



# Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

## Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών

### ΔΠΜΣ Συστήματα Αυτοματισμού

Μάθημα: «Ευφυή Συστήματα Ελέγχου κ' Ρομποτικής»

**Ομαδική Εργασία Εξαμήνου**  
**Προσαρμοστικός Έλεγχος Συστήματος Πολλαπλών Δεξαμενών**

Μέλη Ομάδας – Α.Μ.:

Γεώργιος Κασσαβετάκης – 02121203

Γεώργιος Κρομμύδας – 02121208

Λάμπης Παπακώστας - 02121211

Αθήνα, Φεβρουάριος 2024

# Δομή Παρουσίασης

1. Εισαγωγή.
2. Διάταξη Δεξαμενών και Μοντελοποίηση.
3. Σχεδιασμός Συστήματος Ελέγχου.
4. Ελεγκτής Κανόνα ΜΙΤ.
5. Προσαρμοστικός Ελεγκτής Μοντέλου Αναφοράς.
6. Προσαρμοστικός Ελεγκτής Γραμμικοποίησης με Ανάδραση.
7. Προσαρμοστικός Ελεγκτής Οπισθοδρόμησης.
8. Συμπεράσματα – Αξιολόγηση Συστήματος.
9. Βιβλιογραφία.

# 1. Εισαγωγή

- Κατασκευή συστήματος δεξαμενών.
- Μοντελοποίηση συστήματος.
- Έλεγχος στάθμης δεύτερης δεξαμενής.
- Σχεδιασμός προσαρμοστικών σχημάτων ελέγχου.
- Υλοποίηση και εφαρμογή σχημάτων στο πραγματικό σύστημα.

## 2. Διάταξη Δεξαμενών και Μοντελοποίηση



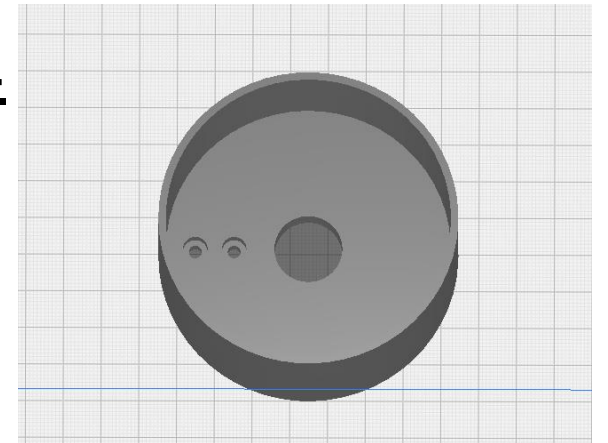
Σχήμα 1. Συνολική Διάταξη Δεξαμενών.

➤ Υλικά Συστήματος:

1. Μικροελεγκτής Arduino UNO Rev3
2. Load Cell -  $1kg$ .
3. Load Cell Amplifier - HX711.
4. Αντλία Νερού Mini Brushless Water Pump 12V DC 240L/h.
5. Dual Motor Driver Module L298N.
6. Pneumatic Plastic Connector - HVFF-4.
7. Pneumatic PU Tube 6x4mm Blue per Meter.

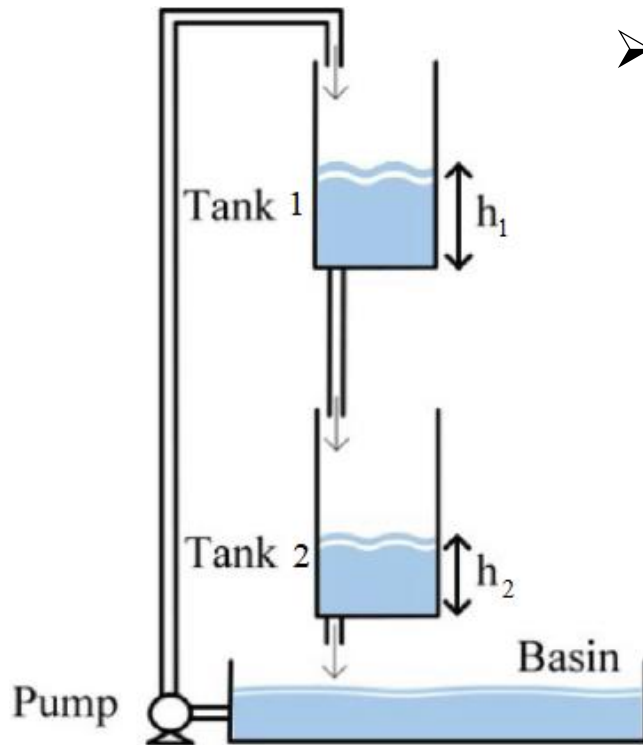
➤ Εκτυπωμένες βάσεις δεξαμενών.

➤ Μοντελοποίηση συστήματος δεξαμενών.



Σχήμα 2. Βάσεις Στήριξης Δεξαμενών.

# Μη Γραμμικό Μοντέλο Συστήματος



Σχήμα 3. Σχεδιάγραμμα Συστήματος Δεξαμενών.

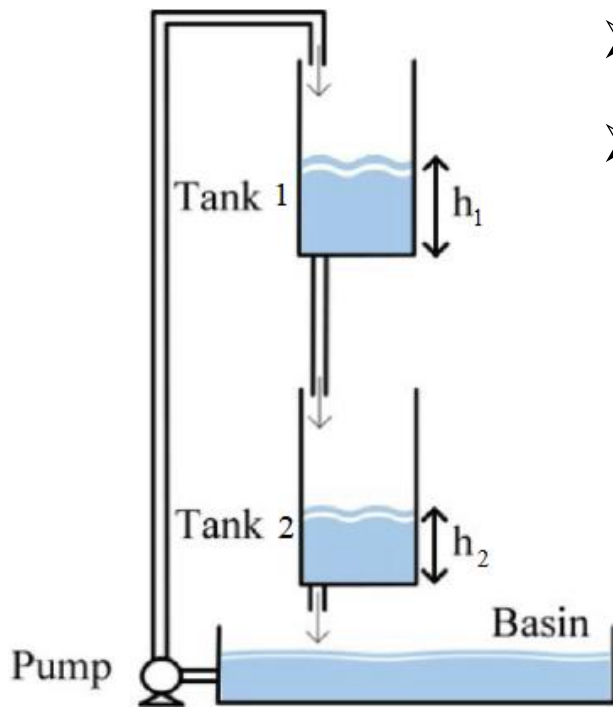
- Παραγωγή μοντέλου από Νόμο Bernoulli και Αρχή Διατήρησης της Μάζας.

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = f(h_1, h_2, u) = \begin{bmatrix} -\frac{a_1}{A} \sqrt{2gh_1} + \frac{K}{A} u \\ \frac{a_1}{A} \sqrt{2gh_1} - \frac{a_2}{A} \sqrt{2gh_2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1 \sqrt{h_1} + bu \\ \theta_1 \sqrt{h_1} - \theta_2 \sqrt{h_2} \end{bmatrix}$$

- Σημεία ισορροπίας μοντέλου.
$$\theta_i = \frac{a_i}{A} \sqrt{2g}, \quad i = 1, 2 \quad b = \frac{K}{A}$$
  - Για δοσμένο  $h_{1,e} \in \mathbb{R}$ .

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} u_e = \frac{\theta_1}{b} \sqrt{h_{1,e}} \\ h_{2,e} = \left( \frac{\theta_1}{\theta_2} \right)^2 h_{1,e} \end{cases}$$

# Γραμμηκοποιημένο Μοντέλο Συστήματος



Σχήμα 3. Σχεδιάγραμμα Συστήματος Δεξαμενών.

- Γραμμικοποίηση γύρω από το σημείο ισορροπίας  $\mathbf{h}_e = [h_{1,e}, h_{2,e}]^T$ .
- Εφαρμογή αναπτύγματος Taylor.

$$\dot{x} = A_l x + B_l v$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\omega_1 & 0 \\ \omega_1 & -\omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 - h_{1,e} \\ h_2 - h_{2,e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} (u - u_e)$$

$$\omega_i = \frac{a_i}{A} \frac{g}{\sqrt{2gh_{i,e}}}, \quad i = 1, 2$$

$$b = \frac{K}{A}$$

# Συνάρτηση Μεταφοράς Μοντέλου

- Μετασχηματισμός γραμμικού μοντέλου γύρω από το σημείο ισορροπίας  $\mathbf{x}_e = [0, 0]^T$ .

