

地磁学与地电学

——第3章 磁力资料处理与正反演

陈 涛

地球物理学院
中国石油大学（北京）

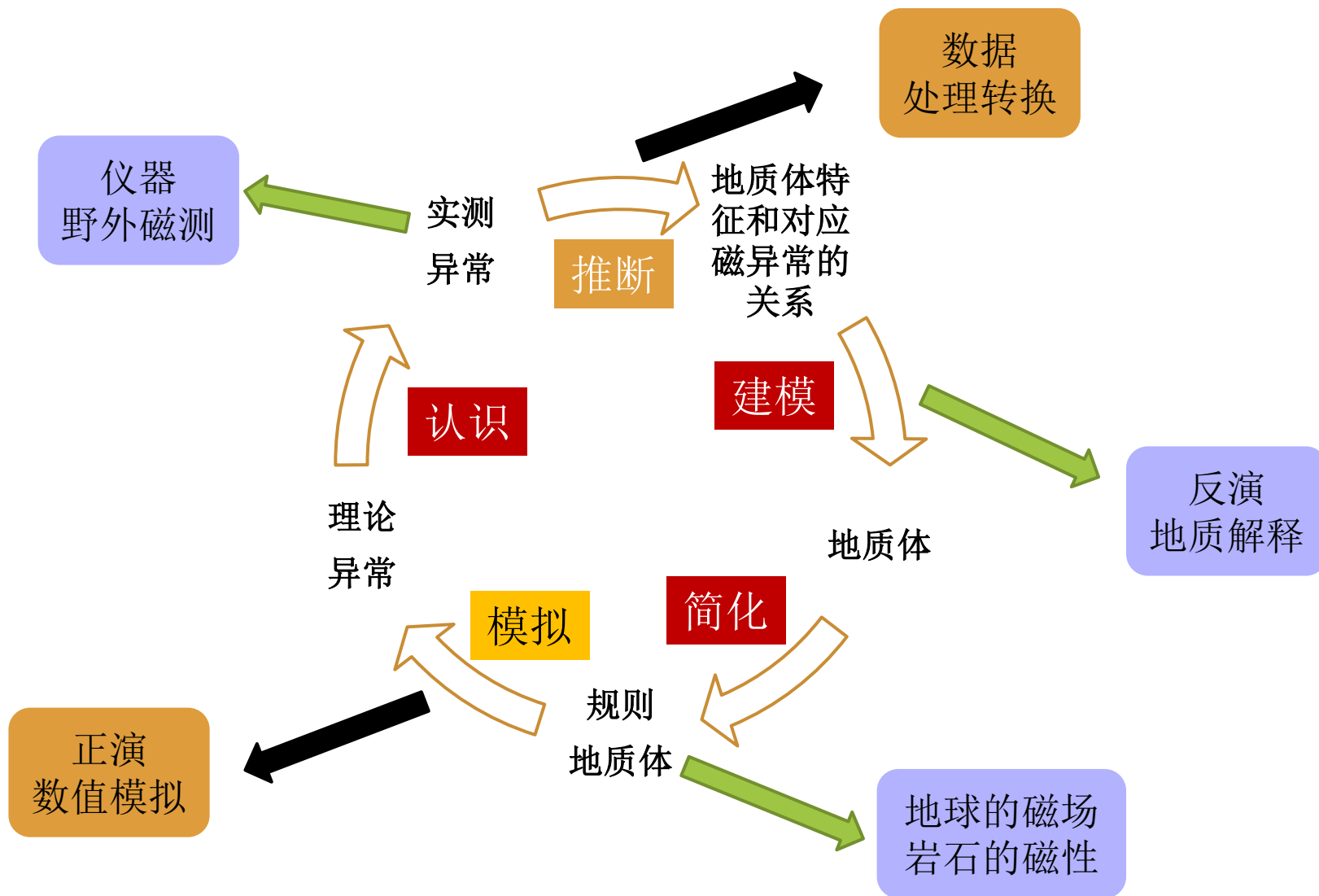
2024/4/2

课前测试

- 质子磁力仪的工作原理
- 磁测误差的来源
- 观测结果的预处理有几步？
- 为什么要做日变观测？
- 磁法勘探中用相对测量还是绝对测量
- 卫星磁测的优势



课前知识



关于编写程序



MathWorks® 产品 解决方案 学术 支持 社区 活动

帮助中心

搜索帮助中心

文档 示例 函数 App 视频 问答

试用版 产品更新

« 文档主页

» MATLAB

» 编程

» 实时脚本和函数

使用实时编辑器创建交互式课程材料

主要内容

计算 1 的 n 次方根意味着什么?

计算立方根

在复平面中显示根

计算高阶根

计算 1 的 n 次方根

计算 -1 , i 和 $-i$ 的 n 次方根

家庭作业

相关主题

使用实时编辑器创建交互式课程材料

下面是一个如何在课堂中使用实时脚本的示例。以下示例演示如何：

- 添加方程用于解释底层数学原理。
- 执行 MATLAB® 代码的各个节。
- 纳入绘图以实现可视化。
- 使用链接和图像提供支持信息。
- 使用 MATLAB 代码进行交互式试验。
- 使用其他示例增加概念理解。
- 使用实时脚本进行赋值。

计算 1 的 n 次方根意味着什么?

为简要讲解的概念添加方程以解释底层数学原理。要添加方程，请转至插入选项卡并点击方程按钮。然后，从方程选项卡中选择符号和结构。

现在我们探讨如何计算 1 的根。计算 1 的 n 次方根意味着什么? 1 的 n 次方根是方程 $x^n - 1 = 0$ 的解。

对于平方根，很容易计算，值为 $x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$ 。对于高阶根，则要困难得多。要计算 1 的立方根，需要对方程 $x^3 - 1 = 0$ 求解。我们可以分解此方程以获取

$$(x-1)(x^2+x+1) = 0$$

因此，第一个立方根是 1。现在，我们可以使用二次公式获取第二个和第三个立方根。

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

计算立方根

要执行 MATLAB 代码的各个节，请转至实时编辑器选项卡，然后点击运行节按钮。输出与创建它的代码显示在一起。使用分节符按钮创建节。

在示例中， a 、 b 和 c 都等于 1。其他两个根基于下列公式计算得到：

```
a = 1 ; b = 1 ; c = 1;
roots = [];
roots(1) = 1;
roots(2) = (-b + sqrt(b^2 - 4*a*c))/(2*a); % Use the quadratic formula
roots(3) = (-b - sqrt(b^2 - 4*a*c))/(2*a);
```

https://ww2.mathworks.cn/help/matlab/matlab_prog/live-scripts-for-teaching.html

关于编写程序



C:\Users\DELL\Documents\MATLAB\Examples\R2022a\matlab\CreateInteractiveCourseMaterialsExample\CreateInteractiveCourseMaterialsExample.mlx

实时编辑器 插入 视图

新建 打开 保存 打印 比较 转至 查找 文本 代码 控件 任务 运行 运行并前进 运行到结束 运行 步进 停止

Create Interactive Course Materials Using the Live Editor

The following is an example of how to use live scripts in the classroom. This example shows how to:

- Add equations to explain the underlying mathematics.
- Execute individual sections of MATLAB code.
- Include plots for visualization.
- Use links and images to provide supporting information.
- Experiment with MATLAB code interactively.
- Reinforce concepts with other examples.
- Use live scripts for assignments.

What does it mean to find the n th root of 1?

Add equations to explain the underlying mathematics for concepts that you want to teach. To add an equation, go to the **Insert** tab and click the **Equation** button. Then, select from the symbols and structures in the **Equation** tab.

Today we're going to talk about finding the roots of 1. What does it mean to find the n th root of 1? The n th roots of 1 are the solutions to the equation $x^n - 1 = 0$.

For square roots, this is easy. The values are $x = \pm \sqrt{1} = \pm 1$. For higher-order roots, it gets a bit more difficult. To find the cube roots of 1 we need to solve the equation $x^3 - 1 = 0$. We can factor this equation to get

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0.$$

So the first cube root is 1. Now we can use the quadratic formula to get the second and third cube roots.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Calculate the Cube Roots

To execute individual sections of MATLAB code, go to the **Live Editor** tab and click the **Run Section** button. Output appears together with the code that created it. Create sections using the **Section Break** button.

In our case a , b , and c are all equal to 1. The other two roots are calculated from these formulas:

Zoom: 100% UTF-8 LF 脚本

关于编写程序



The screenshot shows the GitHub interface for the repository `GeoGoku/TeachingResources`. The file `DC1D.ipynb` is selected, showing its commit history and contributors. The notebook content is displayed, featuring a title `ResistivityLogging1D` and a description: "An interactive notebook application for learning the resistivity logging for different models". A list of bullet points describes the notebook's features, including plotting potential curves, layered-space models, and exploring parameter changes. A contact email `chentaosx@hotmail.com` is provided for bugs and improvements. The "Import packages" section shows the following code:

```
[1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import copy
%matplotlib inline
```

<https://github.com/GeoGoku/TeachingResources/blob/master/DC1D.ipynb>

关于编写程序



The screenshot shows the GitHub interface for the repository `sustechgem / SimPEG_Demo`. The repository is public and has 1 contributor. The latest commit was made on Nov 3, 2020. The repository contains a Jupyter notebook file named `3D_TEM_FWD_Test / 3D_TEM_FWD_Test.ipynb`. The notebook content is displayed, showing the title 3D Forward Modeling of Time-domain Electromagnetic Data Using SimPEG and the authors Bo Ouyang, Ke Wang, and Dikun Yang (SUSTech). The notebook provides a template of 3D simulation of a TEM survey with a large loop source on the surface. It also includes instructions on how to run a Jupyter notebook from a remote server, including steps to generate a configuration file and a hashed password.

main → SimPEG_Demo / 3D_TEM_FWD_Test / 3D_TEM_FWD_Test.ipynb

Go to file

LyipingWang Add files via upload Latest commit 5537e7c on Nov 3, 2020 History

1 contributor

1.69 MB Download

3D Forward Modeling of Time-domain Electromagnetic Data Using SimPEG

Bo Ouyang, Ke Wang, Dikun Yang (SUSTech)

