Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Πολυτεχνική Σχολή

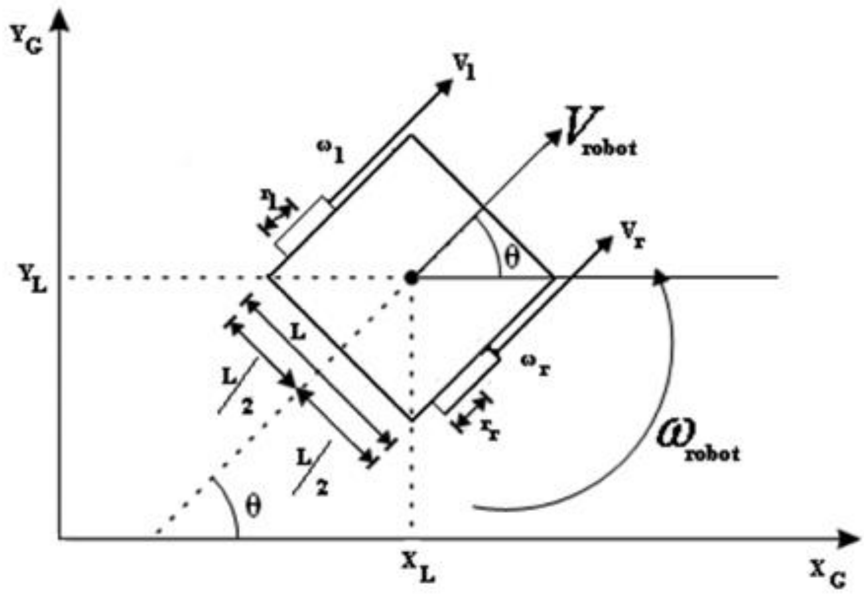
Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής

Προπτυχιακό Μάθημα: «Ρομποτική»

Εργασία Εξαμήνου

<u>Όνομα Φοιτητή – Α.Μ.:</u>

Γεώργιος Κρομμύδας – 3260



ΙΩΑΝΝΙΝΑ,

2020

Μέρος -1^o~ Σχεδίαση τροχιάς Ρομποτικού μηχανισμού:

Σε αυτή την φάση του project είχαμε να σχεδιάσουμε την τροχιά του τροχοφόρου ρομπότ. Η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε είναι των κυβικών πολυωνύμων. Αρχικά το πρόβλημα τμηματοποιήθηκε σε δύο μέρη. Στο πρώτο κομμάτι δημιουργήθηκαν δύο τροχιές, μία γραμμική και μία γωνιακή. Αντίστοιχα για το δεύτερο κομμάτι έχουμε και προσανατολισμό, οπότε θα χρειαστούμε 2 γωνιακές τροχιές και μία γραμμική.

Το πρώτο μέρος της κίνησης του ρομπότ είναι από το σημείο $\mathbf{q_0}$ στο σημείο $\mathbf{q_v}$ και το δεύτερο μέρος από το σημείο $\mathbf{q_v}$ στο σημείο $\mathbf{q_f}$. Αρχικά ας υπολογίσουμε τα σημεία:

$$x_v = round(AM/200) = round(3260/200) \cong 16m$$

$$y_v = round(AM/400) = round(3260/400) \cong 8m$$

$$x_f = round(AM/200) = round(3260/200) \cong 16m$$

$$y_f = -round(AM/400) = -round(3260/400) \cong -8m$$

$$\vartheta_f = AM/2000 = 3260/2000 = 1.63\, rad \cong 93.4°$$

Έτσι προκύπτει η θέση του ενδιάμεσου σημείου και η θέση και ο προσανατολισμός του τελικού σημείου.

Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με τον σχεδιασμό των τροχιών. Πρώτα από όλα, για να καθορίσουμε την τροχιά του ρομπότ θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τα αρχικά και τελικά σημεία της τροχιάς. Καθώς το συγκεκριμένο ρομπότ πηγαίνει μόνο προς τα σημεία που βλέπει, θα πρέπει να υπολογίσουμε την γωνία που σχηματίζεται από τα σημεία $\mathbf{q_0}$ και $\mathbf{q_v}$ και στην συνέχεια να υπολογίσουμε την απόσταση. Αυτές οι δύο τιμές θα είναι τα τελικά σημεία της τροχιάς.

Επομένως, ας δούμε πρώτα την γωνιακή τροχιά της συγκεκριμένης κίνησης. Πρώτα υπολογίζουμε την γωνία:

$$\theta_v = \tan^{-1}(y_v/x_v) = \tan^{-1}(0.5) = 26.5°$$

Επιλέγουμε χρόνο εκτέλεσης της τροχιάς $t_v = 10\, sec.$ Όποτε προχωράμε στην επίλυση της τροχιάς. Έχουμε να λύσουμε το πρόβλημα:

$$\theta_1(t) = \alpha_3 t^3 + \alpha_2 t^2 + \alpha_1 t + \alpha_0$$

με αρχικό και τελικό σημείο:

$$\begin{cases} \theta_1(t = 0) = \theta_0 = 0 \\ \theta_1(t_v) = 26.5° \end{cases}$$

Τώρα θα υπολογίσουμε τους συντελεστές του παραπάνω πολυωνύμου:

$$\alpha_0 = \theta_0 = 0$$

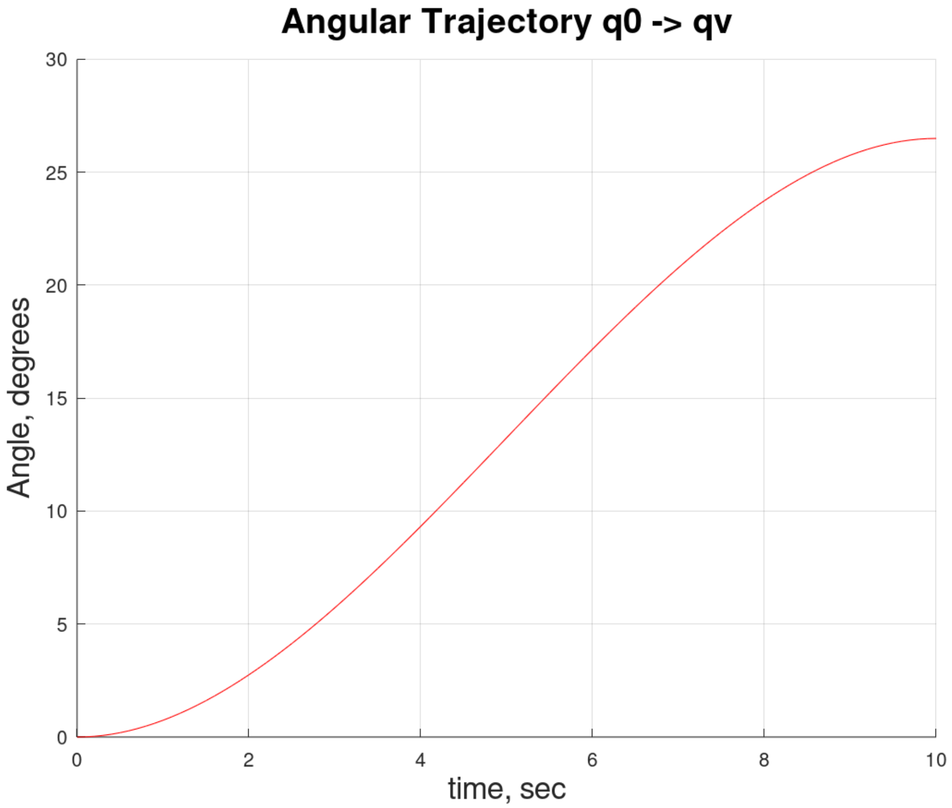
$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{t_v^2}(\theta_v - \theta_0) = \frac{3}{10^2}(26.5 - 0) = 0.795$$