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -\omega_1 & 0 \\ \omega_1 & -\omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} v$$

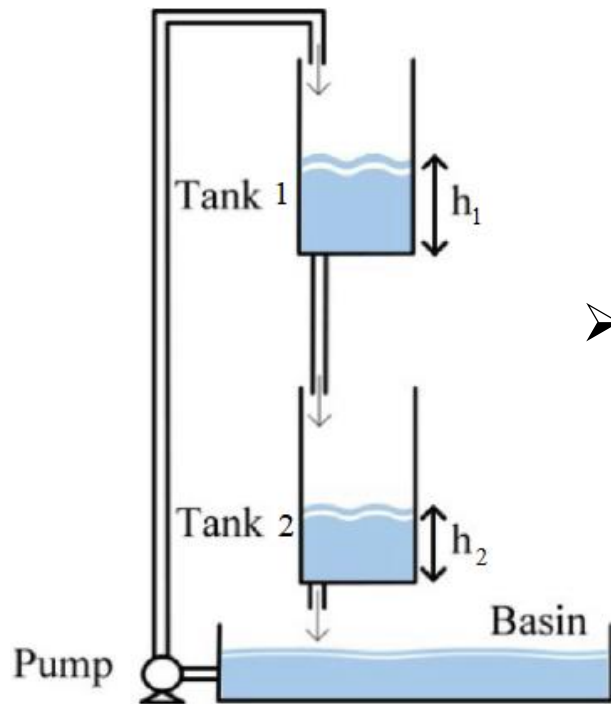
- Υπολογισμός συνάρτησης μεταφοράς.

$$\frac{X(s)}{V(s)} = (sI_2 - A_l)^{-1}B = \frac{1}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)} \begin{bmatrix} s + \omega_2 & 0 \\ \omega_1 & s + \omega_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{X_2(s)}{V(s)} = \frac{b\omega_1}{(s + \omega_1)(s + \omega_2)}$$

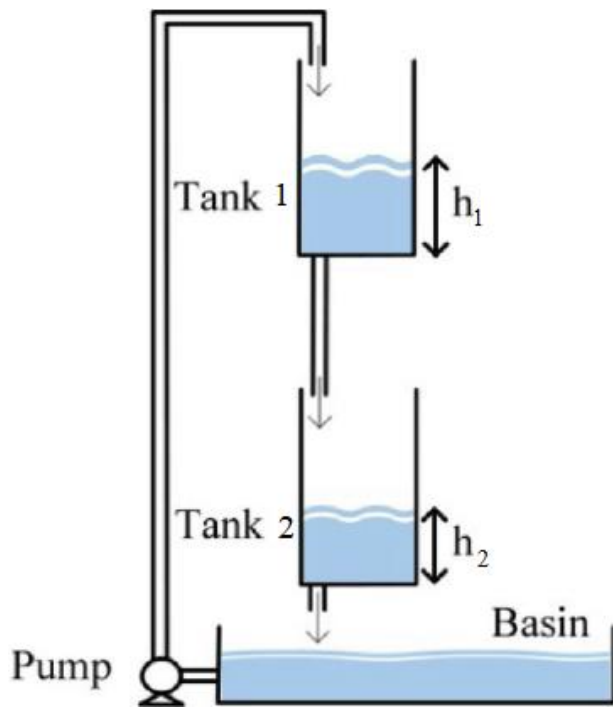
$$\frac{X_1(s)}{V(s)} = \frac{b}{s + \omega_1}$$

$$\frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{\omega_1}{s + \omega_2}$$



Σχήμα 3. Σχεδιάγραμμα Συστήματος Δεξαμενών.

# Παραλλαγή Γραμμικοποιήμενου Μοντέλου



Σχήμα 3. Σχεδιάγραμμα Συστήματος Δεξαμενών.

- Μετασχηματισμός συνάρτησης μεταφοράς  $\frac{X_2(s)}{V(s)}$  στον χώρο κατάστασης.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_1\omega_2 & -\omega_1 - \omega_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b\omega_1 \end{bmatrix} v$$

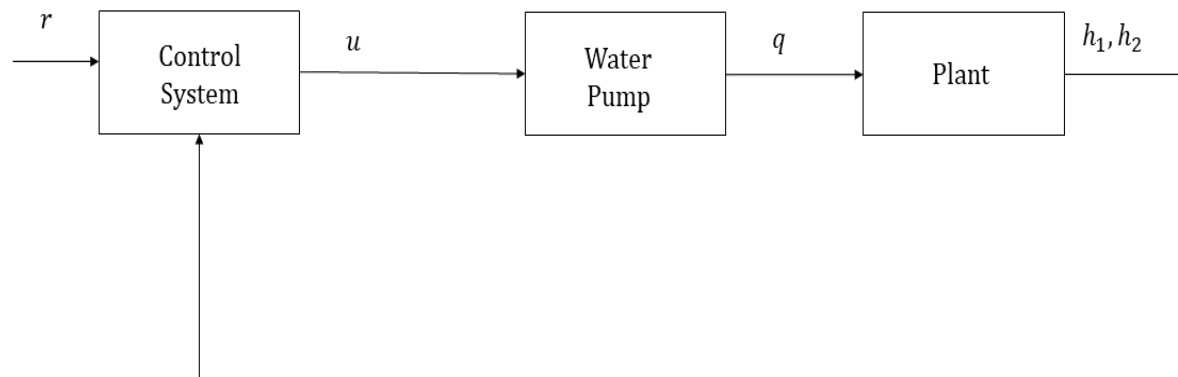
- Δεν χρειάζεται η μέτρηση της στάθμης  $h_1$ .
- Χρησιμοποιείται στην εφαρμογή του ΠΕΜΑ.
- Επίτευξη συνθηκών ταύτισης με μοντέλο αναφοράς.

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \tilde{a}_1 & \tilde{a}_2 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{b} \end{bmatrix} (u - u_e)$$

$$\text{όπου } z = [x_2 \quad \dot{x}_2]^T, \quad \tilde{a}_1 = -\omega_1\omega_2, \quad \tilde{a}_2 = -\omega_1 - \omega_2, \quad \tilde{b} = b\omega_1$$



### 3. Σχεδιασμός Συστήματος Ελέγχου



Σχήμα 4. Μπλοκ Διάγραμμα Συστήματος.

- Δημιουργία κατάλληλων εντολών τάσης για την αντλία.
- Εφαρμογή προσαρμοστικών νόμων ελέγχου.
- Αναγνώριση παραμέτρων συστήματος.

## 4. Ελεγκτής Κανόνα MIT

➤ Χρήση του γραμμικοποιημένου μοντέλου για έλεγχο.

➤ Επιθυμητή λειτουργία συστήματος με βάσει ενός μοντέλου αναφοράς.  $M(s) = \frac{a_{2m}}{s^2 + a_{1m}s + a_{2m}}$

➤ Νόμος Ελέγχου...

$$u = \theta_1 r - \theta_2 x_1 - \theta_3 x_2, \quad x_i = h_i - h_{i,e} \quad r = h_{2_d} - h_{2,e}$$

➤ Σφάλμα παρακολούθησης μοντέλου αναφοράς.  $e = x_2 - x_m$

➤ Νόμοι προσαρμογής.

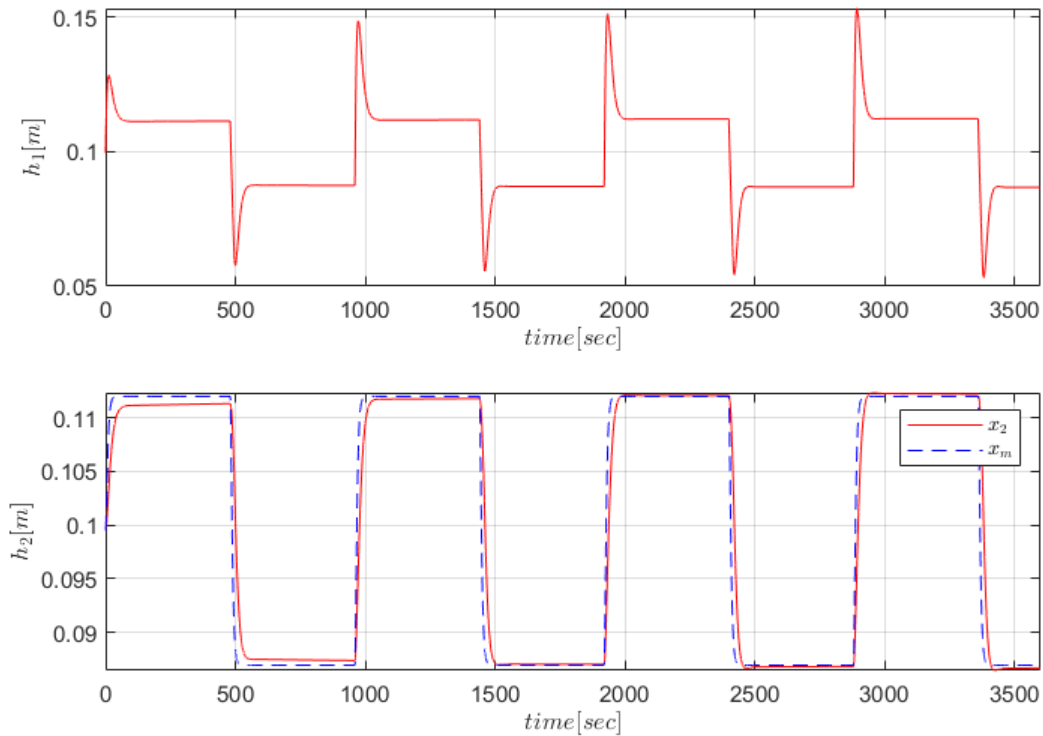
$$\dot{\theta}_1 = -\gamma_1 e \left( \frac{a_{2m}}{s^2 + a_{1m}s + a_{2m}} \right) r$$

$$\dot{\theta}_2 = \gamma_2 e \left( \frac{a_{2m}}{s^2 + a_{1m}s + a_{2m}} \right) x_1$$