This tutorial provides a template of 3D simulation of a TEM survey with a large loop source on the surface

How to run a Jupyter notebook from a remote server

Make sure jupyter notebook is installed on both the local and remote server

Step 1. Generate the configuration file

```
$ jupyter notebook --generate-config (non-root user)
$ jupyter notebook --generate-config --allow-config (root user)
```

Step 2. Generate hashed password

```
$ jupyter notebook password
Enter password:
Verify password:
```

https://github.com/sustechgem/SimPEG_Demo

目 录

地磁部分章节

第三章 磁力资料处理与正反演

1. 磁性体正演

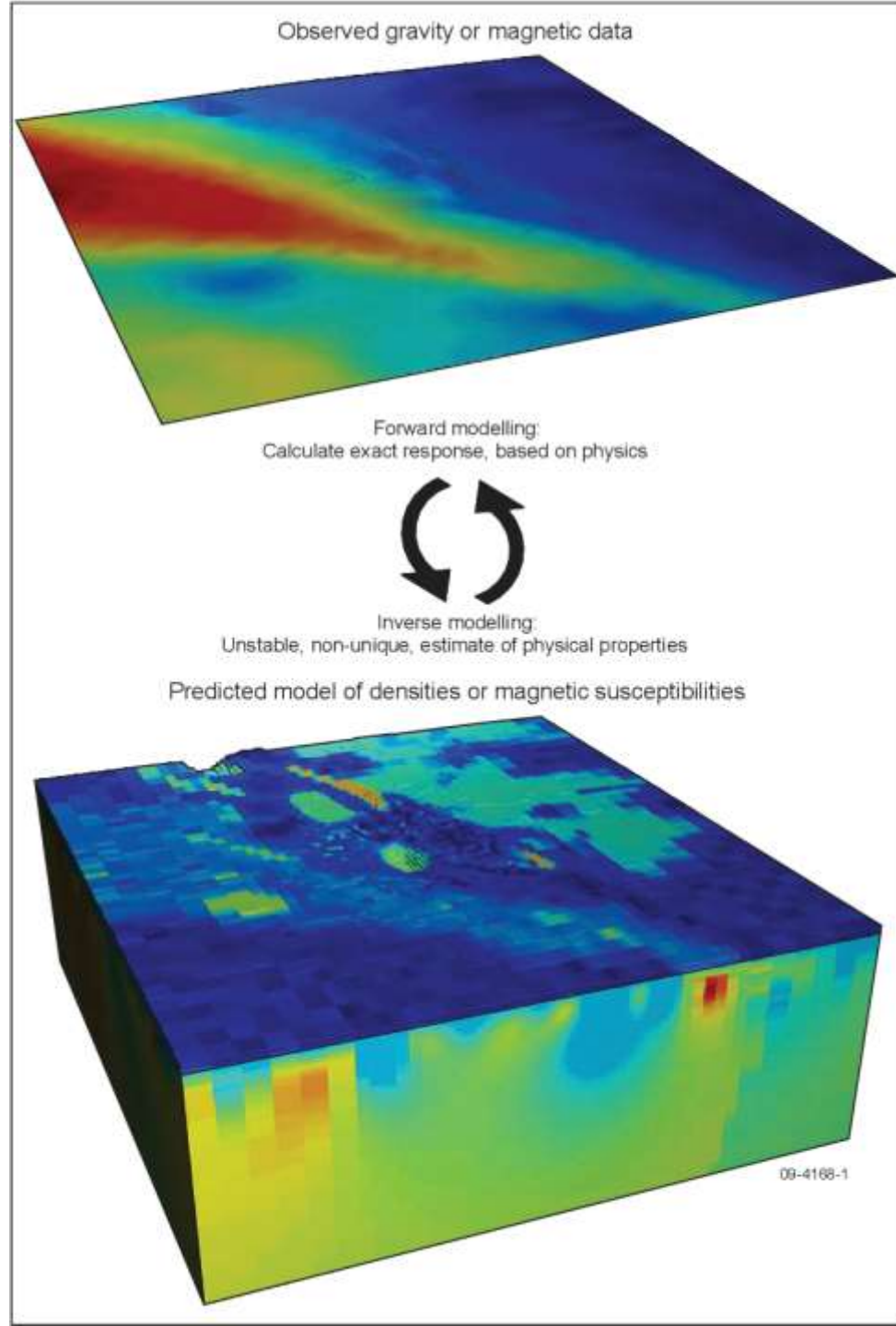
什么是正问题与反问题？

反问题： $m = G^{-1}d$



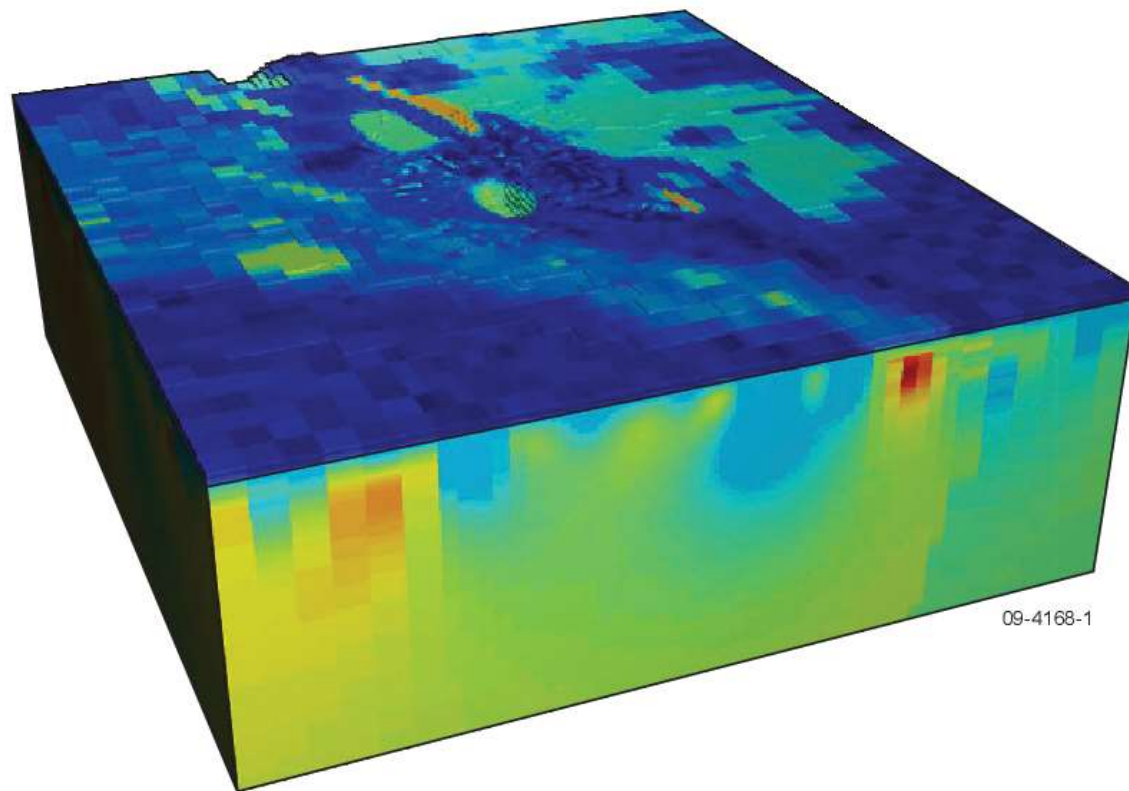
正问题： $d = Gm$

根据已知磁性体的**形态**、**磁性**和**空间**分布来计算其**磁场分布**的过程，称为**磁场正演问题**；而根据已知的**磁场分布**确定对应磁性体的**磁性参数**和**几何参数**，叫做**反演问题**。显然，正演问题是反演问题的基础，反问题是勘探的目的。



物性参数

几何参数

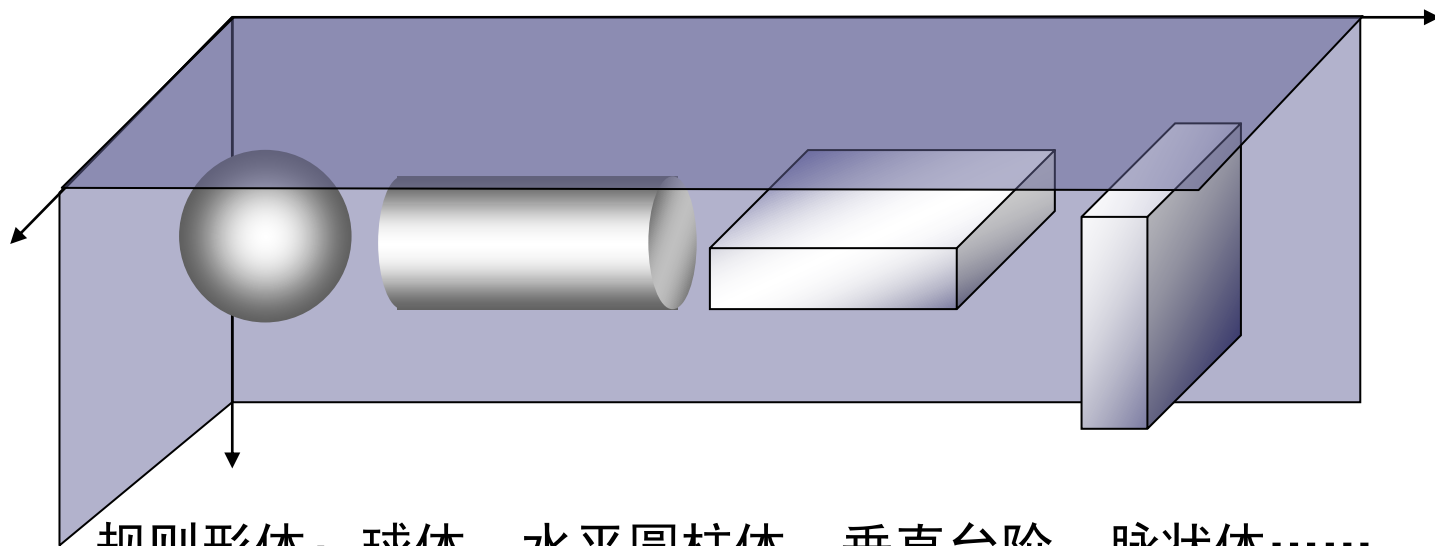


09-4168-1

在计算磁性体磁场中，常作如下**假设**：

- ✓ 磁体性为简单规则形体
- ✓ 磁性体是被均匀磁化的
- ✓ 只研究单个磁性体（孤立存在）
- ✓ 观测面是水平的
- ✓ 不考虑剩磁（或认为 M_i 与 M_r 方向一致）

