

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Δ.Π.Μ.Σ. Συστήματα Αυτοματισμού

Κατεύθυνση Β:

Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου και Ρομποτικής

Μεταπτυχιακό Μάθημα:

Αισθητήρες

Ομάδα 3

Δεύτερη Εργαστηριακή Άσκηση

Μαγνητικοί αισθητήρες μέτρησης θέσης και πεδίου

Μέλη Ομάδας - Α.Μ.:

Γεώργιος Κασσαβετάκης - 02121203

Γεώργιος Κρομμύδας - 02121208

Λάμπης Παπακώστας - 02121211

AOHNA

2023

1. Θεωρητικό μέρος

Σκοπός αυτής της άσκησης είναι η μελέτη των μαγνητικών αισθητήρων πύλης-ροής (fluxgate) και η χρήση τους για τη μέτρηση θέσης και μαγνητικού πεδίου.

1.1. Αισθητήρες Fluxgate

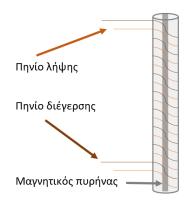
Ένας αισθητήρας fluxgate μπορεί να αποτελείται από ένα ή περισσότερα πηνία, τα οποία αναλαμβάνουν τη διέγερση του μαγνητικού του πυρήνα και τη λήψη του τελικού σήματος. Μία τυπική διάταξη, όπως αυτή που χρησιμοποιείται στην εργαστηριακή άσκηση, περιλαμβάνει ένα πηνίο διέγερσης και ένα πηνίο λήψης. Το ένα πηνίο περιελίσσεται πάνω από το άλλο και στο εσωτερικό τους τοποθετείται ένας μαγνητικός πυρήνας σε μορφή σύρματος ή ταινίας.

Η αρχή λειτουργίας των αισθητήρων fluxgate βασίζεται στα χαρακτηριστικά του βρόχου υστέρησης των μαγνητικών υλικών από τα οποία κατασκευάζεται ο μαγνητικός πυρήνας (π.χ. CoFeSiB ή FeSiB) και πιο συγκεκριμένα στο γεγονός ότι ο βρόχος τους είναι συμμετρικός, μη γραμμικός και φθάνει στον κορεσμό για σχετικά μικρά μαγνητικά πεδία.

Το πηνίο διέγερσης ενός αισθητήρα fluxgate τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση, με αποτέλεσμα να δημιουργεί εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο. Αυτό το πεδίο επηρεάζει τον μαγνητικό πυρήνα που βρίσκεται στο εσωτερικό του. Τελικά, το νέο μαγνητικό σήμα λαμβάνεται από το πηνίο λήψης και μετατρέπεται ξανά σε ηλεκτρικό. Βάσει αυτής της λογικής, μπορούν να δημιουργηθούν διαφορετικές αισθητήριες διατάξεις, οι οποίες θα είναι ικανές να μετρήσουν ποικίλα μεγέθη, όπως είναι η θέση/μετατόπιση ενός αντικειμένου ή το επιβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο.

1.1.1. Αισθητήρας πεδίου

Στο Σχήμα 1 παρουσιάζεται ένας τυπικός αισθητήρας fluxgate. Το πηνίο διέγερσης αποτελείται από $N_i=1100$ σπείρες. Αντιστοίχως, το πηνίο λήψης αποτελείται από $N_o=1100$ σπείρες. Και τα δύο πηνία είναι κατασκευασμένα με σύρμα χαλκού $\emptyset 0.1~mm$, έχουν μήκος L=70~mm και είναι τυλιγμένα σε κύλινδρο διαμέτρου D=1~mm. Ο πυρήνας είναι άμορφη ταινία CoFeSiB με σχετική μαγνητική διαπερατότητα $\mu_r=10000$.



Σχήμα 1. Τυπικός αισθητήρας fluxgate.

