



**Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο**  
**Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών**  
**ΔΠΜΣ Συστήματα Αυτοματισμού**

**Μάθημα: «Ευφυή Συστήματα Ελέγχου κ' Ρομποτικής»**

**Ομαδική Εργασία Εξαμήνου**  
**Προσαρμοστικός Έλεγχος Συστήματος Πολλαπλών Δεξαμενών**

**Μέλη Ομάδας – Α.Μ.:**

**Γεώργιος Κασσαβετάκης – 02121203**

**Γεώργιος Κρομμύδας – 02121208**

**Λάμπης Παπακώστας - 02121211**

**Αθήνα, Φεβρουάριος 2024**

# Δομή Παρουσίασης

1. Εισαγωγή.
2. Διάταξη Δεξαμενών και Μοντελοποίηση.
3. Σχεδιασμός Συστήματος Ελέγχου.
4. Ελεγκτής Κανόνα MIT.
5. Προσαρμοστικός Ελεγκτής Μοντέλου Αναφοράς.
6. Προσαρμοστικός Ελεγκτής Γραμμικοποίησης με Ανάδραση.
7. Προσαρμοστικός Ελεγκτής Οπισθοδρόμησης.
8. Βιβλιογραφία.

# 1. Εισαγωγή

- Κατασκευή συστήματος δεξαμενών.
- Μοντελοποίηση συστήματος.
- Έλεγχος στάθμης δεύτερης δεξαμενής.
- Σχεδιασμός προσαρμοστικών σχημάτων ελέγχου.
- Υλοποίηση και εφαρμογή σχημάτων στο πραγματικό σύστημα.

## 2. Διάταξη Δεξαμενών και Μοντελοποίηση

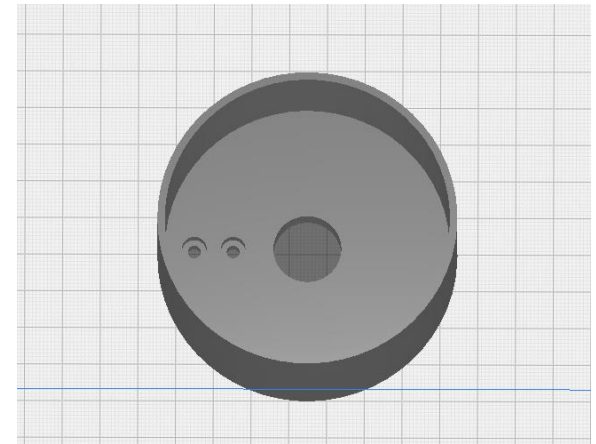


➤ Υλικά Συστήματος:

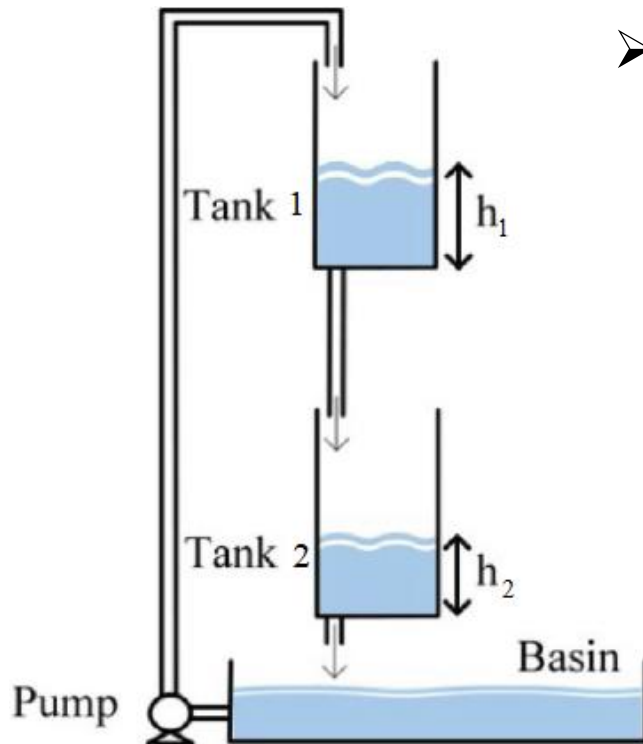
1. Μικροελεγκτής Arduino UNO Rev3
2. Load Cell -  $1kg$ .
3. Load Cell Amplifier - HX711.
4. Αντλία Νερού Mini Brushless Water Pump 12V DC 240L/h.
5. Dual Motor Driver Module L298N.
6. Pneumatic Plastic Connector - HVFF-4.
7. Pneumatic PU Tube 6x4mm Blue per Meter.

➤ Εκτυπωμένες βάσεις δεξαμενών.

➤ Μοντελοποίηση συστήματος δεξαμενών.



# Μη Γραμμικό Μοντέλο Συστήματος



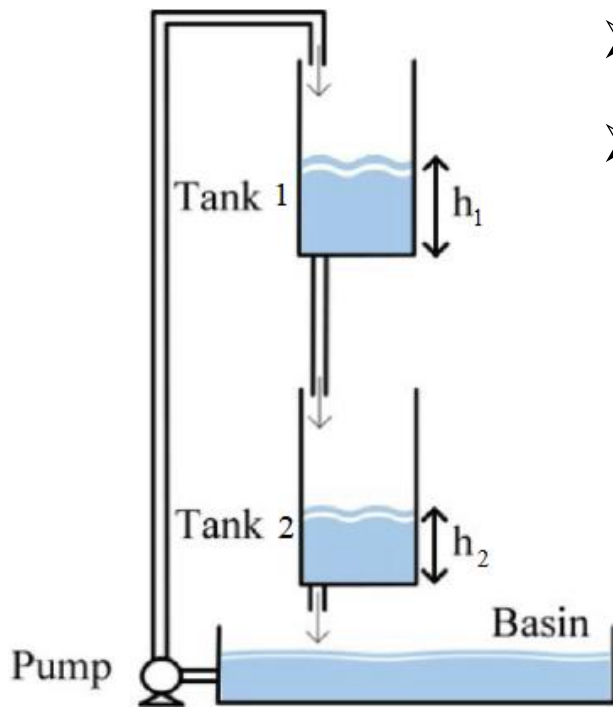
- Παραγωγή μοντέλου από Νόμο Bernoulli και Αρχή Διατήρησης της Μάζας.