除少数情况外，实际地质条件并不符合上述假设条件，从理论上讲，只有二次曲面形体才能被均匀磁化。



规则形体：球体、水平圆柱体、垂直台阶、脉状体……

1. 磁性体正演

■ 基本公式——基本方法

(一) 空间域

- ✓ 以基本磁源出发导出规则形体磁场
 - 磁单极：水平磁单极线、板状体、台阶
 - 磁偶极子：球体、水平圆柱体、水平薄板状体
- ✓ 重磁位的泊松公式出发计算规则磁性体磁场
 - 引力位——泊松公式——磁位
- ✓ 基于磁偶极子体积分和磁荷面积分公式计算不规则形体的磁场
 - 不规则形体无解析解，采用数值解近似
- ✓ 利用有限元和边界元求微分方程导出复杂条件下的磁场
 - 求重磁位场的问题可归结为求解偏微分方程的边值问题

1. 磁性体正演

■ 基本公式——基本方法

(二) 频率域

- ✓ 直接对各种形体的空间域磁场表达式进行傅里叶变换
- ✓ 从一些基本形体的磁场理论频谱导出其它形体的磁场频谱

1. 磁性体正演

■ 基本公式

(一) 均匀磁化规则磁性体

规则形体：球体、水平圆柱体、板状体、长方体、断层、对称背斜等

求解析式：直接积分；泊松公式；表面磁荷积分法

(二) 均匀磁化或分区均匀磁化、任意形体磁性体

无解析式，采用近似的数值计算方法

- (1) 多边形面多面体（磁荷面磁场叠加）
- (2) 三角形面多面体（三角剖面，高斯求积公式）
- (3) 组合体近似法（如直立长方体）
- (4) 多边形截面法
- (5) 谱正演法

(三) 剩余磁化强度和磁化率为常量的任意形态强磁性体

外部磁场 H_0 、剩磁和磁化率已知，但因消磁影响，感应磁化强度未知
利用边界条件并解积分方程求表面磁荷面密度进而求得磁场

(四) 磁化率和剩余磁化强度各向异性、形体任意的磁性体

比较复杂,目前采用有限元和边界元方法进行研究

(五) 磁场模拟测定

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

质点的引力位：

$$dV = G \frac{dm}{r}$$

任意形态密度体的引力位（密度均匀）

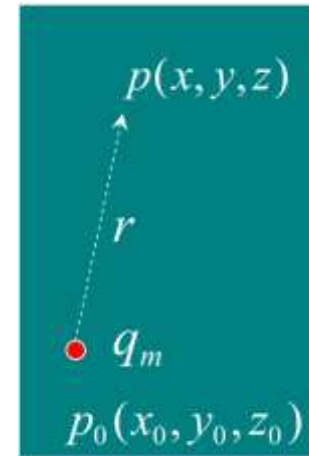
$$V = \iiint_V dV = G \iiint_V \frac{dm}{r} = G \rho \iiint_V \frac{1}{r} dv$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

磁单极 q_m 在 $P(x, y, z)$ 点处的磁位:

$$U_m = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m}{r} \quad (\text{A})$$



1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

磁单极磁位：

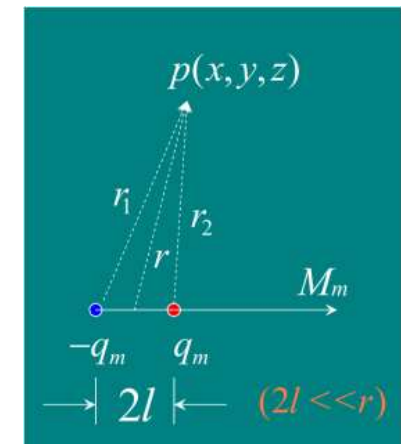
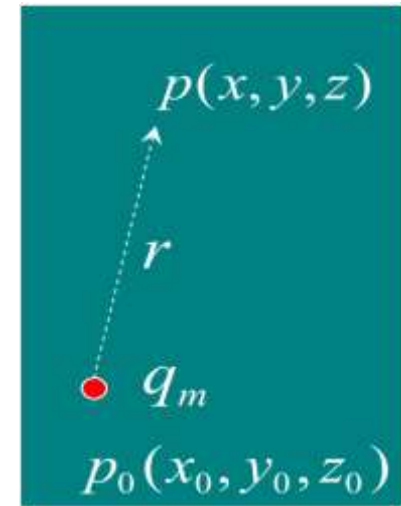
$$U_m = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m}{r} \quad (\text{A})$$

磁偶极磁位：

$$dU \approx \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{2lq_m}{r^2} \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{P_m}{r^2} \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi} \frac{m}{r^2} \cos \theta$$



记磁偶极矩： $\mathbf{P}_m = q_m 2\mathbf{l}$

$2\mathbf{l}$ 是 $-q_m \rightarrow +q_m$ 的向量

磁偶极子的磁矩 \mathbf{m} 的定义：

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{P}_m}{\mu_0} \quad (\text{Am}^2)$$

磁化强度定义：单位体积的磁矩

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}}{V} \quad (\text{均匀磁化})$$

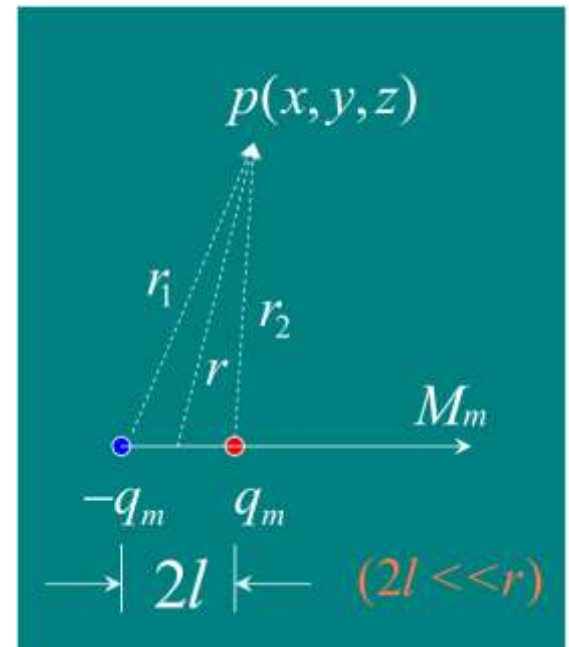
$$\mathbf{M} = \kappa \mathbf{H}$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

磁偶极磁位：

$$\begin{aligned}dU &= \frac{1}{4\pi} \frac{m}{r^2} \cos \theta \\&= \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}}{r^3} \\&= \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} dv \\&= \frac{1}{4\pi} \frac{|\mathbf{M}| \cos \theta}{r^2} dv\end{aligned}$$

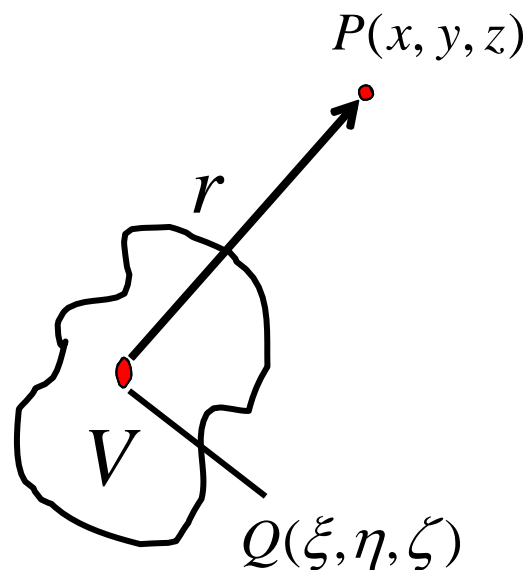


1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$\begin{aligned} U &= \iiint_V dU \\ &= \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} dv \\ &= -\frac{1}{4\pi} \iiint_V \mathbf{M} \cdot \nabla_P \left(\frac{1}{r} \right) dv \\ &= -\frac{1}{4\pi} \mathbf{M} \cdot \nabla_P \iiint_V \left(\frac{1}{r} \right) dv \end{aligned}$$



均匀磁化时

哈密尔顿算子:

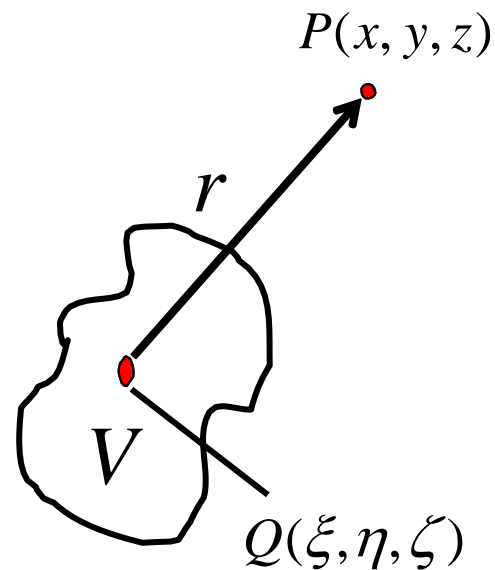
∇ **nabla**

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$

$$\text{grad } a = \nabla a = \frac{\partial a}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial a}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial a}{\partial z} \mathbf{k} = \frac{\partial a}{\partial r} \mathbf{r}$$

$$\frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} = \mathbf{M} \cdot \left(\frac{\mathbf{r}}{r^3} \right)$$

$$\left(\frac{\mathbf{r}}{r^3} \right) = \nabla_Q \left(\frac{1}{r} \right) = -\nabla_P \left(\frac{1}{r} \right)$$



