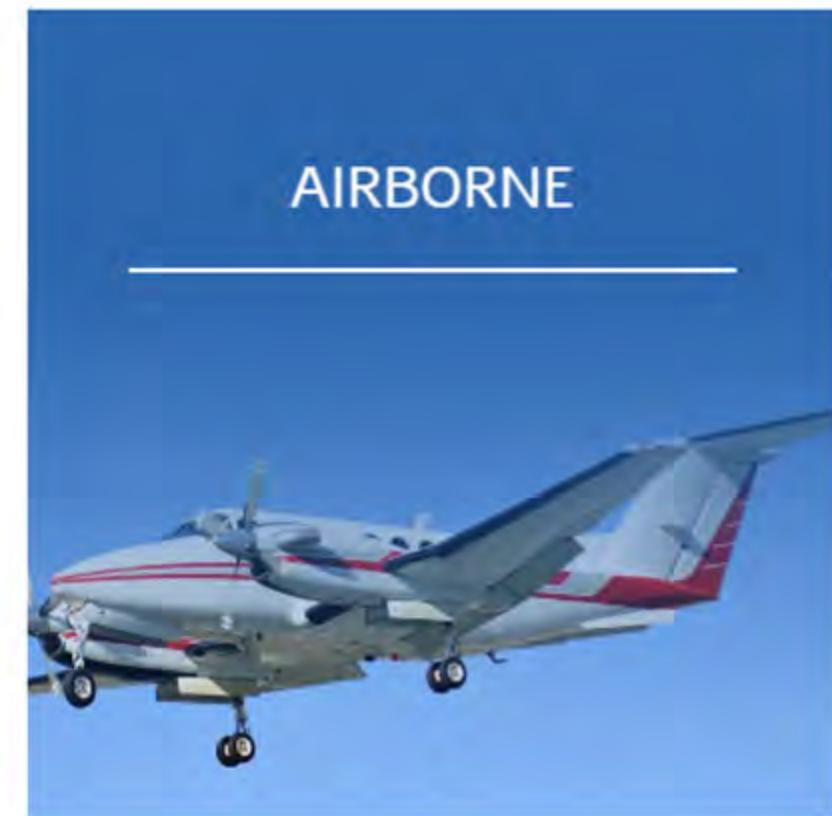
地球的重力场是地球表面及其外部空间客观存在的一种物理场，它随
空间和时间变化。

重力学研究重力随空间、时间的变化及变化规律

- 大地测量
- 地球内部构造
- 地球动力学
- 资源勘探（包含石油勘探）
- 工程环境等



1. 人们对地球重力场的认识



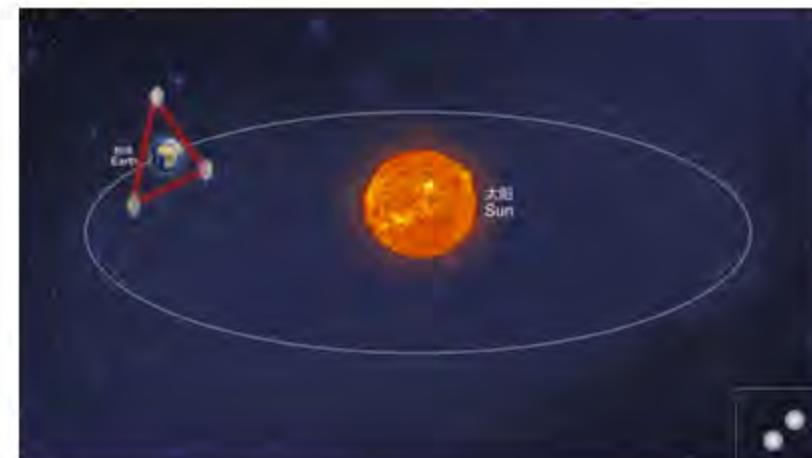
目 录

第一节 人们对重力的认识

第二节 地球重力场

上节回顾

- 从亚里士多德到拉科斯特，人们对于地球重力的认识从无到有，逐渐开启了重力学在多个领域的应用大门。
- 方法技术和仪器设备的迭代升级为重力学未来的发展提供了新的契机。



课前知识

□ 高中阶段学习的重力

□ 重力加速度



课程目标

- 掌握重力的组成以及单位
- 掌握重力变化的分类以及引起重力变化的因素
- 方法技术和仪器设备的迭代升级为重力学未来的发展提供了新的契机。

2. 地球重力场

地球的重力场是地球表面及其外部空间客观存在的一种受重力作用的物理场，它随空间和时间变化。

2. 地球重力场



引力

2. 地球重力场



向心力

2. 地球重力场



引力

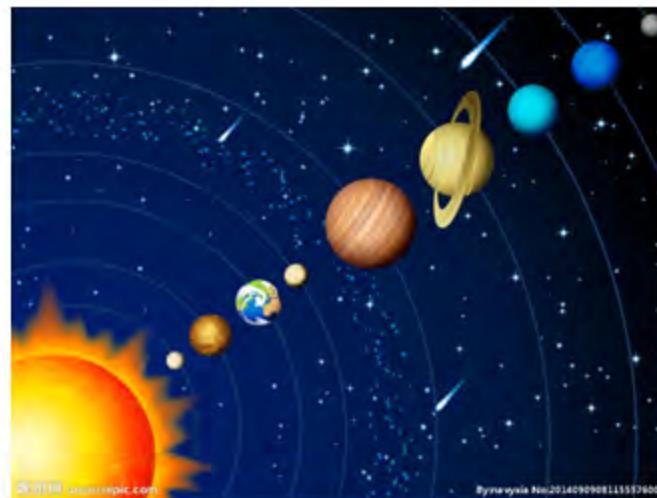
2. 地球重力场



引力



向心力



引力

2. 地球重力场



$$\text{重力} = \boxed{\text{地球引力}} + \boxed{\text{惯性离心力}} + \boxed{\text{天体引力}}$$

2. 地球重力场

假设地球和太阳都是正球体，地球半径近似为6400 km，太阳距地球表面的距离为149597870 km，则有

$$\begin{aligned} \frac{G \frac{mM_{earth}}{R^2}}{G \frac{mM_{sun}}{R_{sun-earth}^2}} &= \frac{M_{earth} R_{sun-earth}^2}{M_{sun} R^2} \\ &= \frac{6 \times 10^{24} \times (149597870 \times 10^3)^2}{1.9891 \times 10^{30} \times (6400 \times 10^3)^2} \\ &\approx 1468 \end{aligned}$$



地球对表面质点的引力远远大于太阳对同一质点引力

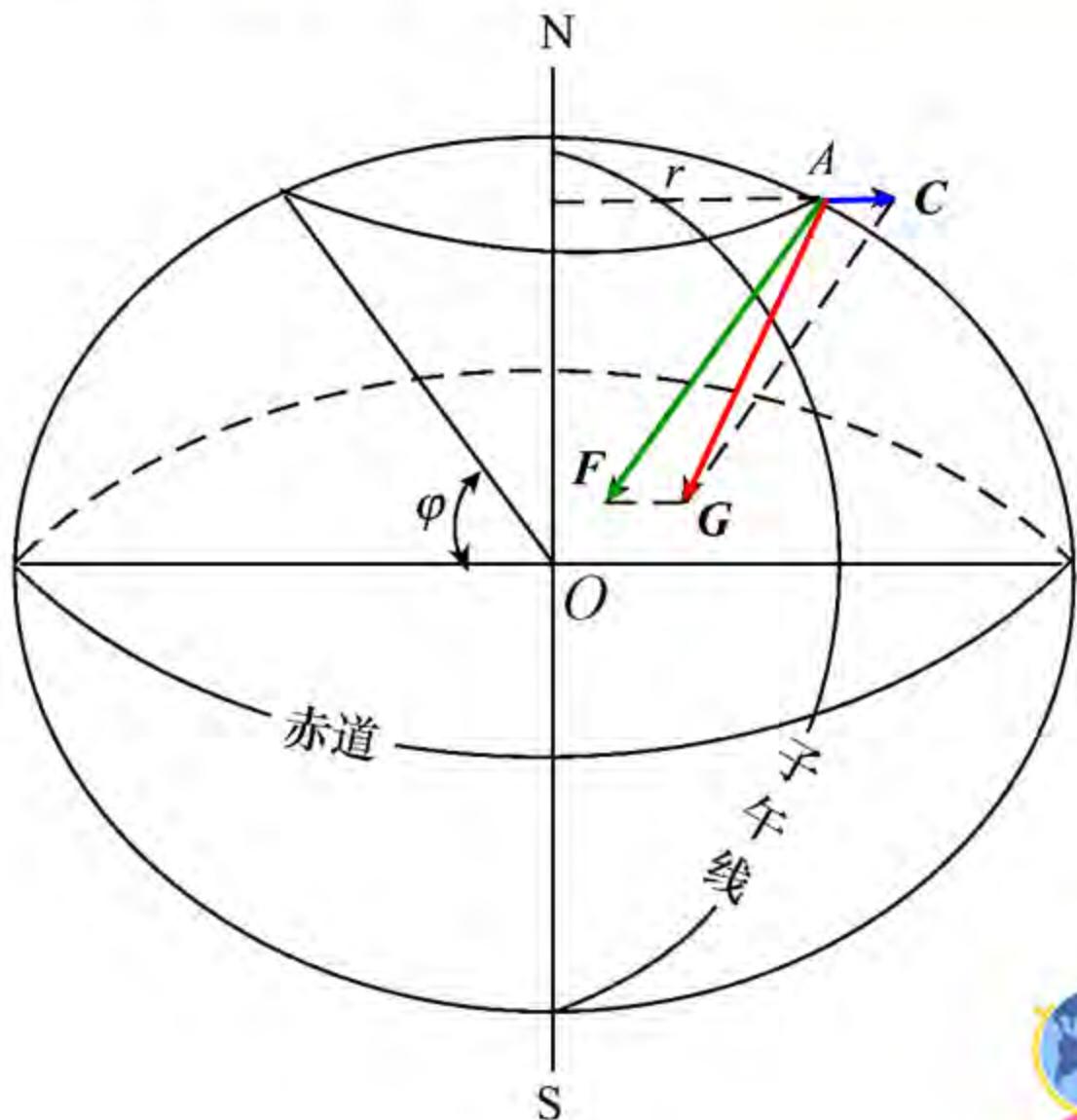
2. 地球重力场



$$\text{重力} = \boxed{\text{地球引力}} + \boxed{\text{惯性离心力}} + \boxed{\text{天体引力}}$$

↓
微弱,可忽略

2. 地球重力场



引力 F
$$\mathbf{F} = \frac{GM_E \cdot m}{R^2} \cdot \frac{\mathbf{R}}{R}$$

惯性离心力 C
$$\mathbf{C} = m\omega^2 \mathbf{r}$$

重力 G
$$\mathbf{G} = \mathbf{F} + \mathbf{C}$$



问题：地球何处重力值最大？

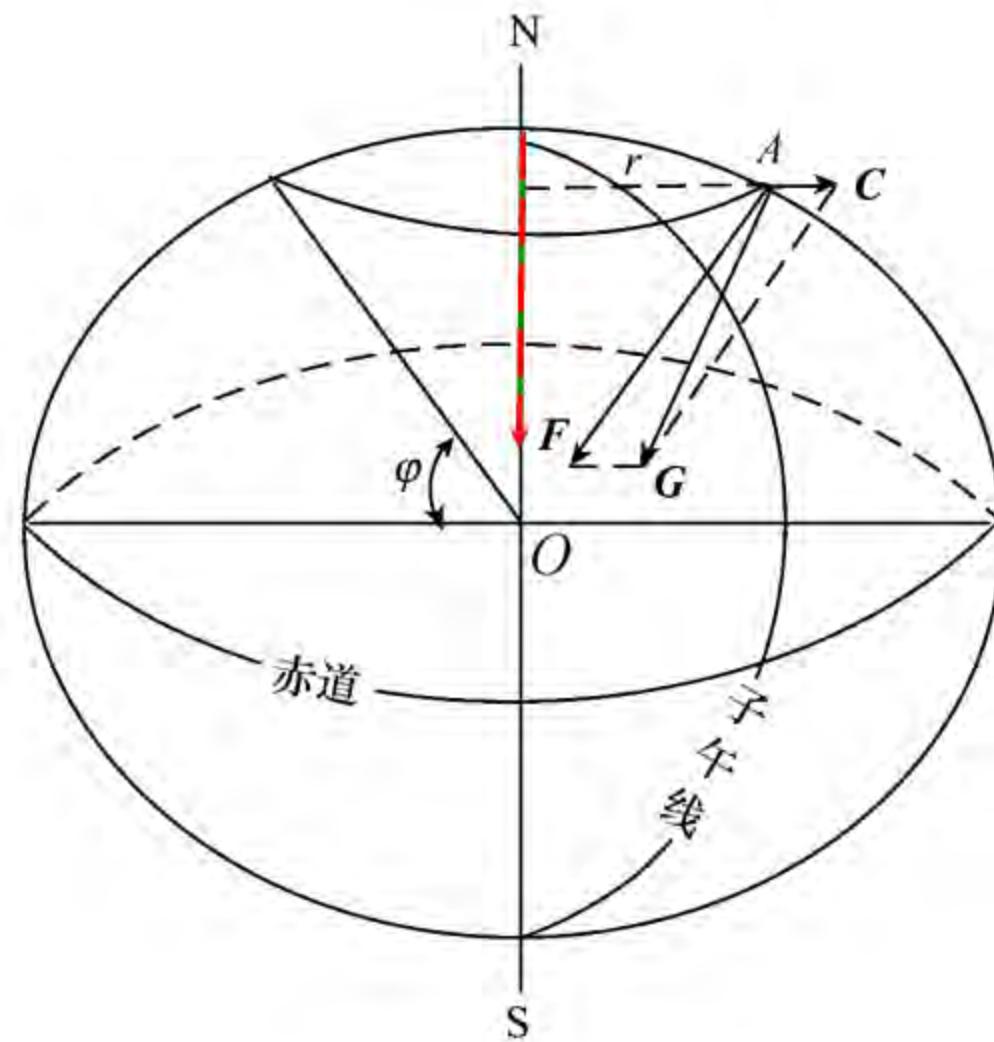
2. 地球重力场

在两极处，有

$$\mathbf{G} = \mathbf{F} + \mathbf{C}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{F}$$

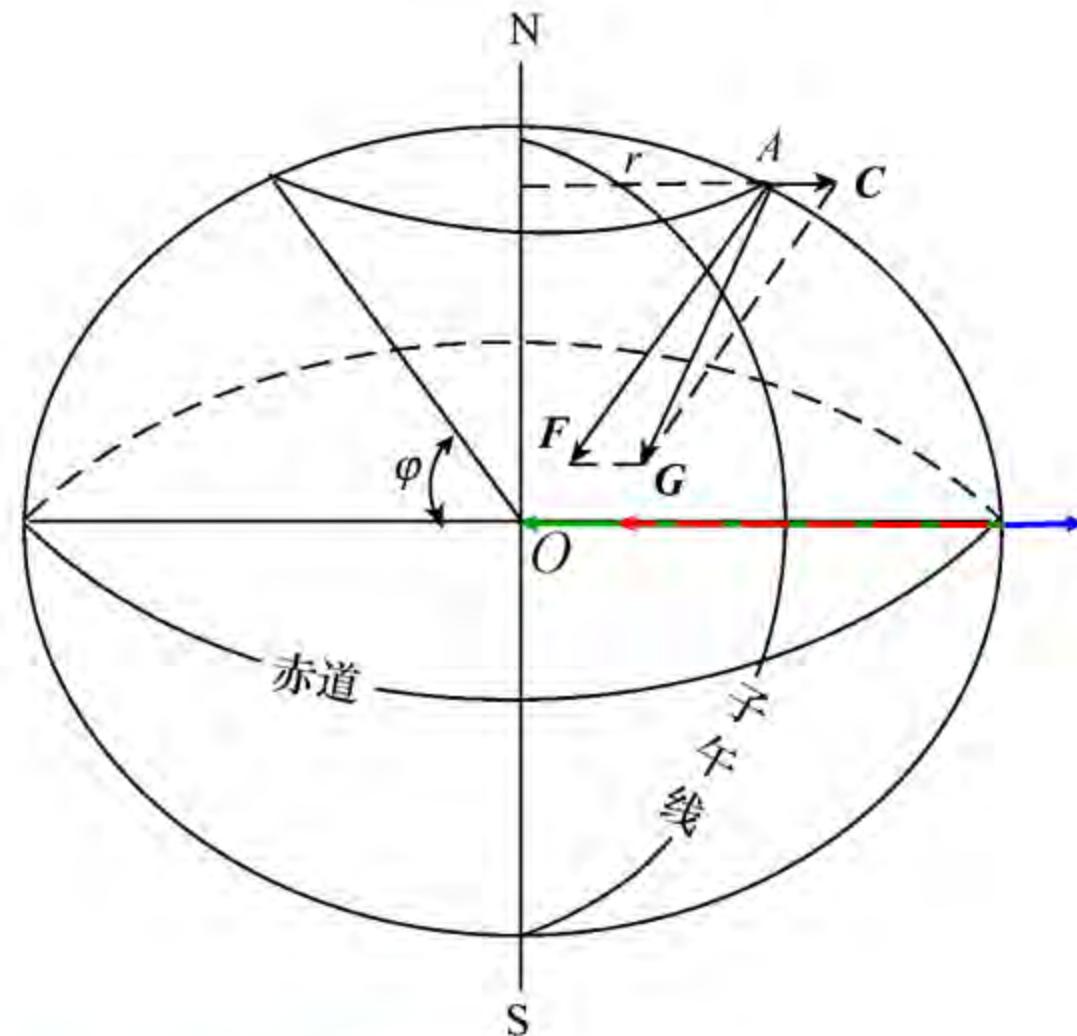


2. 地球重力场

在赤道上，有

$$\mathbf{G} = \mathbf{F} + \mathbf{C}$$

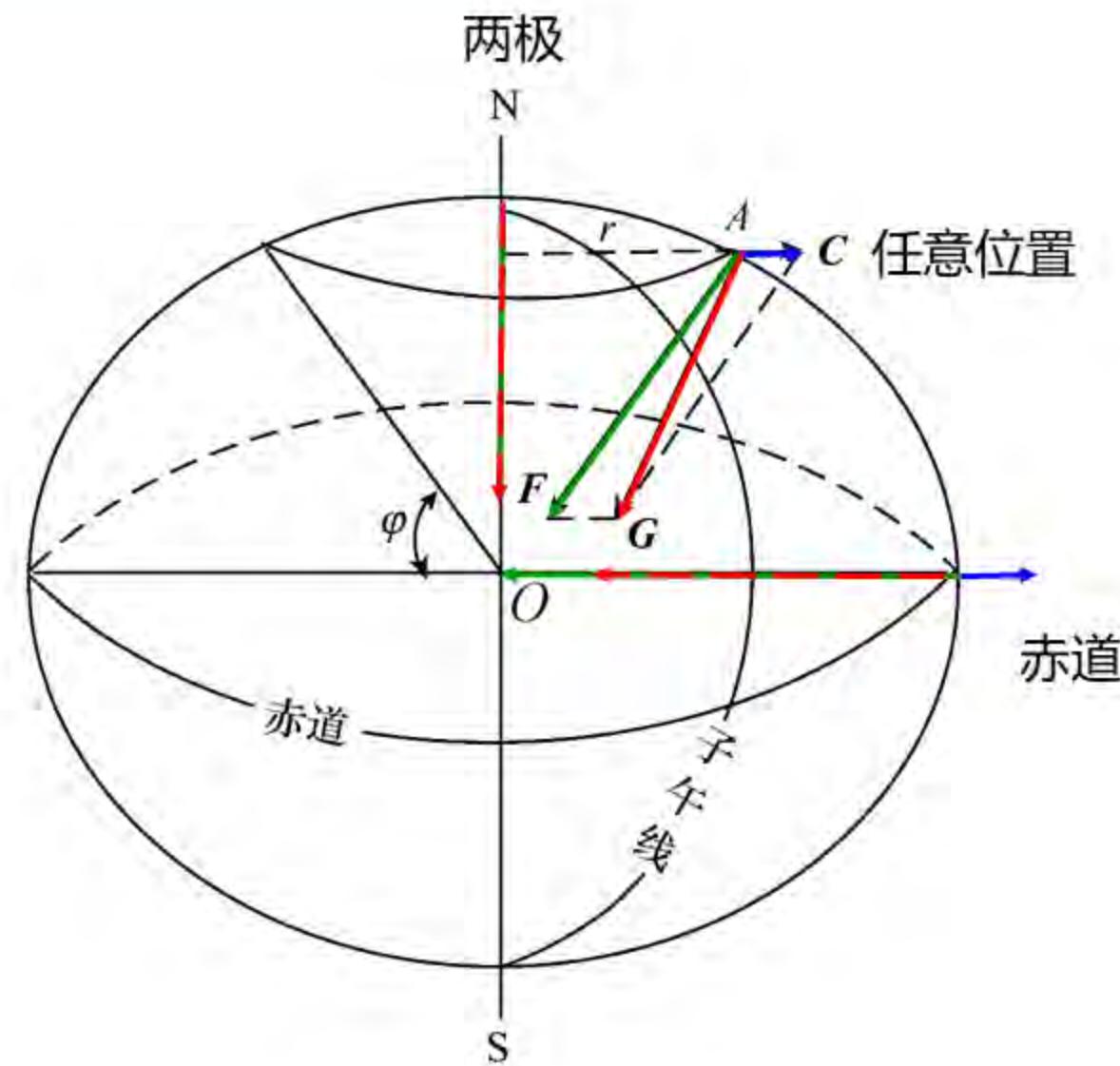
$$\begin{aligned}\frac{mR\omega^2}{G \frac{mM}{R^2}} &= \frac{R^3\omega^2}{GM} \\ &= \frac{\left(6400 \times 10^3\right)^3 \times \left(2\pi / (24 \times 60 \times 60)\right)^2}{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}} \\ &\approx 0.35\%\end{aligned}$$