Εάν στα άκρα του πηνίου διέγερσης εφαρμοστεί εναλλασσόμενη τάση, τότε στα άκρα του πηνίου λήψης, σύμφωνα με τον νόμο του Faraday, επάγεται τάση ίση με:

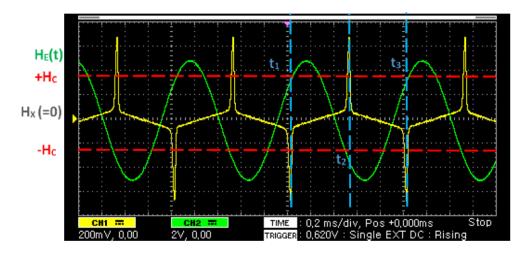
$$V_{out}(t) = -N_0 \frac{d\Phi}{dt} = -N_0 A \frac{dB}{dt}$$
 (1)

όπου Φ είναι η μαγνητική ροή, B η μαγνητική επαγωγή και A το εμβαδόν διατομής του πηνίου.

Από την παραπάνω σχέση γίνεται αντιληπτό ότι η τάση εξόδου του αισθητήρα είναι ίση με έναν γνωστό παράγοντα (δηλ. τη διατομή του πηνίου επί τον αριθμό των σπειρών του) επί την παράγωγο της μαγνητικής επαγωγής ως προς τον χρόνο.

Τελικά, η μέτρηση του επιβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου χρησιμοποιώντας μία διάταξη όμοια με την προηγούμενη, μπορεί να βασιστεί στη μέτρηση της χρονικής μεταβολής Δt μεταξύ των διαδοχικών μεγίστων και ελαχίστων του σήματος εξόδου. Ο μαγνητικός πυρήνας αποτελείται από τις λεγόμενες μαγνητικές περιοχές, τα όρια των οποίων ονομάζονται μαγνητικά τοιχώματα. Χαρακτηριστική ιδιότητα των μαγνητικών περιοχών είναι ότι τείνουν να προσανατολίζονται στη φορά του εξωτερικώς επιβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου, μέσω της μετακίνησης των μαγνητικών τους τοιχωμάτων. Όταν το σύνολο των μαγνητικών περιοχών ενός υλικού έχει προσανατολιστεί πλήρως ως προς το επιβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, τότε το υλικό λέγεται ότι έχει φθάσει στον μαγνητικό κορεσμό.

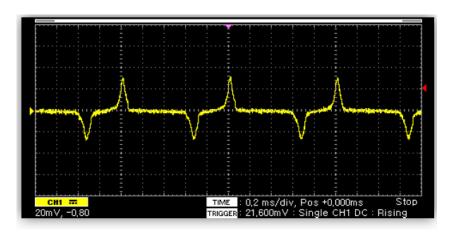
Συνεπώς, εάν το πηνίο διέγερσης τροφοδοτηθεί με κατάλληλο σήμα (π.χ. ημιτονοειδές, συχνότητας $1\,kHz$ και πλάτους $2.5\,V$), ο μαγνητικός πυρήνας του αισθητήρα θα οδηγείται σε κορεσμό σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα και το σήμα του πηνίου λήψης θα είναι όπως αυτό του Σχήματος 2.



Σχήμα 2. Πράσινο χρώμα: Σήμα πηνίου διέγερσης, Κόκκινο χρώμα¨: Συνεκτικό πεδίο, Κίτρινο χρώμα: Σήμα πηνίου λήψης.

Κατά την απουσία εξωτερικώς επιβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου, ο μαγνητικός πυρήνας θα φθάνει στις μέγιστες και ελάχιστες τιμές μαγνήτισης σε ίσα χρονικά διαστήματα, αφού θα επηρεάζεται μόνο από το εναλλασσόμενο σήμα που τροφοδοτεί το πηνίο διέγερσης. Άρα, η χρονική μεταβολή Δt , μεταξύ των διαδοχικών μεγίστων και ελαχίστων θα είναι μηδενική, όπως είναι και στο Σχήμα 2.