$$\alpha_3 = -\frac{2}{t_v^3}(\theta_v - \theta_0) = -\frac{2}{10^3}(26.5 - 0) = -0.0053$$

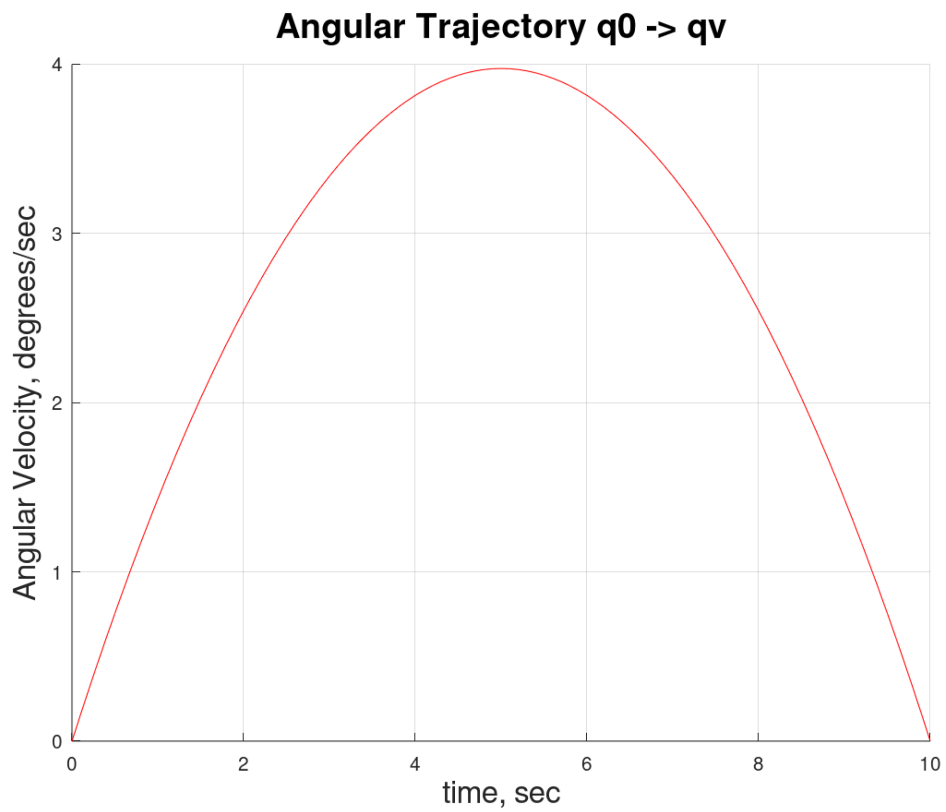
Συνεπώς, η γωνιακή τροχιά θα είναι η εξής:

$$\theta_1(t) = -0.0053 t^3 + 0.795 t^2$$

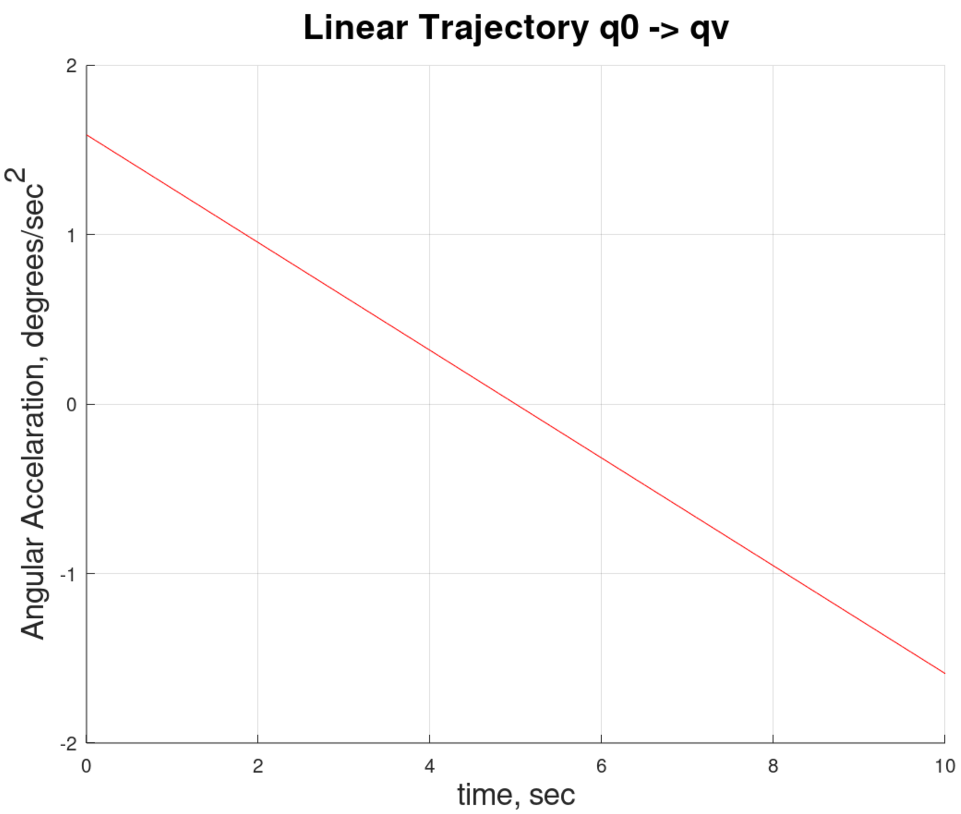


Τώρα ας επαληθεύσουμε και τον περιορισμό της γωνιακής ταχύτητας που μας επιτρέπεται. Θα υπολογίσουμε την ταχύτητα και την επιτάχυνση της τροχιάς, καθώς και την βέλτιστη ταχύτητα βάσει των αποτελεσμάτων.