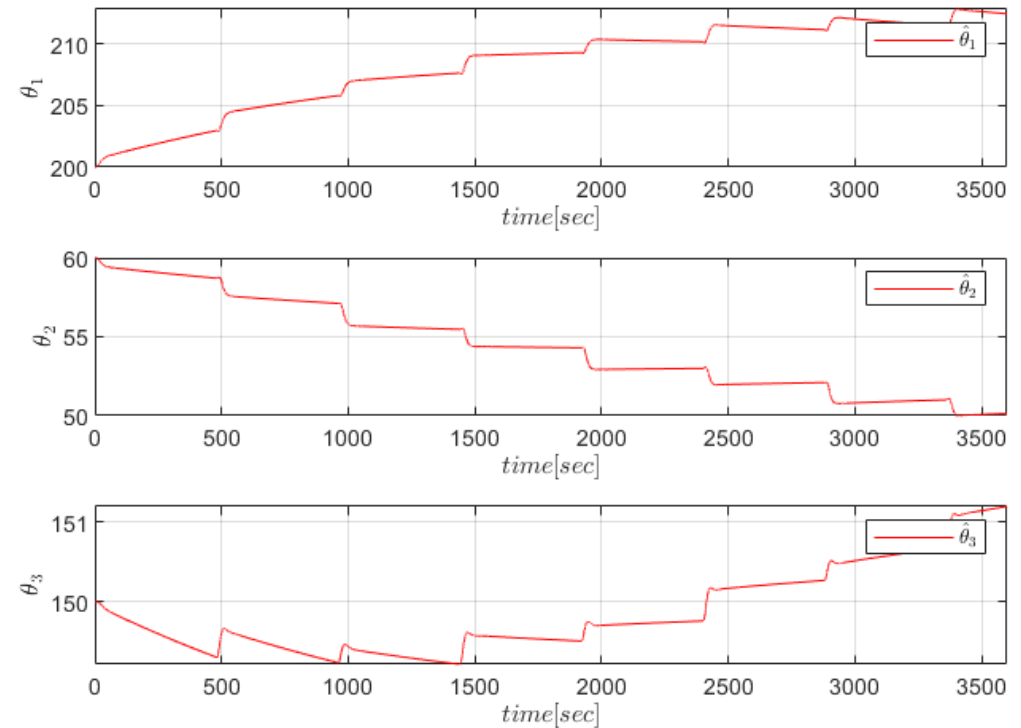
$$\dot{\theta}_3 = \gamma_3 e \left( \frac{a_{2m}}{s^2 + a_{1m}s + a_{2m}} \right) x_2$$

$$\gamma_i = \frac{b\omega_1}{\alpha_{2m}} \tilde{\gamma}_i$$

# Προσομοίωση Κανόνα του MIT

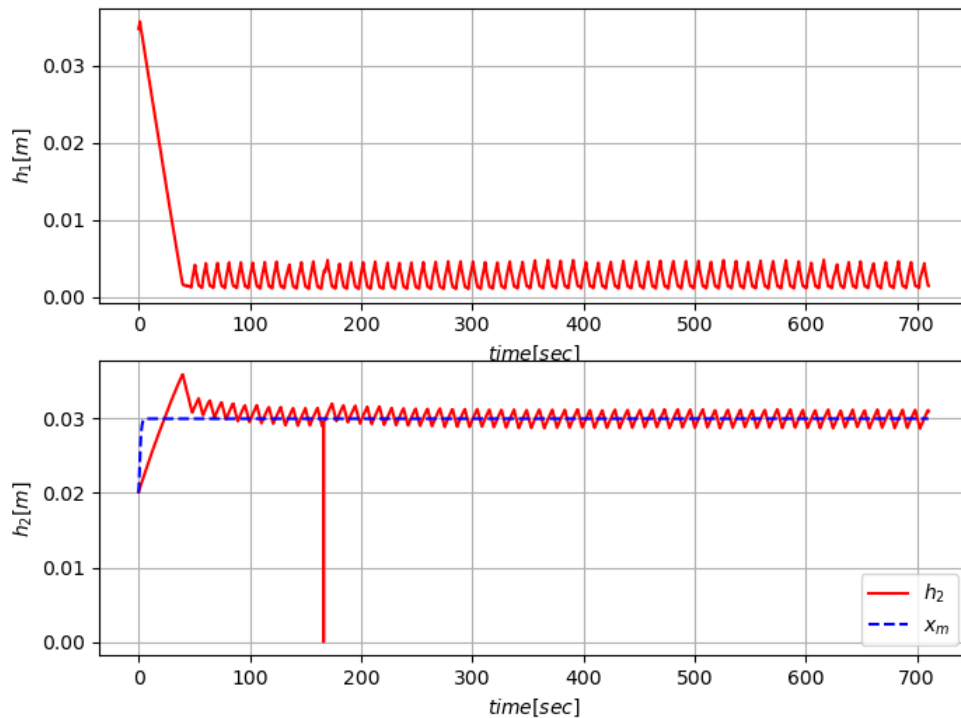


Σχήμα 5. Απόκριση Συστήματος Δεξαμενών.

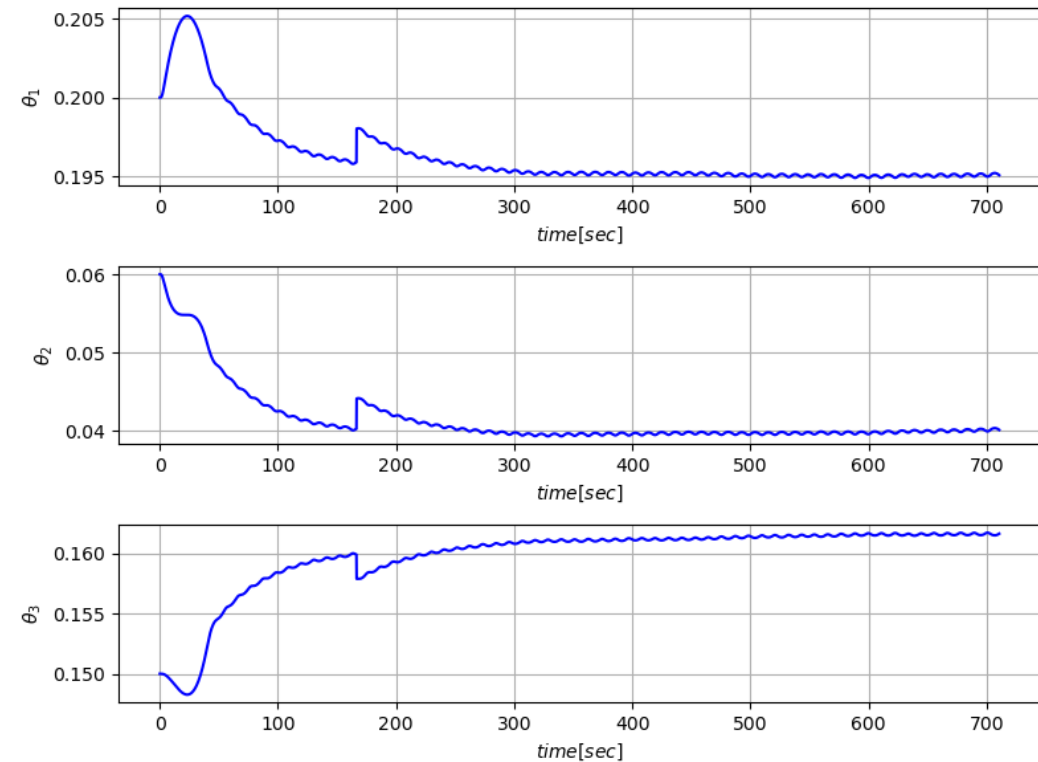


Σχήμα 6. Εκτίμηση Παραμέτρων Ελεγκτή.

# Πειραματική Μέτρηση Κανόνα του MIT



Σχήμα 7. Απόκριση Φυσικού Συστήματος Δεξαμενών.



Σχήμα 8. Εκτίμηση Παραμέτρων Ελεγκτή Φυσικού Συστήματος.

# 5. Προσαρμοστικός Ελεγκτής Μοντέλου Αναφοράς

- Χρήση του γραμμικοποιημένου μοντέλου για έλεγχο.
- Επιθυμητή λειτουργία συστήματος με βάσει ενός μοντέλου αναφοράς.

$$\dot{x}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{2m} & -a_{1m} \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} 0 \\ a_{2m} \end{bmatrix} r$$

- Χρήση έμμεσου MRAC → Εκτίμηση Κερδών Ελεγκτή.

$$u = K_x^T x + K_r r$$

$$x = [h_2 - h_{2,e}, \dot{h}_2]^T \quad r = h_{2,d} - h_{2,e}$$

- Συνθήκες ταύτισης μοντέλου αναφοράς.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \tilde{a}_1 + \tilde{b}K_{x_1}^* & \tilde{a}_2 + \tilde{b}K_{x_2}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{2m} & -a_{1m} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{b}K_r^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{2m} \end{bmatrix}$$

# Νόμοι Προσαρμογής Ελεγκτή

- Παραγόμενο δυναμικό μοντέλο σφάλματος.

$$\dot{e} = A_m e + \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{b} \end{bmatrix} (\tilde{K}_x^T x + \tilde{K}_r r)$$

- Υποψήφια συνάρτηση Lyapunov.

$$V(e, \tilde{K}_x, \tilde{K}_r) = e^T P e + \left( \tilde{K}_x^T \Gamma_x^{-1} \tilde{K}_x + \frac{1}{\gamma_r} \tilde{K}_r^2 \right) \tilde{b}$$