Αντίθετα, η επιβολή ενός εξωτερικού μαγνητικού πεδίου που θα επιδρά στον μαγνητικό πυρήνα ταυτόχρονα με το σήμα διέγερσης, θα οδηγήσει πιο γρήγορα ή πιο αργά (αναλόγως της φοράς αυτού του πεδίου) τον μαγνητικό πυρήνα σε κορεσμό. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα να μεταβληθεί και η χρονική διαφορά μεταξύ των διαδοχικών μεγίστων και ελαχίστων του σήματος εξόδου, η οποία πλέον θα είναι διάφορη του μηδενός, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3. Σήμα πηνίου λήψης κατά την επιβολή εξωτερικού μαγνητικού πεδίου.

Επομένως, διεξάγοντας την κατάλληλη βαθμονόμηση, είναι δυνατή η συσχέτιση της χρονικής διαφοράς των μεγίστων και ελαχίστων του σήματος εξόδου με το μέτρο και την κατεύθυνση του άγνωστου εξωτερικώς επιβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου.

1.1.2 Αισθητήρας θέσης

Όπως είναι εμφανές, ένας σημαντικός παράγοντας που επηρεάζει τα χαρακτηριστικά και την απόδοση ενός αισθητήρα fluxgate, είναι ο μαγνητικός του πυρήνας. Έστω όμως ότι ο πυρήνας δεν καλύπτει όλο το μήκος των πηνίων διέγερσης και λήψης. Σε αυτήν την περίπτωση, μέρος των πηνίων θα αλληλεπιδρά με τον αέρα και όχι με τον μαγνητικό πυρήνα, με αποτέλεσμα να μειώνεται αντίστοιχα και το πλάτος του σήματος που λαμβάνεται από το πηνίο λήψης.

Συνεπώς, η τοποθέτηση ή απομάκρυνση του μαγνητικού πυρήνα προκαλεί την αύξηση ή μείωση, αντιστοίχως, του πλάτους εξόδου. Επομένως, μετά από κατάλληλη βαθμονόμηση, είναι δυνατός ο συσχετισμός της τάσης εξόδου που λαμβάνεται από το πηνίο λήψης με τη θέση του μαγνητικού πυρήνα σε σχέση με τον αισθητήρα.

2. Πειραματικό Μέρος

2.1 Αισθητήρας Πεδίου

2.1.1 Διεξαγωγή μετρήσεων

Εκτελέστηκαν δύο πειράματα για τον υπολογισμό της χρονικής διαφοράς ενός ελαχίστου και ενός διαδοχικού μεγίστου της εμφανιζόμενης κυματομορφής. Στα πειράματα εφαρμόσαμε δύο ημιτονοειδείς τάσεις διαφορετικής συχνότητας και ίδιου πλάτος. Στο πρώτο πείραμα εφαρμόστηκε σήμα με πλάτος $V_A=2.5\ V$ και συχνότητα f=1kHz. Στο δεύτερο πείραμα εφαρμόστηκε σήμα με το ίδιο πλάτος, ωστόσο με διαφορετική συχνότητα $f=5\ kHz$.

1º Πείραμα:

Κατά την εφαρμογή του πρώτου σήματος αλλάξαμε την τιμή της συνεχής συνιστώσας του ρεύματος V_{DC} από τα 2 Vέως τα -2 V με βήμα 0.5 V. Η αλλαγή έγινε μέσω της λειτουργίας **DC Offset** της γεννήτριας συχνοτήτων. Μέσω των πειραμάτων

υπολογίστηκε ο απαιτούμενος χρόνος και παρουσιάζονται οι μετρήσεις αναλυτικά στον πίνακα που ακολουθεί.

$V_{DC}(V)$	t _{1,2} (μsec)
2.0	158
1.5	264
1.0	344
0.5	412
0.0	480
-0.5	542
-1.0	610
-1.5	680
-2.0	762

Πίνακας 1. Αποτελέσματα πρώτου πειράματος.