最大离心力约为万有引力的千分之三

2. 地球重力场

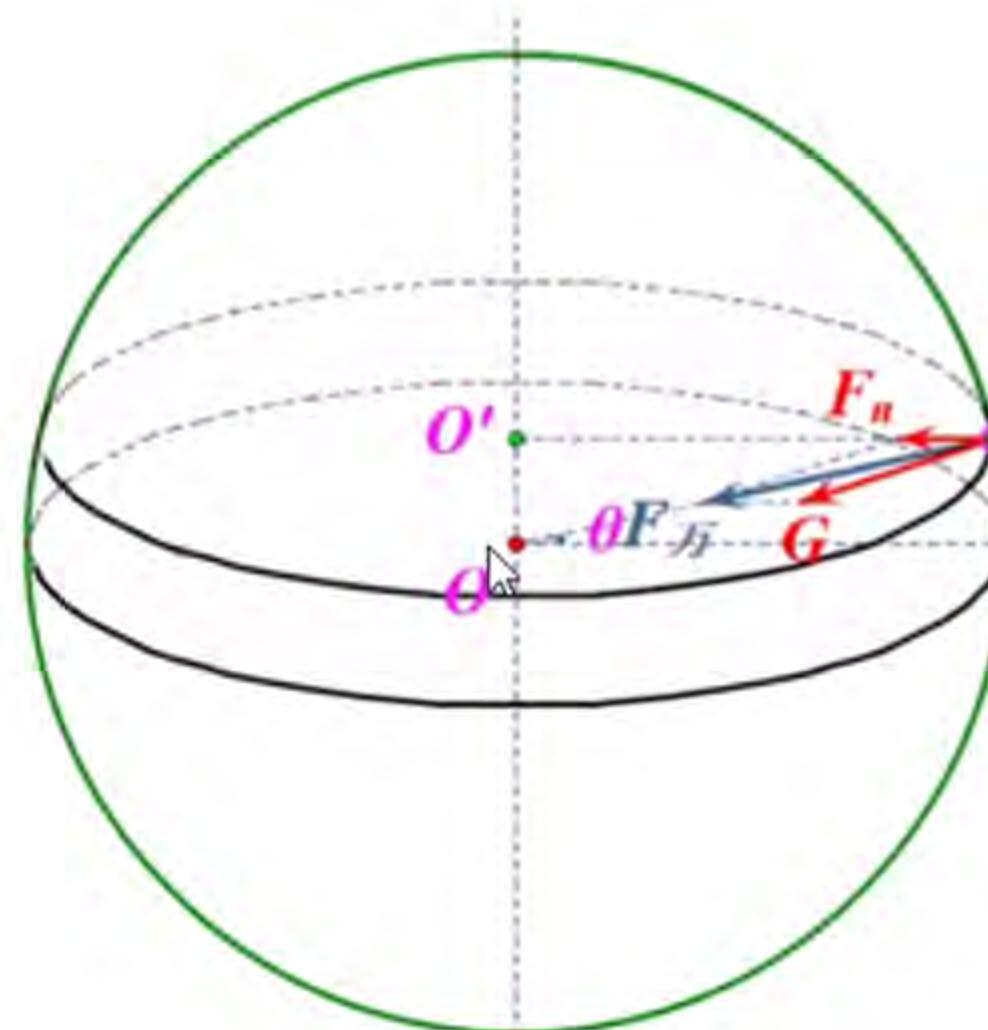
- ✓ 在赤道上，重力 G ？
- ✓ 在两极，重力 G ？
- ✓ 在其它位置，重力 G ？



2. 地球重力场

地球上的物体在哪里重力最大

达朗贝尔原理告诉我们，向心力和离心力大小相等，方向相反



2. 地球重力场

小节

- ✓ 地球的重力场是地球表面及其外部空间客观存在的一种受重力作用的物理场，它随空间和时间变化。

- ✓ 重力 = 地球引力 + 惯性离心力 + 天体引力
 - 0.35%
 - 0.07%

- ✓ 地球上的重力在两极最大，赤道最小。

2. 地球重力场



思考

重力

重力加速度

重力场强度

2. 地球重力场

单位质量物体在重力场中所受重力称为**重力场强度** ($g=G/m$)。

重力加速度 $G = ma$

重力加速度在数值上（包括方向）等于单位质量所受的重力，也就是等于重力场强度。

重力加速度 ≡ 重力场强度

《重力与固体潮》所提的**重力**指**重力加速度**或**重力场强度**。

2. 地球重力场

■ 重力单位

- ✓ SI是国际单位制，以长度、质量、时间、热力学温度、物质的量、电流强度、发光强度为基本单位。
- ✓ CGS是绝对单位制，以长度 (cm) 、质量 (g) 、时间 (s) 为基本单位。

2. 地球重力场

■ 重力单位

在CGS单位制 (克、厘米、秒) :

" cm/s^2 ", "伽" 或 "Gal"

$$1 \text{ cm/s}^2 = 1 \text{ Gal}$$

在SI单位制 (千克、米、秒) :

" m/s^2 ", "g.u."

gravity unit

$$1 \text{ m/s}^2 = 10^6 \text{ g.u.}$$



Galileo Galilei

2. 地球重力场

■ 重力单位

1 Gal = ? g.u.

1 Gal (伽) = $1 \text{ cm/s}^2 = 10^{-2} \text{ m/s}^2 = 10^4 \text{ g.u.}$

1 mGal (毫伽) = $10^{-5} \text{ m/s}^2 = 10 \text{ g.u.}$

1 μGal (微伽) = $10^{-8} \text{ m/s}^2 = 10^{-2} \text{ g.u.}$

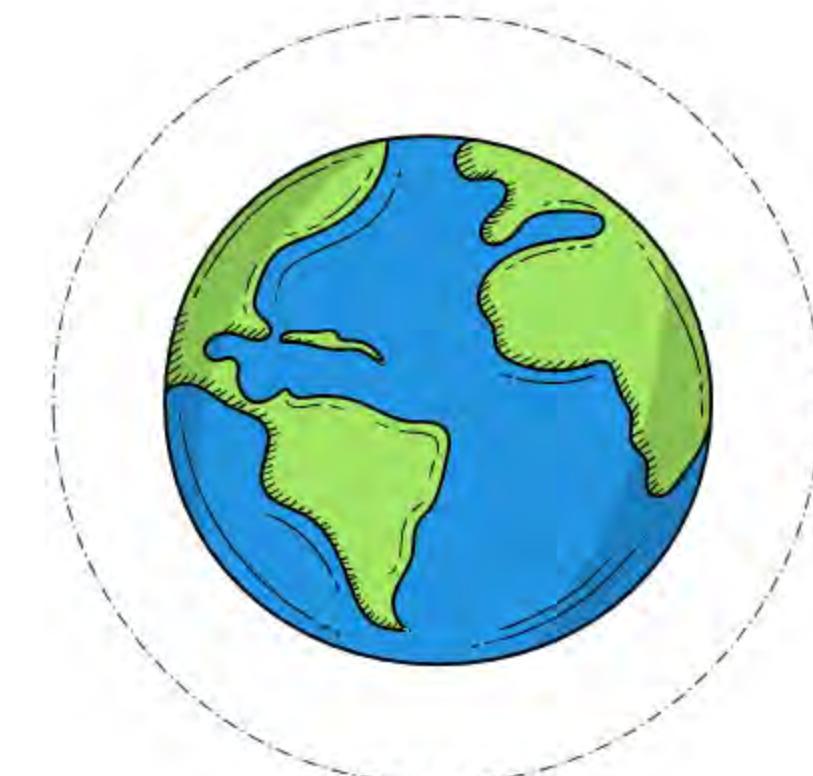


2. 地球重力场

地球的重力场是地球表面及其外部空间客观存在的一种受重力作用的物理场，它随空间和时间变化。

$$\mathbf{F} = \frac{GMm}{R^2}$$

$$\mathbf{C} = m\omega^2 \mathbf{r}$$



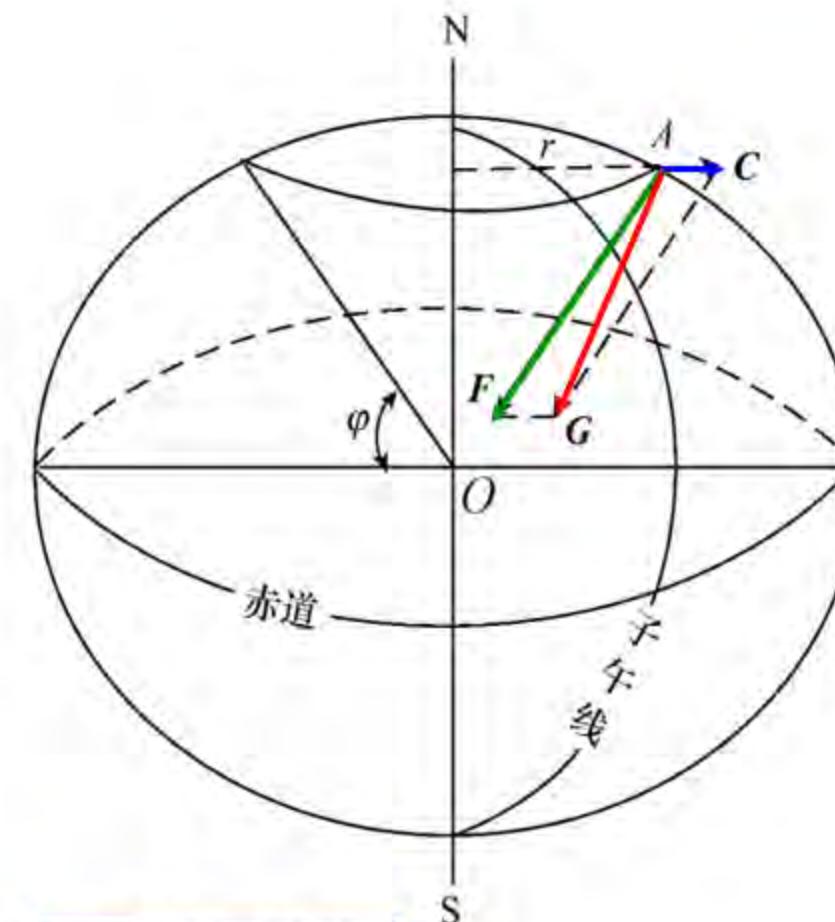
2. 地球重力场

■ 重力变化

$$\mathbf{F} = \frac{GM_E \cdot m}{R^2} \cdot \frac{\mathbf{R}}{R}$$

$$\mathbf{C} = m\omega^2 \mathbf{r}$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{F} + \mathbf{C}$$



$$\text{重力} = \boxed{\text{地球引力} + \text{惯性离心力}} + \boxed{\text{天体引力}}$$

↓
空间变化 + 时间变化

2. 地球重力场

■ 重力变化

重力空间变化是重力随不同测点位置发生改变

纬度	重力加速度	纬度	重力加速度
0°	9.78030	50°	9.81066
10°	9.78186	60°	9.81914
20°	9.78634	70°	9.82606
30°	9.79321	80°	9.83058
40°	9.80166	90°	9.83218

不同纬度海平面的重力加速度 (单位 m/s²)

2. 地球重力场

■ 重力变化

重力空间变化是重力随不同测点位置发生改变

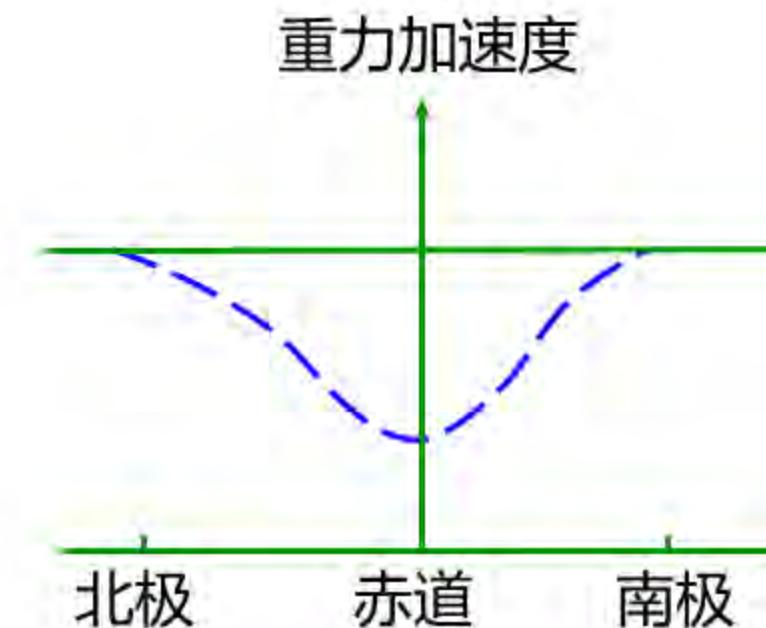
在地球表面上，

全球重力平均值约为 9.8 m/s^2 ，

赤道重力平均值为 9.780 m/s^2 ，

两极平均值为 9.832 m/s^2 ，

从赤道到两极重力变化大约为 0.05 m/s^2 。

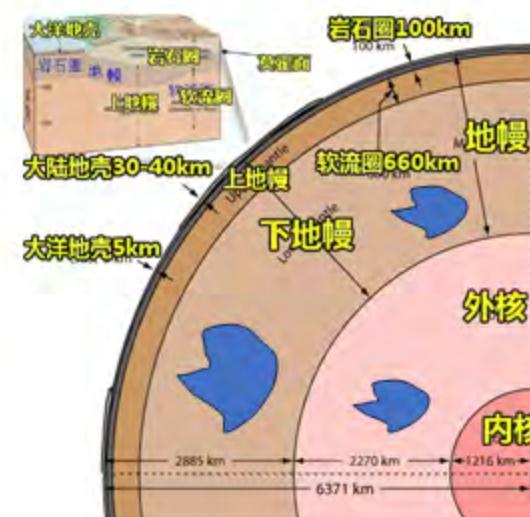


2. 地球重力场

■ 重力变化

重力空间变化是重力随不同测点位置发生改变

重力空间变化的因素：



2. 地球重力场

■ 重力变化

重力空间变化是重力随不同测点位置发生改变

重力空间变化的因素：

- ✓ 地球形状、地形：引起约 6千 mGal 的变化；
- ✓ 地球自转：重力有 3.4千 mGal 的变化；
- ✓ 地下物质密度分布不均匀：能达到几百 mGal 变化；
- ✓ 人类的历史活动遗迹和建筑物等。

2. 地球重力场

■ 重力变化

重力空间变化是重力随不同测点位置发生改变

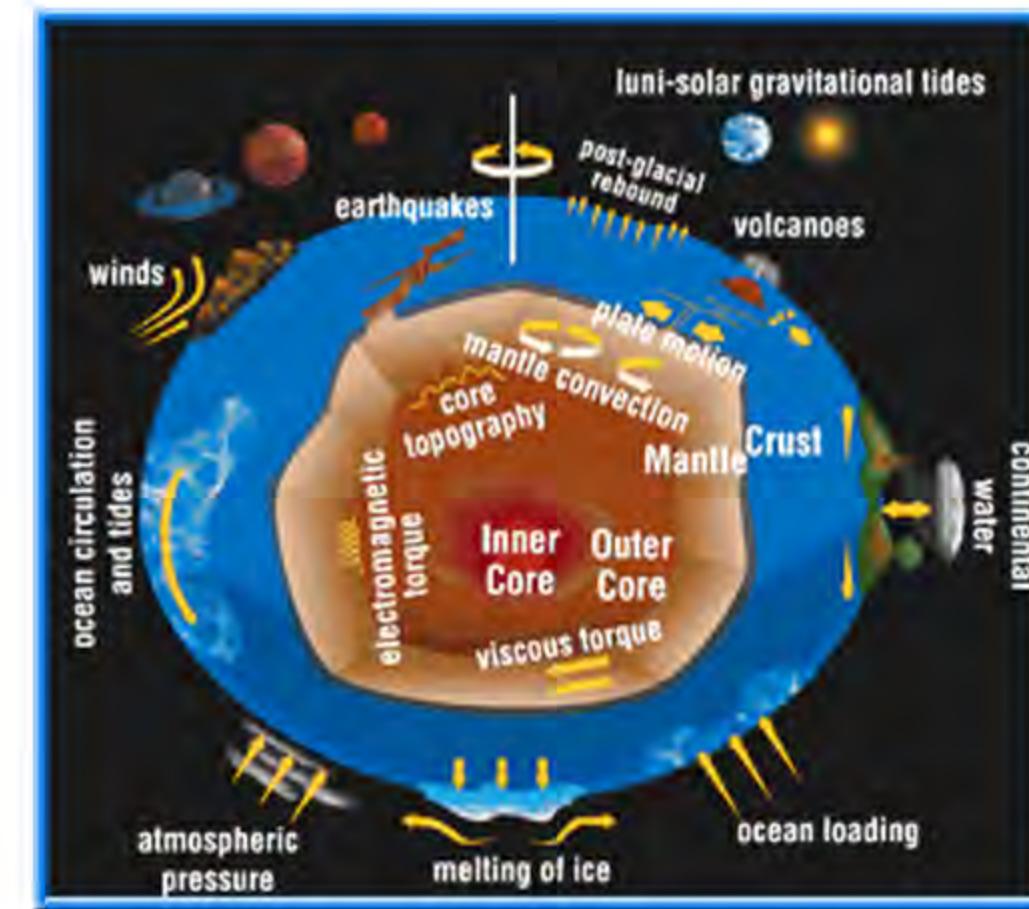
重力空间变化的本质——质量变化

$$F = \sum_{i=1}^M G \frac{M_i m}{r_i^2}$$

重力 = 地球引力

+ 惯性离心力 0.35%

+ 天体引力 0.07%



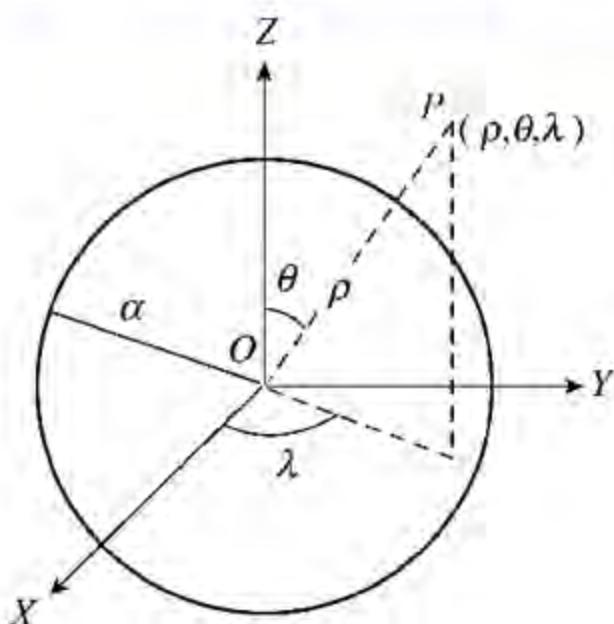
2. 地球重力场

■ 重力变化

重力空间变化是重力随不同测点位置发生改变

地球重力场的球谐表示

$$V = \frac{GM}{\rho} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{\rho} \right)^n \left(C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda) \right) \cdot P_{nm}(\cos\theta) \right]$$



球谐系数

勒让德函数

地球重力场模型

2. 地球重力场

■ 重力变化

重力空间变化是重力随不同测点位置发生改变

地球重力场的球谐表示

- ✓ 由一组位系数 C_{nm} 和 S_{nm} 可以表达相应的地球重力场，称为地球重力场模型。
- ✓ 利用地球重力场模型的位系数，可以计算全球范围的重力异常、大地水准面高程异常，用于研究地球内部结构。
- ✓ 类似地，可得到月球重力场模型和火星重力场模型，这对行星地质的研究也有重要意义。

2. 地球重力场

■ 重力变化

重力空间变化是重力随不同测点位置发生改变

The screenshot shows the ICGEM Gravity Field Models page. At the top left is a 3D globe visualization of Earth's gravity field. To its right is the IAG logo. The page features a large blue header with the text "ICGEM". On the right side, there is a GFZ Potsdam logo. Below the header, a note says: "We kindly ask the authors or the moders to check the links to the original websites of the models from time to time. Please let us know if something has changed." A table of gravity field models is displayed, with columns for Nr, Model, Year, Degree, Data, References, Download, and DOI. The table lists various models such as XGM2019, XGM2019e, and XGM2019e_2159, along with their respective details and download links.