1. 磁性体正演

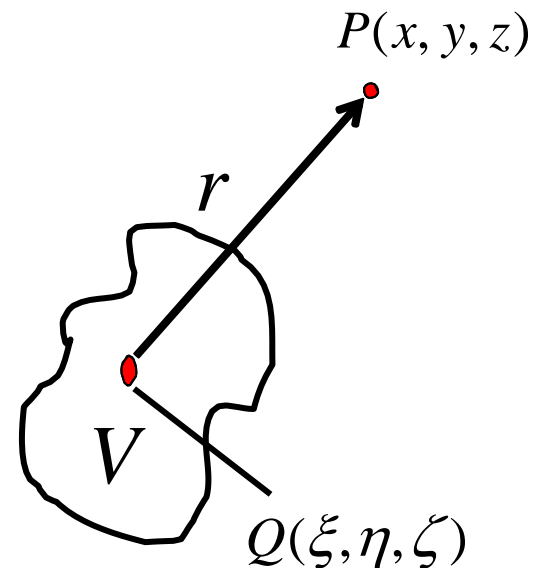
■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$V = G\rho \iiint_V \frac{1}{r} dv$$

$$U = -\frac{1}{4\pi} \mathbf{M} \cdot \nabla_P \iiint_V \left(\frac{1}{r} \right) dv$$

$$= -\frac{1}{4\pi G\rho} \mathbf{M} \cdot \nabla_P V$$



1. 磁性体正演

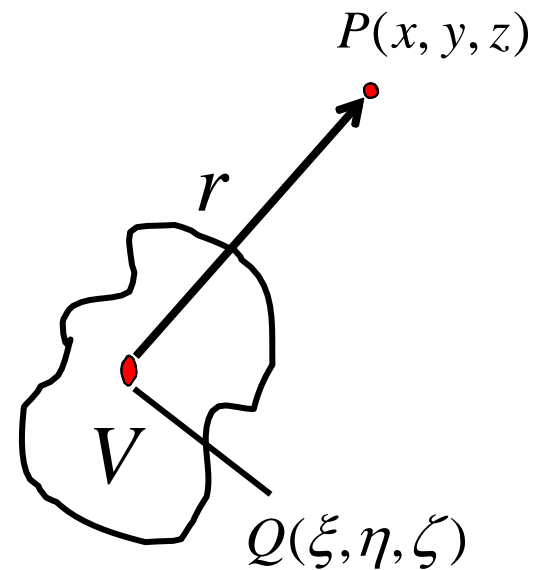
■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$U = -\frac{1}{4\pi G\rho} \mathbf{M} \cdot \nabla_P V$$

$$\mathbf{H} = -\nabla U$$

$$\mathbf{T} = -\mu_0 \nabla U$$



1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$\mathbf{T}_a = H_{ax}\mathbf{i} + H_{ay}\mathbf{j} + Z_a\mathbf{k}$$

$$\mathbf{M} = M_x\mathbf{i} + M_y\mathbf{j} + M_z\mathbf{k}$$

$$\nabla_P V = \frac{\partial V}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{k}$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$\begin{aligned} H_{ax} &= -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\mu_0}{4\pi G\rho} \mathbf{M} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\nabla_P V) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi G\rho} (M_x \mathbf{i} + M_y \mathbf{j} + M_z \mathbf{k}) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{k} \right) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi G\rho} (M_x \mathbf{i} + M_y \mathbf{j} + M_z \mathbf{k}) \cdot (V_{xx} \mathbf{i} + V_{yx} \mathbf{j} + V_{zx} \mathbf{k}) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi G\rho} (M_x V_{xx} + M_y V_{yx} + M_z V_{zx}) \end{aligned}$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$



黄大年

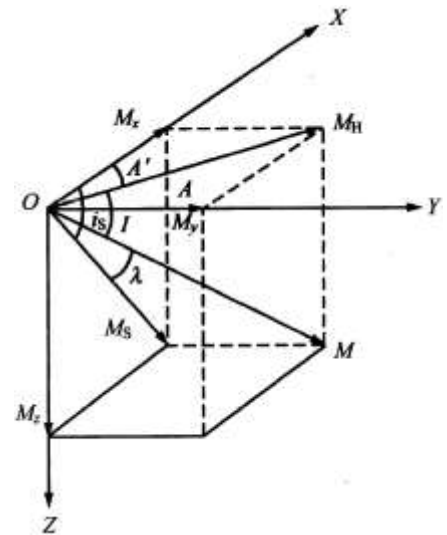
$$\mathbf{T}_a = H_{ax} \mathbf{i} + H_{ay} \mathbf{j} + Z_a \mathbf{k}$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

若 $\cos\alpha_s$, $\cos\beta_s$, $\cos\gamma_s$ 分别为 M 的三个方向余弦:

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{M \mu_0}{4\pi G \rho} \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha_s \\ \cos \beta_s \\ \cos \gamma_s \end{pmatrix}$$



$$\mathbf{T}_a = H_{ax} \mathbf{i} + H_{ay} \mathbf{j} + Z_a \mathbf{k}$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

$\alpha_s = \beta_s = 90^\circ$, $\gamma_s = 0^\circ$, 则 $\cos\alpha_s = \cos\beta_s = 0$, $\cos\gamma_s = 1$

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{M \mu_0}{4\pi G \rho} \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{M \mu_0}{4\pi G \rho} \begin{pmatrix} V_{xz} \\ V_{yz} \\ V_{zz} \end{pmatrix}$$

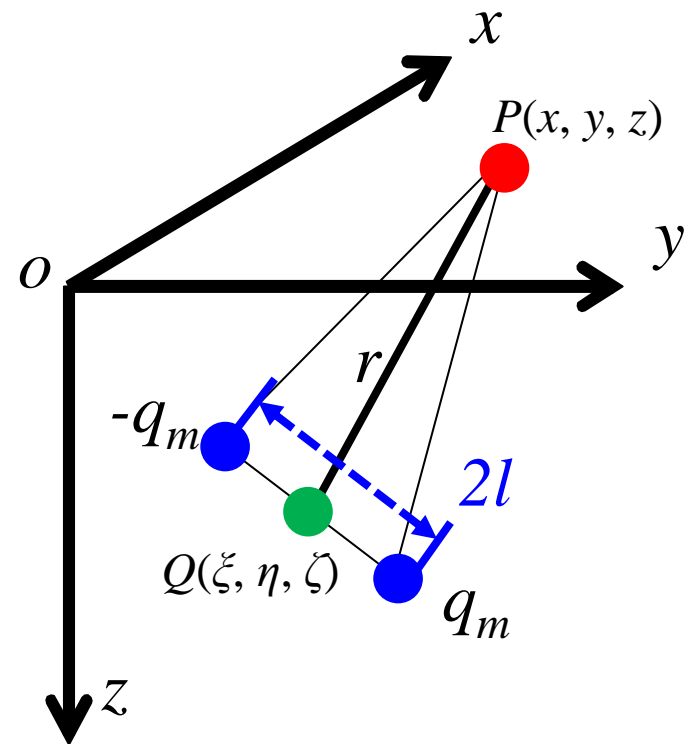
$$\mathbf{T}_a = H_{ax} \mathbf{i} + H_{ay} \mathbf{j} + Z_a \mathbf{k}$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁偶极子体积分

磁偶极磁位：

$$\begin{aligned}dU &= \frac{1}{4\pi} \frac{m}{r^2} \cos \theta \\&= \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}}{r^3} \\&= \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} dv\end{aligned}$$

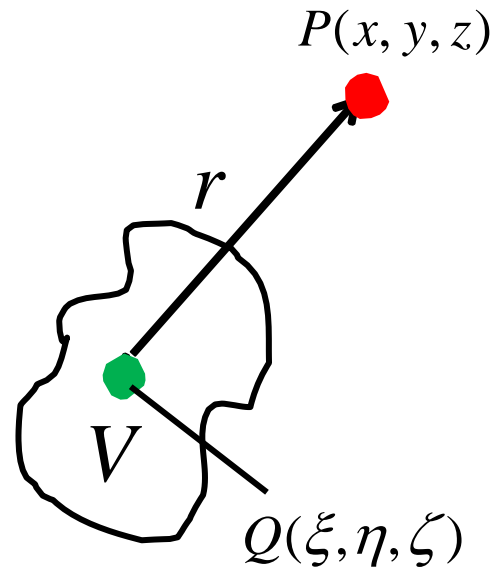


1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁偶极子体积分

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$\begin{aligned} U &= \iiint_V dU \\ &= \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} dv \\ &= -\frac{1}{4\pi} \iiint_V \mathbf{M}_Q \cdot \nabla_P \left(\frac{1}{r} \right) dv \end{aligned}$$



1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁偶极子体积分

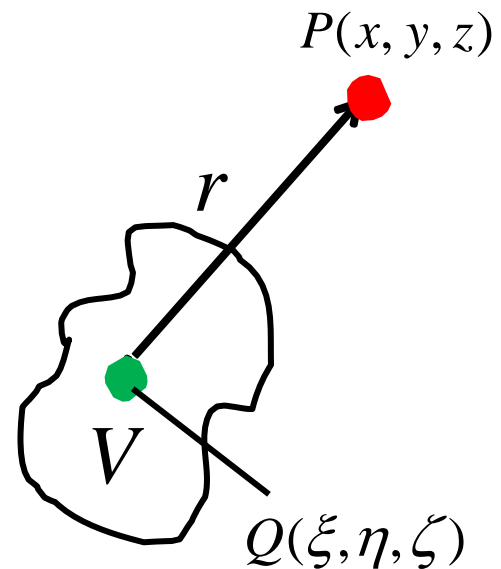
体积为 V 的磁性体的磁异常：

$$H_{ax} = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial x} = -\mu_0 \mathbf{i} \cdot \nabla_p U$$

$$H_{ay} = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial y} = -\mu_0 \mathbf{j} \cdot \nabla_p U$$

$$Z_a = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial z} = -\mu_0 \mathbf{k} \cdot \nabla_p U$$

$$T_a = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial t} = -\mu_0 \mathbf{t} \cdot \nabla_p U$$



$$\mathbf{T}_a = H_{ax} \mathbf{i} + H_{ay} \mathbf{j} + Z_a \mathbf{k} = T_a \mathbf{t}$$