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = f(h_1, h_2, u) = \begin{bmatrix} -\frac{a_1}{A} \sqrt{2gh_1} + \frac{K}{A} u \\ \frac{a_1}{A} \sqrt{2gh_1} - \frac{a_2}{A} \sqrt{2gh_2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1 \sqrt{h_1} + bu \\ \theta_1 \sqrt{h_1} - \theta_2 \sqrt{h_2} \end{bmatrix}$$

- Σημεία ισορροπίας μοντέλου.
$$\theta_i = \frac{a_i}{A} \sqrt{2g}, \quad i = 1, 2 \quad b = \frac{K}{A}$$
  - Για δοσμένο  $h_{1,e} \in \mathbb{R}$ .

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} u_e = \frac{\theta_1}{b} \sqrt{h_{1,e}} \\ h_{2,e} = \left( \frac{\theta_1}{\theta_2} \right)^2 h_{1,e} \end{cases}$$

# Γραμμηκοποιημένο Μοντέλο Συστήματος



- Γραμμικοποίηση γύρω από το σημείο ισορροπίας  $\mathbf{h}_e = [h_{1,e}, h_{2,e}]^T$ .
- Εφαρμογή αναπτύγματος Taylor.

$$\dot{x} = A_l x + B_l v$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\omega_1 & 0 \\ \omega_1 & -\omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 - h_{1,e} \\ h_2 - h_{2,e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} (u - u_e)$$

$$\omega_i = \frac{a_i}{A} \frac{g}{\sqrt{2gh_{i,e}}}, \quad i = 1, 2$$

$$b = \frac{K}{A}$$

# Συνάρτηση Μεταφοράς Μοντέλου

- Μετασχηματισμός γραμμικού μοντέλου γύρω από το σημείο ισορροπίας  $x_e = (0,0)$ .

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\omega_1 & 0 \\ \omega_1 & -\omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} v$$

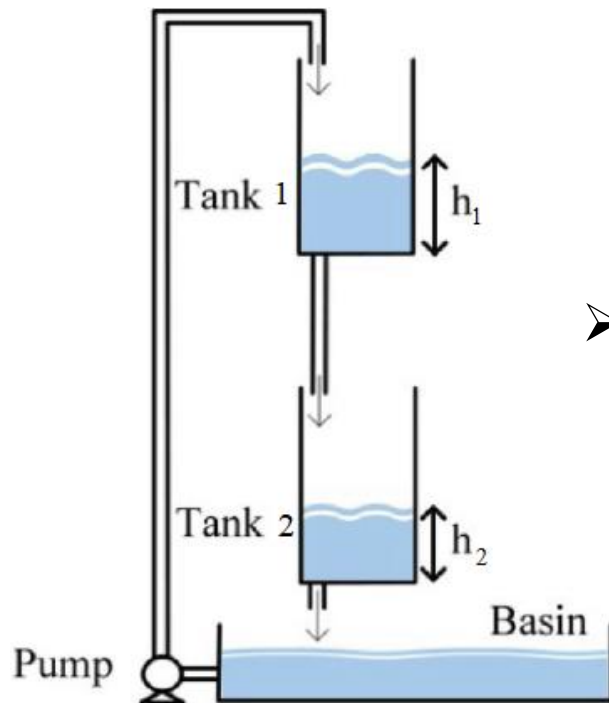
- Υπολογισμός συνάρτησης μεταφοράς.

$$\frac{X(s)}{V(s)} = (sI_2 - A_l)^{-1}B = \frac{1}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)} \begin{bmatrix} s + \omega_2 & 0 \\ \omega_1 & s + \omega_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$$

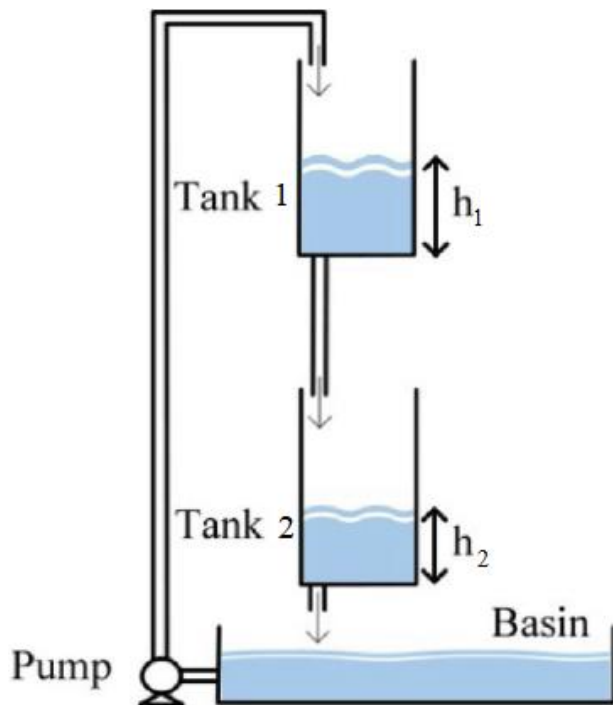
$$\frac{X_2(s)}{V(s)} = \frac{b\omega_1}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)}$$

$$\frac{X_1(s)}{V(s)} = \frac{b}{s + \omega_1}$$

$$\frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{\omega_1}{s + \omega_2}$$



# Παραλλαγή Γραμμικοποιήμενου Μοντέλου



- Μετασχηματισμός συνάρτησης μεταφοράς  $\frac{X_2(s)}{V(s)}$  στον χώρο κατάστασης.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_1\omega_2 & -\omega_1 - \omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b\omega_1 \end{bmatrix} v$$

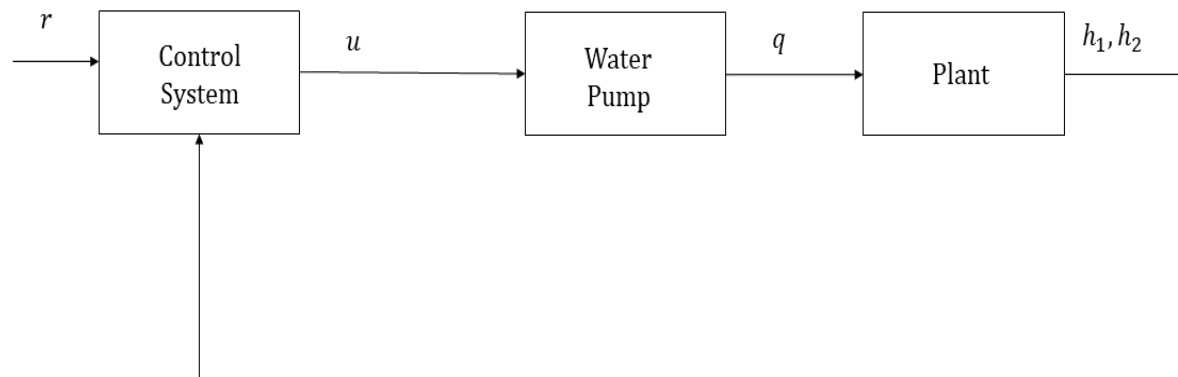
- Δεν χρειάζεται η μέτρηση της στάθμης  $h_1$ .
- Χρησιμοποιείται στην εφαρμογή του ΠΕΜΑ.
- Επίτευξη συνθηκών ταύτισης με μοντέλο αναφοράς.