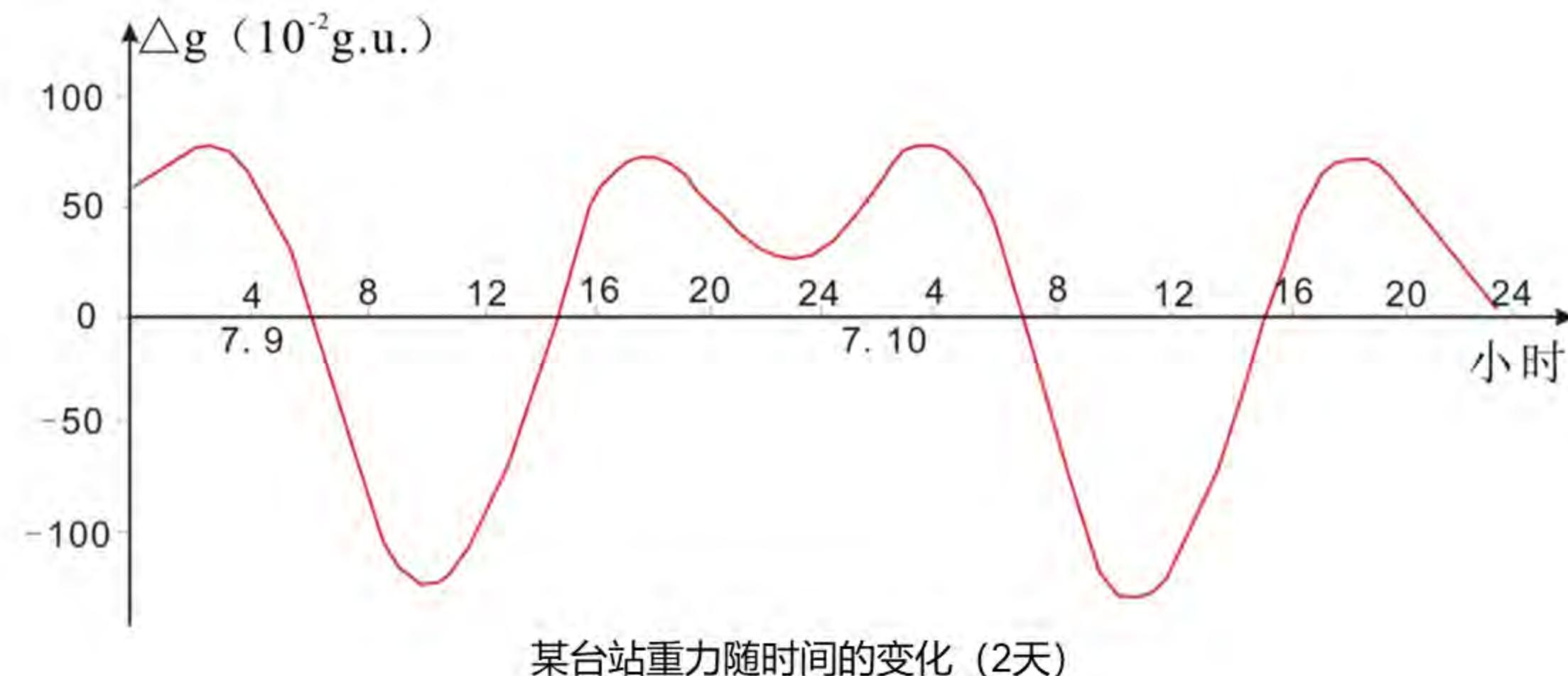
Nr	Model	Year	Degree	Data	References	Download	DOI
176	XGM2019	2019	760		Zingerle, P. et al. 2019	gfc zip	✓
176	XGM2019e	2019	5540			gfc zip	✓
176	XGM2019e_2159	2019	2190	A, G, S(GOCO08s), T	Zingerle, P. et al. 2019	gfc zip	✓
175	GO_CONS_GCF_2_TIM_R5e	2019	300	G (Polar), S(Grace)	Zingerle, P. et al. 2019	gfc zip	✓
174	ITSG-Grace2018s	2019	200	S(Grace)	Mayer-Gürr, T. et al. 2018	gfc zip	✓
173	EIGEN-GRGS_RL04_MEAN-FIELD	2019	300	S	Lemoine et al. 2019	gfc zip	✓
172	GOCO06s	2019	300	S	Kvas et al., 2019	gfc zip	✓
171	GO_CONS_GCF_2_TIM_R6	2019	300	S(Grace)	Brockmann, J. M. et al. 2014	gfc zip	✓
170	GO_CONS_GCF_2_DIR_R6	2019	300	S	Bruinsma, S. L. et al. 2014	gfc zip	✓
169	IGGT_R1C	2018	240	G, S(Grace), S(Grace)	Lu, B. et al., 2019	gfc zip	✓
168	Tongji-Grace02k	2018	180	S(Grace)	Chen, Q. et al. 2018	gfc zip	
167	SGG-UGM-1	2018	2159	EGM2008, S(Grace)	Liang, W. et al., 2018 & Xu, X. et al. (2017)	gfc zip	✓
166	GOSG01s	2018	220	S(Grace)	Xu, X. et al., 2018	gfc zip	✓
165	IGGT_R1	2017	240	S(Grace)	Lu, B. et al., 2017	gfc zip	✓
164	IE_GOCE05s	2017	250	S	Wu, H. et al. 2017	gfc zip	✓
163	GO_CONS_GCF_2_SPW_R5	2017	330	S(Grace)	Gatti, A. et al. 2016	gfc zip	✓
162	GAO2012	2012	360	A, G, S(Grace), S(Grace)	Demianov, G. et al. 2012	gfc zip	✓
161	XGM2016	2017	719	A, G, S(GOCO05s)	Pail, R. et al. 2017	gfc zip	✓
160	Tongji-Grace02s	2017	180	S(Grace)	Chen, Q. et al. 2016	gfc zip	✓

International Centre for Global Earth Models (ICGEM)

2. 地球重力场

■ 重力变化

重力时间变化是同一测点的重力随时间的变化

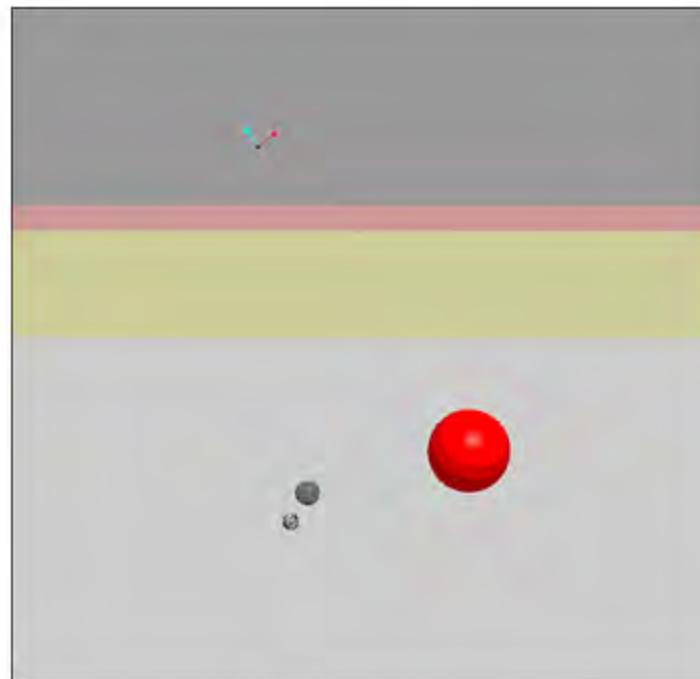


2. 地球重力场

■ 重力变化

重力时间变化是同一测点的重力随时间的变化

重力时间变化的因素：



外因



内因



内因

2. 地球重力场

■ 重力变化

重力时间变化是同一测点的重力随时间的变化

重力时间变化的因素：

- ✓ 潮汐变化：太阳、月亮等天体引力引起的重力周期性变化，其大小可达 0.3 mGal；
- ✓ 非潮汐变化：地球形状的变化和地下物质运动等引起的重力非周期性变化，其变化大小一般不超过 0.1 mGal。

2. 地球重力场

■ 重力变化

重力的变化	空间上	地球自转	~6000 mGal
		地球形状、地形	~3400 mGal
时间上	潮汐变化	地下物质密度分布不均匀	~几百 mGal
		人类的历史活动遗迹和建筑物等	
时间上	非潮汐变化	太阳、月亮等天体，具有周期性	~0.3 mGal
		火山、地震，具有非周期性	~0.1 mGal

2. 地球重力场

■ 重力变化

重力在时间上的变化要比在空间上的变化小很多，需要高精度测量。从1968年美国制成灵敏度达到0.1 g.u.的超导重力仪后，重力学从静态向动态过渡，地球重力场研究开始从三维（空间）向四维（空间+时间）过渡。学者们不仅可利用不同地点重力变化来研究地质构造，还可利用不同时间重力变化来研究地质构造的运动。

2. 地球重力场

地球重力场总结

〔 地球重力场的概念、组成
 重力的单位
 重力的变化

下节预告

重力等位面

地球的形状

2. 地球重力场

重力的变化——时间上——潮汐变化

海水每天有两次涨落运动，其中早晨出现的潮涨称为潮，晚上出现的潮落称为汐，总称潮汐。

地球上潮涨落主要是由月球还是太阳引起的？

- ✓ 太阳的质量虽比月球的质量大得多，但月球同地球的距离比太阳同地球的距离近，月球的引潮力比太阳的引潮力大。
- ✓ 月球和太阳对地球的引力不但可以引起地球表面流体的潮汐（如海潮、大气潮），还能引起地球固体部分的周期性形变（固体潮）。

2. 地球重力场

重力的变化——时间上——潮汐变化

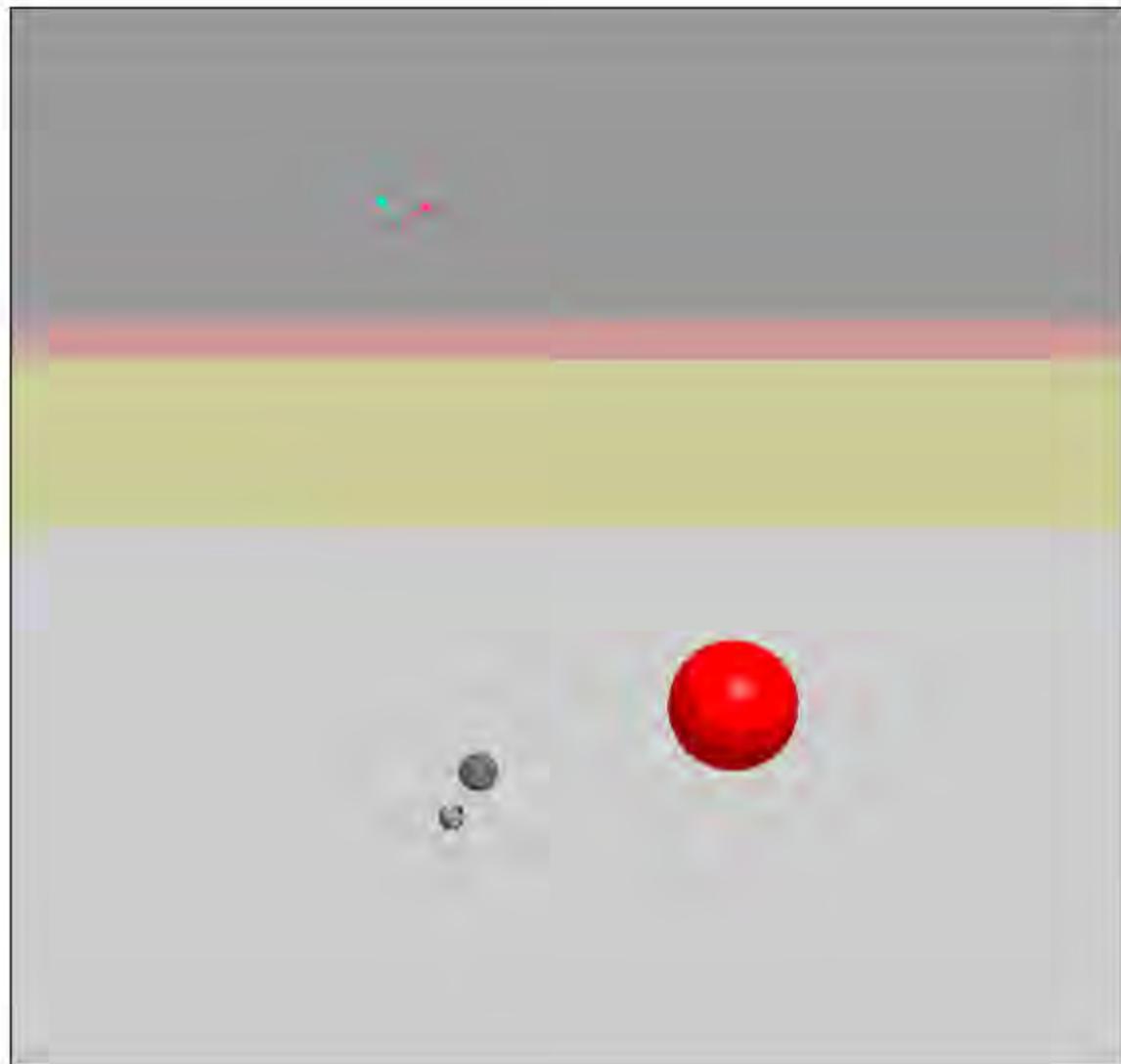
太阳、地球与月亮的运动关系

地球围着太阳转

月亮围着地球转

???