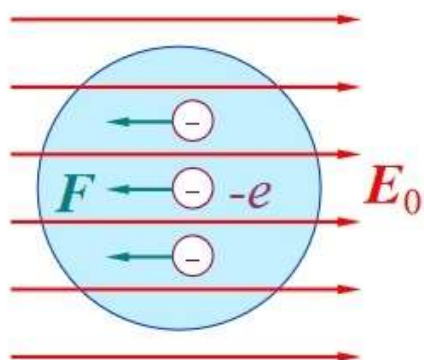
1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

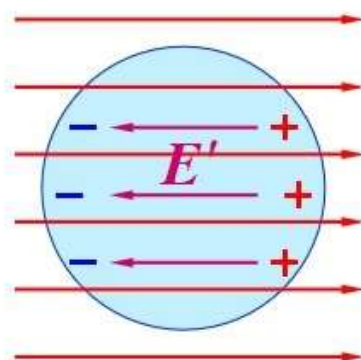
$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}}{V} \quad (\text{均匀磁化})$$

$$M = \frac{dm}{dv}$$

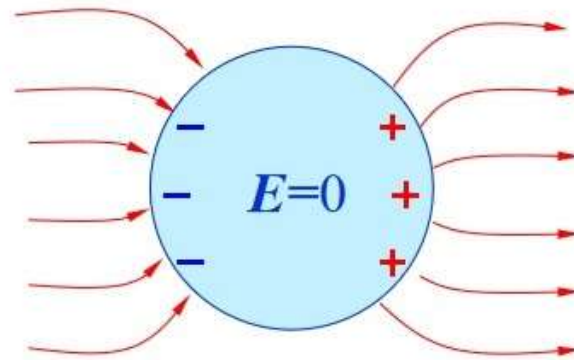
磁性体均匀磁化，体内无剩余磁荷，磁荷只分布在表面。



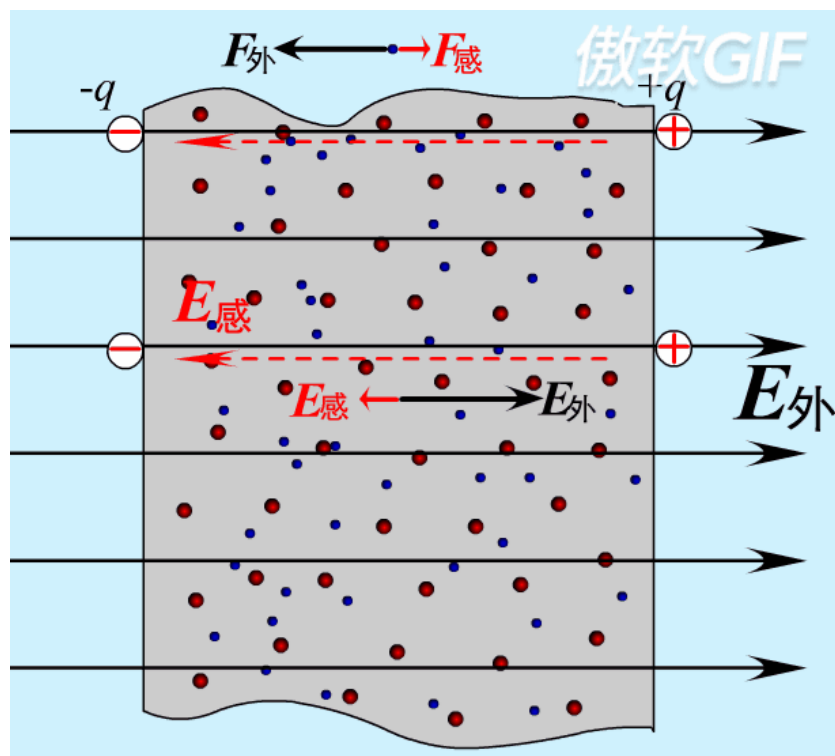
(a)



(b)



(c) 知乎@空山新雨后



电场高斯定理

在空间中任意选取一个闭合曲面（高斯面，由内向向外为正方向），电场在这个曲面上从内向外的通量等于被曲面包围的总电荷量除以真空中的介电常数。

积分形式

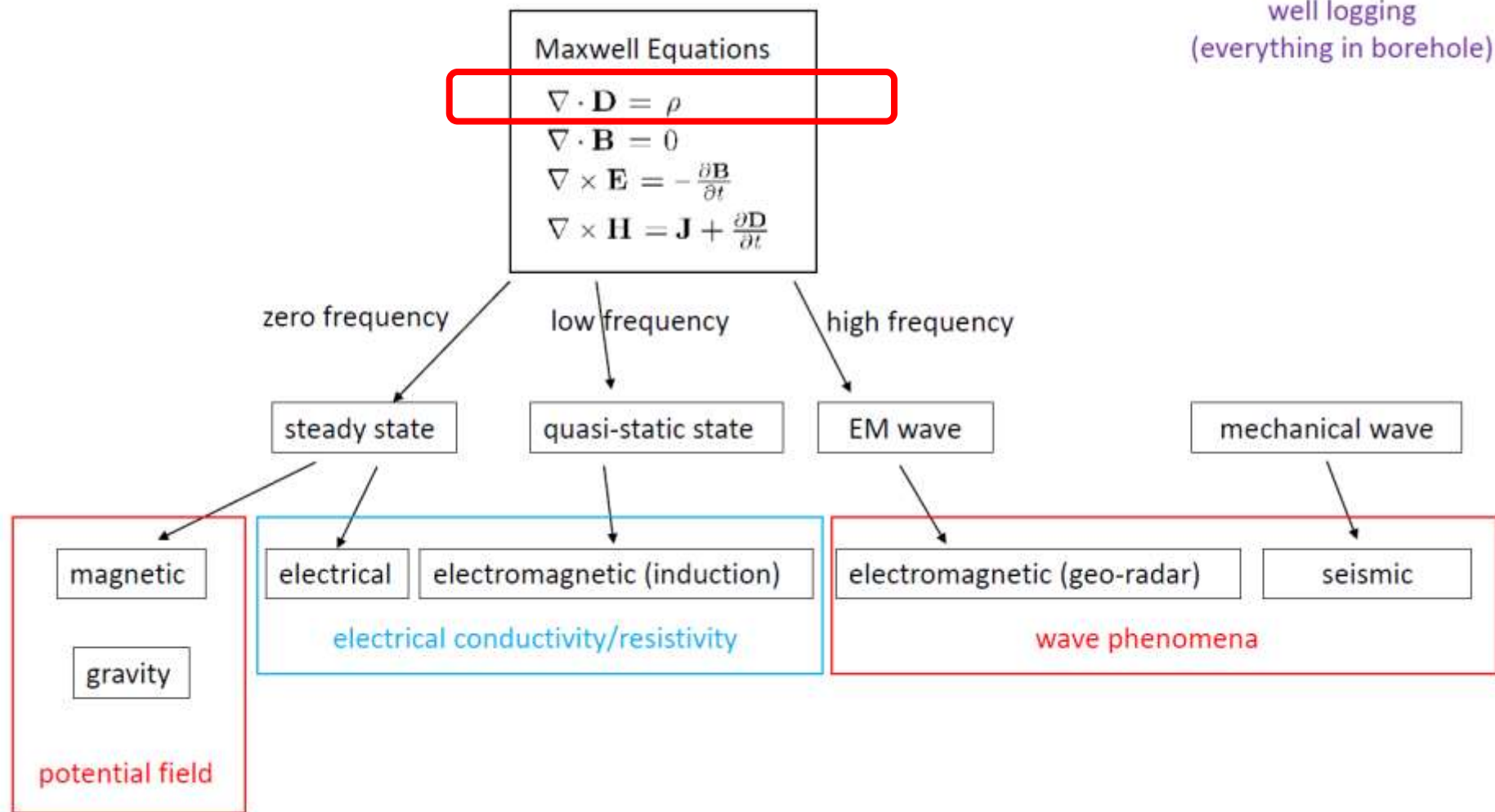
$$\oint_S \mathbf{E} dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

微分形式

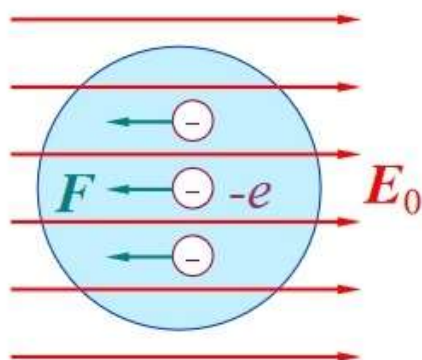
$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

若一个标量场在曲面内的体积分等于一个矢量场在曲面上的面积分，该标量场就是该矢量场的散度

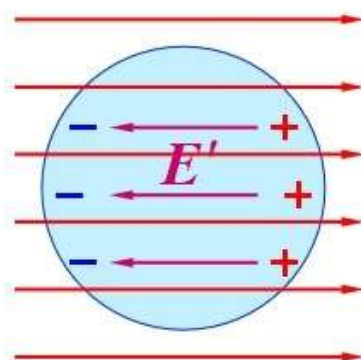
well logging
(everything in borehole)



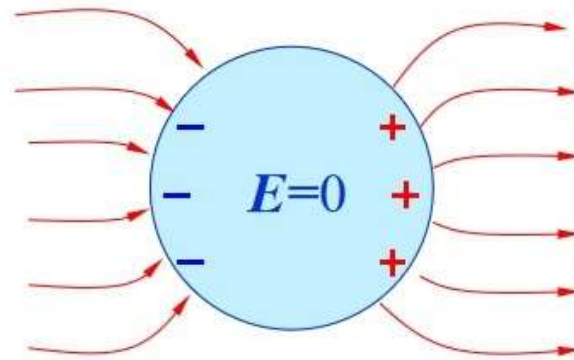
(杨迪琨, 南科大)