20 Πείραμα:

Κατά την εφαρμογή του δεύτερου σήματος αλλάξαμε την τιμή της συνεχής συνιστώσας του ρεύματος V_{DC} από τα 2 V έως τα -2 V με βήμα 0.5 V. Η αλλαγή έγινε μέσω της λειτουργίας DC Offset της γεννήτριας συχνοτήτων. Μέσω των πειραμάτων υπολογίστηκε ο απαιτούμενος χρόνος και παρουσιάζονται οι μετρήσεις αναλυτικά στον πίνακα που ακολουθεί.

$\overline{V_{DC}(V)}$	t _{1,2} (μsec)
2.0	34
1.5	50
1.0	67
0.5	83
0.0	96
-0.5	109
-1.0	122
-1.5	137
-2.0	155

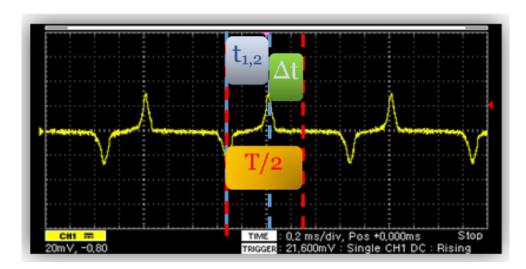
Πίνακας 2. Αποτελέσματα δεύτερου πειράματος.

2.1.2 Επεξεργασία μετρήσεων

1. Σε κάθε μέτρηση που κάναμε και για τα δύο πειράματα θα υπολογίσουμε την χρονική διαφορά από την σχέση

$$\Delta t = t_{1,2} - \frac{T}{2} \tag{2}$$

όπου Τ είναι η περίοδος του αντίστοιχου σήματος διέγερσης (βλ. Σχήμα 4).



Σχήμα 4. Υπολογισμός χρονικής διαφοράς Δτ.

Το πρώτο σήμα έχει συχνότητα f=1 kHz. Οπότε η περίοδός του θα είναι $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{10^3}=1000$ μsec . Άρα η T/2=500 μsec . Στο παρακάτω πίνακα εμφανίζεται αυτή η χρονική διαφορά συναρτήσει της τάσης V_{DC} .

$V_{DC}(V)$	Δt (μsec)
2.0	-342
1.5	-236
1.0	-156
0.5	-88
0.0	-20
-0.5	42
-1.0	110
-1.5	180
-2.0	262

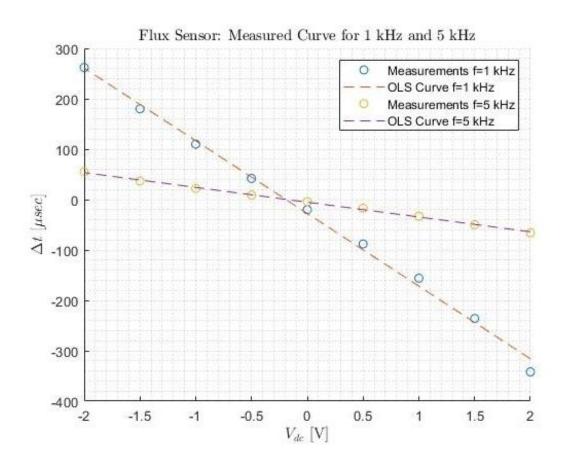
Πίνακας 3. Χρονική διαφορά Δt πρώτου πειράματος.

Το δεύτερο σήμα έχει συχνότητα f=5 kHz. Οπότε η περίοδός του θα είναι $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{5\,10^3}=200$ μsec . Άρα η $\frac{T}{2}=100$ μsec . Στο παρακάτω πίνακα εμφανίζεται αυτή η χρονική διαφορά συναρτήσει της τάσης V_{DC} .