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \tilde{a}_1 & \tilde{a}_2 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{b} \end{bmatrix} (u - u_e)$$

$$\text{όπου } z = [x_2 \quad \dot{x}_2]^T, \quad \tilde{a}_1 = -\omega_1\omega_2, \quad \tilde{a}_2 = -\omega_1 - \omega_2, \quad \tilde{b} = b\omega_1$$



### 3. Σχεδιασμός Συστήματος Ελέγχου



- Δημιουργία κατάλληλων εντολών τάσης για την αντλία.
- Εφαρμογή προσαρμοστικών νόμων ελέγχου.
- Αναγνώριση παραμέτρων συστήματος.

## 4. Ελεγκτής Κανόνα MIT

➤ Χρήση του γραμμικοποιημένου μοντέλου για έλεγχο.

➤ Επιθυμητή λειτουργία συστήματος με βάσει ενός μοντέλου αναφοράς.  $M(s) = \frac{a_{2m}}{s^2 + a_{1m}s + a_{2m}}$

➤ Νόμος Ελέγχου...

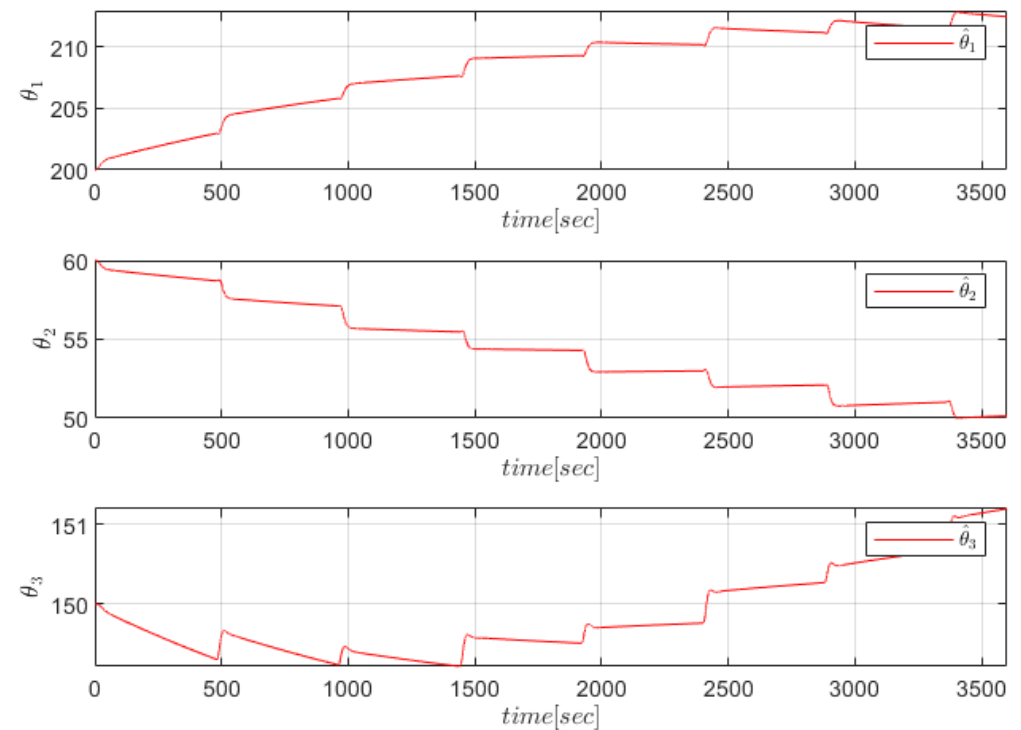
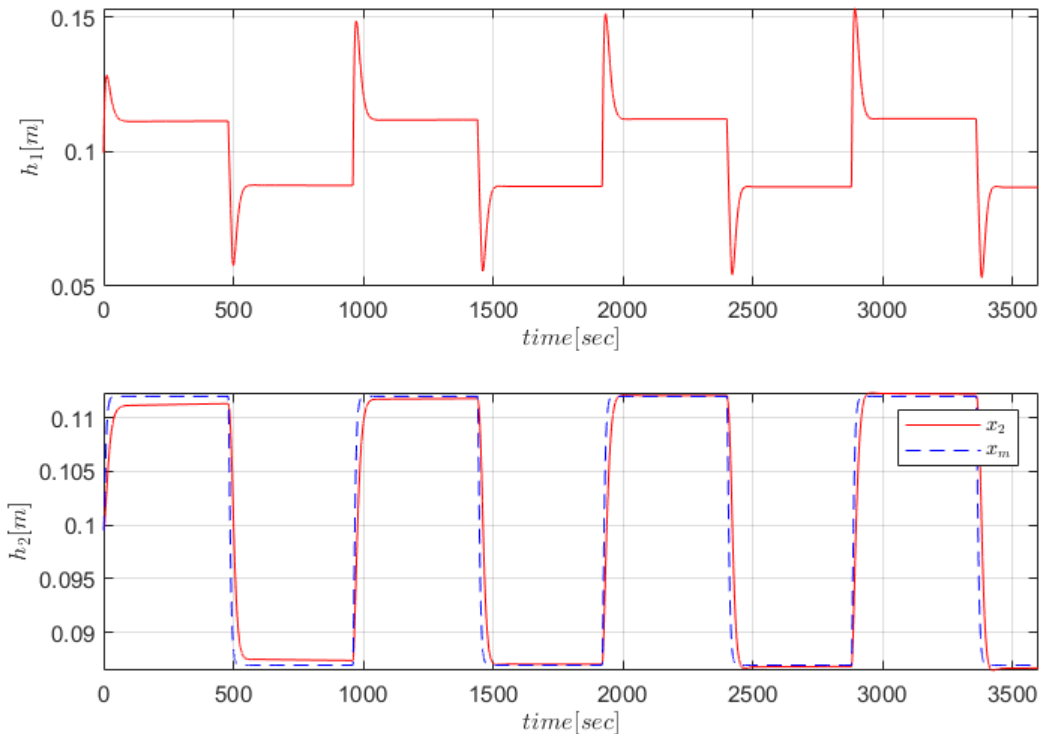
$$u = \theta_1 r - \theta_2 x_1 - \theta_3 x_2, \quad x_i = h_i - h_{i,e} \quad r = h_{2,d} - h_{2,e}$$