(a)



(b)



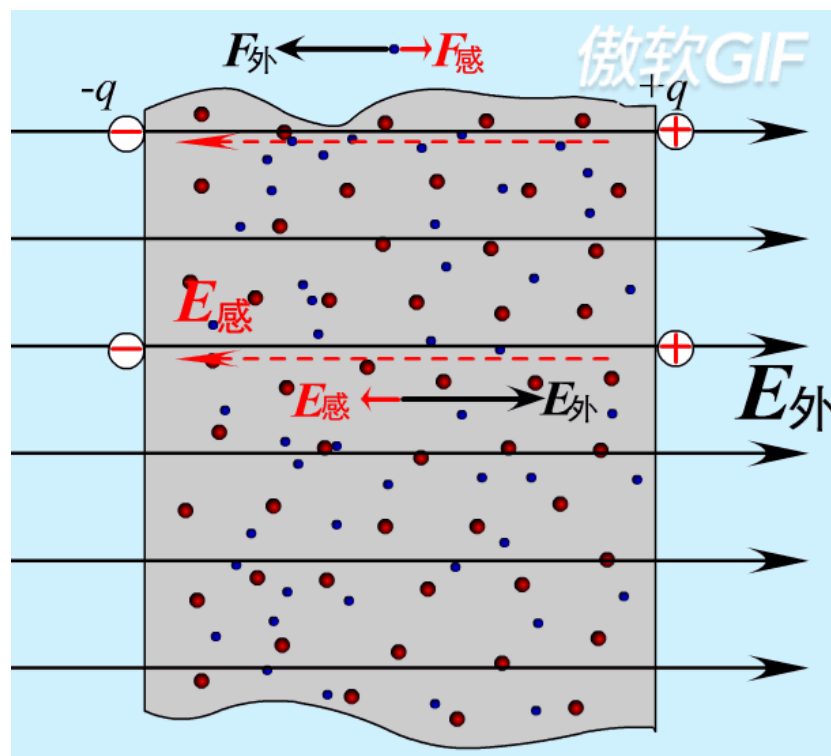
(c)

$$\oint_S E dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

电场强度 E 为 0，
那么等式左边就是 0

$$\epsilon_0 \neq 0$$

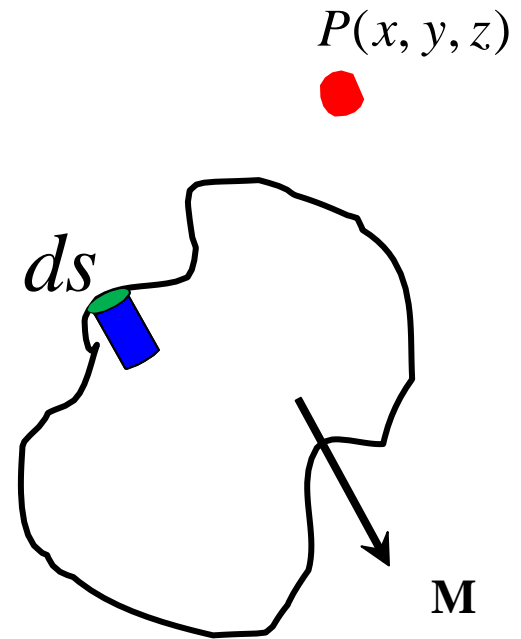
所以电荷和为 0，即
电荷只分布在表面



1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

在磁性体表面取小圆
面积 ds ，以 \mathbf{M} 方向为轴取
小圆柱体。



1. 磁性体正演

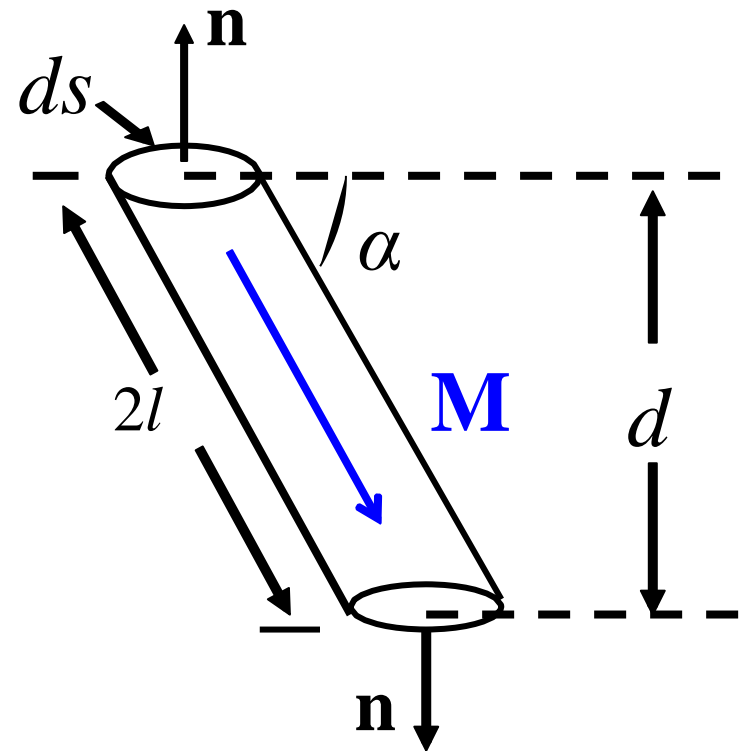
■ 基本公式——磁荷面积分

$$M = \frac{dm}{dv}$$

$$dm = M dv$$

$$= M \cdot d \cdot ds$$

$$= M \cdot 2l \sin \alpha \cdot ds$$



1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

磁荷：

设 σ_m 磁性体表面单位面积的磁荷量（即面磁荷密度）

$$dm = \frac{dP_m}{\mu_0}$$

$$dm = \frac{q_m \cdot 2l}{\mu_0} = \frac{\sigma_m \cdot ds \cdot 2l}{\mu_0}$$

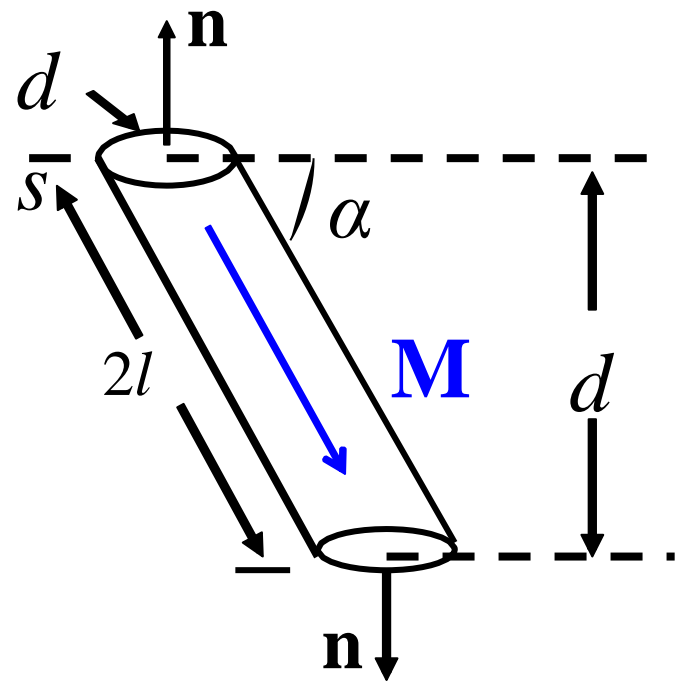
1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

$$\begin{cases} dm = M \cdot 2l \sin \alpha \cdot ds \\ dm = \frac{\sigma_m \cdot ds \cdot 2l}{\mu_0} \end{cases}$$

$$M \cdot 2l \sin \alpha \cdot ds = \frac{\sigma_m \cdot ds \cdot 2l}{\mu_0}$$

$$\sigma_m = \mu_0 M \cdot \sin \alpha$$

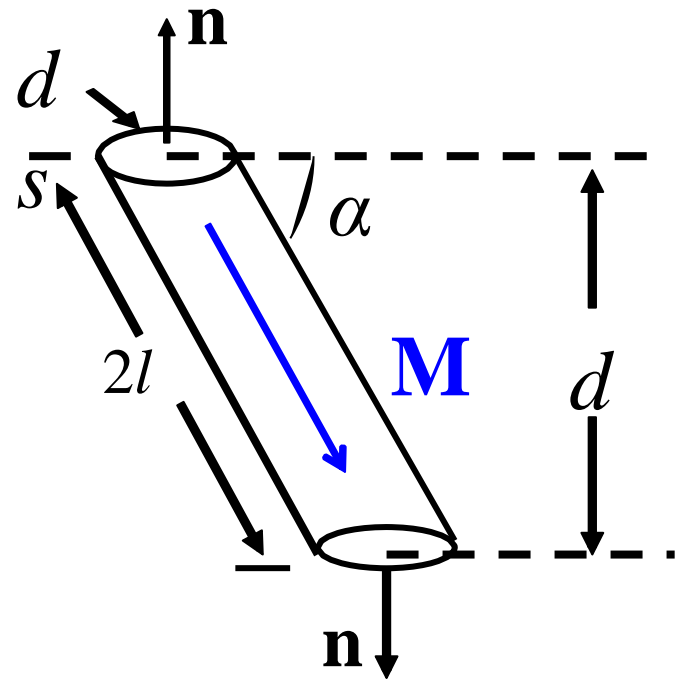


1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

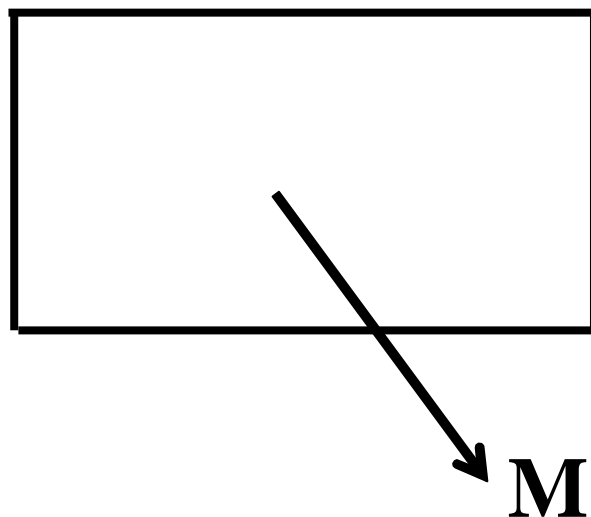
$$\begin{aligned}\sigma_m &= \mu_0 \mathbf{M} \cdot \mathbf{n} \\ &= \mu_0 M_n\end{aligned}$$