$$\dot{\theta}_1(t) = -0.159t^2 + 1.59t$$



$$\ddot{\theta}_1(t) = -0.318t + 1.59$$



Για να βρούμε την βέλτιστη ταχύτητα, βρίσκουμε τον χρόνο που μηδενίζεται η επιτάχυνση και τον τοποθετούμε στην σχέση της γωνιακής ταχύτητας.

$$\ddot{\theta}_1(t) = 0 \Rightarrow -0.318t + 1.59 = 0 \Rightarrow t = 5\, sec$$

$$\dot{\theta}_1(0.5) = -0.318(5)^2 + 1.59(5) = 3.975°/sec < 40°/sec$$

Ο περιορισμός ισχύει, επομένως η συγκεκριμένη τροχιά είναι αποδεκτή. Επίσης είναι μέγιστη γωνιακή ταχύτητα καθώς:

$$\dddot{\theta}_1(t) = -0.318 < 0\, \forall t$$

Στη συνέχεια θα βρούμε την γραμμική τροχιά της συγκεκριμένης κίνησης. Πρώτα υπολογίζουμε την απόσταση μεταξύ των δύο σημείων.

$$\theta_v = \sqrt{(x_v - x_0)^2 + (y_v - y_0)^2} = \sqrt{(16-0)^2 + (8-0)^2}$$

$$\Rightarrow \theta_v = \sqrt{256 + 64} = \sqrt{320} \cong 18\, m$$

Επιλέγουμε χρόνο εκτέλεσης της τροχιάς $t_v = 100\, sec$. Όποτε προχωράμε στην επίλυση της τροχιάς. Έχουμε να λύσουμε το πρόβλημα:

$$\theta_2(t) = \alpha_3 t^3 + \alpha_2 t^2 + \alpha_1 t + \alpha_0$$

με αρχικό και τελικό σημείο:

$$\begin{cases} \theta_2(t = 0) = \theta_0 = 0 \\ \theta_2(t_v) = 18\, m \end{cases}$$

Τώρα θα υπολογίσουμε τους συντελεστές του παραπάνω πολυωνύμου:

$$\alpha_0 = \theta_0 = 0$$

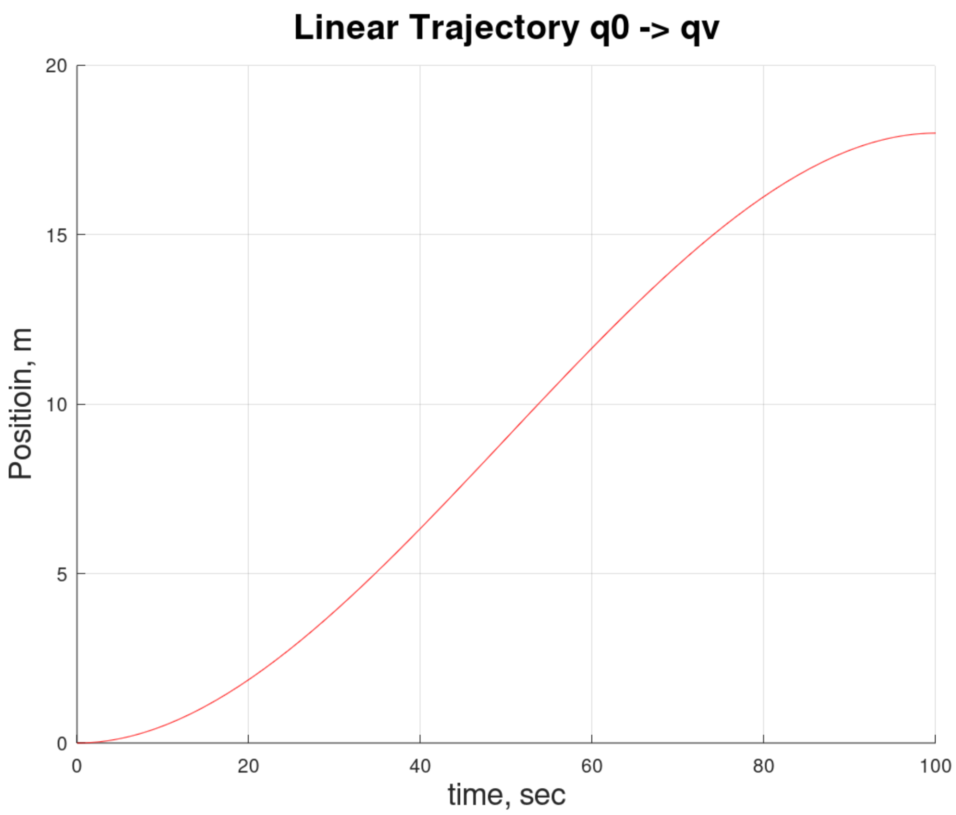
$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{t_v^2}(\theta_v - \theta_0) = \frac{3}{100^2}(18 - 0) = 0.0054$$

$$\alpha_3 = -\frac{2}{t_v^3}(\theta_v - \theta_0) = -\frac{2}{100^3}(18 - 0) = -0.000036$$

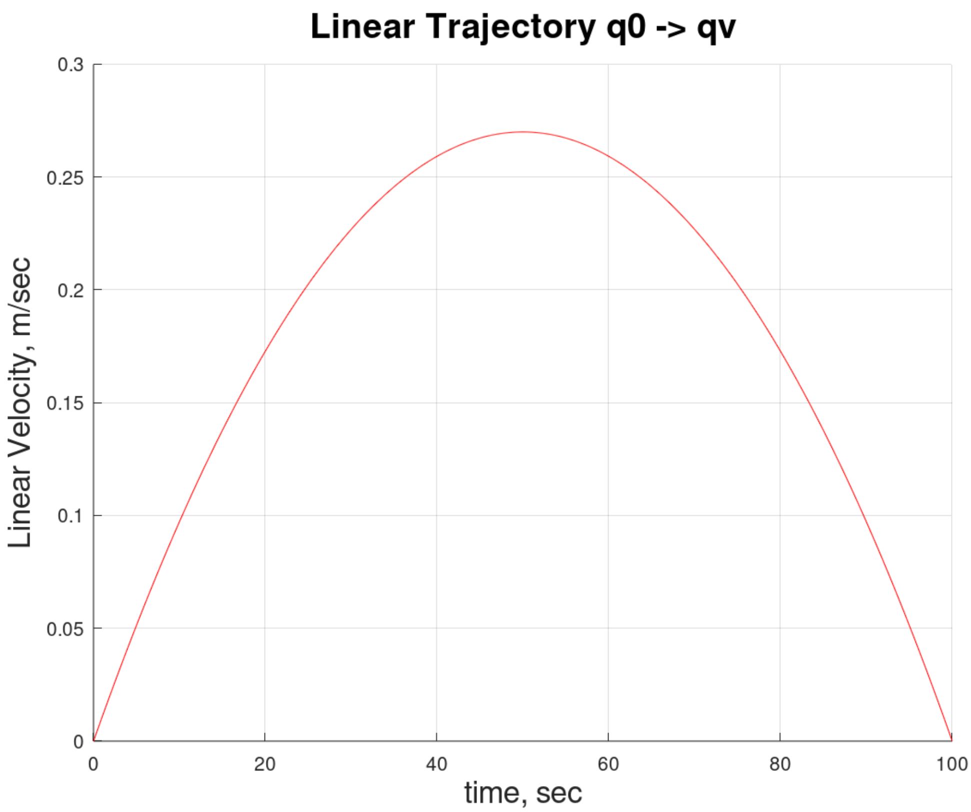
Συνεπώς, η γωνιακή τροχιά θα είναι η εξής:

$$\theta_2(t) = -0.000036t^3 + 0.0054t^2$$

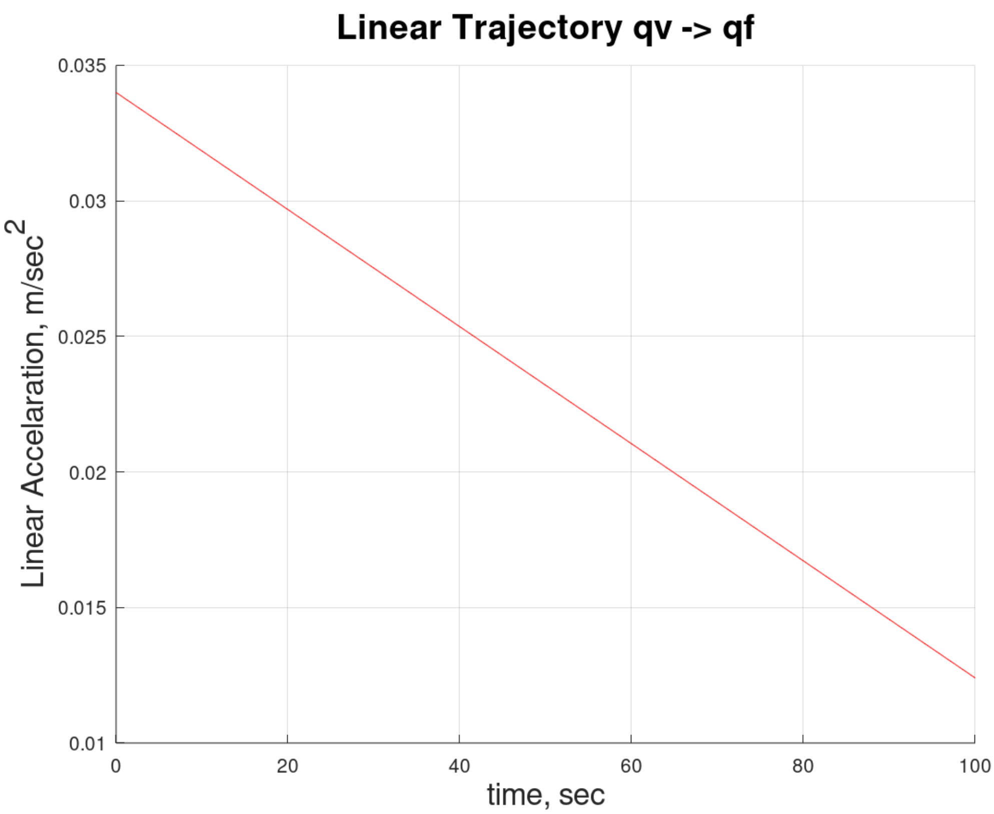


Τώρα ας επαληθεύσουμε και τον περιορισμό της γραμμικής ταχύτητας που μας επιτρέπεται. Θα υπολογίσουμε την ταχύτητα και την επιτάχυνση της τροχιάς, καθώς και την βέλτιστη ταχύτητα βάσει των αποτελεσμάτων.

$$\dot{\theta}_2(t) = -0.000108t^2 + 0.0108t$$



$$\ddot{\theta}_2(t) = -0.000216t + 0.0108$$



Για να βρούμε την βέλτιστη ταχύτητα, βρίσκουμε τον χρόνο που μηδενίζεται η επιτάχυνση και τον τοποθετούμε στην σχέση της γραμμικής ταχύτητας.

$$\ddot{\theta}_2(t) = 0 \Rightarrow -0.000216t + 0.0108 = 0 \Rightarrow t = 50\,sec$$

$$\dot{\theta}_2(0.5) = -0.000108(50)^2 + 0.0108(50) = 0.27\,m/sec < 0.5\,m/sec$$

Ο περιορισμός ισχύει, επομένως η συγκεκριμένη τροχιά είναι αποδεκτή. Επίσης είναι μέγιστη γραμμική ταχύτητα καθώς:

$$\dddot{\theta}_2(t) = -0.000216 < 0\ \forall t$$

Τώρα θα ξεκινήσουμε την ανάλυση του δεύτερου κομματιού της τροχιάς. Δηλαδή από το σημείο **qv** στο σημείο **qf**. Αρχικά το ρομπότ θα στρίψει προς το σημείο και ύστερα θα μετακινηθεί προς αυτό. Όταν φτάσει στο σημείο τότε μένει να πάρει τον σωστό προσανατολισμό ο οποίος θα γίνει βάσει την γωνία του τελικού σημείου. Πρώτα απ’ όλα ας δούμε την πρώτη γωνιακή τροχιά:

$$\theta_f = \tan^{-1}(y_f - y_v/(x_f - x_v)) = \tan^{-1}(-8-8/(16-16)) \\ = -90°$$

Επιλέγουμε χρόνο εκτέλεσης της τροχιάς $t_f = 10\,sec$. Όποτε προχωράμε στην επίλυση της τροχιάς. Έχουμε να λύσουμε το πρόβλημα:

$$\theta_3(t) = \alpha_3 t^3 + \alpha_2 t^2 + \alpha_1 t + \alpha_0$$

με αρχικό και τελικό σημείο:

$$\begin{cases} \theta_3(t = 0) = \theta_0 = 26.5° \\ \theta_1(t_f) = -90° \end{cases}$$