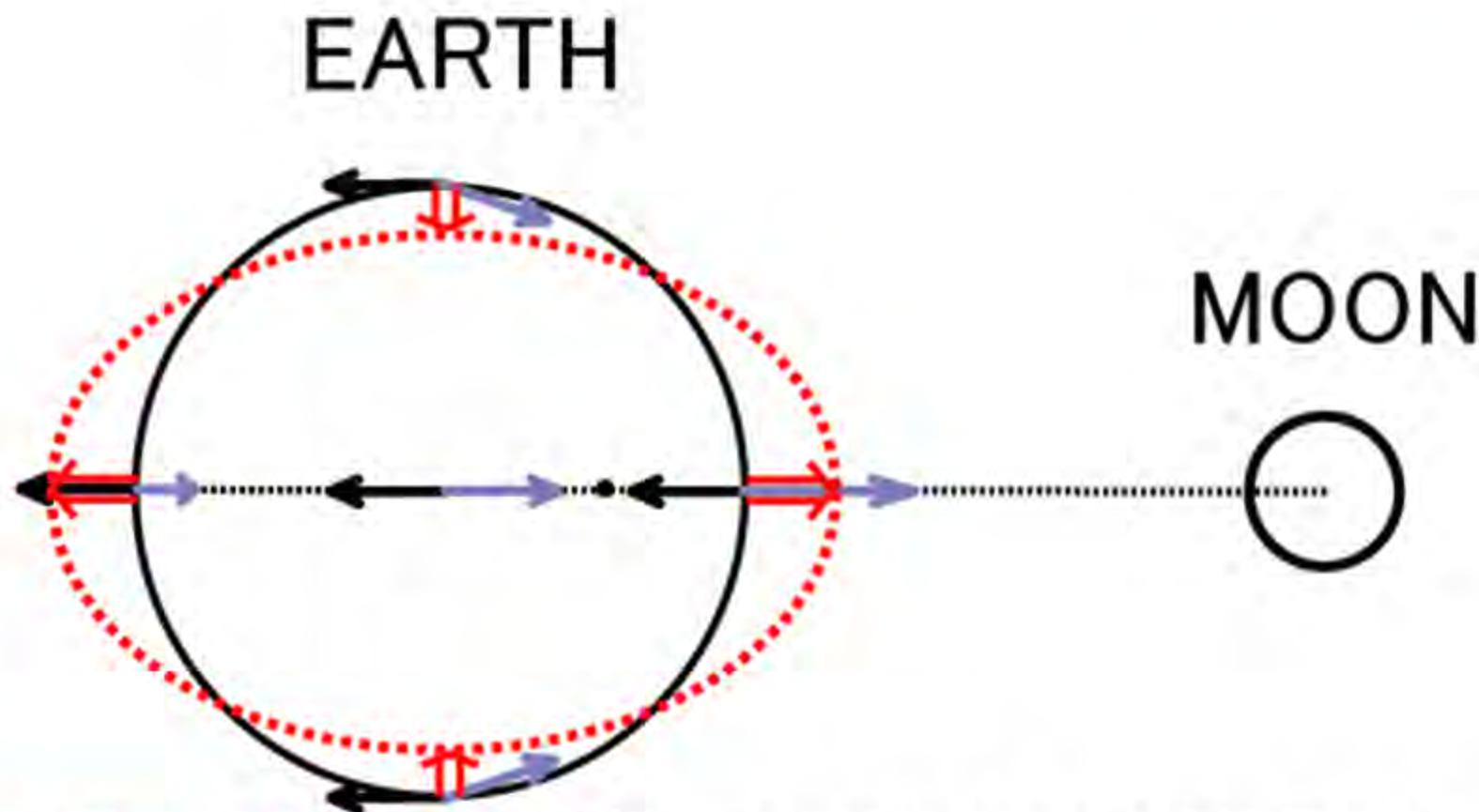
地球和月球围绕它们的共同
质心做旋转运动！



2. 地球重力场

重力的变化——时间上——潮汐变化

引潮力



- ◆ 地球围绕**地球和月球的共同重心**旋转，其离心力与月球的引力在地球质心大小相等、方向相反。
- ◆ 但在非质心的地方，二者就不一致，其合力就是引潮力

2. 地球重力场

重力的变化——时间上——潮汐变化

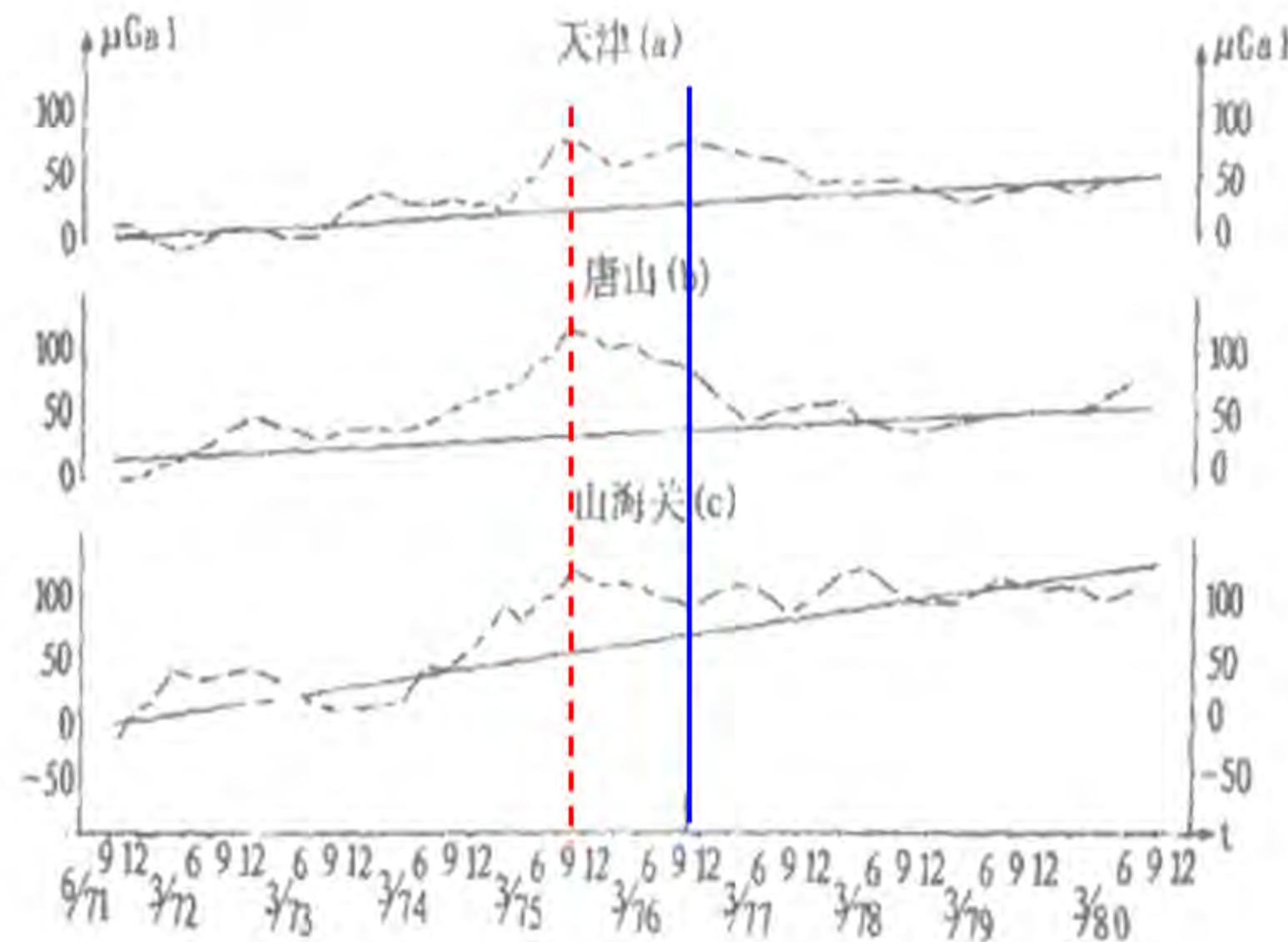
在日、月引力作用下，地球固体表面也会像海水一样产生周期性的涨落，这就是地球的潮汐现象，称为**地球固体潮**。

固体潮随时间和空间变化

- 时间上，与地球、日、月三者相对位置的变化有关
- 空间上，与地球内部物质物理性质和构造运动有关，主要反映地壳和上地幔区域结构的变化，可能与某些灾难性的地震有直接和间接联系

2. 地球重力场

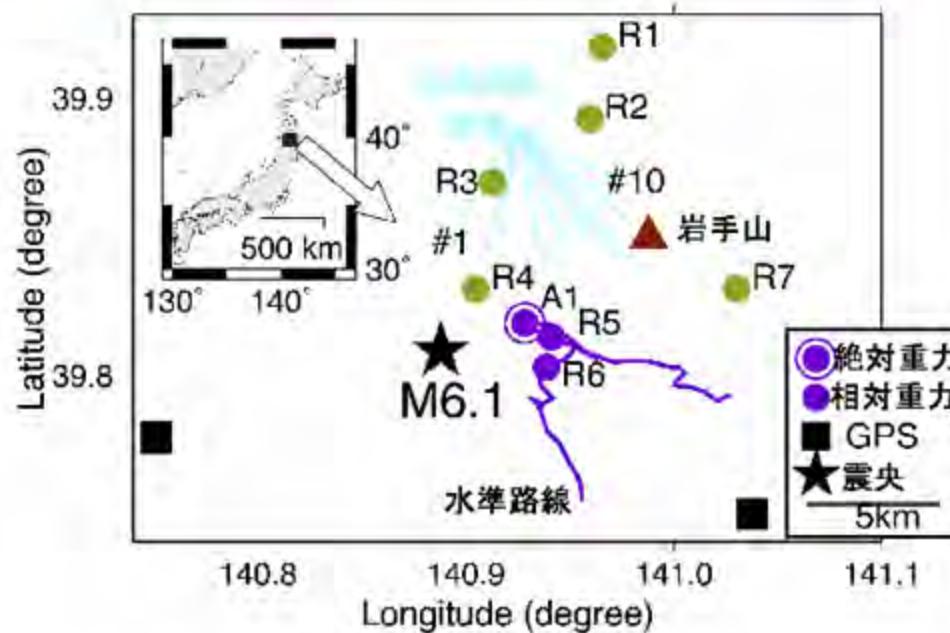
重力的变化——时间上——潮汐变化



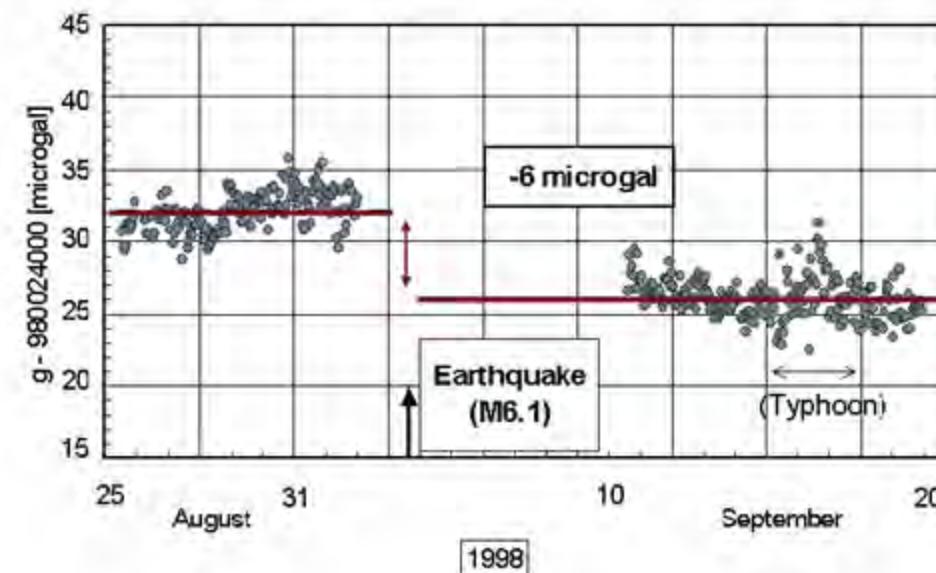
2. 地球重力场

重力的变化——时间上——非潮汐变化

地震引起的同震重力变化



- 1998/9/3 M6.1
- 星号表示震源
- 震中距： 约3公里

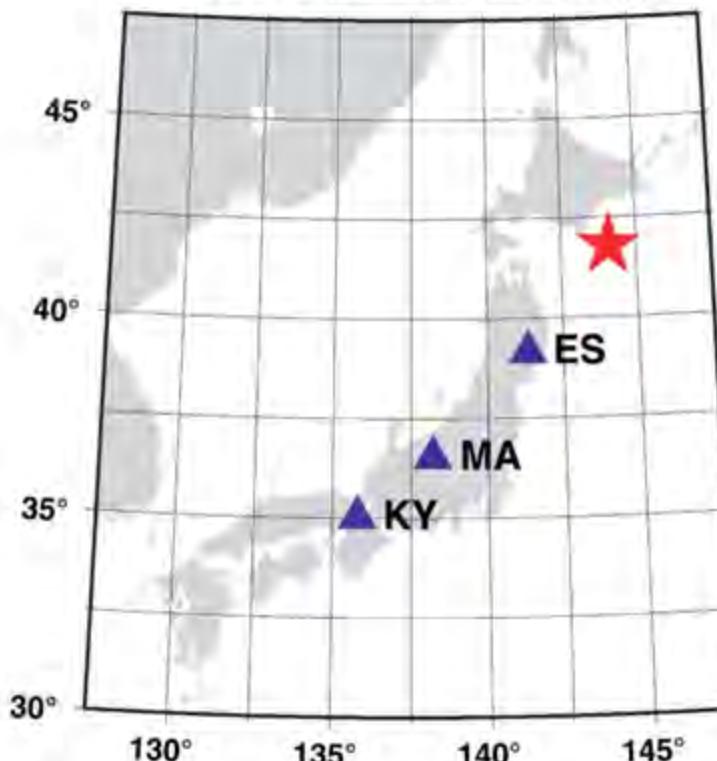


- 地震引起的重力变化
- 8天间隔，**6微伽**的变化
- 观测误差为1微伽.
- 位错理论 (Okubo, 1992) ✓

2. 地球重力场

重力的变化——时间上——非潮汐变化

地球模型的影响



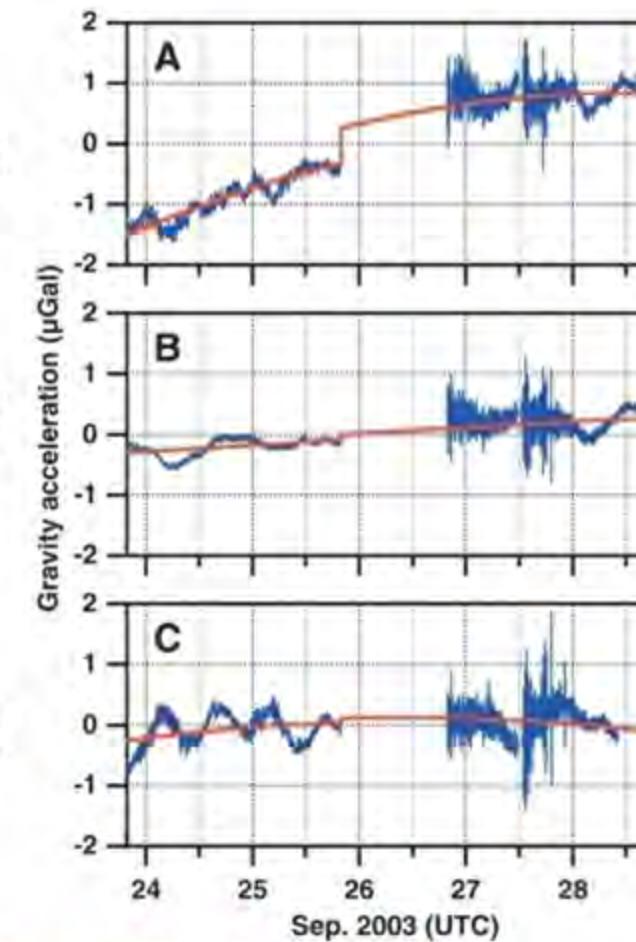
- 绝对重力观测
- 2003/9/25,
- 北海道地震, M8.0

Imanishi et al., *Science*, 2004

+0.58 微伽

+0.10 微伽

+0.07 微伽



• 球体位错理论 ✓

• 平面位错理论 ✗

• 地球模型的影响很重要

2. 地球重力场

重力的变化——时间上——非潮汐变化

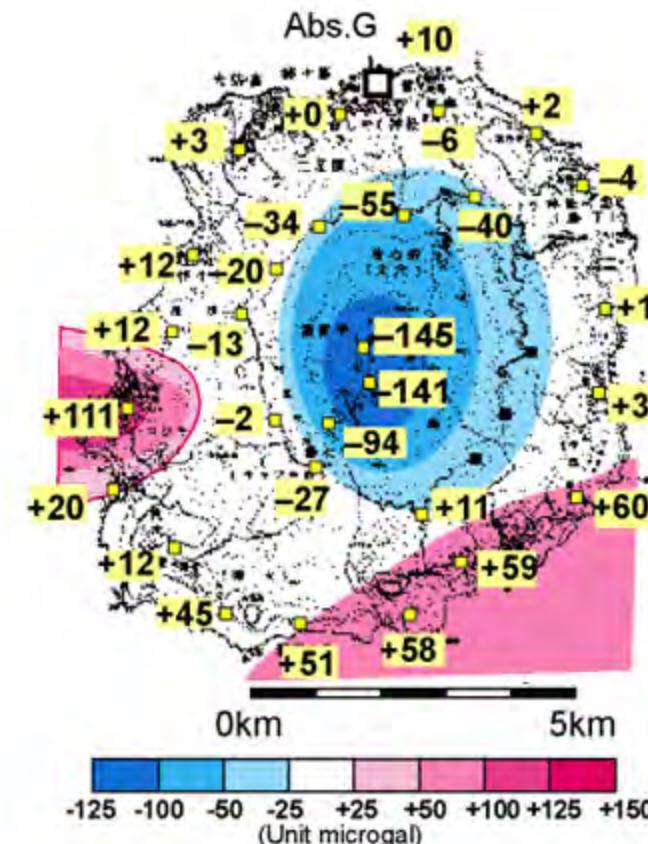
火山活动时的重力变化



2000年火山口塌陷前的日本三宅岛



火山口塌陷后的样子。出现直径1500米，深500米的大坑。



塌陷前两天测量到的重力变化

塌陷与重力测量结果预测吻合

Furuya et al., *Journal of Geography*, 2001

目 录

第一节 人们对地球重力场的认识

第二节 地球重力场

第三节 重力等位面

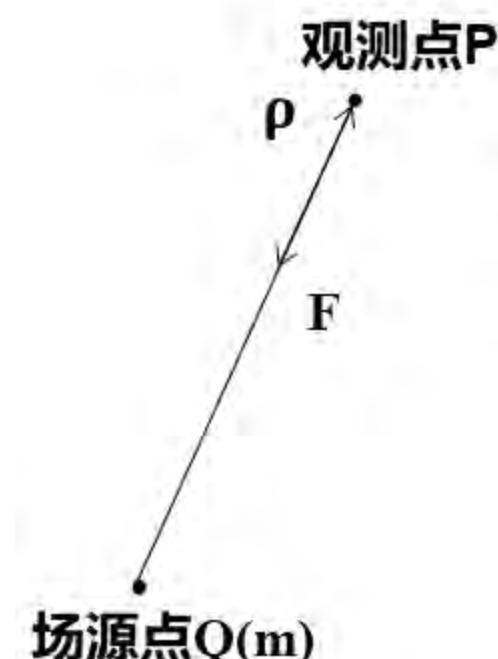
3. 重力等位面

场论知识复习

1、**引力场强度**：引力场中某点的场强度等于一单位质点在该处所受的力，即 $Q(m)$

点质量引力场： $F = -G \frac{m}{\rho^2} \frac{\rho}{\rho}$

多个点质量叠加： $F = -G \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{\rho_i^2} \frac{\rho_i}{\rho_i}$

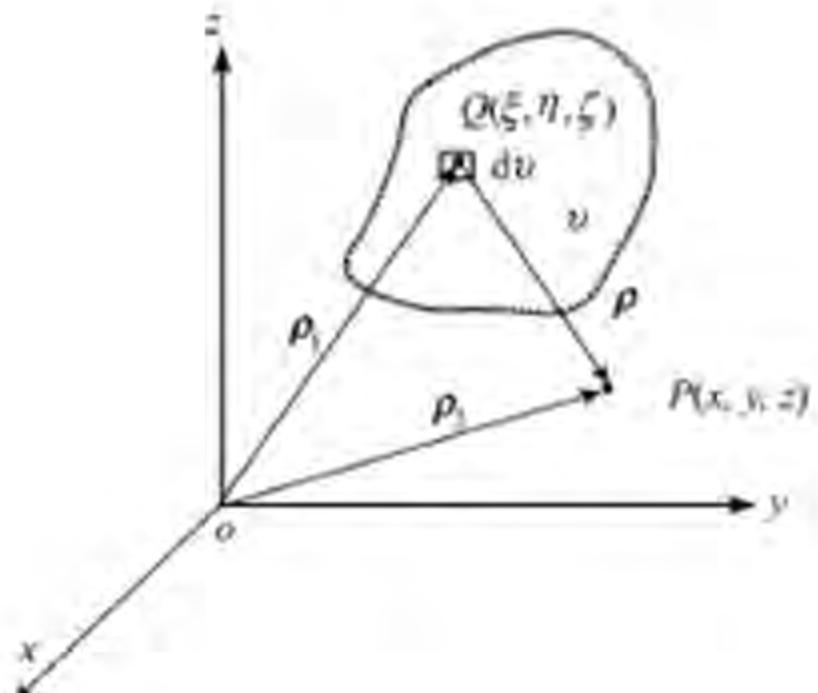


3. 重力等位面

场论知识复习

体质量分布的引力场强度：

$$\mathbf{F} = -G \int_M \frac{dm}{\rho^2} \frac{\mathbf{p}}{\rho} = -G \int_V \frac{\sigma}{\rho^2} \frac{\mathbf{p}}{\rho} dv$$



$\sigma = \sigma(\xi, \eta, \zeta)$ — 密度分布

$$\mathbf{p} = \mathbf{QP} = (x - \xi)\mathbf{i} + (y - \eta)\mathbf{j} + (z - \zeta)\mathbf{k}$$

$$\rho = |\mathbf{p}| = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$$

3. 重力等位面

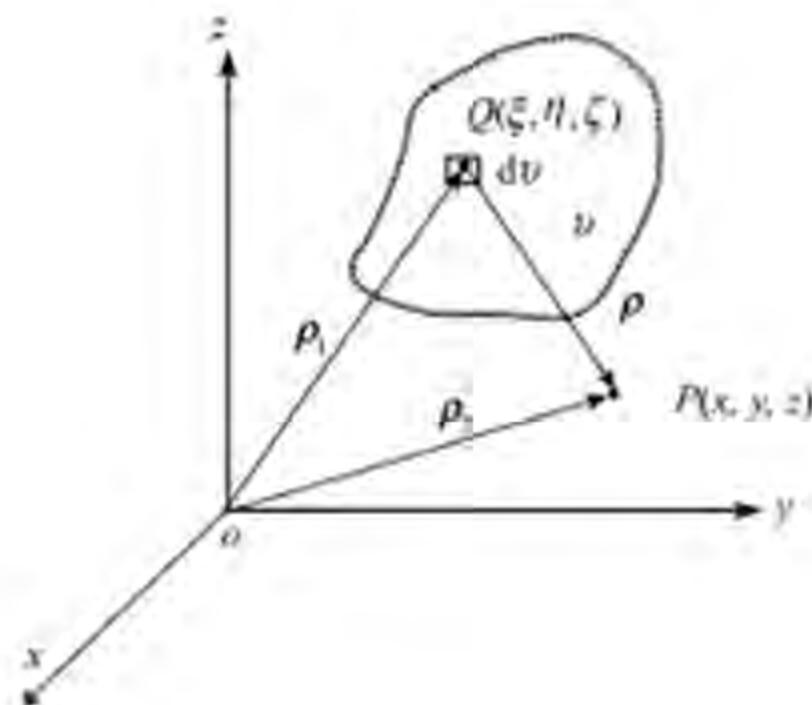
场论知识复习

体质量分布的引力场强度：直角坐标系三分量投影

$$F_x = -G \int_v \frac{\sigma(x-\xi)}{\rho^3} dv$$

$$F_y = -G \int_v \frac{\sigma(y-\eta)}{\rho^3} dv$$

$$F_z = -G \int_v \frac{\sigma(z-\zeta)}{\rho^3} dv$$



3. 重力等位面

场论知识复习

2. 引力场的第一基本定律：高斯定律

(1) 质点的引力场强度通量

$$N = \int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = -Gm \int_S \frac{\rho \cdot \mathbf{n}}{\rho^3} dS = -Gm \int_S \frac{\cos(\mathbf{n}, \rho)}{\rho^2} dS$$