即面磁荷密度：与磁化强度在面法线上的投影成正比关系。



1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

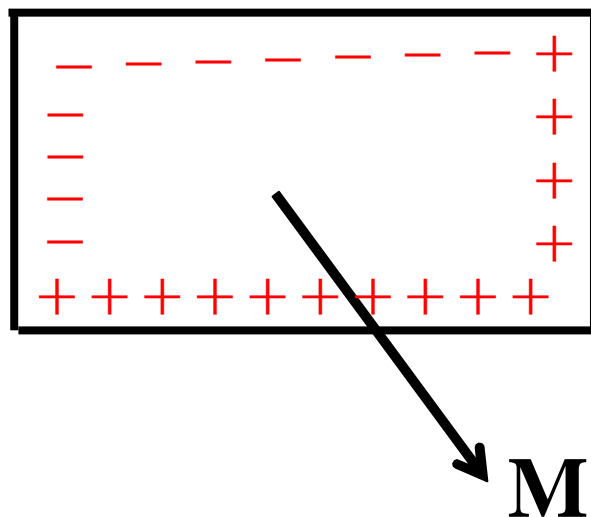


$$\sigma_m = \mu_0 M_n$$

面磁荷密度与磁化强度在面法线上的投影成正比关系。

1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分



$$\sigma_m = \mu_0 M_n$$

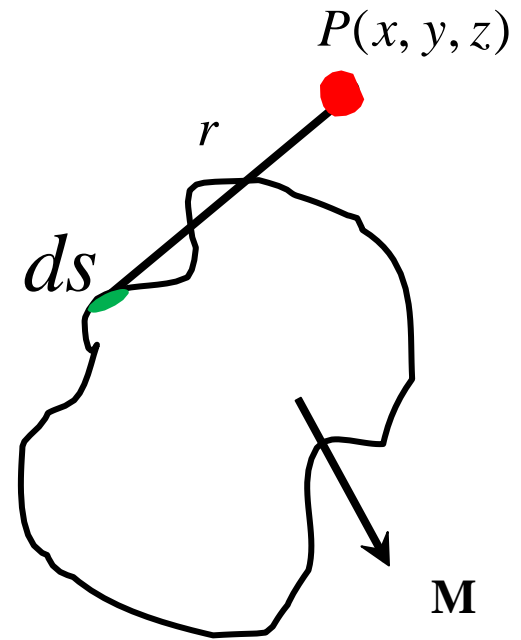
面磁荷密度与磁化强度在面法线上的投影成正比关系。

1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

小面元 ds 上磁荷在任一点 P 产生的磁位

$$\begin{aligned}dU &= \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m}{r} \\&= \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{\sigma_m \cdot ds}{r} \\&= \frac{M_n}{4\pi} ds\end{aligned}$$

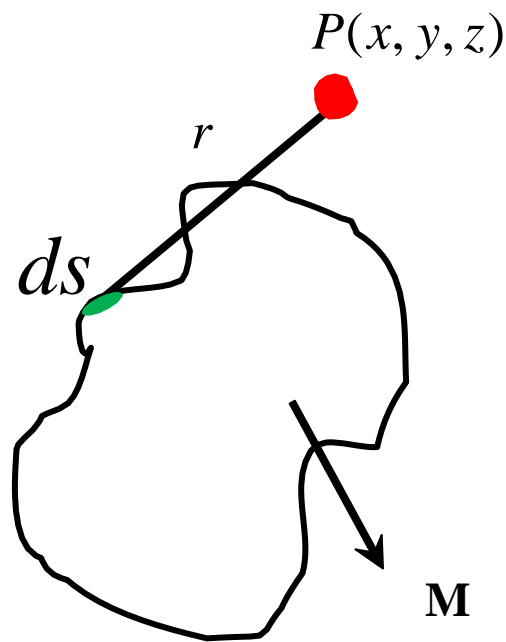


1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

均匀磁化的任意形态
磁性体在 P 点产生的磁位

$$\begin{aligned} U &= \iint_s dU \\ &= \frac{1}{4\pi} \iint_s \frac{M_n}{r} ds \end{aligned}$$



凡是由一些平表面围成的形体，每个面的 M_n 是常量，故用面积分公式计算其磁场是方便的。

$$U = -\frac{1}{4\pi} \iiint_V \mathbf{M}_Q \cdot \nabla_P \left(\frac{1}{r} \right) dv$$

$$\operatorname{div}_Q \left(\frac{\mathbf{M}_Q}{r} \right) = \frac{1}{r} \operatorname{div}_Q \mathbf{M}_Q + \mathbf{M}_Q \cdot \nabla_Q \left(\frac{1}{r} \right)$$

$$\mathbf{M}_Q \cdot \nabla_Q \left(\frac{1}{r} \right) = \operatorname{div}_Q \left(\frac{\mathbf{M}_Q}{r} \right) - \frac{1}{r} \operatorname{div}_Q \mathbf{M}_Q$$

$$U = \frac{1}{4\pi} \int_V \mathbf{M}_Q \cdot \nabla_Q \left(\frac{1}{r} \right) dv = \frac{1}{4\pi} \int_V \operatorname{div}_Q \left(\frac{\mathbf{M}_Q}{r} \right) dv - \frac{1}{4\pi} \int_V \left(\frac{1}{r} \right) \operatorname{div}_Q \mathbf{M}_Q dv$$

格林定理

$$\int_V \operatorname{div}_Q \left(\frac{\mathbf{M}_Q}{r} \right) dv = \int_S \frac{\mathbf{M}_Q \cdot \mathbf{n}_Q}{r} dS$$

S 为包围磁性体的表面； \mathbf{n}_Q 为 S 面 Q 点的外法线方向

$$U = \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{M}_Q \cdot \mathbf{n}_Q}{r} dS - \frac{1}{4\pi} \int_V \operatorname{div}_Q \mathbf{M}_Q \cdot \frac{1}{r} dv$$

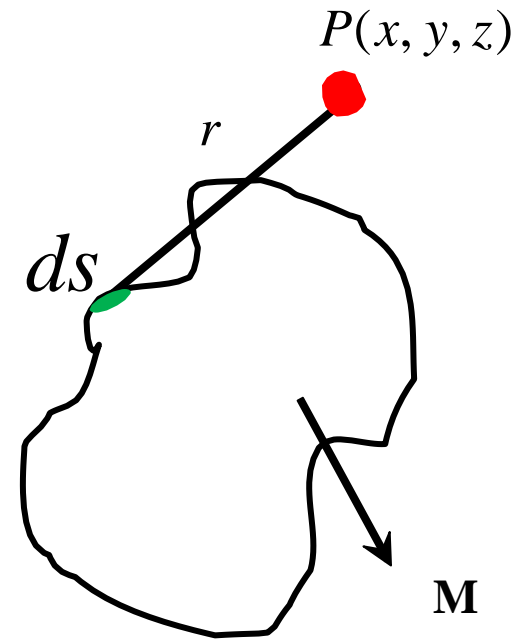
当均匀磁化时， $\mathbf{M}_Q = \mathbf{M}$ 为常矢量， $\operatorname{div}_Q \mathbf{M}_Q = 0$

$$U = \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{M}_Q \cdot \mathbf{n}_Q}{r} dS$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{ax} = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial x} = -\mu_0 \mathbf{i} \cdot \nabla_p U \\ H_{ay} = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial y} = -\mu_0 \mathbf{j} \cdot \nabla_p U \\ Z_a = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial z} = -\mu_0 \mathbf{k} \cdot \nabla_p U \\ T_a = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial t} = -\mu_0 \mathbf{t} \cdot \nabla_p U \end{array} \right.$$