Τώρα θα υπολογίσουμε τους συντελεστές του παραπάνω πολυωνύμου:

$$\alpha_0 = \theta_0 = 26.5$$

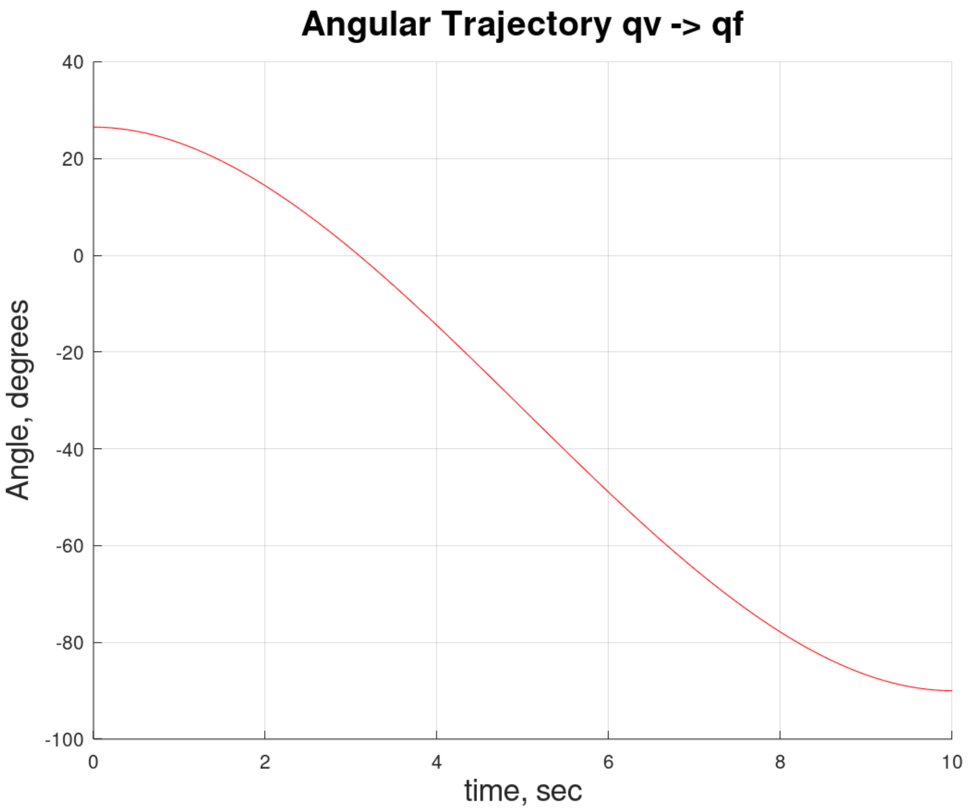
$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{t_f^2}(\theta_f - \theta_0) = \frac{3}{10^2}(-90 - 26.5) = -3.495$$

$$\alpha_3 = -\frac{2}{t_f^3}(\theta_f - \theta_0) = -\frac{2}{10^3}(-90 - 26.5) = 0.233$$

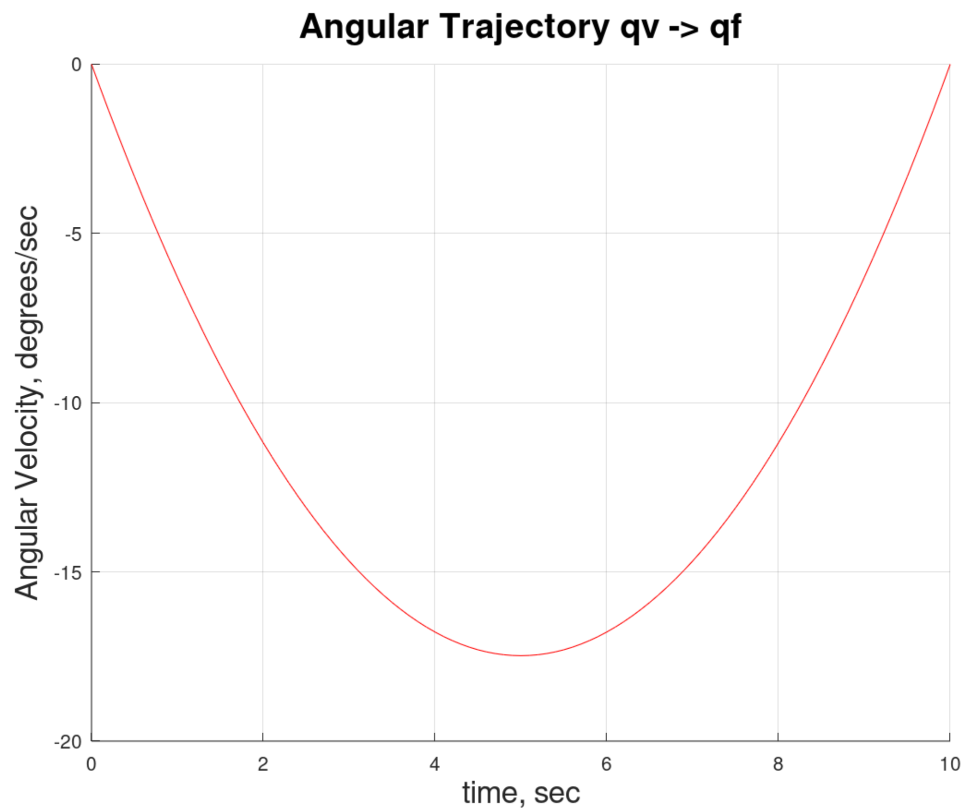
Συνεπώς, η γωνιακή τροχιά θα είναι η εξής:

$$\theta_3(t) = 0.233t^3 - 3.495t^2 + 26.5$$

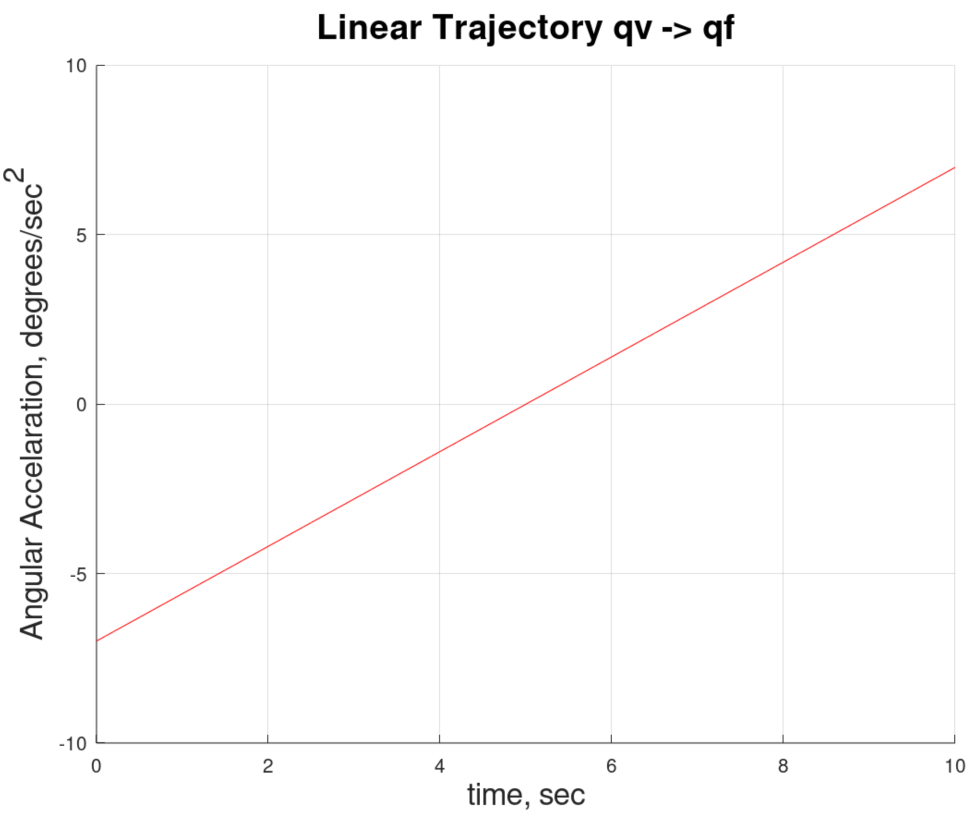


Τώρα ας επαληθεύσουμε και τον περιορισμό της γωνιακής ταχύτητας που μας επιτρέπεται. Θα υπολογίσουμε την ταχύτητα και την επιτάχυνση της τροχιάς, καθώς και την βέλτιστη ταχύτητα βάσει των αποτελεσμάτων.

$$\dot{\theta}_3(t) = 0.699t^2 - 6.99t$$



$$\ddot{\theta}_3(t) = 1.398t - 6.99$$



Για να βρούμε την βέλτιστη ταχύτητα, βρίσκουμε τον χρόνο που μηδενίζεται η επιτάχυνση και τον τοποθετούμε στην σχέση της γωνιακής ταχύτητας.

$$\ddot{\theta}_3(t) = 0 \Rightarrow 1.398t - 6.99 = 0 \Rightarrow t = 5\,sec$$

$$\dot{\theta}_3(5) = 0.699(5)^2 - 6.99(5) = -17.475°/sec > -40°/sec$$

Ο περιορισμός ισχύει, επομένως η συγκεκριμένη τροχιά είναι αποδεκτή. Επίσης είναι ελάχιστη γωνιακή ταχύτητα καθώς:

$$\dddot{\theta}_3(t) = 1.398 > 0\ \forall t$$

Στη συνέχεια θα βρούμε την γραμμική τροχιά της συγκεκριμένης κίνησης. Πρώτα υπολογίζουμε την απόσταση μεταξύ των δύο σημείων.

$$\theta_f = \sqrt{\left(x_f - x_0\right)^2 + \left(y_f - y_0\right)^2} = \sqrt{(16-16)^2 + (-8-8)^2}$$

$$\Rightarrow \theta_f = \sqrt{256} = 16\,m$$

Επιλέγουμε χρόνο εκτέλεσης της τροχιάς $t_f = 46\,sec$. Όποτε προχωράμε στην επίλυση της τροχιάς. Έχουμε να λύσουμε το πρόβλημα:

$$\theta_4(t) = \alpha_3 t^3 + \alpha_2 t^2 + \alpha_1 t + \alpha_0$$

με αρχικό και τελικό σημείο:

$$\begin{cases} \theta_4(t = 0) = \theta_0 = 0 \\ \theta_4(t_f) = 16\,m \end{cases}$$

Τώρα θα υπολογίσουμε τους συντελεστές του παραπάνω πολυωνύμου:

$$\alpha_0 = \theta_0 = 0$$

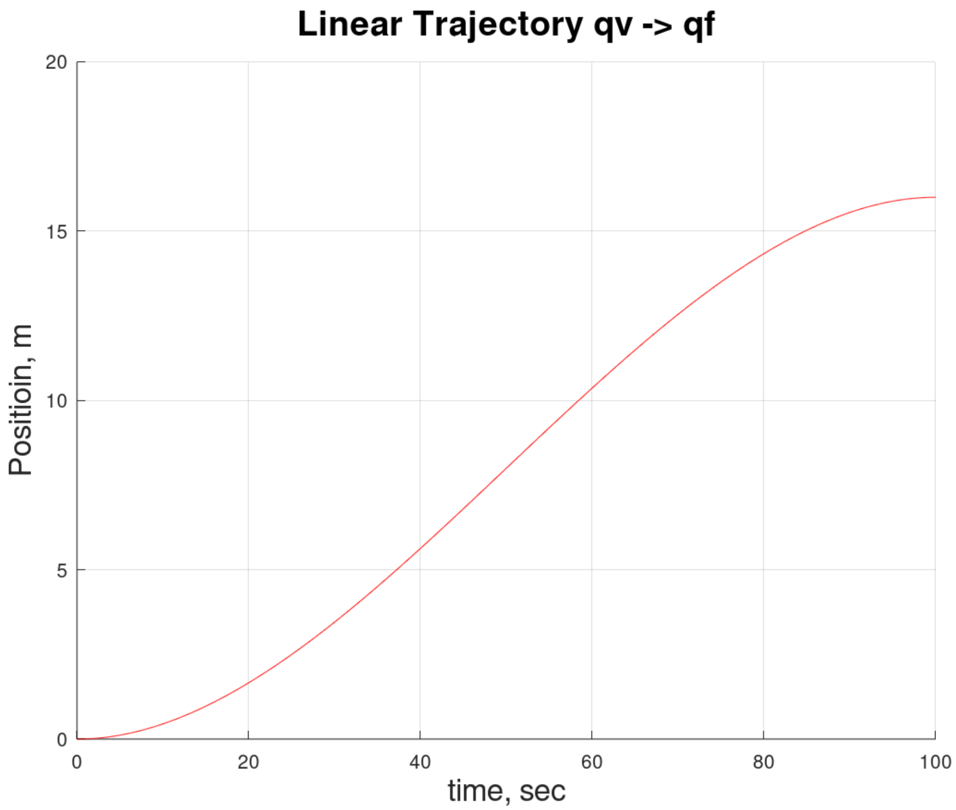
$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{t_f^2}\left(\theta_f - \theta_0\right) = \frac{3}{100^2}(16-0) = 0.0048$$

$$\alpha_3 = -\frac{2}{t_f^3}\left(\theta_f - \theta_0\right) = -\frac{2}{100^3}(16-0) = -0.000032$$