$V_{DC}(V)$	Δt (μsec)
2.0	-66
1.5	-50
1.0	-33
0.5	-17
0.0	-4
-0.5	9
-1.0	22
-1.5	37
-2.0	55

Πίνακας 4. Χρονική Διαφορά Δt δεύτερου πειράματος.

2. Οι καμπύλες των δύο προηγούμενων πειραμάτων αποτυπώνονται στο σχήμα 5.



Σχήμα 5. Σύγκριση χρονικών διαφορών δύο σημάτων με διαφορετική συχνότητα.

3. Αυτό που παρατηρούμε από τις καμπύλες του σχήματος 5 είναι πως με την αύξηση της DC τάσης των σημάτων εισόδου, μειώνεται γραμμικά η χρονική διαφορά Δt . Επίσης, με την αύξηση της συχνότητας στο σήμα διέγερσης παρατηρούμε πως η καμπύλη έχει μικρότερη κλίση, καθώς η ημιπερίοδος του σήματος ελαττώνεται. Έτσι το σήμα λήψης θα έχει περισσότερες κορυφές.

4. Ο αισθητήρας πεδίου έχει πολλές εφαρμογές. Λόγω των μαγνητικών του ιδιοτήτων χρησιμοποιείται σε μαγνητόμετρα. Τα μαγνητόμετρα έχουν την δυνατότητα ανίχνευσης και μέτρησης του μαγνητικού πεδίου που προέρχονται από την Γη ή από κάποια άλλη πηγή. Αυτή η πηγή συνήθως είναι κάποιο μέταλλο ή και υποβρύχιο. Άλλη μία εφαρμογή ευρείας χρήσης είναι η ηλεκτρονική πυξίδα. Χρησιμοποιείται για τον προσανατολισμό των πλοίων, των αεροπλάνων και άλλων μέσων. Τέλος, ακόμα μία τρίτη εφαρμογή είναι για την ανίχνευση ατελειών σε μαγνητικά υλικά. Σε κάποιο σημείου του υλικού μπορεί να υπάρχει κάποια ρωγμή. Έτσι θα δημιουργούνται δύο τεχνητοί πόλοι στο υλικό, με αποτέλεσμα να εμφανίζεται «διαρροή» του μαγνητικού πεδίου.

2.2 Αισθητήρας Θέσης

2.2.1 Διεξαγωγή μετρήσεων

Ο αισθητήρας fluxgate εκτός από μετρητής μαγνητικού πεδίου, είναι και μετρητής θέσης. Κατά την μέτρηση θέσης αυτό που συμβαίνει είναι πως ο μαγνητικός πυρήνας του αισθητήρα μετακινείται από το πηνίο διέγερσης προς το πηνίο λήψης, δημιουργώντας μία σχετική απόσταση. Έτσι, η τάση εξόδου που λαμβάνουμε από τον αισθητήρα θα μειώνεται.

Στην περίπτωση μας εφαρμόστηκαν δύο πειράματα. Χρησιμοποιήθηκε η ίδια διάταξη με πριν και τα ίδια σήματα εισόδου. Για κάθε θέση του μαγνητικού πυρήνα θα δεχθούμε μια τάση εξόδου $V_{out_{nn}}$.

1º Πείραμα:

Για το πρώτο σήμα εισόδου, θα μετατοπίσουμε τον μαγνητικό πυρήνα από το x = 0 mm μέχρι την απόσταση x = 50 mm με βήμα 0.5 mm. Οπότε λαμβάνουμε τον εξής πίνακα μετρήσεων.

x (mm)	$V_{out_{pp}}(V)$
0	1.85
5	1.75
10	1.65
15	1.535
20	1.355
25	1.225
30	1.145
35	0.915
40	0.730
45	0.515
50	0.300

Πίνακας 5. Αποτελέσματα πρώτου πειράματος.