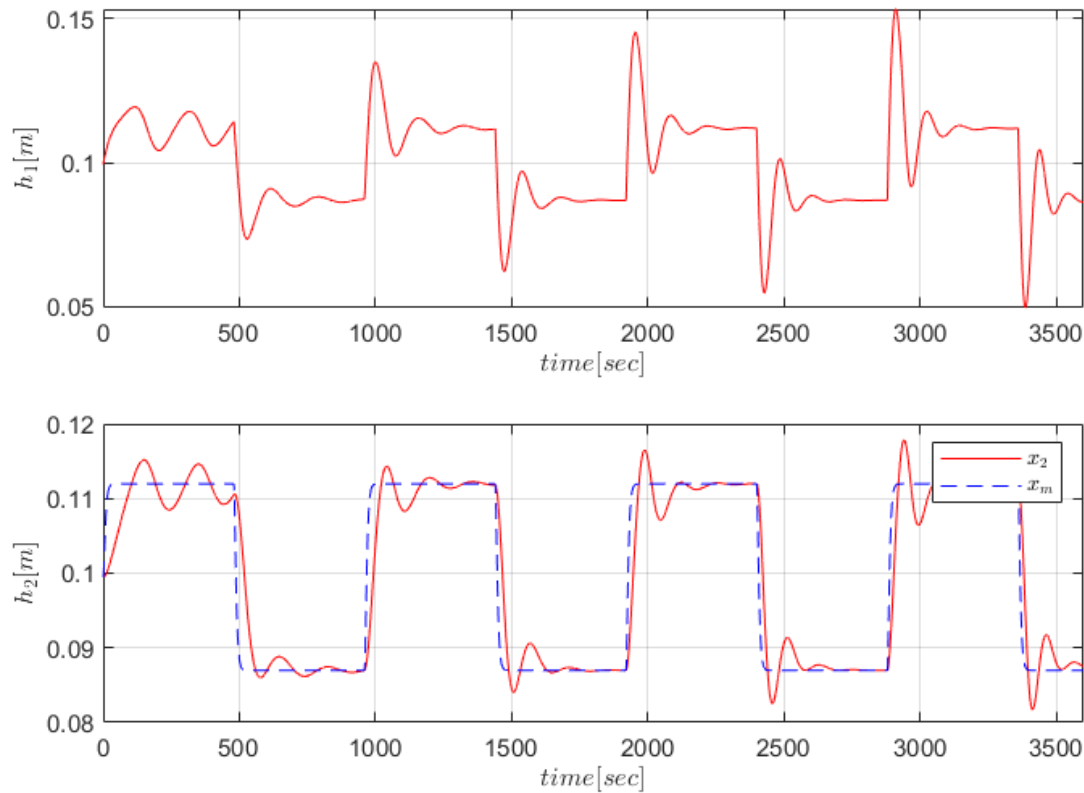
$$\Gamma_x = \Gamma_x^T > 0, \gamma_r > 0, P = P^T > 0 \text{ με } A_m^T P + P A_m = -Q, Q = Q^T > 0$$

- Νόμοι προσαρμογής.
- Χρήση τελεστή προβολής για εξάλειψη του φαινομένου απόκλισης παραμέτρων.

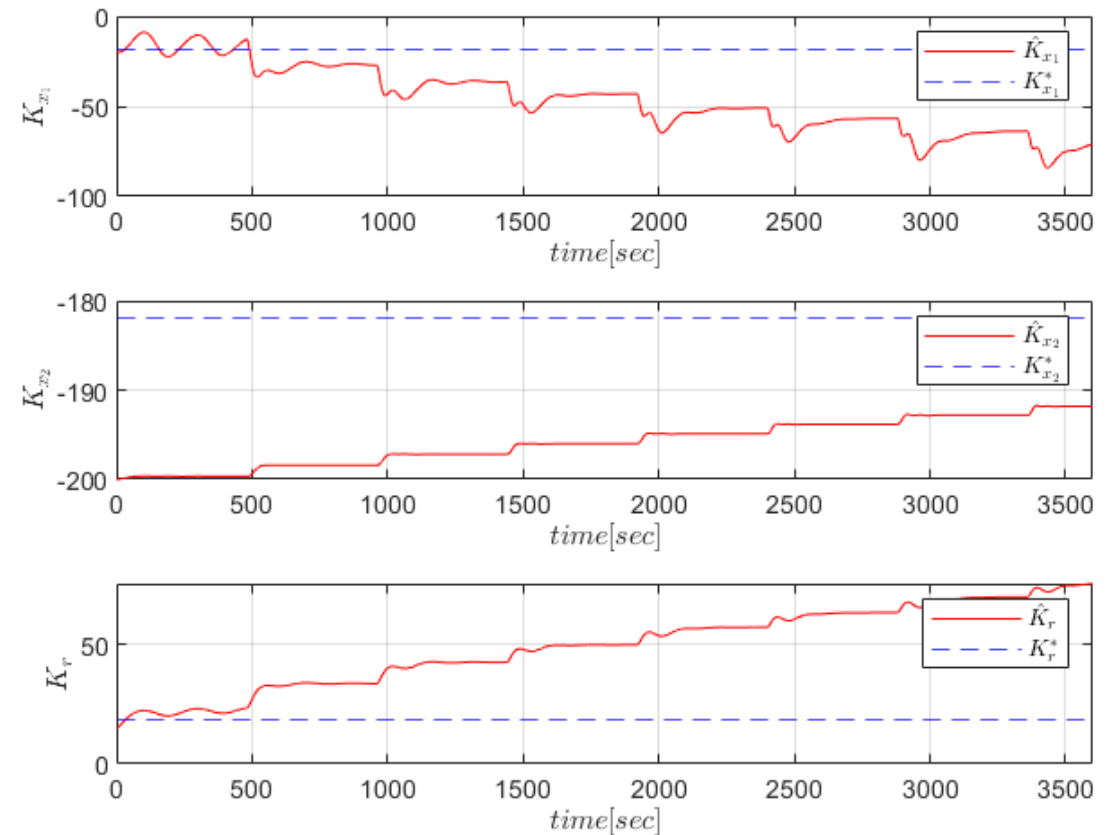
$$\dot{\hat{K}}_x = -\Gamma_x \text{Proj} \left( \hat{K}_x, x e^T P \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$\dot{\hat{K}}_r = -\gamma_r \text{Proj} \left( \hat{K}_r, r e^T P \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

# Προσομοίωση Προσαρμοστικού Ελεγκτή Μοντέλου Αναφοράς

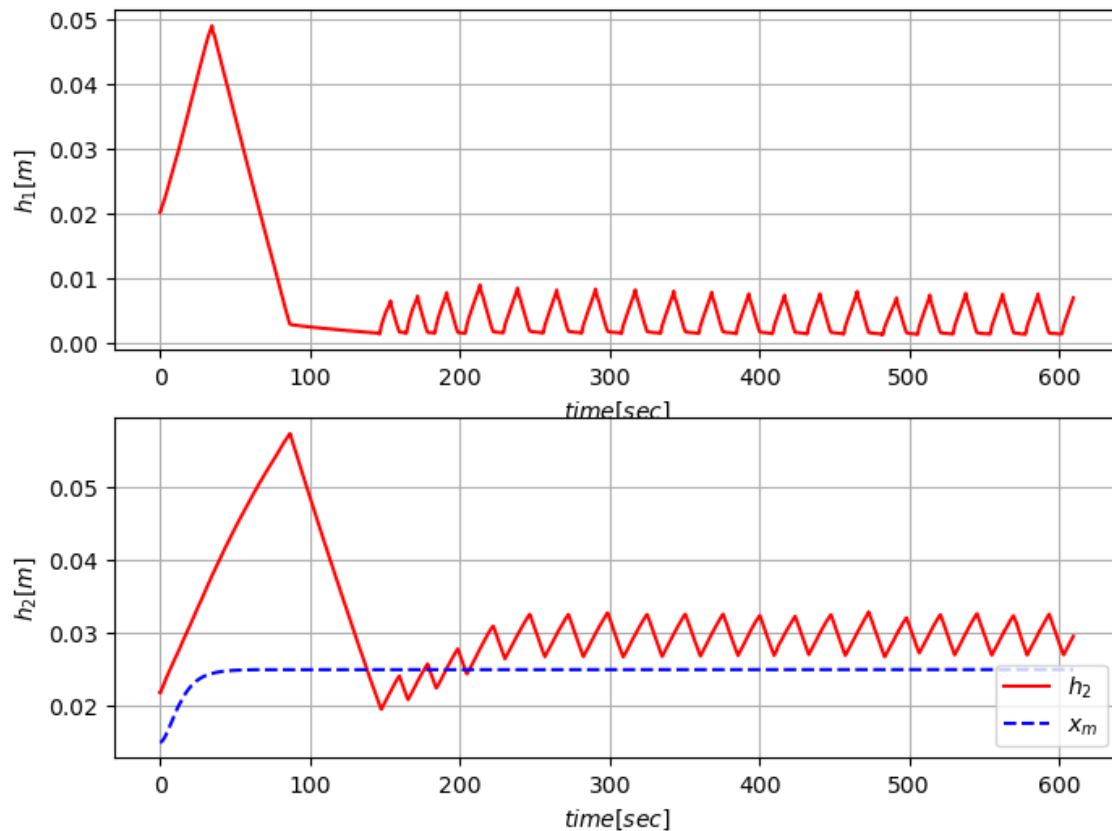


Σχήμα 9. Απόκριση Συστήματος Δεξαμενών.