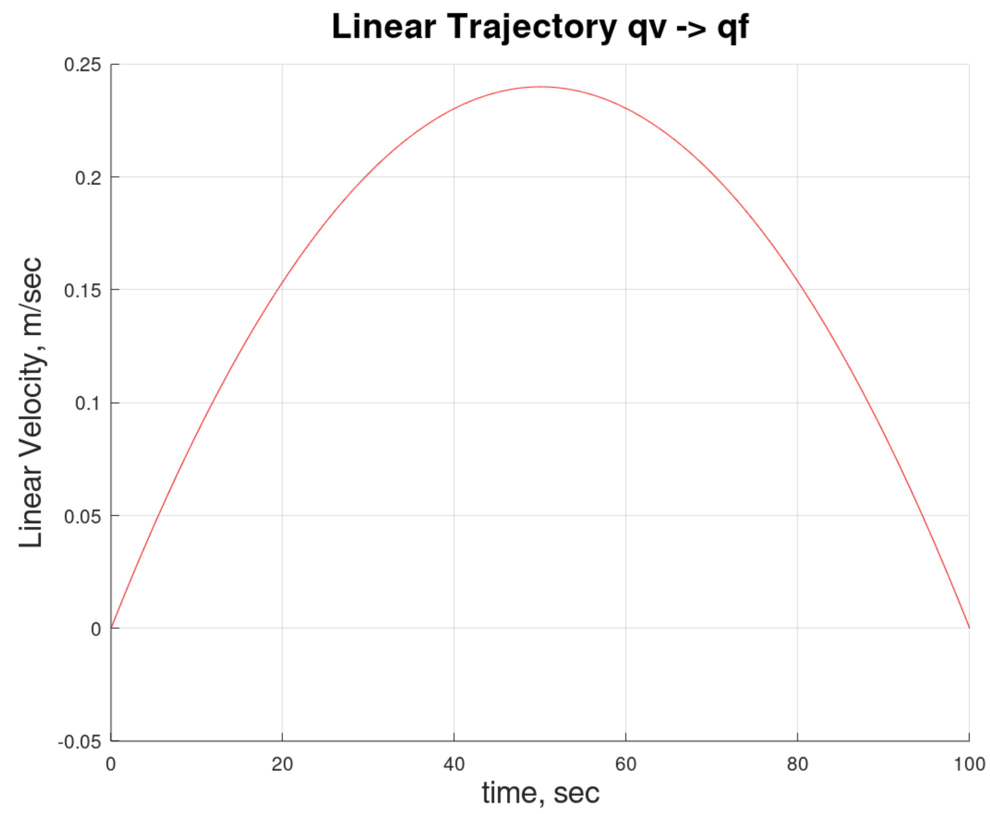
Συνεπώς, η γραμμική τροχιά θα είναι η εξής:

$$\theta_4(t) = -0.000032t^3 + 0.0048t^2$$

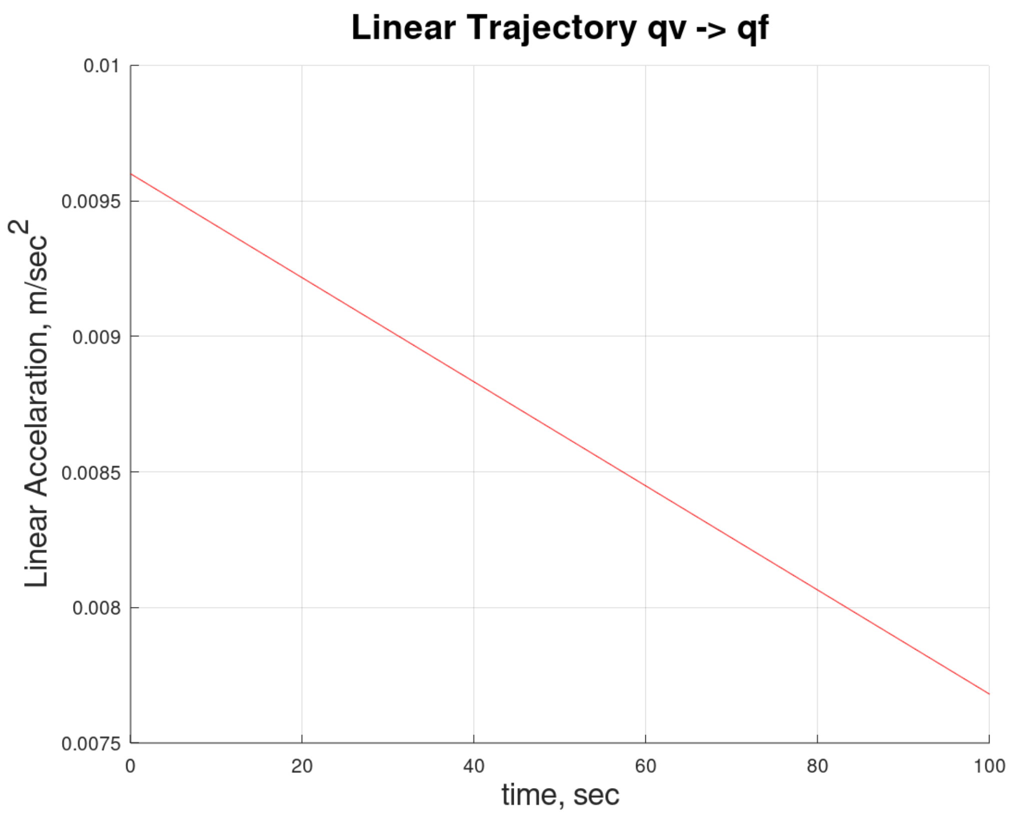


Τώρα ας επαληθεύσουμε και τον περιορισμό της γραμμικής ταχύτητας που μας επιτρέπεται. Θα υπολογίσουμε την ταχύτητα και την επιτάχυνση της τροχιάς, καθώς και την βέλτιστη ταχύτητα βάσει των αποτελεσμάτων.

$$\dot{\theta}_4(t) = -0.00096t^2 + 0.0096t$$



$$\ddot{\theta}_4(t) \; = \; -0.000192t \; + \; 0.0096$$



Για να βρούμε την βέλτιστη ταχύτητα, βρίσκουμε τον χρόνο που μηδενίζεται η επιτάχυνση και τον τοποθετούμε στην σχέση της γραμμικής ταχύτητας.

$$\ddot{\theta}_4(t) = 0 \Rightarrow -0.00192t + 0.044 = 0 \Rightarrow t = 22.41\, sec$$

$$\dot{\theta}_4(22.41) = -0.00096(22.41)^2 + 0.044(22.41) = 0.50416\, m/sec$$
$$\cong 0.5\, m/sec$$

Ο περιορισμός ισχύει, επομένως η συγκεκριμένη τροχιά είναι αποδεκτή. Επίσης είναι μέγιστη γραμμική ταχύτητα καθώς:

$$\dddot{\theta}_4(t) = -0.00192 < 0\ \forall t$$

Η τελευταία κίνηση που θα εκτελέσει θα είναι περιστροφή γύρω από τον άξονα z, έτσι ώστε να βρεθεί στο τελικό σημείο με τον αντίστοιχο προσανατολισμό. Οπότε ας υπολογίσουμε και το τελευταίο πολυώνυμο.