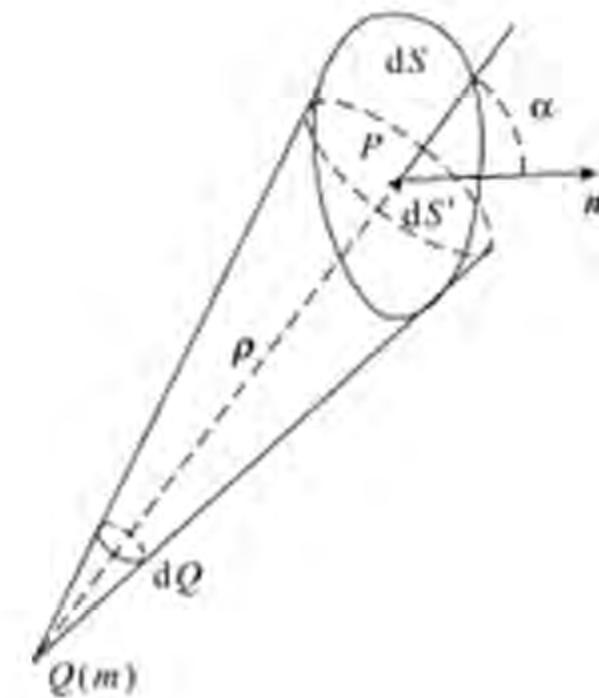
立体角： $d\Omega = \frac{\cos(\mathbf{n}, \rho) dS}{\rho^2}$

$$N = -Gm \int_S d\Omega = -Gm\Omega$$

质点的引力场强：

$$\mathbf{F} = -G \frac{m \rho}{\rho^2} \rho$$

$$N = \begin{cases} -4\pi Gm & \text{点质量位于闭合曲面内} \\ 0 & \text{点质量位于闭合曲面外} \end{cases}$$



点质量位于闭合曲面内
点质量位于闭合曲面外

3. 重力等位面

场论知识复习

2、引力场的第一基本定律：高斯定律

(2) 任意质量分布的引力场强度通量（质量分布位于闭合曲面内）

累加形式：

$$N = \oint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = -4\pi G \sum_i m_i$$

积分形式：

$$N = \oint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = -4\pi G \int_V \sigma dv$$

高斯定律：在任意质量分布的引力场中，场强 \mathbf{F} 对于任一闭合曲面 S 的通量等于 S 面所包围的全部质量的 $-4\pi G$ 倍

3. 重力等位面

场论知识复习

2、引力场的第一基本定律：高斯定律

(3) 引力场强度的散度

散度用于研究场强度在某一点上的空间微分变化：

$$\text{div}\mathbf{F} = \nabla \cdot \mathbf{F} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\oint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS}{\Delta v}$$



$$\nabla \cdot \mathbf{F} = -4\pi G\sigma$$

散度公式表明：场中每一点引力场强度的散度只与该点的密度成正比。

3. 重力等位面

场论知识复习

3、引力场的第二基本定律

(1) 引力做功与路径无关

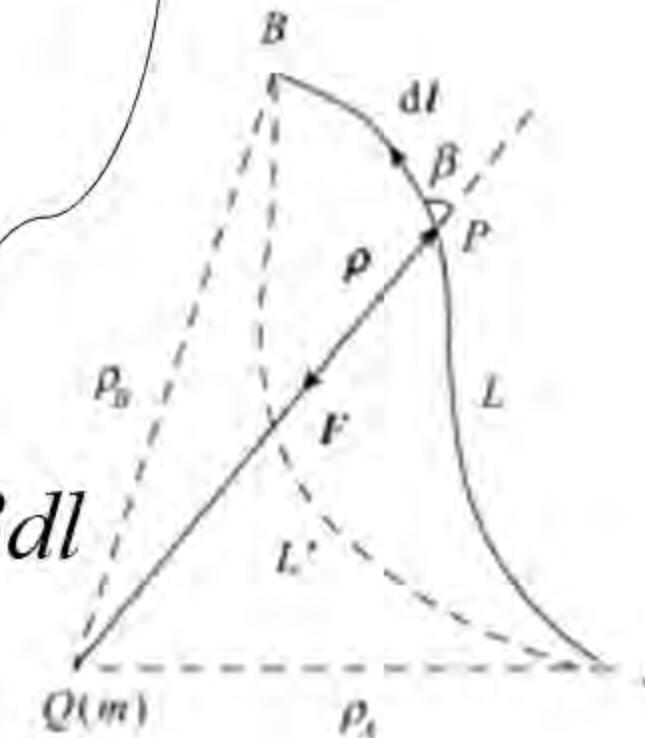
$$A = \int_L \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$$

$$\mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = -G \frac{m}{\rho^3} \mathbf{p} \cdot d\mathbf{l} = -G \frac{m}{\rho^2} \cos \beta d\mathbf{l}$$

$$\mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = -G \frac{m}{\rho^2} d\rho$$

$$A = \int_L \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_{rA}^{rB} G \frac{m}{\rho^2} d\rho = Gm \left(\frac{1}{\rho_B} - \frac{1}{\rho_A} \right)$$

$$\cos \beta d\mathbf{l} = d\rho$$



3. 重力等位面

场论知识复习

3、引力场的第二基本定律

(2) 引力场强度的环流

沿闭合曲线做功：

$$A = \oint_L \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

场强度的环流等于0是引力场的第二基本定律。

3. 重力等位面

场论知识复习

3、引力场的第二基本定律

(3) 引力场强度的旋度

定义为环流与面积之比的极限：

$$\text{rot } \mathbf{F} = \nabla \times \mathbf{F} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}}{\Delta S} = 0$$

引力场所有各点的场强度的旋度恒等于0

3. 重力等位面

4. 引力位

(1) 引力位的定义

由引力场强度做功与路径无关，只与起止点有关：

$$A = \int_L \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_{r_A}^{r_B} G \frac{m}{\rho^2} d\rho = Gm \left(\frac{1}{\rho_B} - \frac{1}{\rho_A} \right)$$

- 定义引力位表达式：

$$V = G \frac{m}{\rho}$$

引力位物理意义：引力场强度在两点之间所做的功等于引力位之差

4、引力位

(2) 任意质量分布的引力位

离散质量引力位表达式：

$$V = G \sum_i \frac{m_i}{\rho_i}$$

体质量引力位表达式：

$$V = G \int_v \frac{\sigma dv}{\rho}$$

3. 重力等位面

场论知识复习

4. 引力位

(3) 引力位的梯度与引力场强度的关系

引力场中自A点至B点点位的增量(做功)：

$$V_B - V_A = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$$

当B无限靠近A时：

$$dV = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = F_l dl \quad \rightarrow \quad F_l = \frac{\partial V}{\partial l}$$

即，场强沿dl方向的分量等于位在该方向的方向导数

3. 重力等位面

场论知识复习

4、引力位

(3) 引力位的梯度与引力场强度的关系

在直角坐标系：

$$F_x = \frac{\partial V}{\partial x}, F_y = \frac{\partial V}{\partial y}, F_z = \frac{\partial V}{\partial z}$$

根据梯度定义：

即： $\text{grad}V = \nabla V = \mathbf{i}\frac{\partial V}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial V}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial V}{\partial z}$

$$\mathbf{F} = \text{grad}V$$

引力场中任一点
的场强度 \mathbf{F} 等于该
点引力位的梯度

5、等位面

位值相等的各点构成的曲面，称为等位面。

$$V(x, y, z) = C(\text{常数})$$

取不同的C值就得到不同的等位面。

3. 重力等位面

引力位

一单位质量体在引力场中移动，引力场对它所做的功 A :

$$A = \int_L \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_{rA}^{rB} G \frac{m}{\rho^2} d\rho = Gm \left(\frac{1}{\rho_B} - \frac{1}{\rho_A} \right)$$

质量m与终点B的距离 质量m与起点A的距离

以距离 ρ 为变量构建一个单值函数 V

V 是一个标量函数

$$V = G \frac{m}{\rho}$$

计算点距质量m的距离

这个单值函数 V 就称为引力位。

引力位物理意义:单位质量在引力场强度中的两点之间移动，引力所做的功等于这两点的引力位之差

3. 重力等位面

引力位

引力位的数学意义： 引力位的梯度与引力场强度的关系

引力场中自A点至B点点位的增量（做功）：

$$V_B - V_A = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$$

当B无限靠近A时：

$$dV = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = F_l dl \quad \rightarrow \quad F_l = \frac{\partial V}{\partial l}$$

即引力场强度沿 dl 方向的分量等于引力位在该方向的方向导数

3. 重力等位面

引力位

进一步表示： 引力位 V 的梯度与引力场强度 \mathbf{F} 的关系

在直角坐标系：

$$F_x = \frac{\partial V}{\partial x}, F_y = \frac{\partial V}{\partial y}, F_z = \frac{\partial V}{\partial z}$$

V 是一个标量函数

根据梯度定义：

$$\text{grad} V = \nabla V = \mathbf{i} \frac{\partial V}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial V}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial V}{\partial z}$$

矢量函数 \mathbf{F}

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k} = (F_x, F_y, F_z) = \text{grad} V$$

引力场中任一点的场强度 \mathbf{F} 等于该点引力位的梯度

3. 重力等位面

离心力位

离心力位的梯度 U 与离心力场的场强度 C 的关系

在直角坐标系：

$$C_x = \frac{\partial U}{\partial x}, C_y = \frac{\partial U}{\partial y}, C_z = \frac{\partial U}{\partial z}$$

根据梯度定义：

$$\text{grad} U = \nabla U = \mathbf{i} \frac{\partial U}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial U}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\mathbf{C} = \text{grad} U$$

离心力场中任一点的场强度 \mathbf{C} 等于该点离心力位的梯度

3. 重力等位面



引力

$$\mathbf{F} = -G \int_v \frac{\sigma}{\rho^2} \frac{\mathbf{p}}{\rho} dv$$



惯性离心力

$$\mathbf{C} = \omega^2 \mathbf{r}$$



重力

$$g = \mathbf{F} + \mathbf{C}$$

求原函数

求导数

引力位

$$V = G \int_v \frac{\sigma dv}{\rho}$$

惯性离心力位

$$U = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$$

重力位

$$W = G \int_v \frac{\sigma dv}{\rho} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$$

3. 重力等位面

引力和惯性离心力各分量：

场强沿任意方向的分量等于位在该方向的方向导数

$$\frac{\partial V}{\partial x} = F_{(x)}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = C_{(x)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = F_{(y)}$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = C_{(y)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = F_{(z)}$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = C_{(z)}$$

3. 重力等位面

重力各分量：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial x} &= G \int_{M_E} \frac{x - \xi}{\rho^3} dm + \omega^2 x \\ \frac{\partial W}{\partial y} &= G \int_{M_E} \frac{y - \eta}{\rho^3} dm + \omega^2 y \\ \frac{\partial W}{\partial z} &= G \int_{M_E} \frac{z - \zeta}{\rho^3} dm \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial x} &= g_x \\ \frac{\partial W}{\partial y} &= g_y \\ \frac{\partial W}{\partial z} &= g_z \end{aligned} \right\} \mathbf{g}$$

3. 重力等位面



重力是一个矢量

重力加速度9.8?

3. 重力等位面

重力矢量：

$$\begin{aligned}\mathbf{g} &= g_x \mathbf{i} + g_y \mathbf{j} + g_z \mathbf{k} \\ &= \frac{\partial W}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial W}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial W}{\partial z} \mathbf{k} \\ &= gradW \\ &= \nabla W\end{aligned}$$

重力等于重力位的梯度

$$\frac{\partial W}{\partial l} = \mathbf{l} \cdot gradW = grad_l W \quad g_{(l)} = \frac{\partial W}{\partial l} = grad_l W$$

重力沿任意 l 方向的分量等于重力位梯度沿该方向的投影。

3. 重力等位面

重力位函数不仅一阶可导，而且具有二阶、三阶、……可导。

在重力勘探中，除了需要用到的重力位一阶导数（梯度）外，有时还用到重力位的二阶、三阶、甚至更高阶的偏导数。

3. 重力等位面

$$W_{xx}, W_{yy}, W_{zz}, W_{xz}, W_{xy}, W_{yz}$$

$$\left. \begin{aligned} W_{xx} &= \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} g_{(x)} \\ &\dots \\ W_{xz} &= \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial z} g_{(x)} = \frac{\partial}{\partial x} g_{(z)} \end{aligned} \right\}$$

重力梯度

$$\begin{pmatrix} W_{xx} & W_{xy} & W_{xz} \\ W_{yx} & W_{yy} & W_{yz} \\ W_{zx} & W_{zy} & W_{zz} \end{pmatrix}$$

重力位二阶导数是重力在某一坐标轴的分量沿同一或另一坐标轴的变化率。

3. 重力等位面

重力位二阶导数（重力梯度）的单位

单位： $1/\text{s}^2$ ， “厄缶” 或 “E”

$$1 \text{ E} = 10^{-9} \text{ } 1/\text{s}^2$$

相当于在1 m的距离内，重力变化0.001 g.u.或在1 km的距离内，重力变化了1 g.u.

3. 重力等位面

重力位三阶导数

经常用到的是 W_{zzz}

$$W_{(zzz)} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial}{\partial z} W_{zz}$$

它表示重力垂向梯度沿铅垂方向的变化率。

3. 重力等位面

重力位三阶导数的单位

单位: $1/(m \cdot s^2)$, 1 MKS

$$1 \text{ MKS} = 1/(m \cdot s^2)$$

实用中用

或 $1 \text{ nMKS} = 10^{-9} \text{ } 1/(m \cdot s^2)$
 $1 \text{ pMKS} = 10^{-12} \text{ } 1/(m \cdot s^2)$

1 nMKS相当于在1m的距离上重力位二阶导数变化了1E。

3. 重力等位面

重力位满足的偏微分方程

引力场的第一和第二定律：

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = -4\pi G\sigma$$

$$\nabla \times \mathbf{F} = 0$$

引力位和引力场的关系：

$$\mathbf{F} = \text{grad}V = \nabla V$$

因此，泊松方程：

$$\nabla \cdot \nabla V = \nabla^2 V = -4\pi G\sigma$$

直角坐标系中表示位：

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -4\pi G\sigma$$

$$\text{grad}V = \nabla V = \mathbf{i} \frac{\partial V}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial V}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$F_x = \frac{\partial V}{\partial x}, F_y = \frac{\partial V}{\partial y}, F_z = \frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\text{div} \mathbf{F} = \nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

3. 重力等位面

重力位满足的偏微分方程

引力场中无质量分布时 $\sigma = 0$, 泊松方程就变成
拉普拉斯方程:

$$\nabla^2 V = 0$$

在直角坐标系中可表示为:

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

3. 重力等位面

重力位满足的偏微分方程

离心力位的二次导数可表示为：

$$U = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \omega^2 \quad \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \omega^2 \quad \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$$

在直角坐标系中可表示为：

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 2\omega^2$$

3. 重力等位面

重力位满足的偏微分方程

在物体的内部，引力位V满足泊松方程

$$\nabla^2 V = -4\pi G \sigma$$

在物体的外部，引力位V满足拉普拉斯方程

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

离心力位U不满足拉普拉斯方程

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 2\omega^2$$

3. 重力等位面

重力位满足的偏微分方程

重力位W具有以下性质：

在地球内部：

$$\nabla^2 W = -4\pi G \sigma + 2\omega^2$$

在地球外部：

$$\nabla^2 W = 2\omega^2$$

重力位及其一阶导数是处处连续的，但其二阶导数是不连续的。
重力位函数不是调和函数，只有在物体外部空间引力位函数是
调和函数。

3. 重力等位面

重力位之值相等的各点所构成的曲面称为等位面。因为位是空间坐标 (x, y, z) 的函数，因此等位面：

$$W(x, y, z) = C(\text{常数})$$

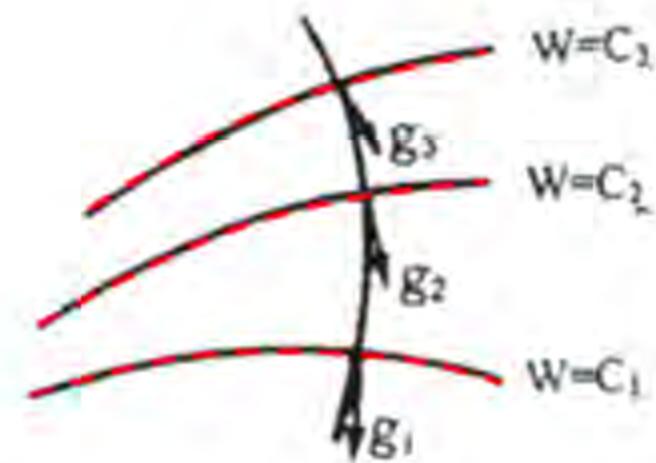
给定不同的 C 值就是不同的等位面。

3. 重力等位面

当位移方向 l 与重力 g 的方向垂直时

$$\frac{\partial W}{\partial l} = \text{grad}_l W = 0$$

$$W(x, y, z) = C \text{ (常数)}$$



在 $W(x, y, z) = C$ 方程所确定的曲面上，重力位各处都等于常数 C ，称这曲面叫重力等位面。

水准面是重力等位面。人们将与平均海洋面相重合的水准面称为大地水准面 (geoid)。

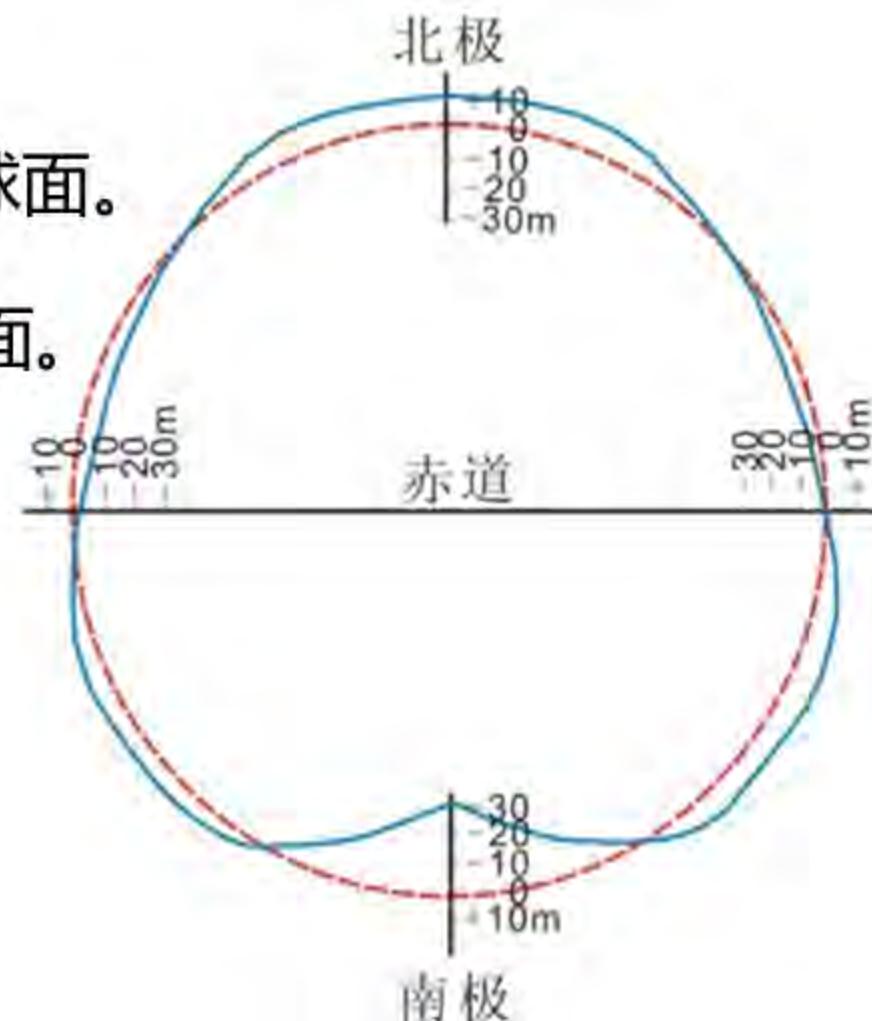
3. 重力等位面

- 在研究地球形状时，人们把平均海洋面顺势延伸到大陆所形成的封闭曲面（即大地水准面）的形状，作为**地球的基本形状**。
- 地球形状的**一级近似**为平均半径为6376 km的正球面。
- 二级近似**是两极半径略小于赤道半径的二轴椭球面。