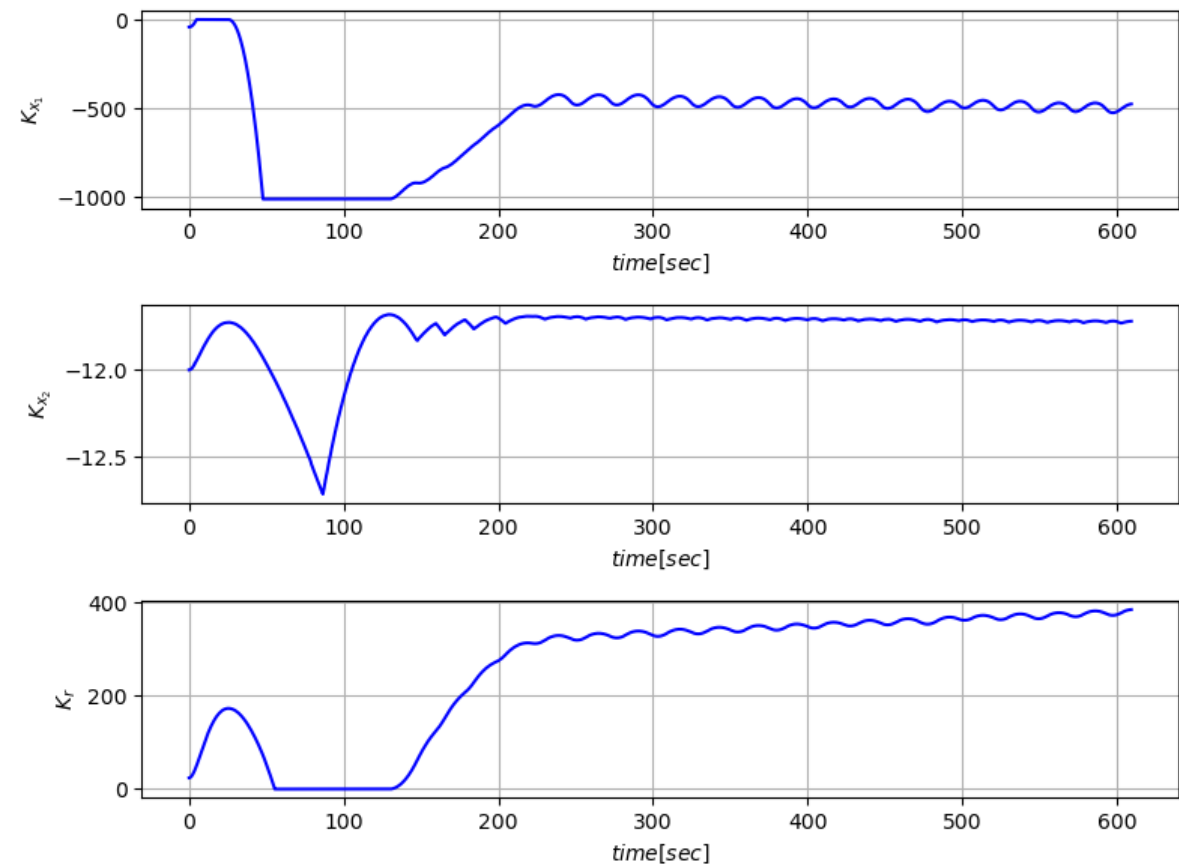


Σχήμα 10. Εκτίμηση Παραμέτρων Ελεγκτή.

# Πειραματική Μέτρηση Προσαρμοστικού Ελεγκτή Μοντέλου Αναφοράς



Σχήμα 11. Απόκριση Φυσικού Συστήματος Δεξαμενών.



Σχήμα 12. Εκτίμηση Παραμέτρων Ελεγκτή Φυσικού Συστήματος.



## 6. Προσαρμοστικός Ελεγκτής Γραμμικοποίησης με Ανάδραση

- Γενικευμένη μορφή συστήματος.

$$\dot{h} = f_l(h) + g(h)u \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1 \sqrt{h_1} \\ \theta_1 \sqrt{h_1} - \theta_2 \sqrt{h_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K \\ \frac{K}{A} \\ 0 \end{bmatrix} u$$

- Εφαρμογή Γραμμικοποίησης Εισόδου – Κατάστασης.
- Χρήση άλγεβρας Lie.
- Τοπική Συνθήκη Ελεγχσιμότητας

$$\mathcal{C} = [g \quad ad_{f_l} g] = \begin{bmatrix} \frac{K}{A} & \frac{K}{A} \theta_1 \dot{\phi}(h_1) \\ 0 & -\frac{K}{A} \theta_1 \dot{\phi}(h_1) \end{bmatrix} \quad \det(\mathcal{C}) = -\frac{K^2}{A^2} \theta_1 \dot{\phi}_1(h_1) \neq 0$$

- Συνθήκη ενεληκτικού συνόλου.
- Σύνολο  $\{g\}$  ενεληκτικό, περιέχει σταθερές ποσότητες.

# Γραμμικοποίηση Εισόδου - Κατάστασης

- Επιλογή νέας μεταβλητής κατάστασης.

$$\nabla z_1 g = 0, \quad \nabla z_1 \text{ad}_{f_l} g \neq 0$$

$$\frac{\partial z_1}{\partial h_1} = 0, \quad \frac{\partial z_1}{\partial h_2} \frac{K}{A} \theta_1 \dot{\phi}_1(h_1) \neq 0 \Rightarrow \frac{\partial z_1}{\partial h_2} \neq 0$$

$$z_1 = h_2$$

- Επιλογή δεύτερης μεταβλητής κατάστασης.

$$z_2 = \dot{z}_1 = L_f z_1 = \nabla z_1 f(h_1, h_2) = \theta_1 \sqrt{h_1} - \theta_2 \sqrt{h_2}$$

- Μετασχηματισμένο σύστημα μέσω γραμμικοποίησης.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_2 \\ \theta_1 \sqrt{h_1} - \theta_2 \sqrt{h_2} \end{bmatrix}$$

# Νόμος Ελέγχου Μεθόδου (1)

- Τροποποιημένο σύστημα με βάση την αρχή της αβεβαιότητας.

$$\begin{aligned}z_1 &= h_2 \\ \dot{z}_1 &= z_2 + \tilde{\theta}_1\sqrt{h_1} - \tilde{\theta}_2\sqrt{h_2} \\ z_2 &= \hat{\theta}_1\sqrt{h_1} - \hat{\theta}_2\sqrt{h_2}\end{aligned}$$

- Χρήση σχέσεων  $\theta_i = \tilde{\theta}_i + \hat{\theta}_i$ ,  $\tilde{b} = b - \hat{b}$ .

$$\dot{z}_2 = \dot{\hat{\theta}}_1\sqrt{h_1} - \dot{\hat{\theta}}_2\sqrt{h_2} + \frac{\hat{\theta}_1}{2\sqrt{h_1}}(-\theta_1\sqrt{h_1} + \hat{b}u + \tilde{b}u) - \frac{\hat{\theta}_2}{2\sqrt{h_2}}(\theta_1\sqrt{h_1} - \theta_2\sqrt{h_2})$$

- Νόμος ελέγχου γραμμικοποίησης.

$$u = \frac{1}{\hat{b}} \left( \hat{\theta}_1\sqrt{h_1} + \frac{2}{\hat{\theta}_1\sqrt{h_1}} \left( v - \dot{\hat{\theta}}_1\sqrt{h_1} + \dot{\hat{\theta}}_2\sqrt{h_2} + \frac{\hat{\theta}_2}{2} \left( \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} - \hat{\theta}_2 \right) \right) \right)$$

## Νόμος Ελέγχου Μεθόδου (2)

- Αλλαγή παραγώγου μεταβλητής κατάστασης.

$$\dot{z}_2 = v - \frac{\hat{\theta}_1 \tilde{\theta}_2}{2} - \frac{\hat{\theta}_2}{2\sqrt{h_1}} (\tilde{\theta}_1 \sqrt{h_1} - \tilde{\theta}_2 \sqrt{h_2}) + \hat{\theta}_1 \tilde{b} u$$

- Επιλογή γραμμικού νόμου ελέγχου.

$$v = \dot{z}_{2,d} - K_1(z_1 - z_{1,d}) - K_2(z_2 - z_{2,d})$$

- Δυναμική Συστήματος.

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_1 & -K_2 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ k_r \end{bmatrix} r + [H_1 \quad H_2 \quad H_3] \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_1 \\ \tilde{\theta}_2 \\ \tilde{b} \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{h_1} \\ -0.5\hat{\theta}_1 - 0.5\hat{\theta}_2 \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} -\sqrt{h_2} \\ 0.5\hat{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad H_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\hat{\theta}_1}{2\sqrt{h_1}} u \end{bmatrix}$$

# Νόμος Ελέγχου Μεθόδου (3)

- Μοντέλο αναφοράς.

$$\dot{z}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_1 & -K_2 \end{bmatrix} z_m + \begin{bmatrix} 0 \\ k_r \end{bmatrix} r$$

- Δυναμική συστήματος σφάλματος.

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_1 & -K_2 \end{bmatrix} e + \tilde{\theta}_1 H_1 + \tilde{\theta}_2 H_2 + \tilde{b} H_3$$

- Υποψήφια συνάρτηση Lyapunov.

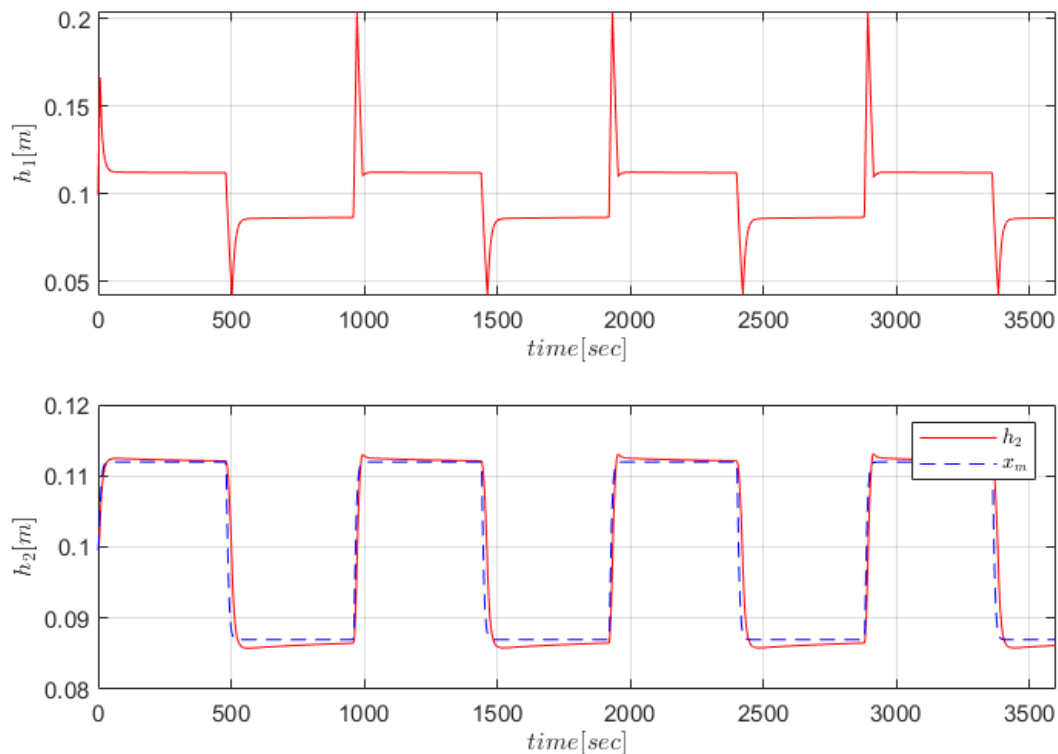
$$V(e, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{b}) = e^T P e + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1^2 + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_2^2 + \frac{1}{\gamma_3} \tilde{b}^2$$