2º Πείραμα:

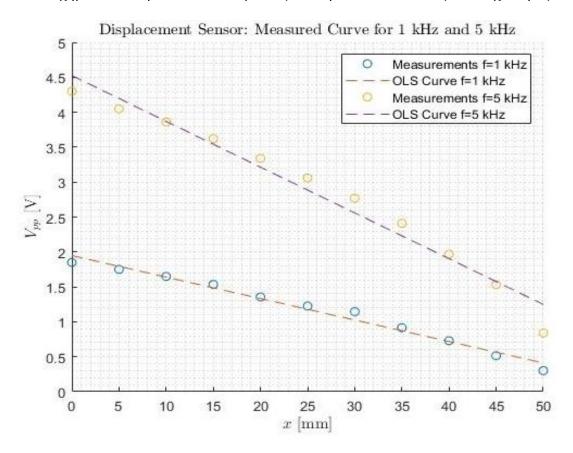
Για το δεύτερο σήμα εισόδου, θα μετατοπίσουμε τον μαγνητικό πυρήνα από το $x = \mathbf{0}$ mm μέχρι την απόσταση $x = \mathbf{50}$ mm με βήμα $\mathbf{0}$. $\mathbf{5}$ mm. Οπότε λαμβάνουμε τον εξής πίνακα μετρήσεων.

<i>x</i> (<i>mm</i>)	$V_{out_{pp}}(V)$
0	4.3
5	4.05
10	3.86
15	3.62
20	3.34
25	3.06
30	2.77
35	2.41
40	1.97
45	1.53
50	0.84

Πίνακας 6. Αποτελέσματα δεύτερου πειράματος.

2.2.2 Επεξεργασία μετρήσεων

1. Στο σχήμα 6 αναπαρίστανται οι καμπύλες που προκύπτουν από τις δύο συχνότητες.



Σχήμα 6. Επίδραση αφαίρεσης μαγνητικού πυρήνα στα σήματα λήψης διαφορετικών συχνοτήτων.

- 2. Κατά την αφαίρεση του μαγνητικού πυρήνα από το πηνίο διέγερσης παρατηρούμε πως η τάση μεταξύ των κορυφών και των κοιλάδων μειώνεται. Επίσης, με την αύξηση της συχνότητας στο σήμα διέγερσης βλέπουμε πως έχει μεγαλύτερη τάση εξόδου στην αρχή το σήμα λήψης και μειώνεται σταδιακά με την αφαίρεση του πυρήνα με μεγαλύτερη κλίση συγκριτικά με το σήμα διέγερσης μικρότερης συχνότητας.
- 3. Οι αισθητήρες θέσης χρησιμοποιούνται για να εκτιμήσουμε την σχετική θέση κινούμενων σωμάτων στον χώρο. Μία ακόμα εφαρμογή των αισθητήρων αυτών είναι η τοποθέτησή τους σε εναέρια μέσα (όπως UAV) για τον υπολογισμό των αποστάσεων από πηγές παρεμβολών.

2.3 Βρόχος Υστέρησης

2.3.1 Επεξεργασία μετρήσεων

Για να απαντηθούν τα επόμενα ερωτήματα πρέπει να υπολογίσουμε την αυτεπαγωγή του πηνίου διέγερσης και κατ' επέκταση την εμπέδησή του. Καθώς γνωρίζουμε πως το πηνίο διέγερσης έχει ως πυρήνα μια άμορφη ταινία CoFeSiB με σχετική μαγνητική διαπερατότητα $\mu_r = 10000$, τότε το πηνίο θα έχει μαγνητική διαπερατότητα

$$\mu = \mu_0 \mu_r = 4\pi 10^{-7} 10^4$$
$$\mu = 4\pi 10^{-3} H/A$$

Έτσι, γνωρίζοντας όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πηνίου διέγερσης, τότε θα υπολογίσουμε την αυτεπαγωγή. Οπότε έχουμε ότι:

$$L = \frac{\mu N_i^2 S}{L} = \frac{4\pi \ 10^{-3} H/A \ (1100)^2 \ \pi \left(\frac{10^{-3} m}{2}\right)^2}{70 \ 10^{-3} \ m}$$
$$L = \frac{\pi^2 121}{7} \ 10^{-3} H$$
$$L = 170.6 \ mH$$