赤道半径 $a = 6378.160 \text{ km}$

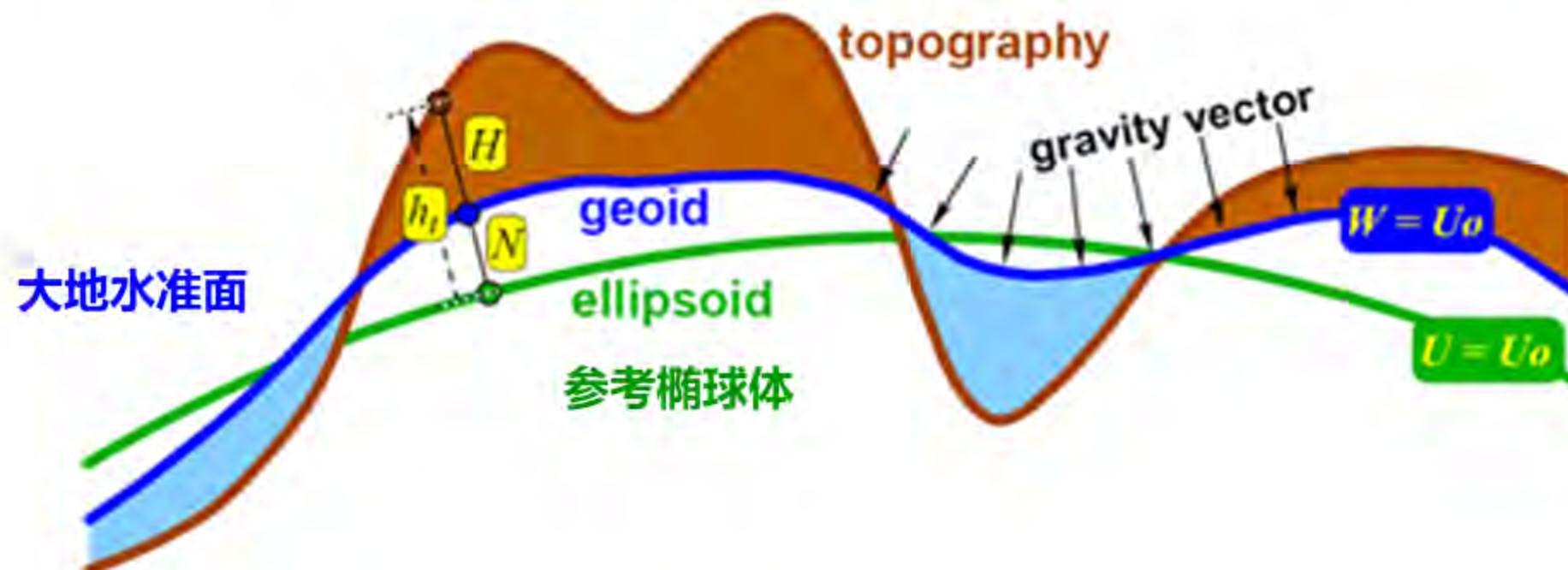
极半径 $c = 6356.755 \text{ km}$

地球扁率 $\varepsilon = \frac{a - c}{a} = \frac{1}{298}$

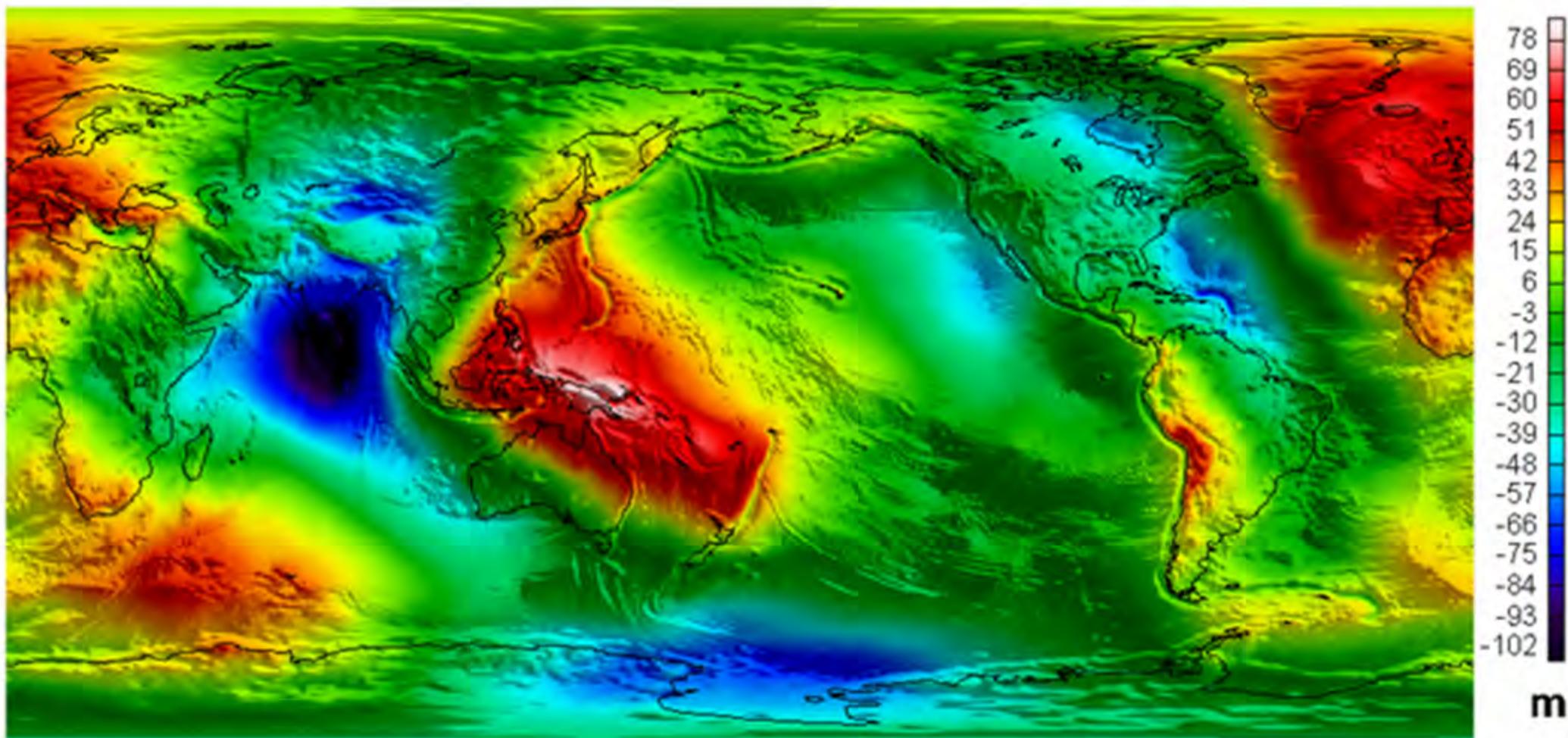


3. 重力等位面

- 在地面上某点的高度并不是从大地水准面起算，而是从某一个参考椭球面起算。
- 大地水准面到参考椭球面法线方向的距离，称为大地水准面的高程异常。

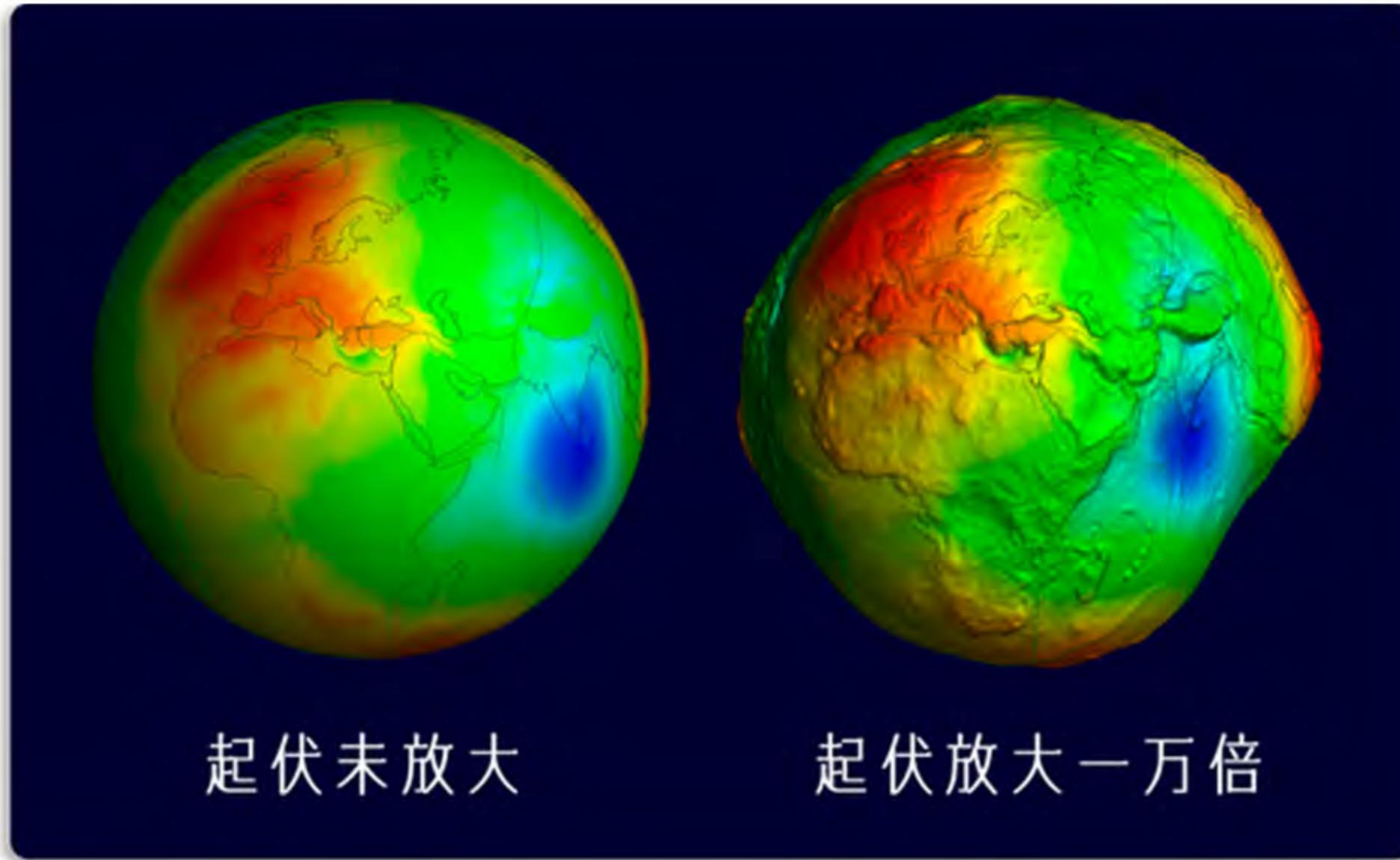


3. 重力等位面



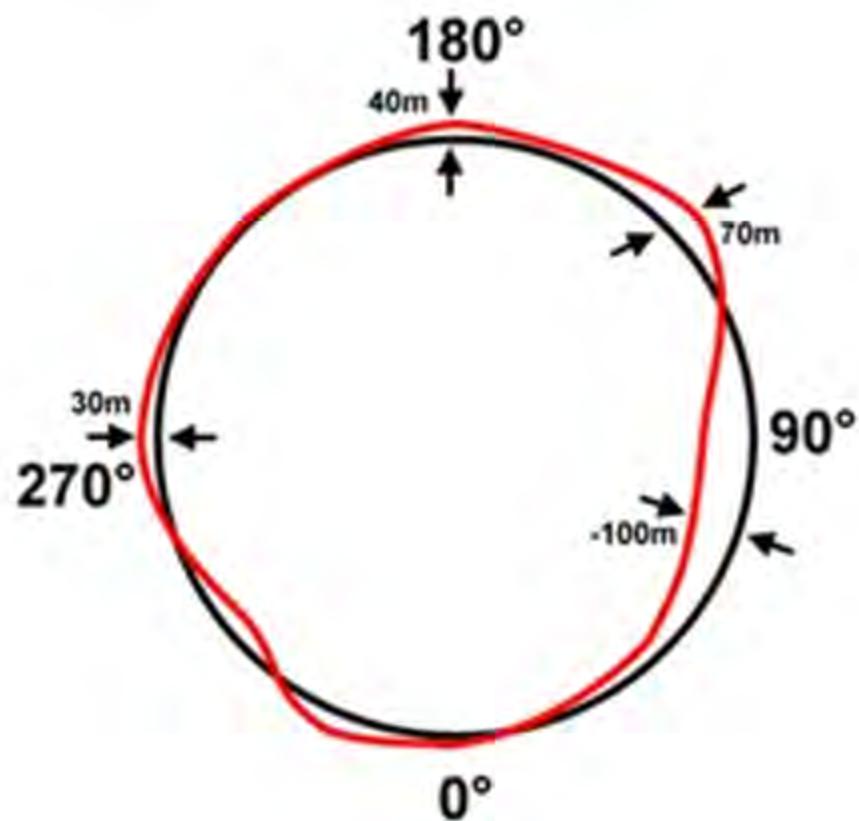
全球大地水准面高度图 (据Lemoine等, 1998)

3. 重力等位面

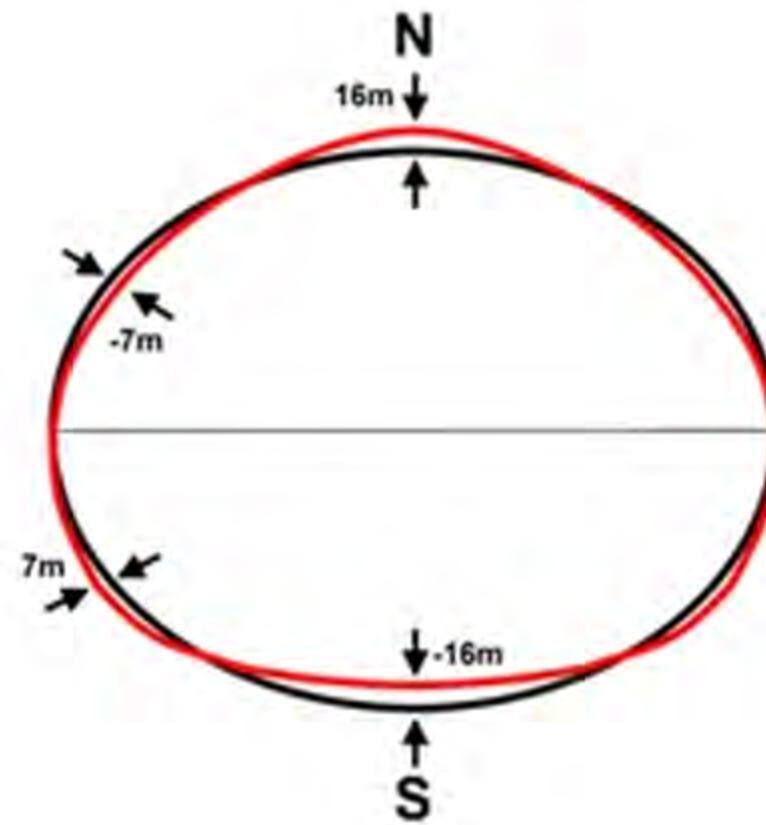


大地等位面3D模型

3. 重力等位面



两极方向观看



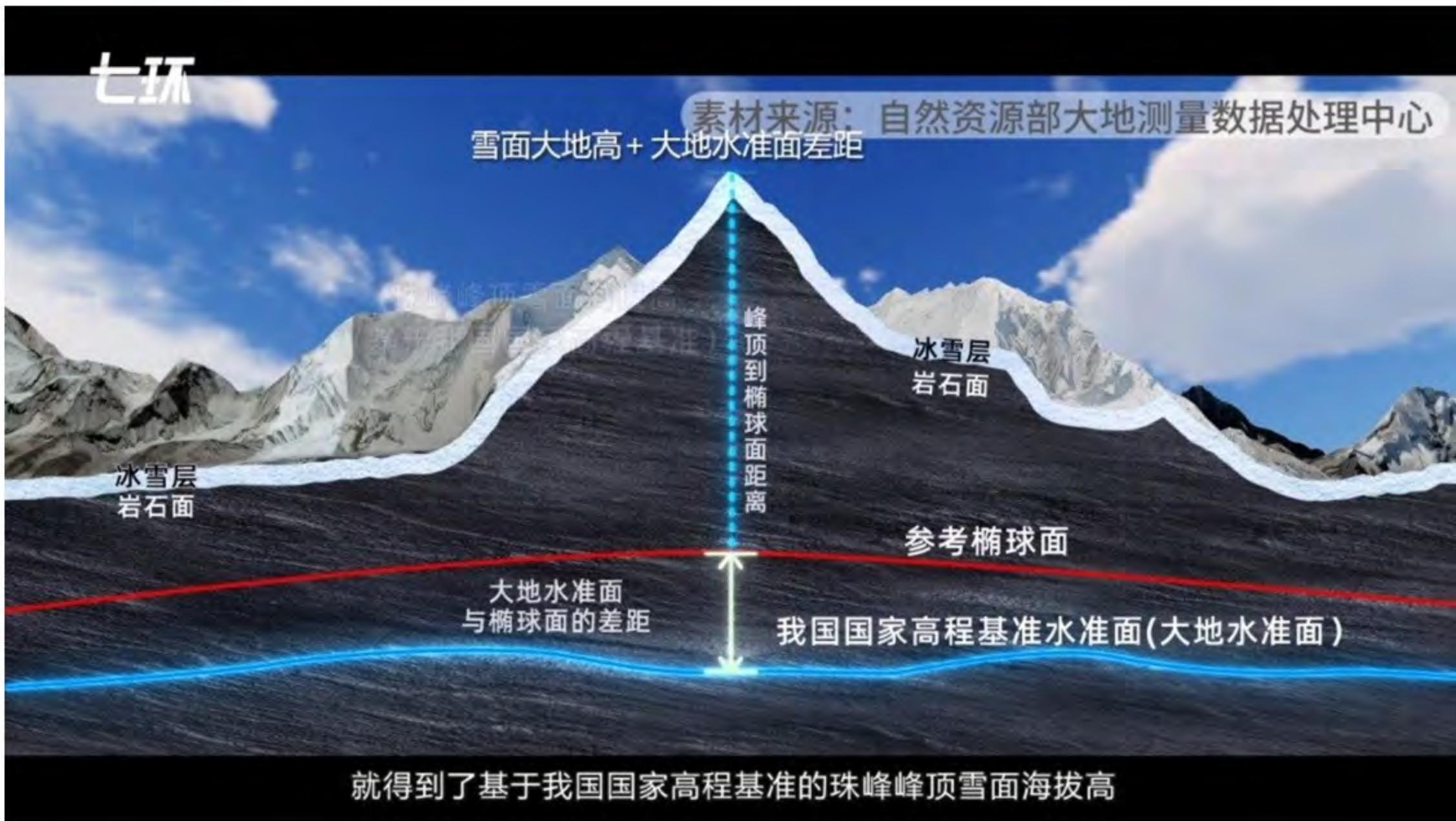
赤道方向观看

大地水准面与参考椭球对比

3. 重力等位面

地球的形状

3. 重力等位面



3. 重力等位面

当位移方向 l 与重力 g 的方向一致时（图中红色线所示），即

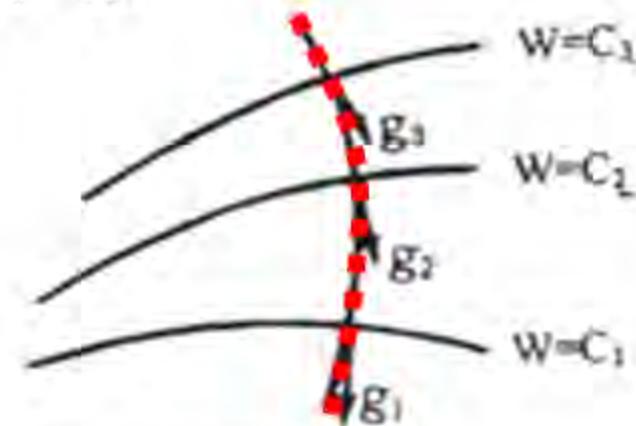
$$\frac{\partial W}{\partial l} = g_{(l)} = g$$