$$\gamma_i > 0, P = P^T > 0 \text{ με } A_m^T P + P A_m = -Q, Q = Q^T > 0$$

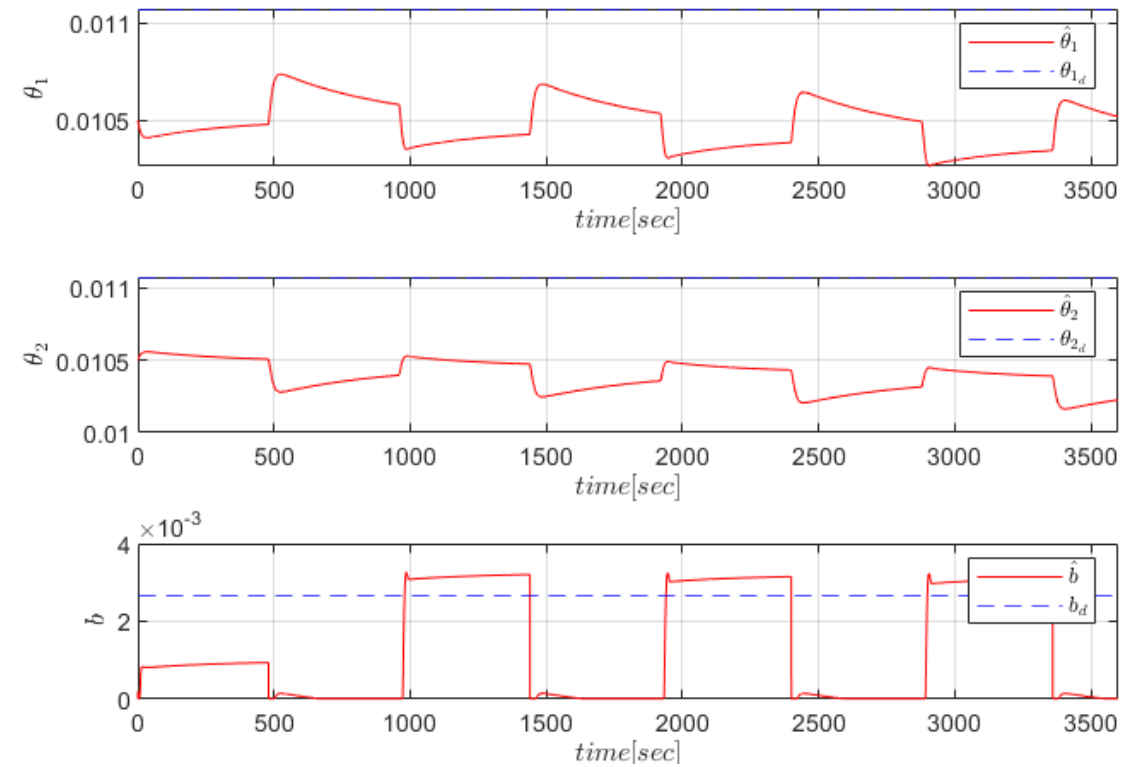
- Νόμοι προσαρμογής.

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \gamma_1 \text{Proj}(\hat{\theta}_1, H_1^T P e) \quad \dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma_2 \text{Proj}(\hat{\theta}_2, H_2^T P e) \quad \dot{\hat{b}} = \gamma_3 \text{Proj}(\hat{b}, H_3^T P e)$$

# Προσομοίωση Προσαρμοστικού Ελεγκτή Γραμμικοποίησης με Ανάδραση

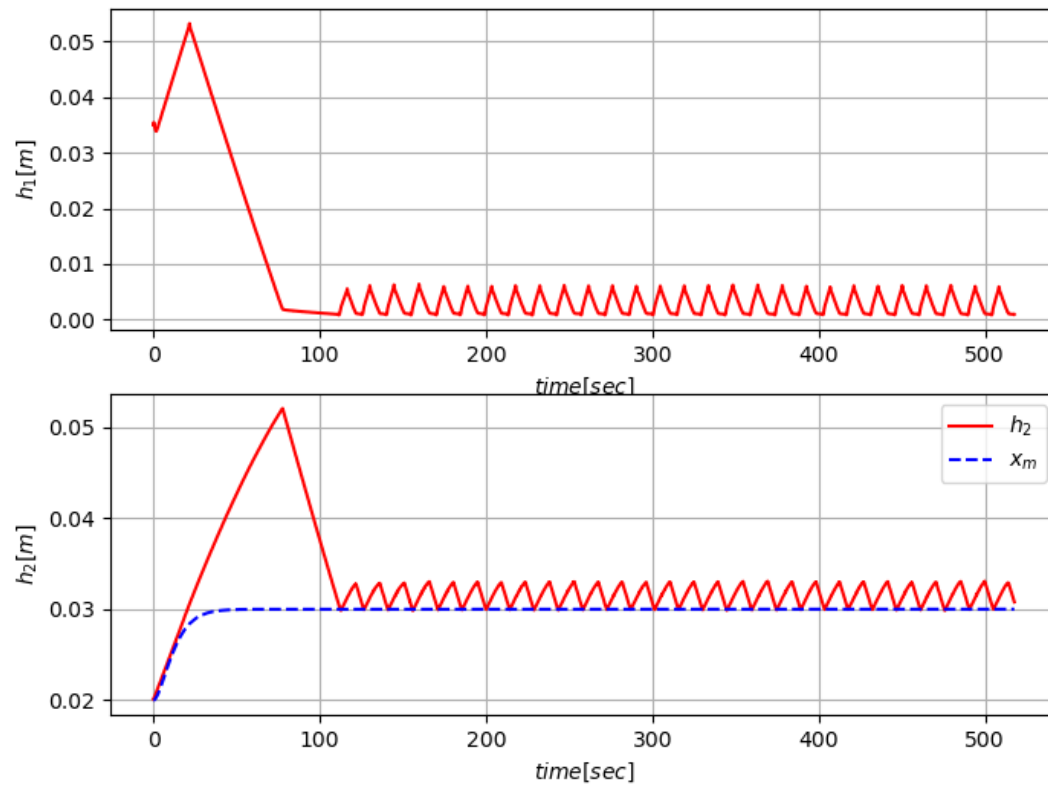


Σχήμα 13. Απόκριση Συστήματος Δεξαμενών.

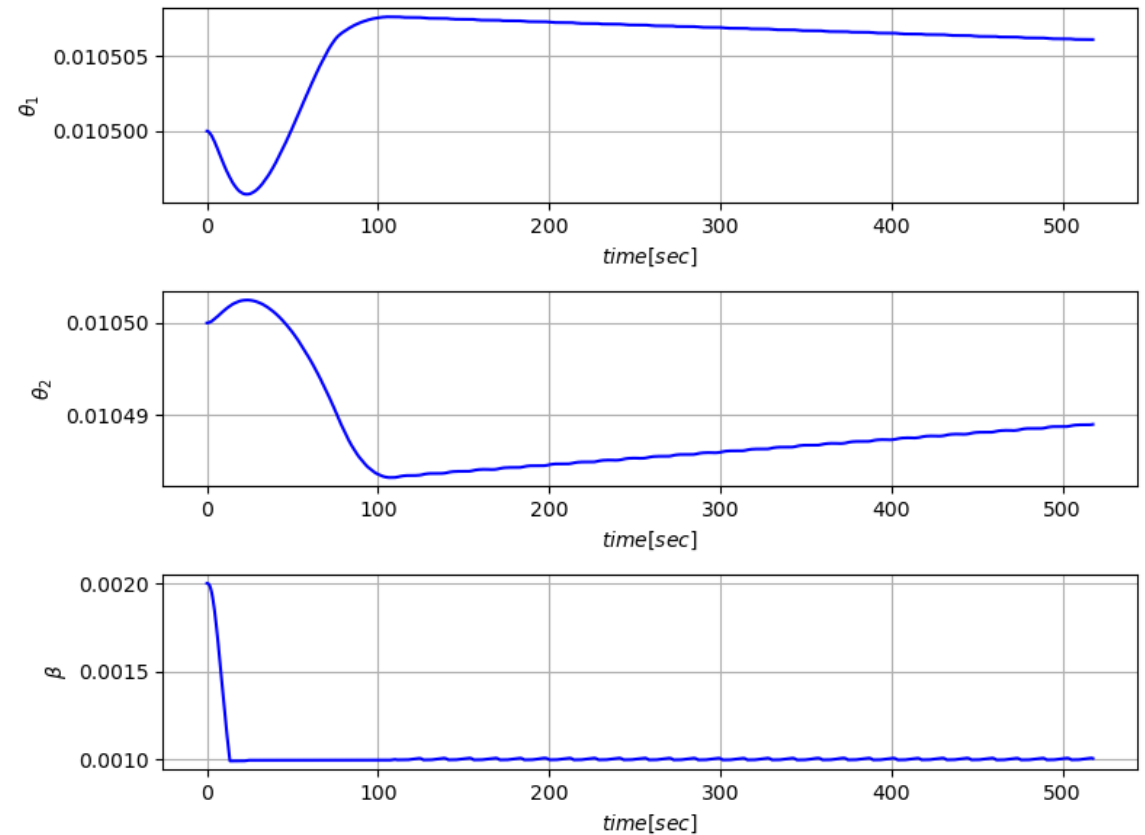


Σχήμα 14. Εκτίμηση Παραμέτρων Ελεγκτή.

