ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ “ΠΡΟΤΥΠΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ”

Οι λύσεις των ασκήσεων (σε αρχείο pdf) μαζί με οποιοδήποτε συνοδευτικό αρχείο (πχ MATLAB) θα πρέπει να ενσωματωθούν σε ένα αρχείο zip με τα Ονοματεπώνυμα της ομάδας σας και να υποβληθούν μέσω της πλατφόρμας Helios.

Θέμα 1ο

Δίνεται η δυναμική ενός πραγματικού συστήματος

$$G'(s) = \frac{3}{(2s+1)(0.1s+1)^2}$$

και η δυναμική του ονομαστικού μοντέλου $G(s) = \frac{3}{(2s+1)}$.

Να υπολογίσετε το εύρος των τιμών του συντελεστή *k* του ελεγκτή $K(s) = \frac{k}{s}$ για το οποίο ικανοποιείται το κριτήριο της εύρωστης ευστάθειας.

Θέμα 2ο

Υπολογίστε αναλυτικά την νόρμα $\|\boldsymbol{G}(\boldsymbol{j\omega})\|_2$ που αντιστοιχεί στο παρακάτω πολυμεταβλητό σύστημα

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{s}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & \frac{2}{s+2} \\ \frac{1}{s+2} & \frac{2}{s+1} \end{bmatrix}$$

με τρεις τρόπους που βασίζονται σε εξισώσεις της σειράς διαφανειών 9:

A) Με βάση την εξίσωση 5.89
B) Με βάση την εξίσωση 5.91
C) Με βάση την εξίσωση 5.92 αφού μετατρέψετε το σύστημα σε ισοδύναμο σύστημα μεταβλητών κατάστασης

Θέμα 3ο

Δίνεται το σύστημα που περιγράφεται από τις εξισώσεις :

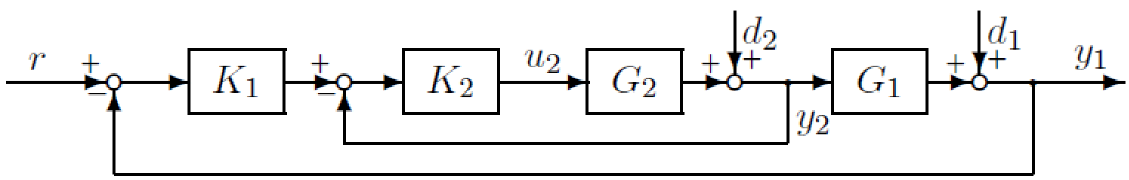
$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

Δημιουργήστε το επαυξημένο σύστημα και σχεδιάστε ελεγκτές LQR που να εξασφαλίζουν το μηδενισμό της ρυθμιστικής απόκλισης όταν δοθεί βηματική επιβολή στην επιθυμητή τιμή. Κρατήστε τον πίνακα Q σταθερό, μοναδιαίο με τις κατάλληλες διαστάσεις και ως πίνακα R επιλέξτε ρ*I* όπου *I* είναι μοναδιαίος πίνακας με τις κατάλληλες διαστάσεις. Αναπτύξτε αρχείο Simulink που να προσομοιώνει το σύστημα ελέγχου και προσομοιώστε την απόκριση της μεταβλητής εξόδου σε μοναδιαία βηματική επιβολή στην επιθυμητή τιμή για τρεις διαφορετικές τιμές του ρ.

Θέμα 4ο

Μετατρέψτε το παρακάτω σύστημα στη δομή PK με έξοδο του συστήματος το *r*-*y*1



Θέμα 5ο

Δίνεται το σύστημα:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.460 & 0 & 2.4276 \\ 0.0575 & -0.4 & -0.1326 \\ 0.3107 & 0 & -2.23 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.4182 & 5.2026 \\ 0.1365 & -0.0436 \\ 0.5186 & 0.0236 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

Προσθέστε ολοκληρωτικά στοιχεία στην έξοδο του συστήματος και δημιουργήστε το επαυξημένο σύστημα $G_a(s)$

$$z(s) = G_a(s)u(s)$$

A) Σχεδιάσετε ρυθμιστή LQR για το επαυξημένο σύστημα, ώστε οι ιδιάζουσες τιμές του πίνακα συναρτήσεων μεταφοράς ανοικτού βρόχου (ας το ονομάσουμε L_{LQ}) να πληροί όσο το δυνατόν περισσότερες από τις ακόλουθες προδιαγραφές:

$\sigma_{\min}\left(L_{LQ}(j\omega)\right) \geq 20db$ για ω<1 rad/s

$\sigma_{\max}\left(L_{LQ}(j\omega)\right) \leq -20db$ για ω>100 rad/s

$\sigma_{\min}\left(L_{LQ}(j\omega)\right) \approx \sigma_{\max}\left(L_{LQ}(j\omega)\right) \approx 0\ db$ για ω=10 rad/s

Για να το πετύχετε αυτό βρείτε τρόπο ώστε οι ιδιάζουσες τιμές του $L_{LQ}(j\omega)$ να είναι όμοιες τόσο σε πολύ χαμηλές όσο και σε πολύ υψηλές συχνότητες.

B) Σχεδιάστε και τις αποκρίσεις για $0 \leq t \leq 10s$ των μεταβλητών εξόδου και εισόδου όταν το σύστημα ξεκινά από το σημείο ισορροπίας όπου όλες οι μεταβλητές είναι 0 και δίνονται οι εξής μεταβολές στις επιθυμητές τιμές:

(α) $r_1(t) = 1.0,\ r_2(t) = 0.0$

(b) $r_1(t) = 0.0,\ r_2(t) = 1.0$

(c) $r_1(t) = 1.0,\ r_2(t) = 1.0$

(d) $r_1(t) = 1.0,\ r_2(t) = -1.0$

(Χρησιμοποιήστε για τις προσομοιώσεις το αρχείο LQR_integration που επισυνάπτεται)