1. 磁性体正演

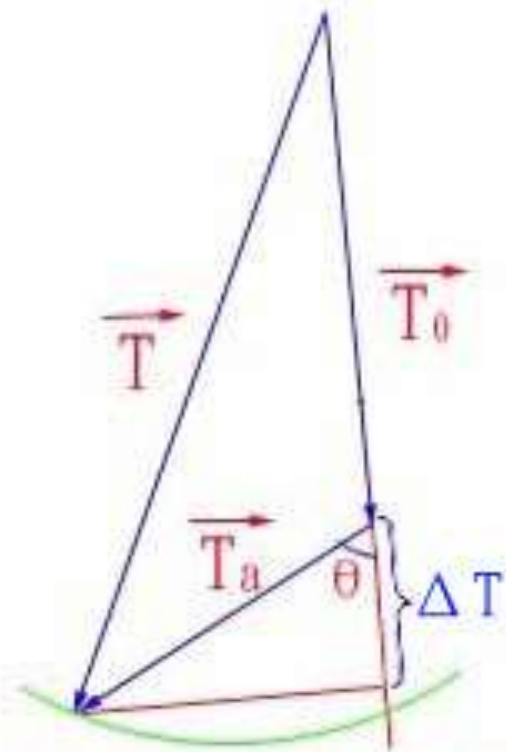
■ ΔT 的物理意义及其计算

磁异常磁感应强度矢量 \mathbf{T}_a 是磁感应强度 \mathbf{T} 与正常地磁感应强度 \mathbf{T}_0 的矢量差，即：

$$\mathbf{T}_a = \mathbf{T} - \mathbf{T}_0$$

ΔT :总磁场强度 \mathbf{T} 与正常地磁场 \mathbf{T}_0 的模量差：

$$\Delta T = |\mathbf{T}| - |\mathbf{T}_0|$$



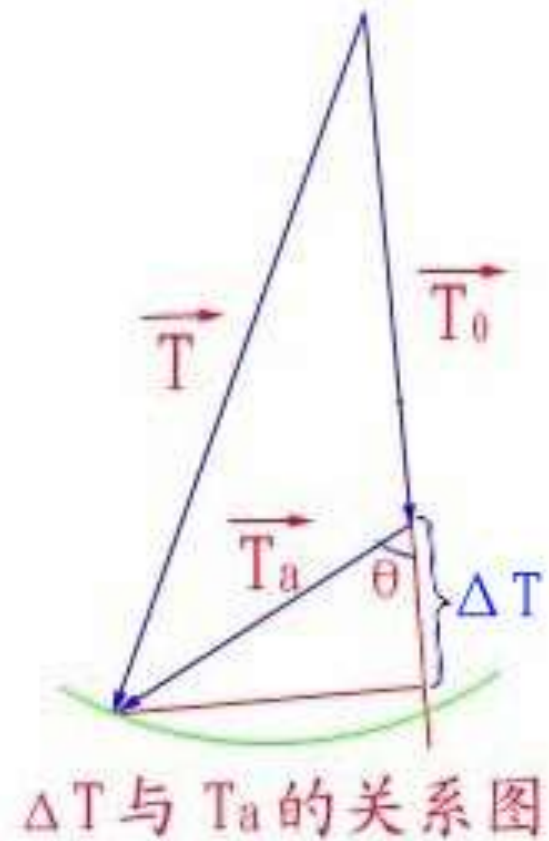
ΔT 与 T_a 的关系图

1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

$$|\mathbf{T}_a| \ll |\mathbf{T}_0|$$

$$\begin{aligned}\Delta T &= |\mathbf{T}| - |\mathbf{T}_0| \\ &\approx |\mathbf{T}_a| \cos \theta \\ &= \mathbf{T}_a \cos(\mathbf{T}_a, \mathbf{t}_0) \\ &= \mathbf{T}_a \cdot \mathbf{t}_0\end{aligned}$$

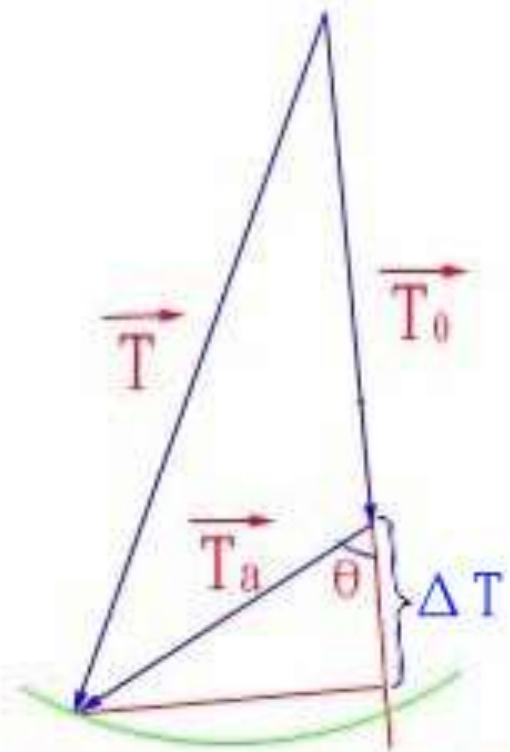


1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

$$\Delta T = |\mathbf{T}| - |\mathbf{T}_0| \approx |\mathbf{T}_a| \cos \theta$$

ΔT 就和 Z_a 、 H_{ax} 、 H_{ay} 的意义一样，都是 \mathbf{T}_a 在某个方向上的分量。



ΔT 与 T_a 的关系图

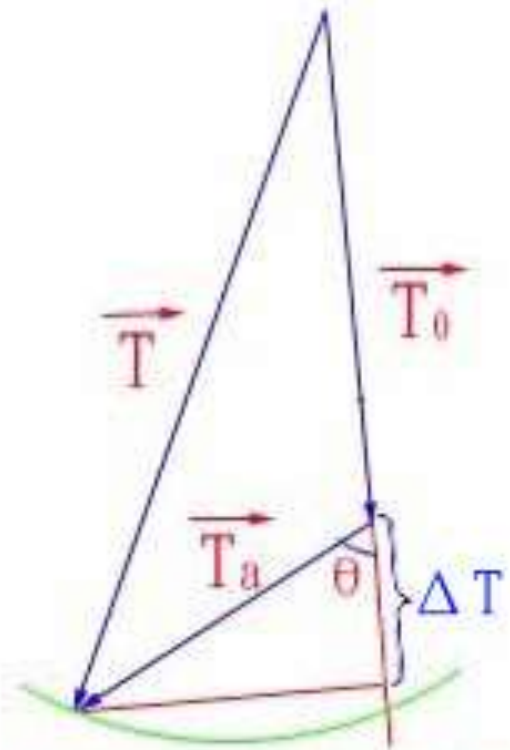
1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

$$\Delta T = |\mathbf{T}| - |\mathbf{T}_0| \approx |\mathbf{T}_a| \cos \theta$$

$$\mathbf{T}_a = H_{ax} \mathbf{i} + H_{ay} \mathbf{j} + Z_a \mathbf{k}$$

$$\Delta T \approx \mathbf{T}_a \cdot \mathbf{t}_0$$



ΔT 与 T_a 的关系图

1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

$$\mathbf{T}_a = H_{ax}\mathbf{i} + H_{ay}\mathbf{j} + Z_a\mathbf{k}$$

$$\Delta T \approx \mathbf{T}_a \cdot \mathbf{t}_0$$

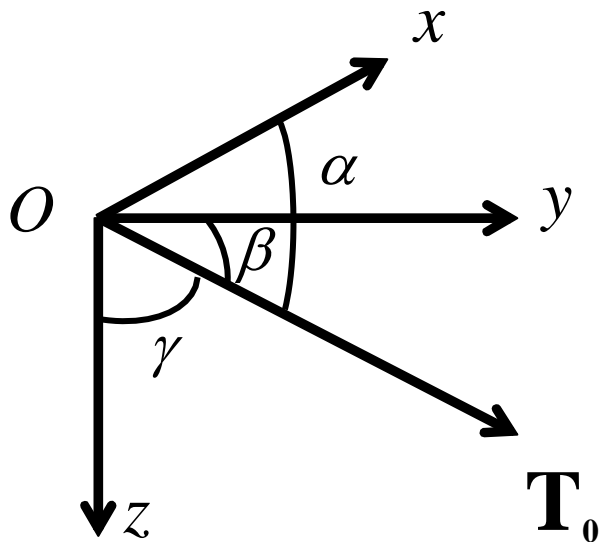
$$= \left(H_{ax}\mathbf{i} \cdot \mathbf{t}_0 + H_{ay}\mathbf{j} \cdot \mathbf{t}_0 + Z_a\mathbf{k} \cdot \mathbf{t}_0 \right)$$

$$= H_{ax} \cos \alpha + H_{ay} \cos \beta + Z_a \cos \gamma$$

1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

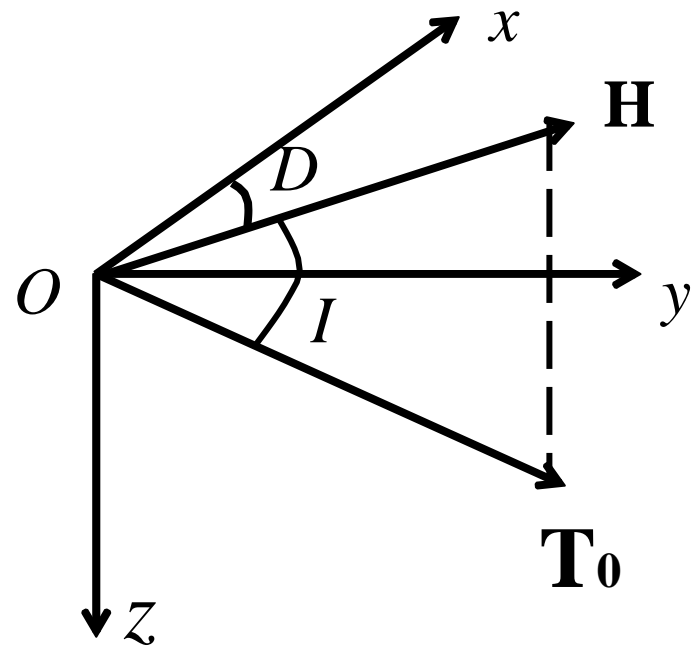
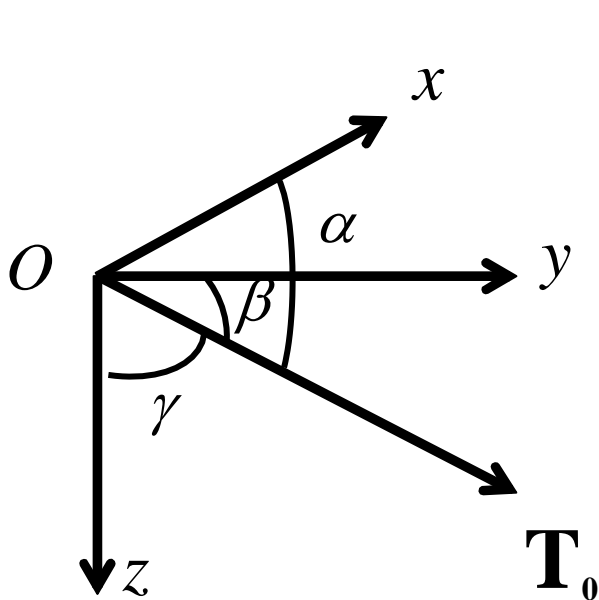
$$\Delta T = H_{ax} \cos \alpha + H_{ay} \cos \beta + Z_a \cos \gamma$$



1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

$$\Delta T = H_{ax} \cos \alpha + H_{ay} \cos \beta + Z_a \cos \gamma$$



1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

$$\begin{aligned}\Delta T &= H_{ax} \cos \alpha + H_{ay} \cos \beta + Z_a \cos \gamma \\ &= H_{ax} (\cos I \cos D) + H_{ay} (\cos I \sin D) + Z_a \sin I\end{aligned}$$