# Πειραματική Μέτρηση Προσαρμοστικού Ελεγκτή Γραμμικοποίησης με Ανάδραση



Σχήμα 15. Απόκριση Φυσικού Συστήματος Δεξαμενών.



Σχήμα 16. Εκτίμηση Παραμέτρων Ελεγκτή Φυσικού Συστήματος.

# 7. Προσαρμοστικός Ελεγκτής Οπισθοδρόμησης

- Χρήση μη γραμμικού μοντέλου για την εφαρμογή της μεθόδου οπισθοδρόμησης.

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\hat{\theta}_1 \sqrt{h_1} \\ \hat{\theta}_1 \sqrt{h_1} - \hat{\theta}_2 \sqrt{h_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K \\ \frac{K}{A} \\ 0 \end{bmatrix} u$$

- Σημείο αναφοράς  $(h_{1d}, h_{2d})$  με σφάλματα.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{h}_1 - \dot{h}_{1d} \\ \dot{h}_2 - \dot{h}_{2d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\hat{\theta}_1 \sqrt{h_1} \\ \hat{\theta}_1 \sqrt{h_1} - \hat{\theta}_2 \sqrt{h_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u - \begin{bmatrix} \dot{h}_{1d} \\ \dot{h}_{2d} \end{bmatrix}$$

- Εικονική είσοδος ελέγχου  $h_1$ .
- Μετασχηματισμός κατάστασης συστήματος.
- Νέες μεταβλητές κατάστασης.

$$\xi_1 = e_2 = h_2 - h_{2d}$$

$$\dot{\xi}_1 = -K_1 \xi_1 + \xi_2$$



# Εύρεση Νόμων Προσαρμογής (1)

$$\xi_2 = a_1(\xi_1, h_1, h_2, \dot{h}_{2d}, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = K_1 \xi_1 + \hat{\theta}_1 \sqrt{h_1} - \hat{\theta}_2 \sqrt{h_2} - \dot{h}_{2d}$$

➤ Χρήση σχέσης  $\theta_i = \tilde{\theta}_i + \hat{\theta}_i$ .  $K_2 > K_1 > 0$ .

$$\dot{\xi}_2 = a_2 + \frac{\hat{\theta}_1}{2\sqrt{h_1}} \hat{b}u + \tilde{\theta}_1 \beta_1 + \tilde{\theta}_2 \beta_2 + \tilde{b} \beta_3 + \dot{\hat{\theta}}_1 \sqrt{h_1} - \dot{\hat{\theta}}_2 \sqrt{h_2}$$

$$a_2(\xi_1, \xi_2, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ddot{h}_{2d}) = -K_1^2 \xi_1 + K_1 \xi_2 - \ddot{h}_{2d} + \frac{\hat{\theta}_2^2 - \hat{\theta}_1^2}{2} - \frac{\hat{\theta}_1 \hat{\theta}_2}{2} \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

$$\beta_1(\xi_1, \xi_2, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = K_1 \sqrt{h_1} - \frac{\hat{\theta}_1}{2} - \frac{\hat{\theta}_2}{2} \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

$$\beta_2(\xi_1, \xi_2, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = -K_1 \sqrt{h_2} + \frac{\hat{\theta}_2}{2}$$

$$\beta_3(\xi_1, \xi_2, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, u) = \frac{\hat{\theta}_1}{2\sqrt{h_1}} u$$

# Εύρεση Νόμων Προσαρμογής (2)

- Επιλογή υποψήφιας συνάρτησης Lyapunov.

$$V(\xi_1, \xi_2, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{b}) = \frac{1}{2} \xi_1^2 + \frac{1}{2} \xi_2^2 + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\theta}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{\theta}_2^2 + \frac{1}{2\gamma_3} \tilde{b}^2 \quad \gamma_i > 0$$

- Νόμοι προσαρμογής.

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \gamma_1 \text{Proj}(\hat{\theta}_1, \xi_1 \sqrt{h_1} + \xi_2 \beta_1)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \gamma_2 \text{Proj}(\hat{\theta}_2, -\xi_1 \sqrt{h_2} + \xi_2 \beta_2)$$

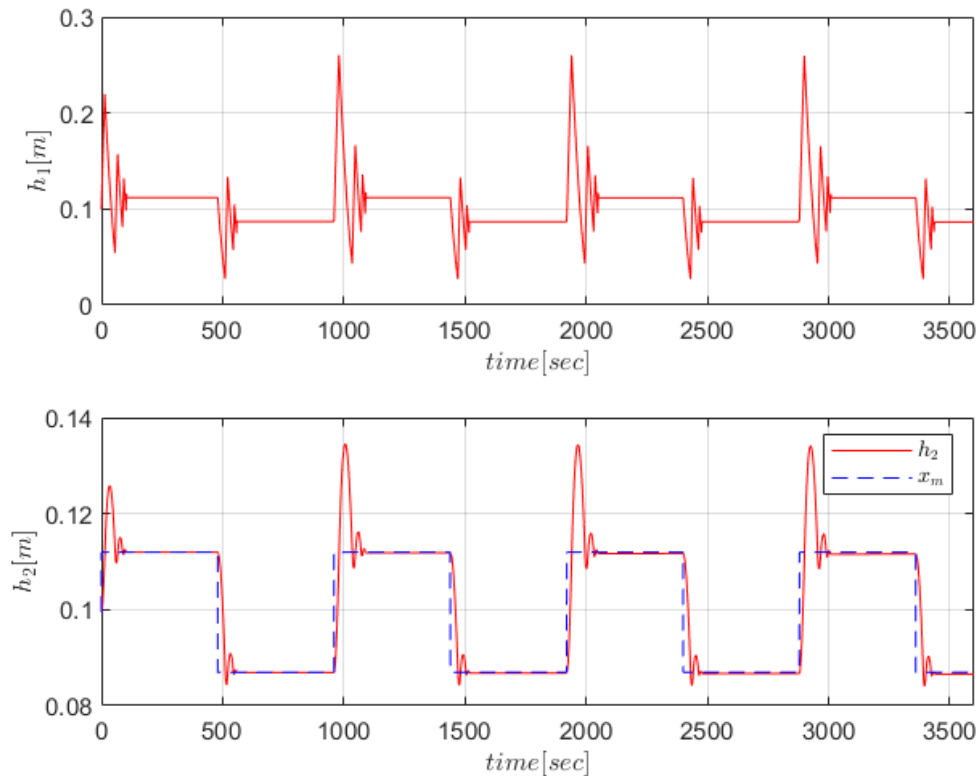
$$\dot{\hat{b}} = \gamma_3 \text{Proj}(\hat{b}, \xi_2 \beta_3)$$

- Επιλογή νόμου ελέγχου.

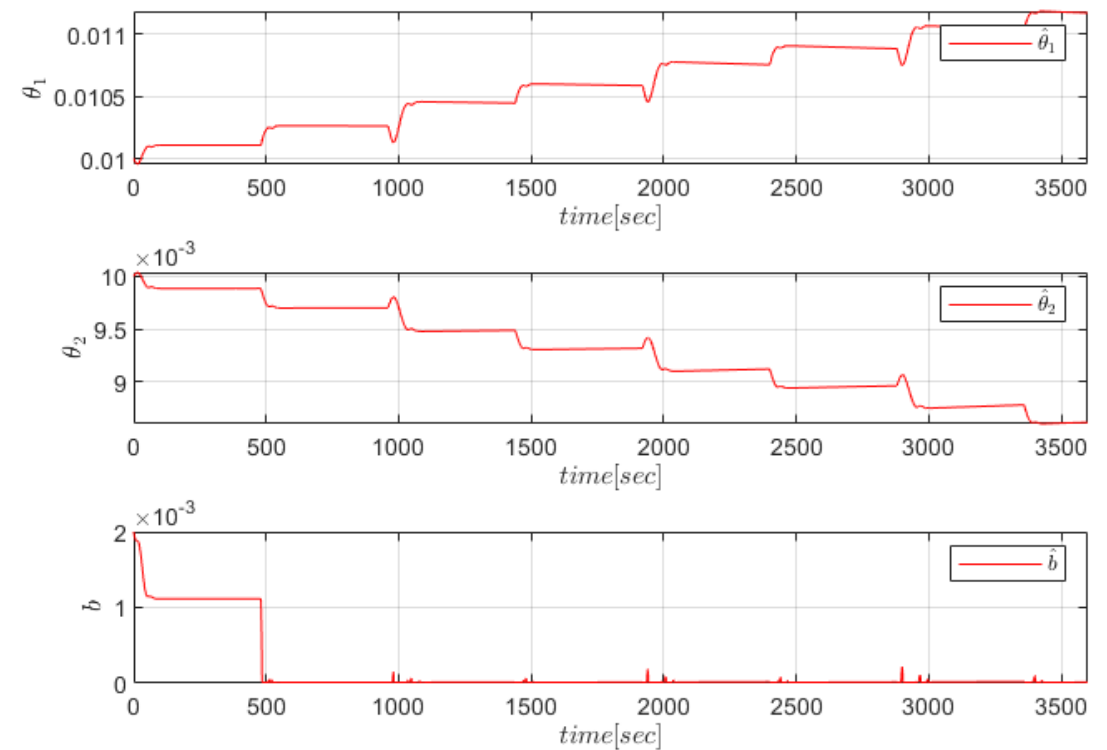
$$u = \frac{2\sqrt{h_1}}{\hat{b}\hat{\theta}_1} \left( -\xi_1 - a_2 - \dot{\hat{\theta}}_1 \sqrt{h_1} + \dot{\hat{\theta}}_2 \sqrt{h_2} - K_2 \xi_2 \right)$$

- Ευστάθεια γύρω από το σημείο ισορροπίας  $(\xi_1, \xi_2) = (0,0) \rightarrow (e_1, e_2) = (0,0)$ .