➤ Σφάλμα παρακολούθησης μοντέλου αναφοράς.  $e = x_2 - x_m$

➤ Νόμοι προσαρμογής.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 &= -\gamma_1 e \left( \frac{a_{2m}}{s^2 + a_{1m}s + a_{2m}} \right) r \\ \dot{\theta}_2 &= \gamma_2 e \left( \frac{a_{2m}}{s^2 + a_{1m}s + a_{2m}} \right) x_1 \\ \dot{\theta}_3 &= \gamma_3 e \left( \frac{a_{2m}}{s^2 + a_{1m}s + a_{2m}} \right) x_2 \end{aligned} \quad \gamma_i = \frac{b\omega_1}{\alpha_{2m}} \tilde{\gamma}_i$$

# Προσομοίωση Κανόνα του MIT



# Πειραματική Μέτρηση Κανόνα του MIT

# 5. Προσαρμοστικός Ελεγκτής Μοντέλου Αναφοράς

- Χρήση του γραμμικοποιημένου μοντέλου για έλεγχο.
- Επιθυμητή λειτουργία συστήματος με βάσει ενός μοντέλου αναφοράς.

$$\dot{x}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{2m} & -a_{1m} \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} 0 \\ a_{2m} \end{bmatrix} r$$

- Χρήση έμμεσου MRAC → Εκτίμηση Κερδών Ελεγκτή.

$$u = K_x^T x + K_r r$$

$$x = [h_2 - h_{2,e}, \dot{h}_2]^T \quad r = h_{2,d} - h_{2,e}$$

- Συνθήκες ταύτισης μοντέλου αναφοράς.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \tilde{a}_1 + \tilde{b}K_{x_1}^* & \tilde{a}_2 + \tilde{b}K_{x_2}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{2m} & -a_{1m} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{b}K_r^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{2m} \end{bmatrix}$$

# Νόμοι Προσαρμογής Ελεγκτή

- Παραγόμενο δυναμικό μοντέλο σφάλματος.

$$\dot{e} = A_m e + \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{b} \end{bmatrix} (\tilde{K}_x^T x + \tilde{K}_r r)$$

- Υποψήφια συνάρτηση Lyapunov.

$$V(e, \tilde{K}_x, \tilde{K}_r) = e^T P e + \left( \tilde{K}_x^T \Gamma_x^{-1} \tilde{K}_x + \frac{1}{\gamma_r} \tilde{K}_r^2 \right) \tilde{b}$$

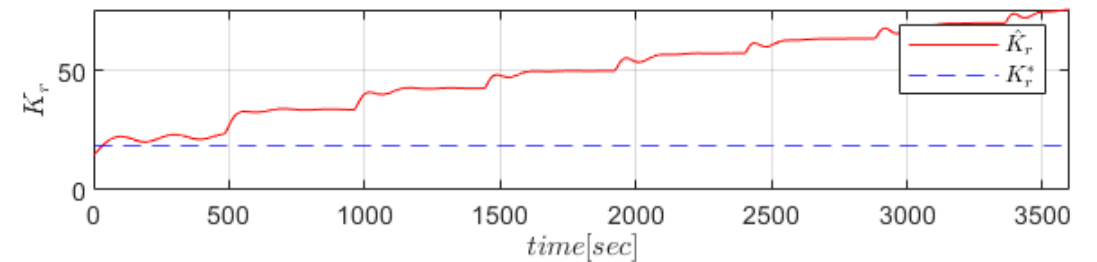
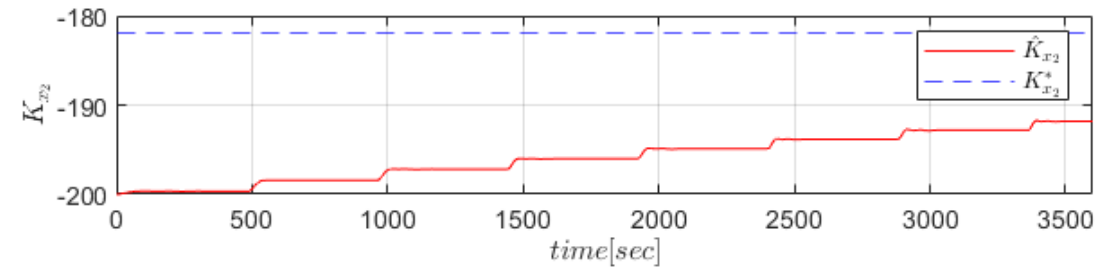
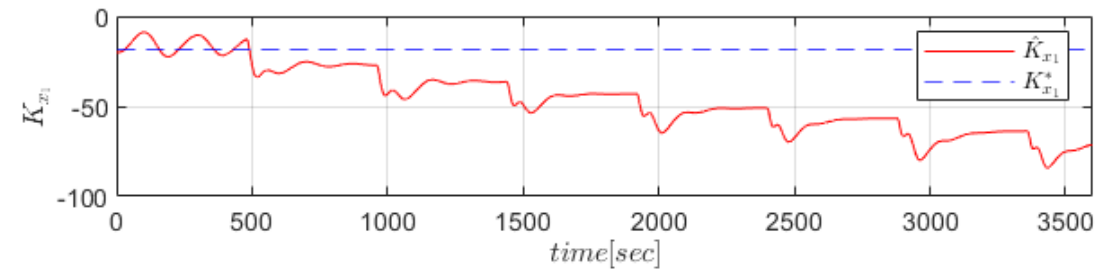
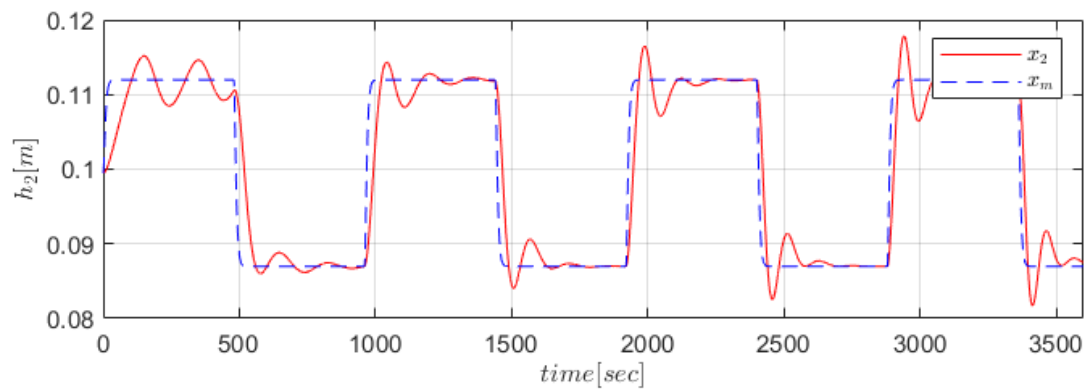
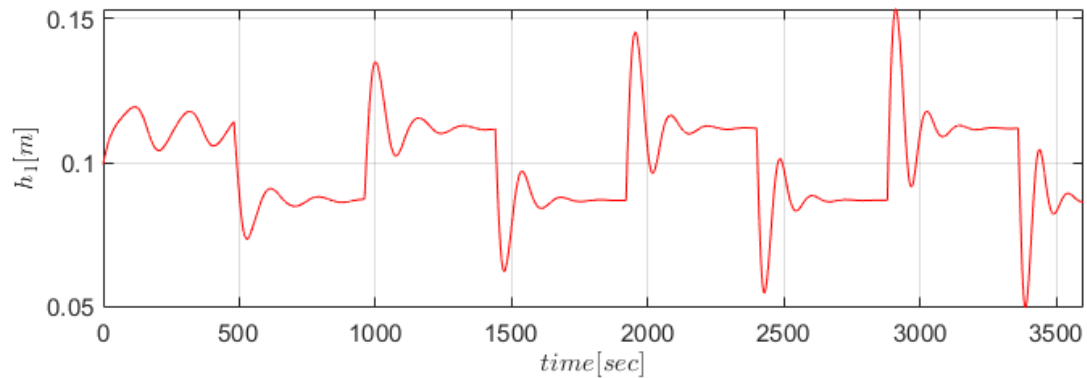
$$\Gamma_x = \Gamma_x^T > 0, \gamma_r > 0, P = P^T > 0 \text{ με } A_m^T P + P A_m = -Q, Q = Q^T > 0$$