Από το αρχείο .xlxs που περιέχει τα δεδομένα του πειράματος, υπολογίστηκε η συχνότητα του σήματος εισόδου V_{in} . Το σήμα έχει συχνότητα f=1KHz. Οπότε, η γωνιακή συχνότητα του σήματος θα είναι:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 10^3 \ rad/sec = 6283.185 \ rad/sec$$

$$\omega = 6283.185 \ rad/sec$$

Το πηνίο διέγερσης λειτουργεί σαν ένα κύκλωμα RL σε σειρά. Καθώς η αυτεπαγωγή έχει διαφορά φάσης 90°, τότε η συνολική εμπέδηση του κυκλώματος θα είναι

$$Z = R + Z_L = R + j\omega L = 100 + j1071,911361$$

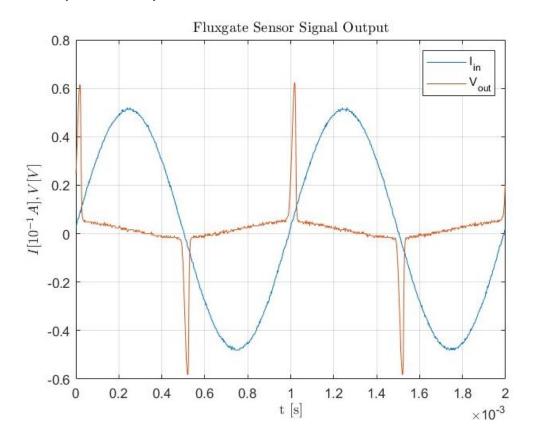
Η φάση και το μέτρο της εμπέδησης θα είναι:

$$|Z| = \sqrt{100^2 + 1071,911361^2} = \sqrt{1.158.993,965840872321} = 1.076,565$$

 $\angle Z = \operatorname{atan}\left(\frac{R}{\omega L}\right) = 0.0930 \, rad$

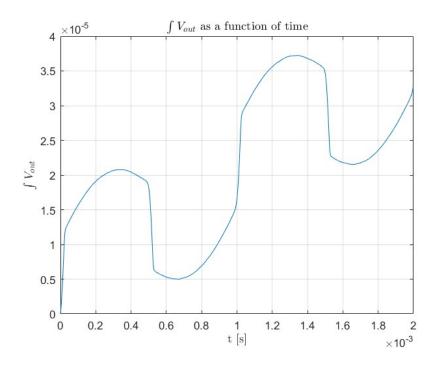
Τα παραπάνω αποτελέσματα χρησιμοποιούνται για την ανάλυση και την επεξεργασία των μετρήσεων του αρχείου .xlxs.

1. Σύμφωνα με τα δεδομένα του συνημμένου αρχείου μετρήσεων, θα παραχθεί το διάγραμμα $(I_{in}(t), V_{out}(t))$ του αισθητήρα fluxgate.



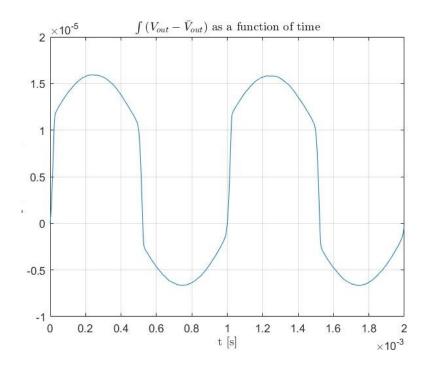
Σχήμα 7. Έξοδος αισθητήρα fluxgate συνημμένου αρχείου.