将上式微分换成有限量进行表示：

$$\Delta W = g \cdot \Delta l$$

取两个相邻的等位面或水准面，则两个等位面的重力位之差为常数：

$$C = g \cdot \Delta l$$



1. 重力等位面上的重力与等位面之间的距离成反比。若等位面上点的重力值大，则其法线方向的距离就小；反之重力值小，其距离就大。
2. 重力值 g 不可能无限大，所以 Δl 就不可能为0，因此，两个水准面无论相隔多近，都不会相交或相切。

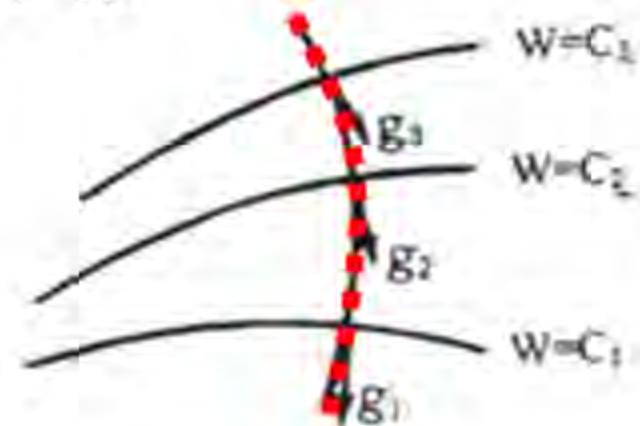
3. 重力等位面

当位移方向 l 与重力 g 的方向一致时（图中红色线所示），即

$$\frac{\partial W}{\partial l} = g_{(l)} = g$$

将上式微分换成有限量进行表示：

$$\Delta W = g \cdot \Delta l$$



3. 由于等位面上各点的重力值并不是处处相等，因而两个相邻的重力等位面不一定互相平行。
4. 由于重力的大小和方向随地而异，故重力等位面应是一簇互不平行、又不交叉的曲面。

目 录

第一节 人们对地球重力场的认识

第二节 地球重力场

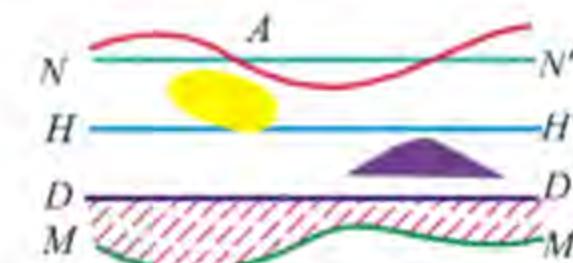
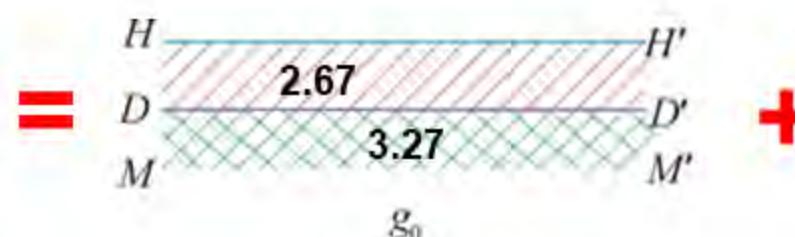
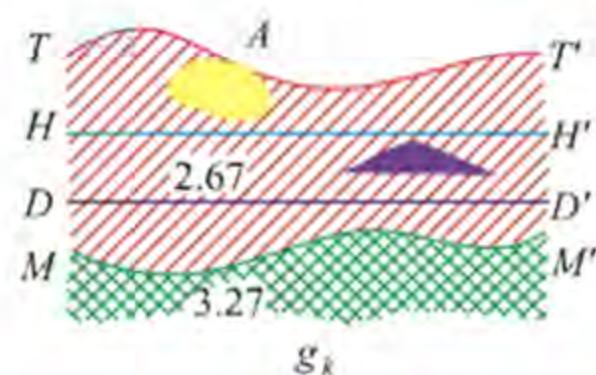
第三节 重力等位面

第四节 正常重力公式

4. 正常重力公式

重力存在空间和时间上的变化，其中**空间变化因素**：地球形状和地形、地球自转、地下物质密度分布不均匀、人类的历史活动遗迹和建筑物等。

要根据地表重力变化来推测地下的密度分布以达到探查矿产、研究地质构造的目的，就必须知道单纯由于地下介质密度分布横向不均匀所引起的重力变化，就必须知道**地下介质密度横向均匀情形下重力在地面上的分布规律**。



$$\Delta g_B = g_k + \Delta g_T + \Delta g_h + \Delta g_\sigma - g_\varphi$$

4. 正常重力公式

表 1-1

地球内部的分层结构

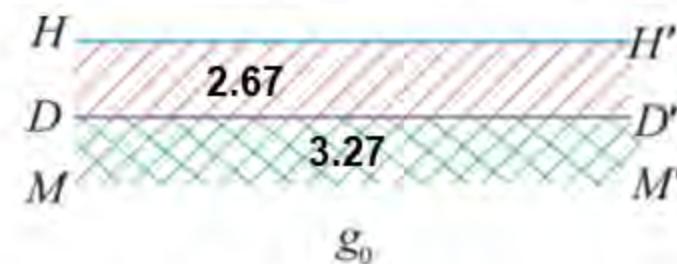
圈 层			深度 km	V_p km/s	V_s km/s	密度 g/cm ³	特征	其他	
名称		代号							
地壳	上地壳	A	A ₁	陆 洋 壳 壳 12; 0~2 33; 10 60~200 200	5.8	3.2	2.65	固态，陆壳区横向变化大， 许多地区夹有中间低速层 固态 莫霍面	岩石圈 构造圈 软流圈
	下地壳		A ₂		6.8	3.9	2.90		
地幔	上 地 幔	B	B ₁		8.1	4.5	3.37	固态	
	低速层		B ₂		8.0	4.4	3.36	塑性为主	
	均匀层		B ₃		8.7	4.7	3.48	固态，波速较均匀	
	过渡层	C			9.1	4.9	3.72	固态，波速梯度大	中间圈
					10.3	5.6	3.99		
	下地幔	D	D'		11.7	6.5	4.73	固态，下部波速梯度大 古登堡面	
地核	外核	E		4771	8.0	0	9.90	液态	内圈
					10.0	0	11.87		
	过渡层	F		5150	10.2	0	12.06	液态，波速梯度小	
地核	内核	G		6371	11.0	3.5	12.77	固态	
					11.3	3.7	13.09		

据“初步地球参考模型（PREM）”改编

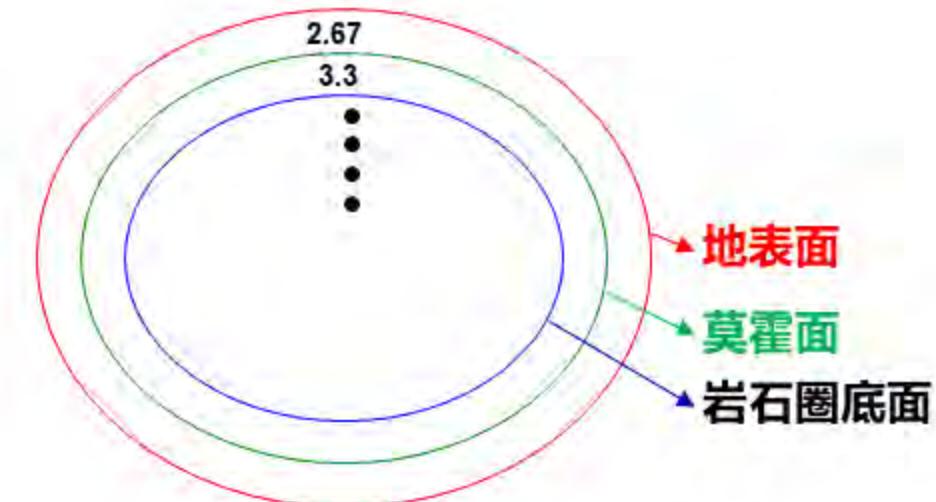
4. 正常重力公式

假设地球是密度成层的光滑椭球体，在同一层内密度是均匀的，各层的界面也都是共焦旋转椭球面

- ✓ 其表面与大地水准面接近；
- ✓ 其质量与地球的总质量相等；
- ✓ 物质呈相似旋转椭球层状分布；
- ✓ 旋转轴与地球自转轴重合；
- ✓ 旋转角速度与地球自转角速度相等。



密度横向均匀



4. 正常重力公式

则地球椭球体球面上各点的重力位或重力值可以根据地球的引力参数、地球长半径、扁率、自转角速度等计算得出。

$$W_{(x,y,z)} = V + U = G \int_{M_E} \frac{dm}{R} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$$

- ✓ 由此计算的重力位及重力值称为正常重力位及正常重力值
- ✓ 这种情况下的重力场称正常重力场
- ✓ 表示正常重力场的数学解析式称为正常重力公式。

4. 正常重力公式

正常重力公式基本形式

$$g = g_e (1 + \beta \sin^2 \varphi - \beta_1 \sin^2 2\varphi)$$

φ

为计算点的地理纬度

$$\beta = \frac{(g_p - g_e)}{g_e}$$

g_e 为赤道上的平均重力值;
 g_p 为两极上的重力值。

$$\beta_1 = \frac{1}{8} \varepsilon^2 + \frac{1}{4} \varepsilon \beta$$

$$\varepsilon = \frac{a - c}{a}$$

为地球的扁率, a , c 分别为地球的赤道半径和极半径。

当 g_p, g_e, ε 已知, 则可得到计算不同纬度上正常重力值的具体公式。

4. 正常重力公式

➤ 1901-1909年赫尔默特公式

$$g_\varphi = 9.78030(1 + 0.005302 \sin^2 \varphi - 0.000007 \sin^2 2\varphi) \text{ m/s}^2$$

采用的地球参数为 $a = 6378200 \text{ m}$, $c = 6356818 \text{ m}$, $\varepsilon = 1/298.2$

➤ 1930年卡西尼国际正常重力公式

$$g_\varphi = 9.78049(1 + 0.0052884 \sin^2 \varphi - 0.0000059 \sin^2 2\varphi) \text{ m/s}^2$$

采用的地球参数为 $a = 6378388 \text{ m}$, $c = 6356909 \text{ m}$, $\varepsilon = 1/297.0$

➤ 1979年国际地球物理及大地测量联合会推荐的正常重力公式

$$g_\varphi = 9.780327(1 + 0.0053024 \sin^2 \varphi - 0.000005 \sin^2 2\varphi) \text{ m/s}^2$$

采用的地球参数为 $a = 6378137 \text{ m}$, $\varepsilon = 1/298.255$

4. 正常重力公式

正常重力值性质：

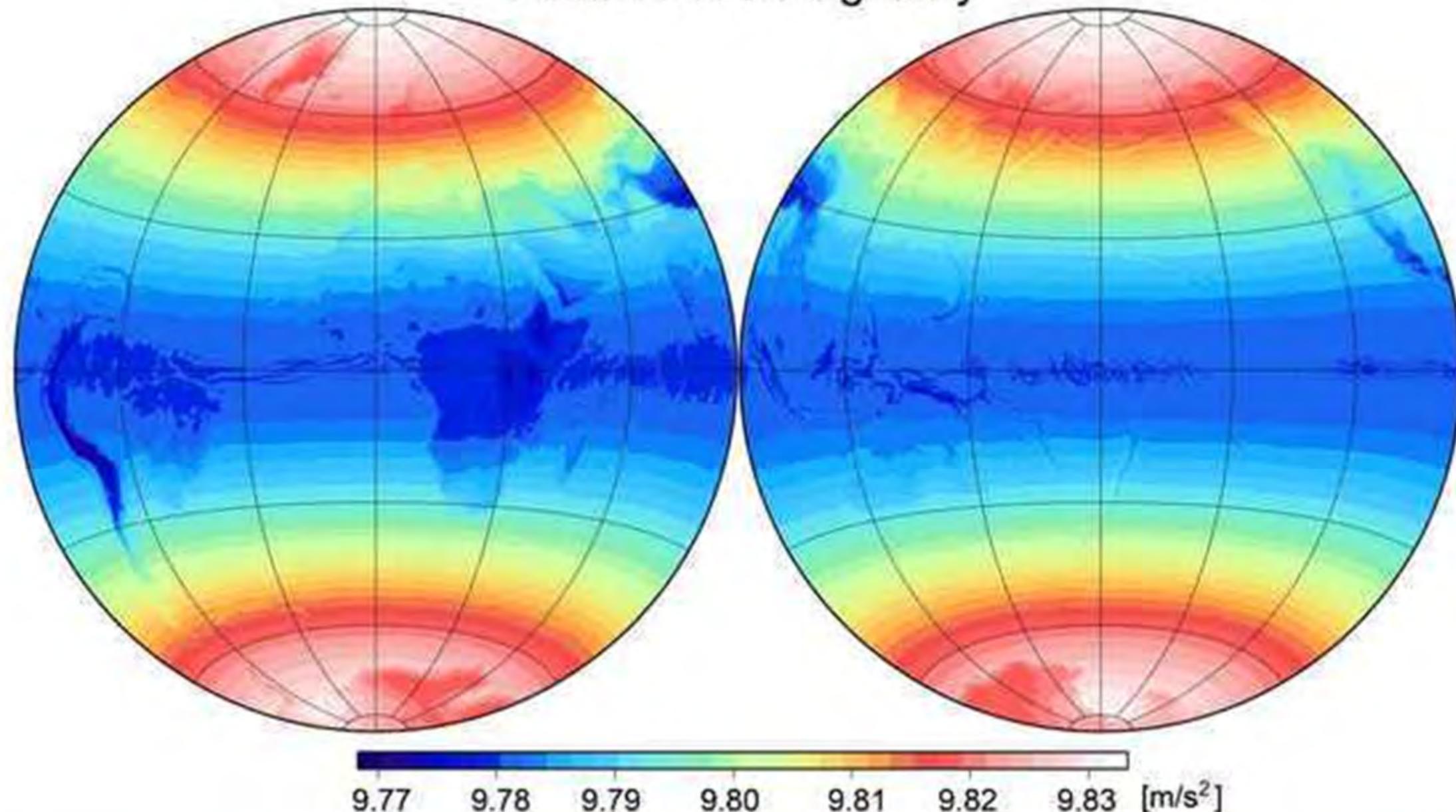
$$g_\varphi = g_e (1 + \beta \sin^2 \varphi - \beta_1 \sin^2 2\varphi)$$

- 地球的正常重力是人们根据研究的需要而确定的，**并不是客观上存在的**正常重力场；
- 只与计算点的**纬度**有关，沿经度方向没有变化；
- 在赤道处最小，而在两极处数值最大，相差约5千 mGal；
- 沿纬度方向的变化率与纬度有关，在纬度45度处的变化率最大。



4. 正常重力公式

Earth's surface gravity



目 录

第一节 人们对地球重力场的认识

第二节 地球重力场

第三节 重力等位面

第四节 正常重力公式

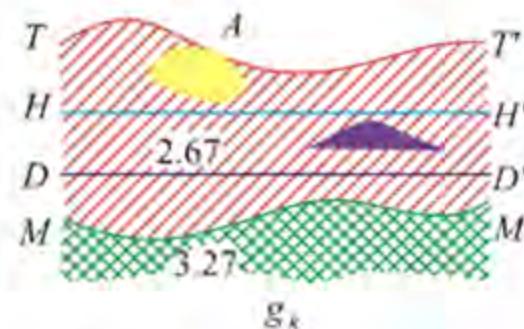
第五节 重力异常

5. 重力异常

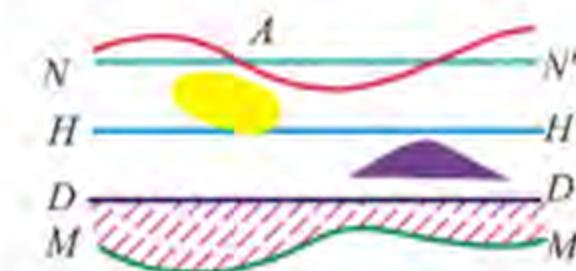
在应用重力学中，由地下岩矿石密度分布不均匀所引起的重力变化，或地质体与围岩密度的差异引起的重力变化，称为重力异常

广义上，将实测重力值减去正常重力值，其差值称为重力异常

$$\Delta g = g_{\text{实测}} - g_{\varphi}$$



密度横向均匀+不均匀



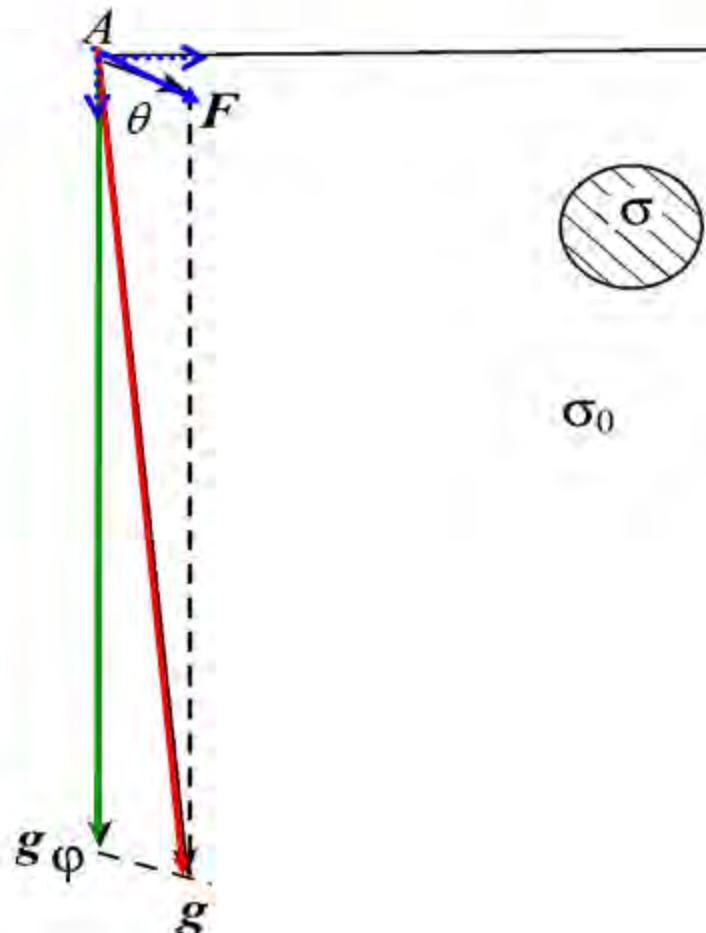
密度横向不均匀

以某一点重力值作为正常值，而以其他测点重力值与之比较得到的差值称为相对重力异常

$$\Delta g = g_{\text{测点}} - g_{\text{基点}}$$

5. 重力异常

重力异常与剩余质量引力的关系



剩余密度 $\Delta\sigma = \sigma - \sigma_0$

剩余质量 $\Delta\sigma \cdot V$

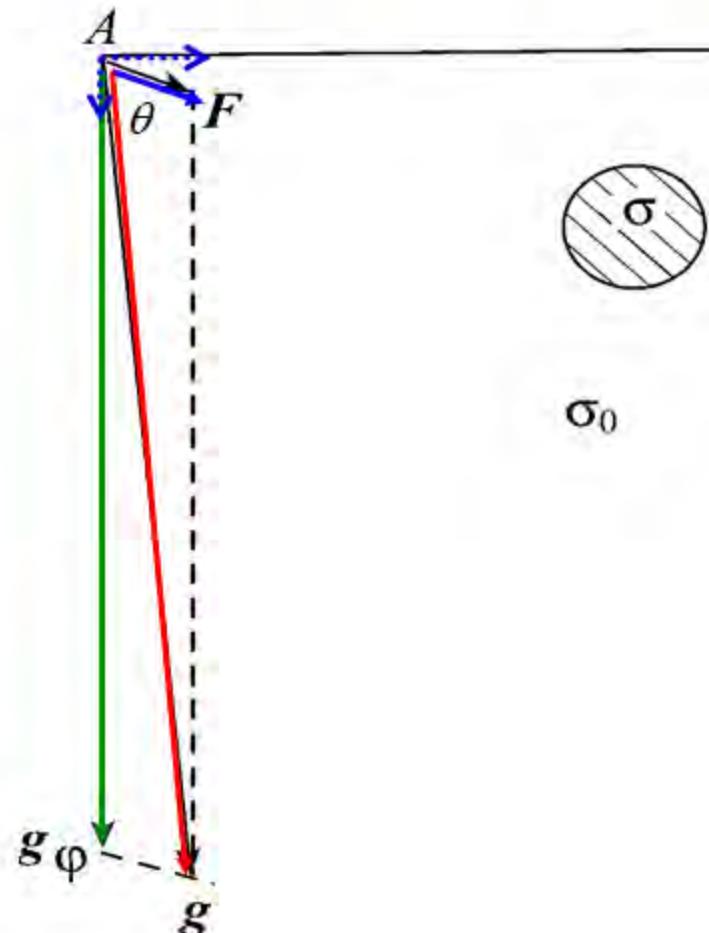
正常重力 g_ϕ (假设密度均匀)