- Νόμοι προσαρμογής.
- Χρήση τελεστή προβολής για εξάλειψη του φαινομένου απόκλισης παραμέτρων.

$$\dot{\hat{K}}_x = -\Gamma_x \text{Proj} \left( \hat{K}_x, x e^T P \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$\dot{\hat{K}}_r = -\gamma_r \text{Proj} \left( \hat{K}_r, r e^T P \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

# Προσομοίωση ΠΕΜΑ



# Πειραματική Μέτρηση ΠΕΜΑ



## 6. Προσαρμοστικός Ελεγκτής Γραμμικοποίησης με Ανάδραση

- Γενικευμένη μορφή συστήματος.

$$\dot{h} = f_l(h) + g(h)u \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1 \sqrt{h_1} \\ \theta_1 \sqrt{h_1} - \theta_2 \sqrt{h_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K \\ \frac{K}{A} \\ 0 \end{bmatrix} u$$

- Εφαρμογή Γραμμικοποίησης Εισόδου – Κατάστασης.
- Χρήση άλγεβρας Lie.
- Τοπική Συνθήκη Ελεγχσιμότητας

$$\mathcal{C} = [g \quad \text{ad}_{f_l} g] = \begin{bmatrix} \frac{K}{A} & \frac{K}{A} \theta_1 \dot{\phi}(h_1) \\ 0 & -\frac{K}{A} \theta_1 \dot{\phi}(h_1) \end{bmatrix} \quad \det(\mathcal{C}) = -\frac{K^2}{A^2} \theta_1 \dot{\phi}_1(h_1) \neq 0$$

- Συνθήκη ενεληκτικού συνόλου.
- Σύνολο  $\{g\}$  ενεληκτικό, περιέχει σταθερές ποσότητες.

# Γραμμικοποίηση Εισόδου - Κατάστασης

- Επιλογή νέας μεταβλητής κατάστασης.

$$\nabla z_1 g = 0, \quad \nabla z_1 \text{ad}_{f_l} g \neq 0$$

$$\frac{\partial z_1}{\partial h_1} = 0, \quad \frac{\partial z_1}{\partial h_2} \frac{K}{A} \theta_1 \dot{\phi}_1(h_1) \neq 0 \Rightarrow \frac{\partial z_1}{\partial h_2} \neq 0$$

$$z_1 = h_2$$

- Επιλογή δεύτερης μεταβλητής κατάστασης.

$$z_2 = \dot{z}_1 = L_f z_1 = \nabla z_1 f(h_1, h_2) = \theta_1 \sqrt{h_1} - \theta_2 \sqrt{h_2}$$

- Μετασχηματισμένο σύστημα μέσω γραμμικοποίησης.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_2 \\ \theta_1 \sqrt{h_1} - \theta_2 \sqrt{h_2} \end{bmatrix}$$

# Νόμος Ελέγχου Μεθόδου (1)

- Τροποποιημένο σύστημα με βάση την αρχή της αβεβαιότητας.

$$\begin{aligned}z_1 &= h_2 \\ \dot{z}_1 &= z_2 + \tilde{\theta}_1\sqrt{h_1} - \tilde{\theta}_2\sqrt{h_2} \\ z_2 &= \hat{\theta}_1\sqrt{h_1} - \hat{\theta}_2\sqrt{h_2}\end{aligned}$$

- Χρήση σχέσεων  $\theta_i = \tilde{\theta}_i + \hat{\theta}_i$ ,  $\tilde{b} = b - \hat{b}$ .

$$\dot{z}_2 = \dot{\hat{\theta}}_1\sqrt{h_1} - \dot{\hat{\theta}}_2\sqrt{h_2} + \frac{\hat{\theta}_1}{2\sqrt{h_1}}(-\theta_1\sqrt{h_1} + \hat{b}u + \tilde{b}u) - \frac{\hat{\theta}_2}{2\sqrt{h_2}}(\theta_1\sqrt{h_1} - \theta_2\sqrt{h_2})$$