# Προσομοίωση Προσαρμοστικού Ελεγκτή Οπισθοδρόμησης

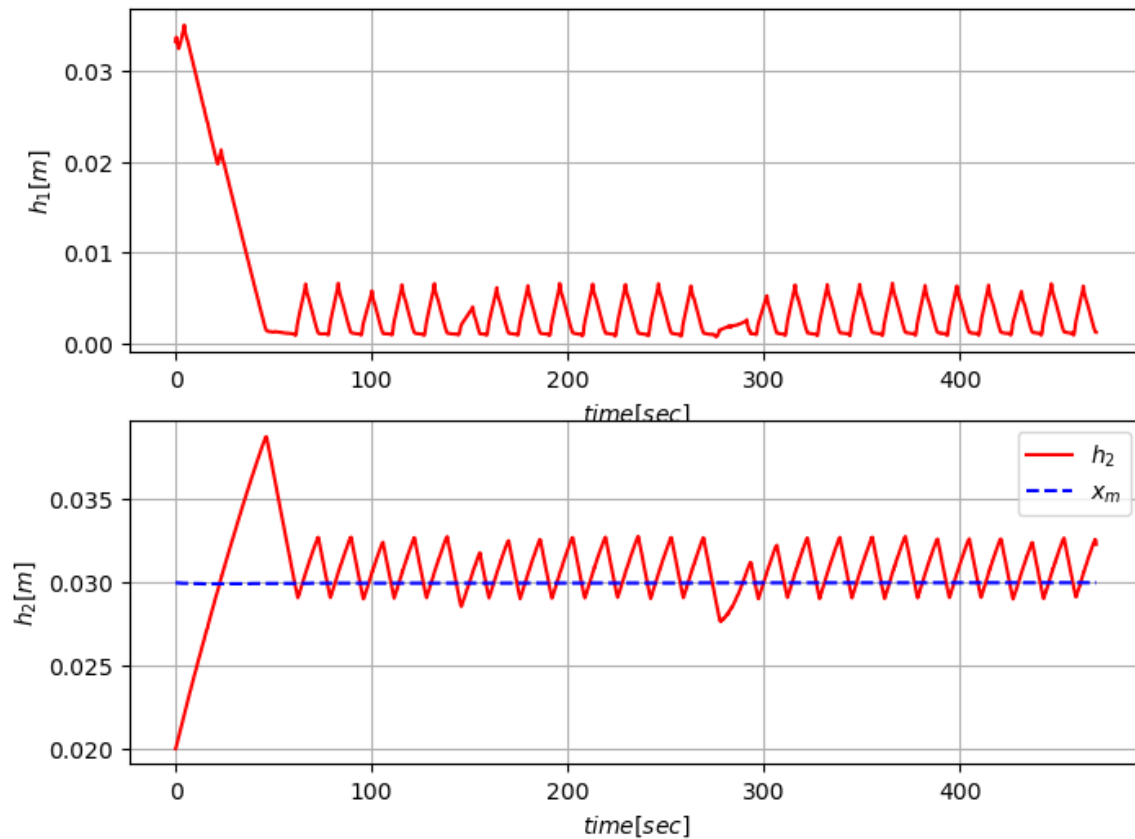


Σχήμα 17. Απόκριση Συστήματος Δεξαμενών.

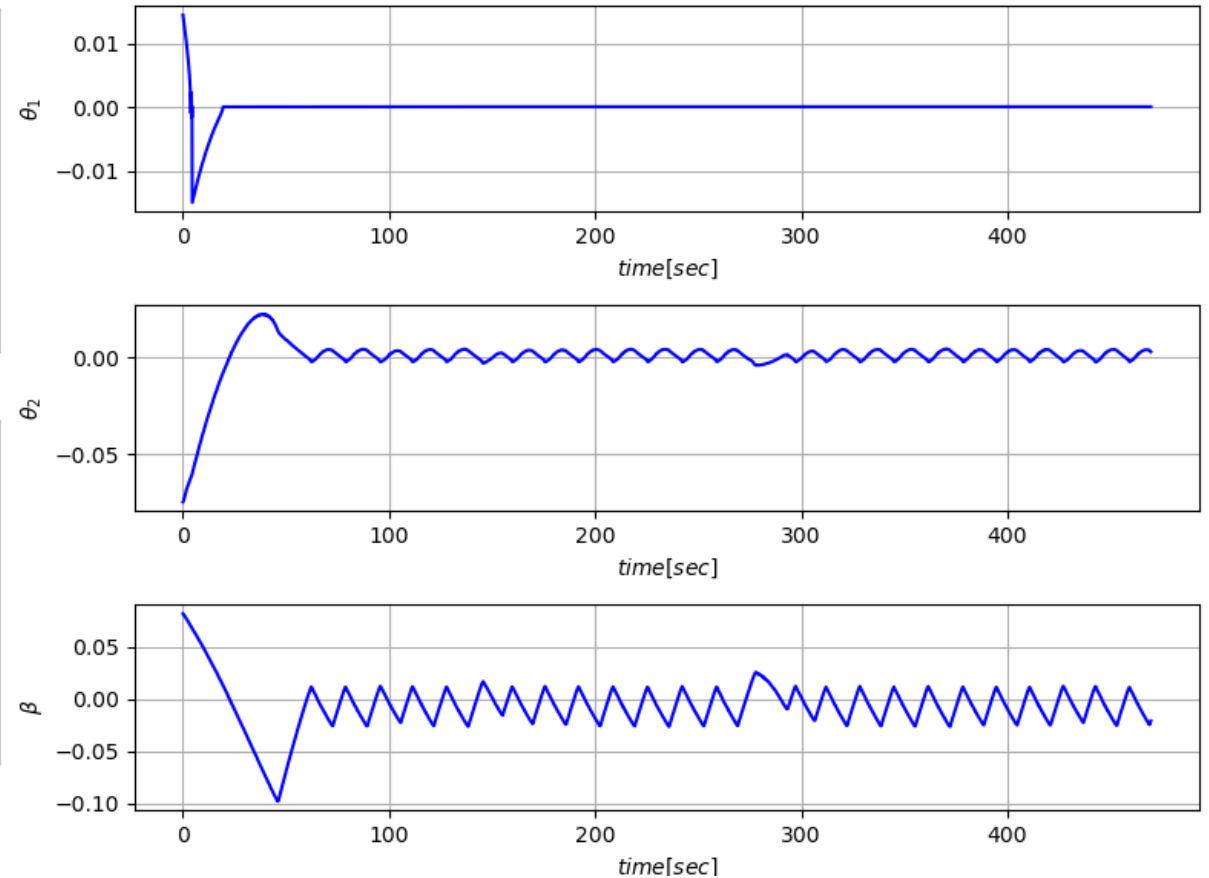


Σχήμα 18. Εκτίμηση Παραμέτρων Ελεγκτή.

# Πειραματική Μέτρηση Προσαρμοστικού Ελεγκτή Οπισθοδρόμησης



Σχήμα 19. Απόκριση Φυσικού Συστήματος Δεξαμενών.



Σχήμα 20. Εκτίμηση Παραμέτρων Ελεγκτή Φυσικού Συστήματος.

## 8. Συμπεράσματα – Αξιολόγηση Συστήματος


- Οι προσαρμοστικοί νόμοι διατηρούν το σύστημα στο σημείο ισορροπίας.
- Η απόκριση του φυσικού συστήματος παρόμοια με αυτή των προσομοιώσεων.
- Οι εκτιμήσεις των κερδών διαφέρουν κατά τη σύγκλισή τους.
- Η αντλία παρέχει διακριτές τιμές ελέγχου στο σύστημα.
  - Η εκτίμηση των παραμέτρων ελέγχου επηρεάστηκε από την αντλία.
- Απόκλιση των τιμών κατά τη διάρκεια των συνεχόμενων πειραμάτων λόγω φθοράς.

# Συμπεράσματα – Αξιολόγηση Συστήματος

- Σφάλματα στη δημιουργία των κατάλληλων σημάτων τάσης, λόγω εσφαλμένων μετρήσεων.
  - Λάθος υπολογισμός της παραγώγου λόγω μεγάλων αποστάσεων διαδοχικών τιμών.
- Πρόβλημα κατά την λειτουργία του ελέγχου λόγω αστάθειας του συστήματος.
  - Μηδενισμός του παρονομαστή του σήματος ελέγχου.
  - Πρόβλημα του αισθητήρα κατά τη μέτρηση.

## 9. Βιβλιογραφία

- [1] Petros A. Ioannou and Jing Sun. *Robust Adaptive Control*. Dover Publications, 2012. isbn:978- 0486498171.
- [2] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. 3rd Edition. Pearson, 2001. isbn: 978-0130673893.
- [3] Jay A. Farrell and Marios M. Polycarpou. *Adaptive Approximation Based Control: Unifying Neural, Fuzzy and Traditional Adaptive Approximation Approaches*. John Wiley Sons, Inc., 2006. isbn: 978-0-471-72788-0. doi: 10.1007/978-0-471- 72788-0.
- [4] Jean-Jacques E. Slotine και Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991. isbn:0-13-040890-5.
- [5] K. Astrom and A.-B. Ostberg. “A teaching laboratory for process control”. In: IEEE Control Systems Magazine 6.5 (1986), pp. 37–42. doi: 10.1109/MCS.1986. 1105142.



**Σας Ευχαριστούμε!!**  
**Ερωτήσεις;**