- 2. Αυτό που παρατηρούμε από την έξοδο του αισθητήρα είναι πως δεν υπάρχει επιβολή εξωτερικού μαγνητικού πεδίου. Έτσι, ο μαγνητικός πυρήνας θα φθάνει στις μέγιστες και ελάχιστες τιμές μαγνήτισης σε ίσα χρονικά διαστήματα, αφού θα επηρεάζεται μόνο από το εναλλασσόμενο σήμα που τροφοδοτεί το πηνίο διέγερσης. Άρα, η χρονική μεταβολή Δt, μεταξύ των διαδοχικών μεγίστων και ελαχίστων θα είναι μηδενική.
- 3. Με την χρήση ενός script στο MATLAB, ολοκληρώθηκαν οι τιμές της τάσης εξόδου, και παράχθηκε το εικονιζόμενο γράφημα του σχήματος 8. Παρατηρούμε πως με την πάροδο του χρόνου το ολοκλήρωμα της τάσης εξόδου αυξάνεται, καθώς υπάρχει η DC συνιστώσα.



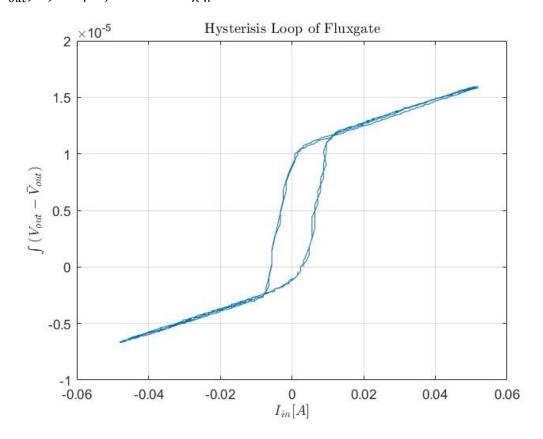
Σχήμα 8. Ολοκλήρωμα τιμών τάσης εξόδου.

4. Για να σχεδιαστεί ο βρόχος υστέρησης θα πρέπει να γίνει μία τροποποίηση στο ολοκλήρωμα της τάσης εξόδου. Καθώς, η τάση εξόδου έχει DC συνιστώσα, τότε θα πρέπει να την αφαιρέσουμε από το σήμα για να έχουμε έναν σταθερό βρόχο υστέρησης. Εφαρμόζοντας την ίδια ανάλυση με το προηγούμενο ερώτημα, με την μόνη διαφορά πως τώρα ολοκληρώνουμε την διαφορά $V_{out}(t)-\bar{V}_{out}$, θα λάβουμε το εικονιζόμενο γράφημα



Σχήμα 9. Τάση εξόδου αισθητήρα χωρίς την DC συνιστώσα.

Οπότε ο βρόχος υστέρησης που θα προκύψει από το γράφημα $(I_{in}(t), \int (V_{out}(t) - \bar{V}_{out})dt)$ απαρτίζεται από το σχήμα 10.



Σχήμα 10. Βρόχος υστέρησης αισθητήρα fluxgate.

Σε αυτό το σημείο να πούμε πως το ρεύμα εισόδου είναι ανάλογο με την ένταση του μαγνητικού πεδίου της σχέσης (3).

$$H = \oint I d\ell \tag{3}$$

Η κλειστή επιφάνεια του ολοκληρώματος στην περίπτωση μας, μας δίνει ότι το H είναι ανάλογο του I. Τέλος, λύνοντας την σχέση (1) ως προς την μαγνητική διαπερατότητα, τότε θα πάρουμε την ανάλογη σχέση του ολοκληρώματος της τάσης εξόδου.

$$V_{out}(t) = -N_0 A \frac{dB}{dt}$$

$$\Rightarrow B = -\frac{1}{N_0 A} \int_0^t V_{out}(\tau) d\tau \tag{4}$$

Σε αυτό το σημείο να επισημάνουμε πως για να πάρουμε τον βρόχο υστέρησης του πυρήνα, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το εναλλασσόμενο σήμα της τάσης εξόδου.