- Νόμος ελέγχου γραμμικοποίησης.

$$u = \frac{1}{\hat{b}} \left( \hat{\theta}_1\sqrt{h_1} + \frac{2}{\hat{\theta}_1\sqrt{h_1}} \left( v - \dot{\hat{\theta}}_1\sqrt{h_1} + \dot{\hat{\theta}}_2\sqrt{h_2} + \frac{\hat{\theta}_2}{2} \left( \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} - \hat{\theta}_2 \right) \right) \right)$$

## Νόμος Ελέγχου Μεθόδου (2)

- Αλλαγή παραγώγου μεταβλητής κατάστασης.

$$\dot{z}_2 = v - \frac{\hat{\theta}_1 \tilde{\theta}_2}{2} - \frac{\hat{\theta}_2}{2\sqrt{h_1}} (\tilde{\theta}_1 \sqrt{h_1} - \tilde{\theta}_2 \sqrt{h_2}) + \hat{\theta}_1 \tilde{b} u$$

- Επιλογή γραμμικού νόμου ελέγχου.

$$v = \dot{z}_{2,d} - K_1(z_1 - z_{1,d}) - K_2(z_2 - z_{2,d})$$

- Δυναμική Συστήματος.

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_1 & -K_2 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ k_r \end{bmatrix} r + [H_1 \quad H_2 \quad H_3] \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1 \\ \tilde{\theta}_2 \\ \tilde{b} \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{h_1} \\ -0.5\hat{\theta}_1 & -0.5\hat{\theta}_2 \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} -\sqrt{h_2} \\ 0.5\hat{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad H_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\hat{\theta}_1}{2\sqrt{h_1}} u \end{bmatrix}$$

# Νόμος Ελέγχου Μεθόδου (3)

- Μοντέλο αναφοράς.

$$\dot{z}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_1 & -K_2 \end{bmatrix} z_m + \begin{bmatrix} 0 \\ k_r \end{bmatrix} r$$

- Δυναμική συστήματος σφάλματος.

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_1 & -K_2 \end{bmatrix} e + \tilde{\theta}_1 H_1 + \tilde{\theta}_2 H_2 + \tilde{b} H_3$$

- Υποψήφια συνάρτηση Lyapunov.

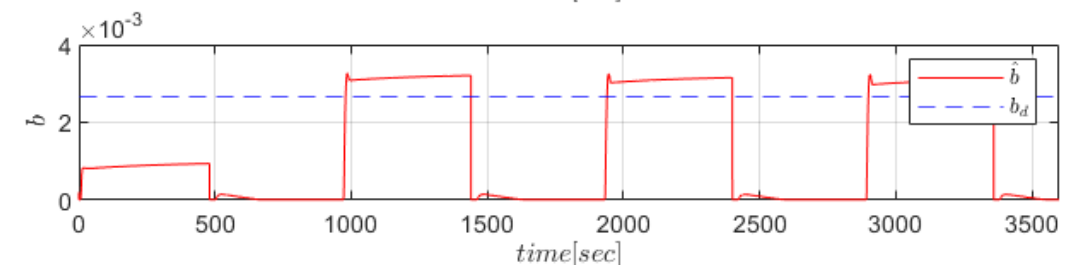
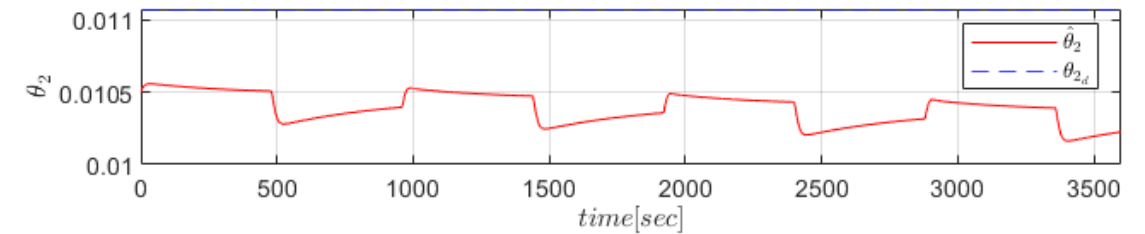
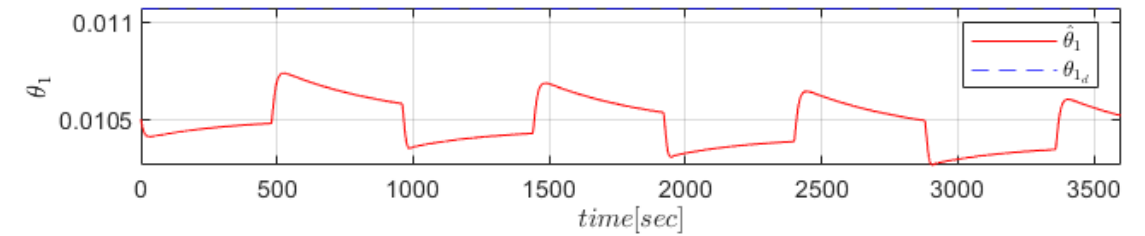
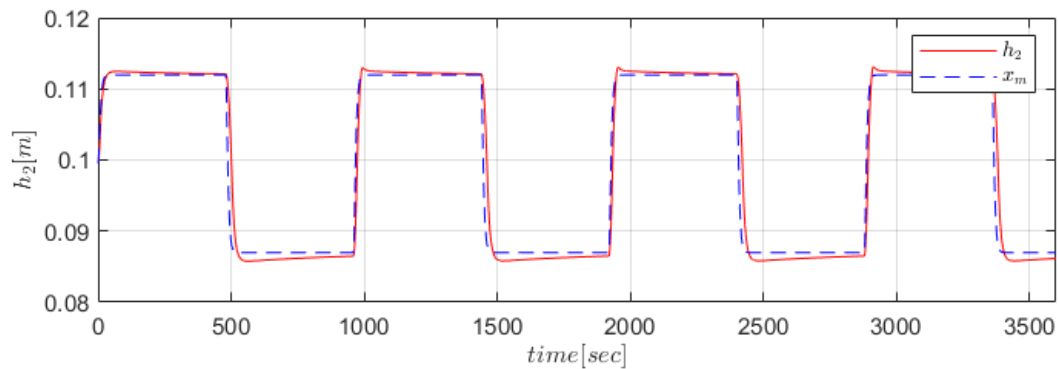
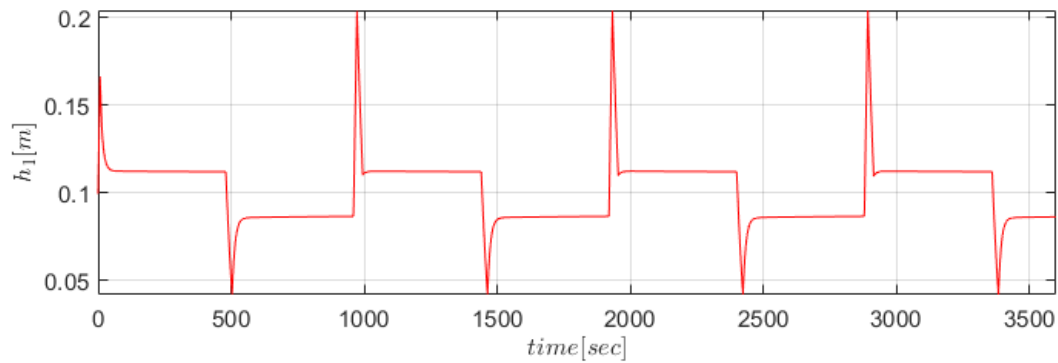
$$V(e, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{b}) = e^T P e + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^2 + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_2^2 + \frac{1}{\gamma_3} \tilde{b}^2$$