剩余质量产生的引力 F

重力 $g = F + g_\phi$

5. 重力异常

重力异常与剩余质量引力的关系



A点的重力异常为: \mathbf{F}

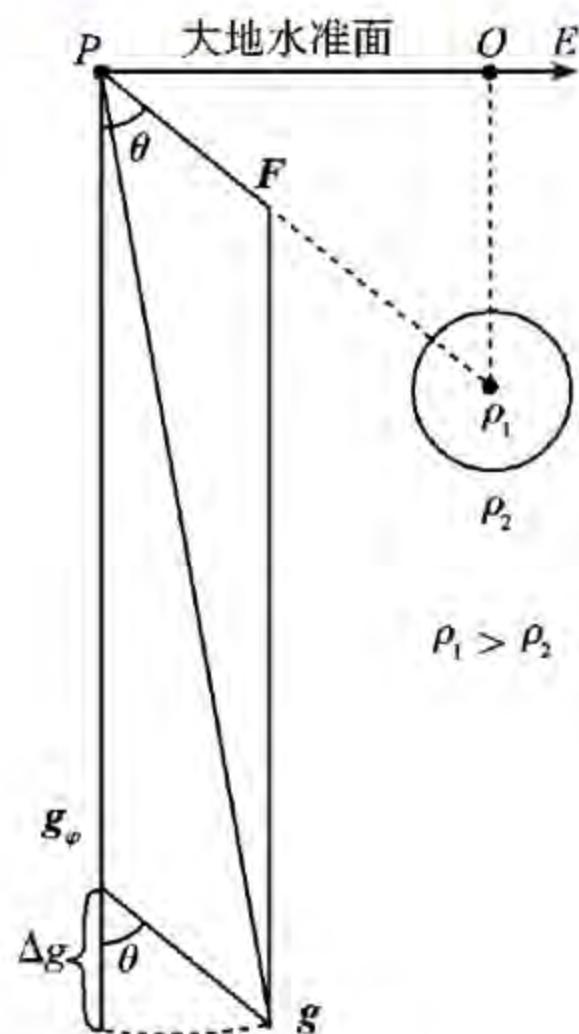
$$\Delta g = |\mathbf{g}| - |\mathbf{g}_\varphi| = F \cos \theta$$

θ 为引力F与重力 \mathbf{g}_φ 之间的夹角

重力异常就是地质体的剩余质量所产生的引力在正常重力方向的分量。

5. 重力异常

重力异常与剩余质量引力的关系



由余弦定理，有

$$\Delta g = |g| - |g_\varphi| = g - g_\varphi$$

$$g = (g_\varphi^2 + 2g_\varphi F \cos\theta + F^2)^{1/2}$$

式中： θ 为 F 与 g_φ 的夹角。

将上式代入 (1-48) 式，可得

$$\Delta g + g_\varphi = (g_\varphi^2 + 2g_\varphi F \cos\theta + F^2)^{1/2}$$

将上式等号两边平方后再除以 g_φ^2 ，得

$$\left(\frac{\Delta g}{g_\varphi}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta g}{g_\varphi}\right) = \left(\frac{F}{g_\varphi}\right)^2 + 2\left(\frac{F}{g_\varphi}\right)\cos\theta$$

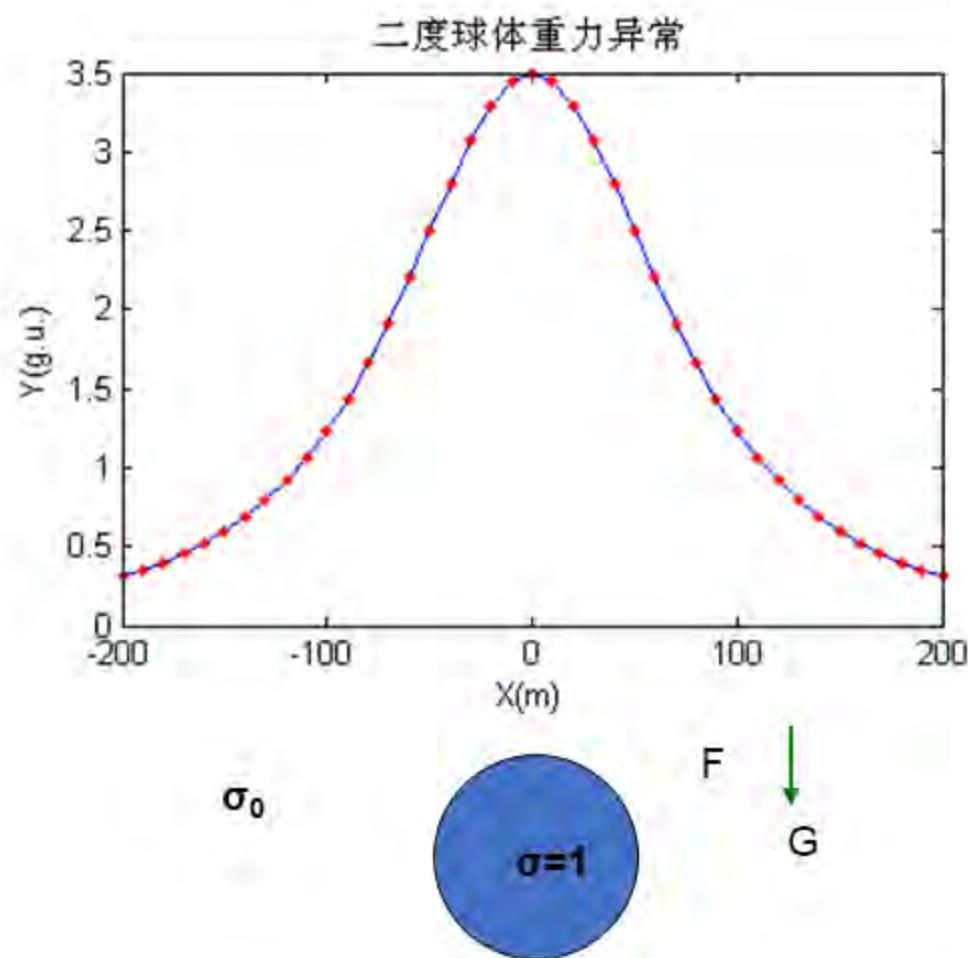
因 $F \ll g_\varphi$ ， $(\Delta g/g_\varphi)^2$ 和 $(F/g_\varphi)^2$ 可忽略，故

$$\Delta g = F \cos\theta$$

5. 重力异常

- 引起重力异常的必要条件是岩层密度必须在横向上有变化，即岩层要有一定的构造形态，或岩层内要有密度不同的地质体赋存。
- 对于一组横向密度均匀分布的岩层，则无论它们在纵向上密度变化有多大，也不能引起重力异常。

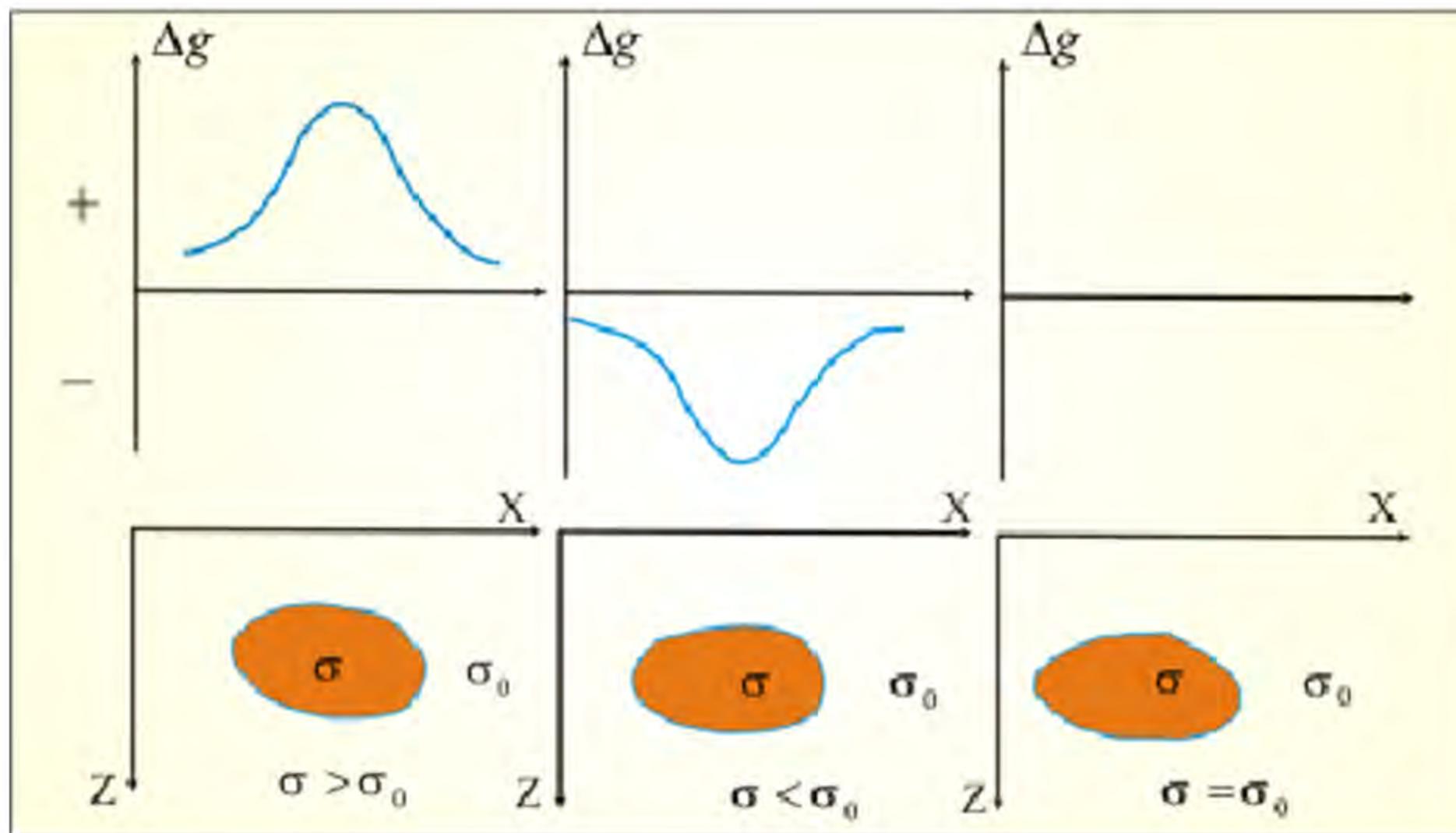
5. 重力异常



$$\Delta g = g - g_\varphi = F \cdot \cos \theta$$

$$F = \frac{GM_1 \cdot M_2}{R^2}$$

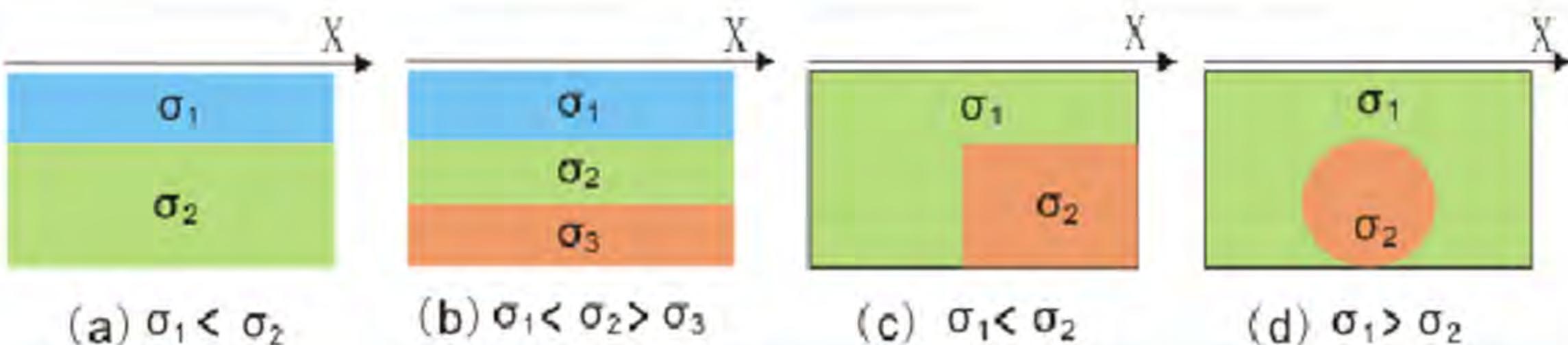
5. 重力异常



5. 重力异常



下面模型能引起重力异常吗？



5. 重力异常

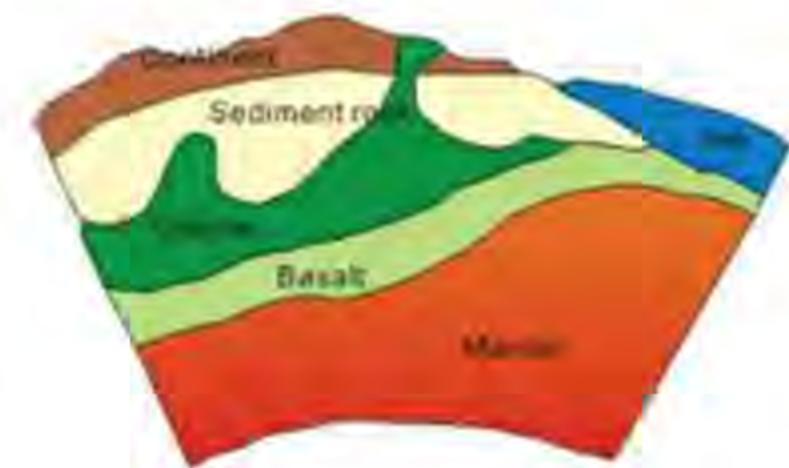
引起重力异常的主要地质因素

重力异常包含了从地表到深部所有密度不均匀引起的重力效应，是所有这些重力效应的叠加：

- ◆ 地球深部的因素
- ◆ 地壳深部的因素
- ◆ 结晶基岩内部的密度变化
- ◆ 结晶基底顶面的起伏
- ◆ 沉积岩的构造和成分变化等

5. 重力异常

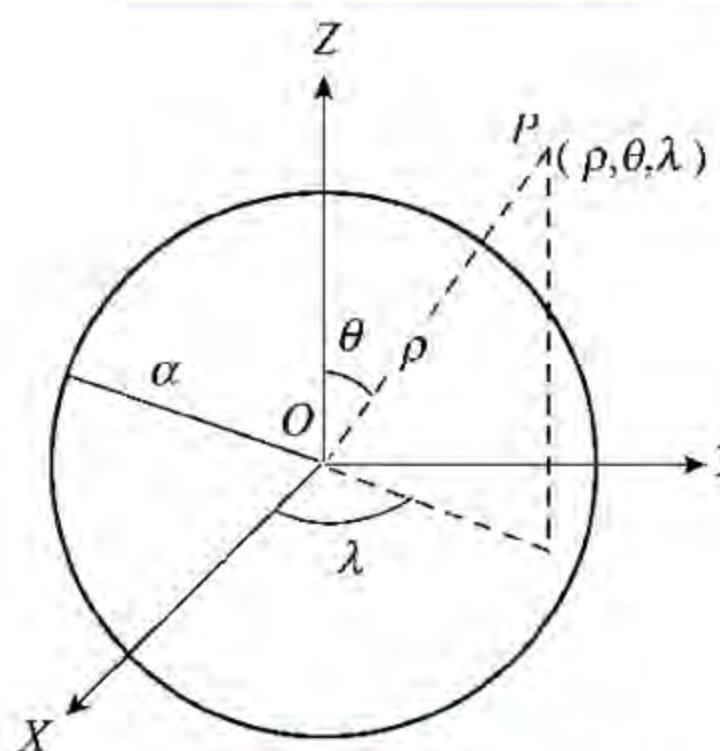
- ✓ 在大陆区从地表直至前震旦系结晶基底的顶面，是厚度从零到十几公里的沉积岩层，密度在 $2.0 \sim 2.7 \text{ g/cm}^3$ 左右；
- ✓ 结晶基底以下几十公里的范围内，是花岗岩类和玄武岩类的物质层，其密度约为 $2.8 \sim 3.0 \text{ g/cm}^3$ 之间；
- ✓ 再往下则是橄榄岩类，其密度约为 $3.3 \sim 3.5 \text{ g/cm}^3$ 。



5. 重力异常

以球谐函数级数形式表示的地球引力位为：

$$V = \frac{GM}{\rho} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{\rho} \right)^n \left(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin(m\lambda) \cdot P_{nm}(\cos \theta) \right) \right]$$



球谐系数
地球重力场模型

勒让德函数

实测

椭球模型计算

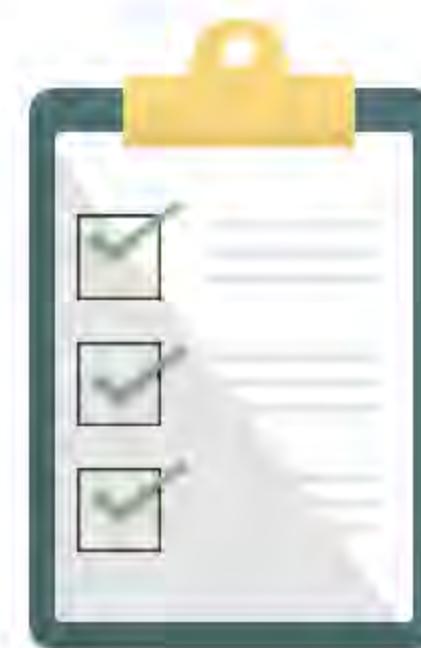
我们研究的

地球重力场 = 正常重力场 + 重力异常

$$\text{重力异常 } \Delta g = |\mathbf{g}| - |\mathbf{g}_\varphi| \longrightarrow |\mathbf{g}| = |\mathbf{g}_\varphi| + \Delta g$$

小节

- 地球重力场
- 重力等位面
- 大地水准面、地球形状
- 正常重力场
- 重力异常
- 引起重力异常的必要条件



课后习题

□ 为什么层状地层不会引起重力异常

□ 地球的形状是什么样子，由什么决定



课程结束

陈涛