$$\gamma_i > 0, P = P^T > 0 \text{ με } A_m^T P + P A_m = -Q, Q = Q^T > 0$$

- Νόμοι προσαρμογής.

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \gamma_1 \text{Proj}(\hat{\theta}_1, H_1^T P e) \quad \dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma_2 \text{Proj}(\hat{\theta}_2, H_2^T P e) \quad \dot{\hat{b}} = \gamma_3 \text{Proj}(\hat{b}, H_3^T P e)$$

# Προσομοίωση ΠΕΓΑ



# Πειραματική Μέτρηση ΠΕΓΑ

# 7. Προσαρμοστικός Ελεγκτής Οπισθοδρόμησης

- Χρήση μη γραμμικού μοντέλου για την εφαρμογή της μεθόδου οπισθοδρόμησης.

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\hat{\theta}_1 \sqrt{h_1} \\ \hat{\theta}_1 \sqrt{h_1} - \hat{\theta}_2 \sqrt{h_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K \\ \frac{K}{A} \\ 0 \end{bmatrix} u$$

- Σημείο αναφοράς  $(h_{1d}, h_{2d})$  με σφάλματα.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{h}_1 - \dot{h}_{1d} \\ \dot{h}_2 - \dot{h}_{2d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\hat{\theta}_1 \sqrt{h_1} \\ \hat{\theta}_1 \sqrt{h_1} - \hat{\theta}_2 \sqrt{h_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u - \begin{bmatrix} \dot{h}_{1d} \\ \dot{h}_{2d} \end{bmatrix}$$

- Εικονική είσοδος ελέγχου  $h_1$ .
- Μετασχηματισμός κατάστασης συστήματος.
- Νέες μεταβλητές κατάστασης.

$$\xi_1 = e_2 = h_2 - h_{2d}$$

$$\dot{\xi}_1 = -K_1 \xi_1 + \xi_2$$



# Εύρεση Νόμων Προσαρμογής (1)

$$\xi_2 = a_1(\xi_1, h_1, h_2, \dot{h}_{2d}, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = K_1 \xi_1 + \hat{\theta}_1 \sqrt{h_1} - \hat{\theta}_2 \sqrt{h_2} - \dot{h}_{2d}$$

➤ Χρήση σχέσης  $\theta_i = \tilde{\theta}_i + \hat{\theta}_i$ .  $K_2 > K_1 > 0$ .

$$\dot{\xi}_2 = a_2 + \frac{\hat{\theta}_1}{2\sqrt{h_1}} \hat{b}u + \tilde{\theta}_1 \beta_1 + \tilde{\theta}_2 \beta_2 + \tilde{b} \beta_3 + \dot{\hat{\theta}}_1 \sqrt{h_1} - \dot{\hat{\theta}}_2 \sqrt{h_2}$$

$$a_2(\xi_1, \xi_2, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ddot{h}_{2d}) = -K_1^2 \xi_1 + K_1 \xi_2 - \ddot{h}_{2d} + \frac{\dot{\hat{\theta}}_2^2 - \dot{\hat{\theta}}_1^2}{2} - \frac{\hat{\theta}_1 \hat{\theta}_2}{2} \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

$$\beta_1(\xi_1, \xi_2, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = K_1 \sqrt{h_1} - \frac{\hat{\theta}_1}{2} - \frac{\hat{\theta}_2}{2} \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

$$\beta_2(\xi_1, \xi_2, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = -K_1 \sqrt{h_2} + \frac{\hat{\theta}_2}{2}$$

$$\beta_3(\xi_1, \xi_2, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, u) = \frac{\hat{\theta}_1}{2\sqrt{h_1}} u$$

# Εύρεση Νόμων Προσαρμογής (2)

- Επιλογή υποψήφιας συνάρτησης Lyapunov.

$$V(\xi_1, \xi_2, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{b}) = \frac{1}{2}\xi_1^2 + \frac{1}{2}\xi_2^2 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{\theta}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{\theta}_2^2 + \frac{1}{2\gamma_3}\tilde{b}^2$$

- Νόμοι προσαρμογής.

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \gamma_1 Proj(\hat{\theta}_1, \xi_1\sqrt{h_1} + \xi_2\beta_1)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma_2 Proj(\hat{\theta}_2, -\xi_1\sqrt{h_2} + \xi_2\beta_2)$$

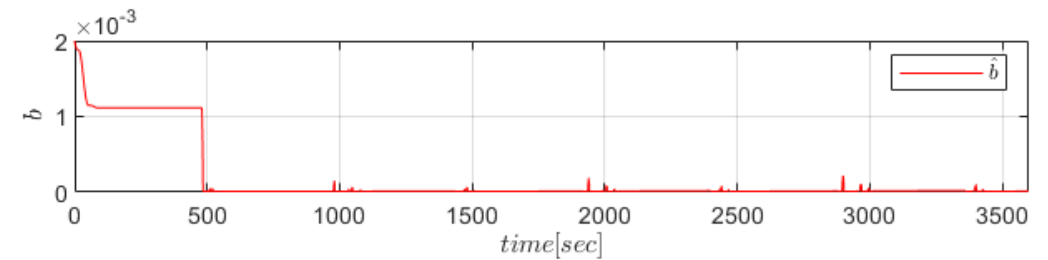
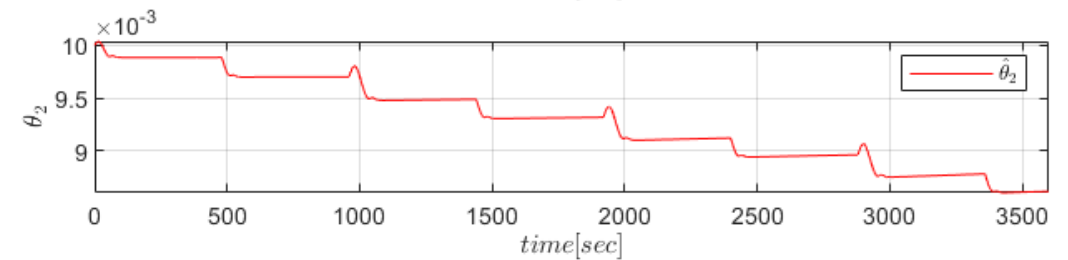
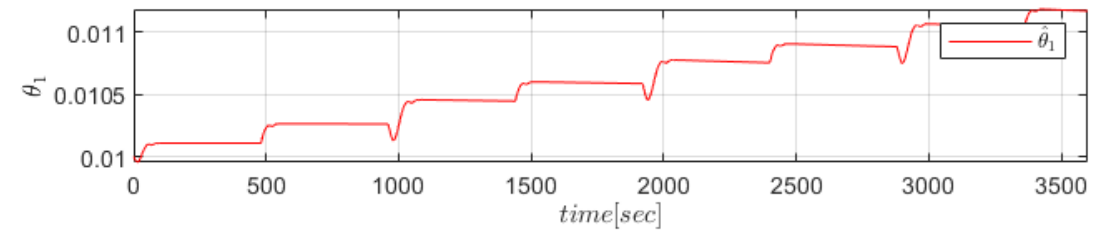
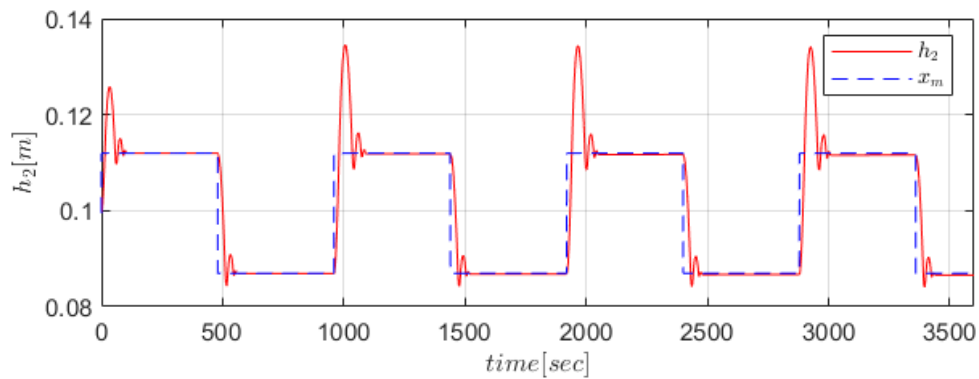
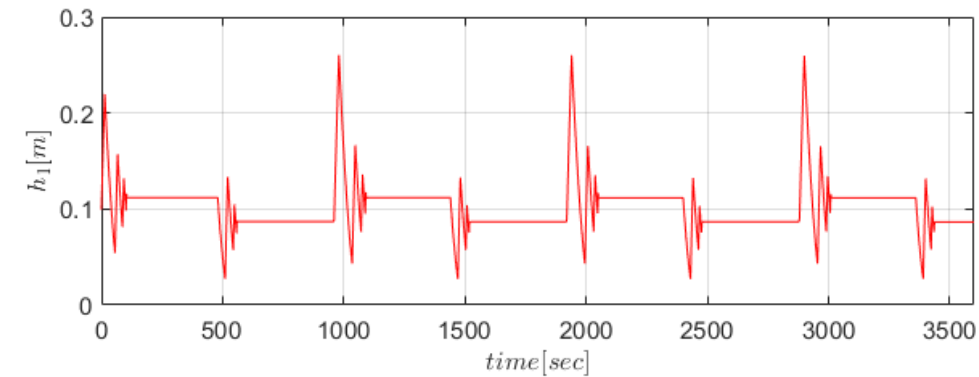
$$\dot{\hat{b}} = \gamma_3 Proj(\hat{b}, \xi_2\beta_3)$$

- Επιλογή νόμου ελέγχου.

$$u = \frac{2\sqrt{h_1}}{\hat{b}\hat{\theta}_1} \left( -\xi_1 - a_2 - \dot{\hat{\theta}}_1\sqrt{h_1} + \dot{\hat{\theta}}_2\sqrt{h_2} - K_2\xi_2 \right)$$

- Ευστάθεια γύρω από το σημείο ισορροπίας  $(\xi_1, \xi_2) = (0,0) \rightarrow (e_1, e_2) = (0,0)$ .


# Προσομοίωση Προσαρμοστικού Ελεγκτή Οπισθοδρόμησης



# Πειραματική Μέτρηση Προσαρμοστικού Ελεγκτή Οπισθοδρόμησης

## 8. Βιβλιογραφία

- [1] Petros A. Ioannou and Jing Sun. *Robust Adaptive Control*. Dover Publications, 2012. isbn:978- 0486498171.
- [2] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. 3rd Edition. Pearson, 2001. isbn: 978-0130673893.
- [3] Jay A. Farrell and Marios M. Polycarpou. *Adaptive Approximation Based Control: Unifying Neural, Fuzzy and Traditional Adaptive Approximation Approaches*. John Wiley Sons, Inc., 2006. isbn: 978-0-471-72788-0. doi: 10.1007/978-0-471- 72788-0.
- [4] Jean-Jacques E. Slotine και Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991. isbn:0-13-040890-5.
- [5] K. Astrom and A.-B. Ostberg. “A teaching laboratory for process control”. In: IEEE Control Systems Magazine 6.5 (1986), pp. 37–42. doi: 10.1109/MCS.1986. 1105142.



**Σας Ευχαριστούμε!!**  
**Ερωτήσεις;**