Επιλέγουμε χρόνο εκτέλεσης της τροχιάς $t_f = 10\, sec$. Όποτε προχωράμε στην επίλυση της τροχιάς. Έχουμε να λύσουμε το πρόβλημα:

$$\theta_5(t) = \alpha_3 t^3 + \alpha_2 t^2 + \alpha_1 t + \alpha_0$$

με αρχικό και τελικό σημείο:

$$\begin{cases} \theta_5(t = 0) = \theta_0 = -90° \\ \theta_5(t_f) = 93.4° \end{cases}$$

Τώρα θα υπολογίσουμε τους συντελεστές του παραπάνω πολυωνύμου:

$$\alpha_0 = \theta_0 = -90$$

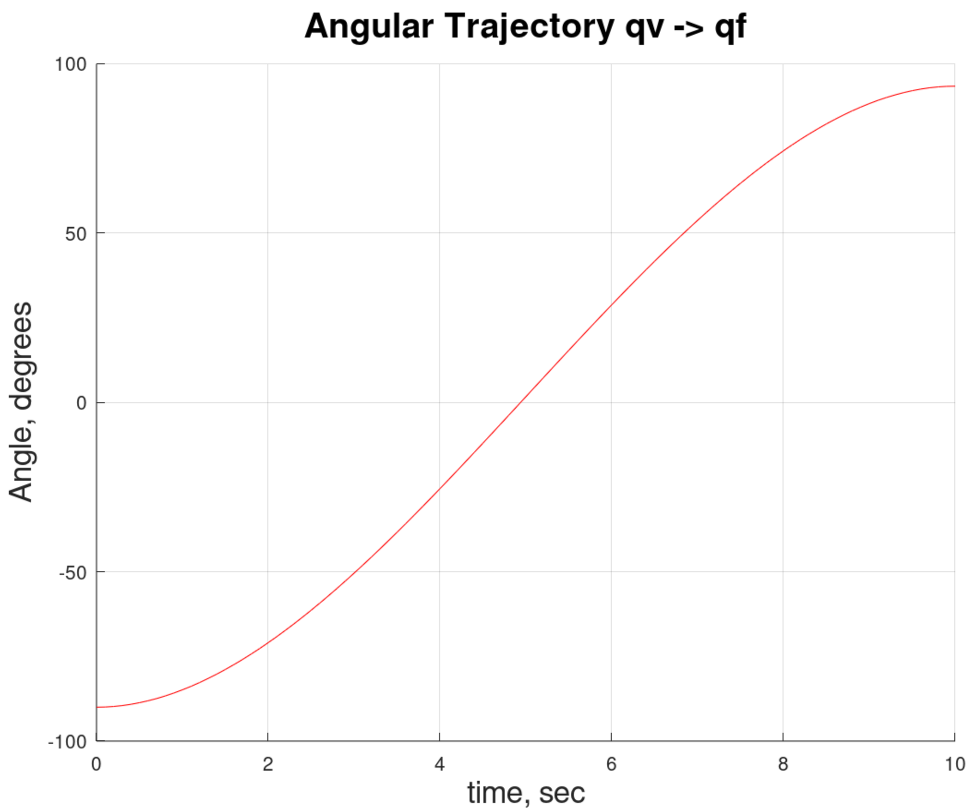
$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{t_f^2}\left(\theta_f - \theta_0\right) = \frac{3}{10^2}(93.4 + 90) = 5.502$$

$$\alpha_3 = -\frac{2}{t_f^3}\left(\theta_f - \theta_0\right) = -\frac{2}{10^3}(93.4 + 90) = -0.3668$$

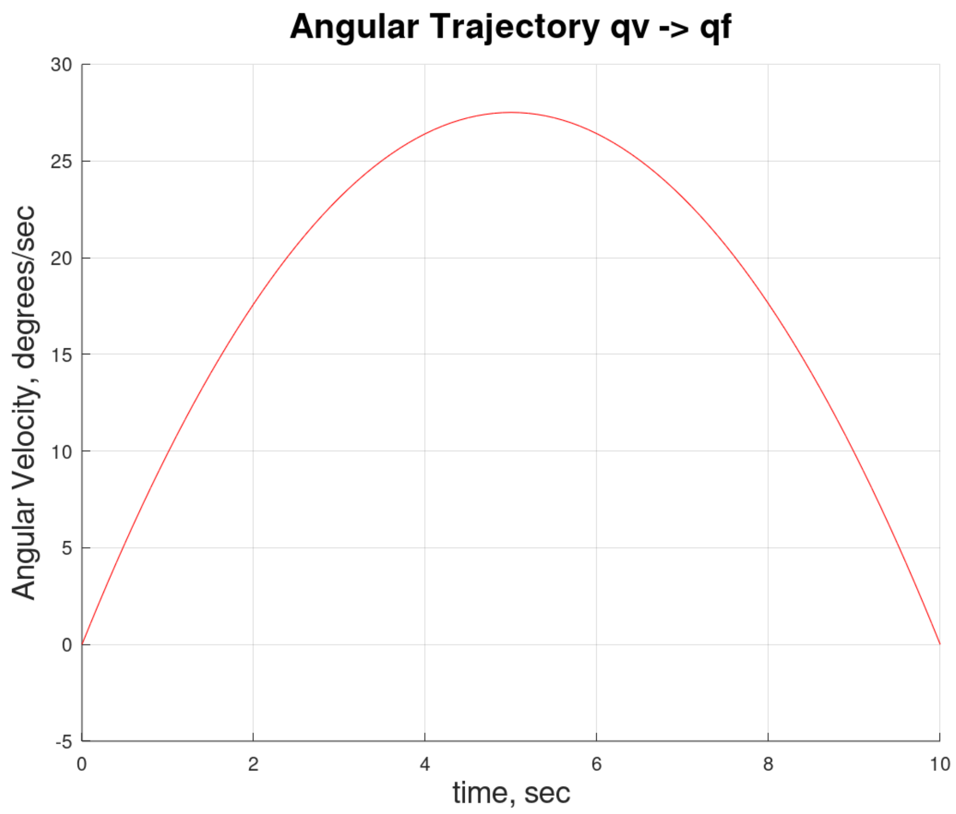
Συνεπώς, η γραμμική τροχιά θα είναι η εξής:

$$\theta_5(t) = -0.3668t^3 + 5.502t^2 - 90$$



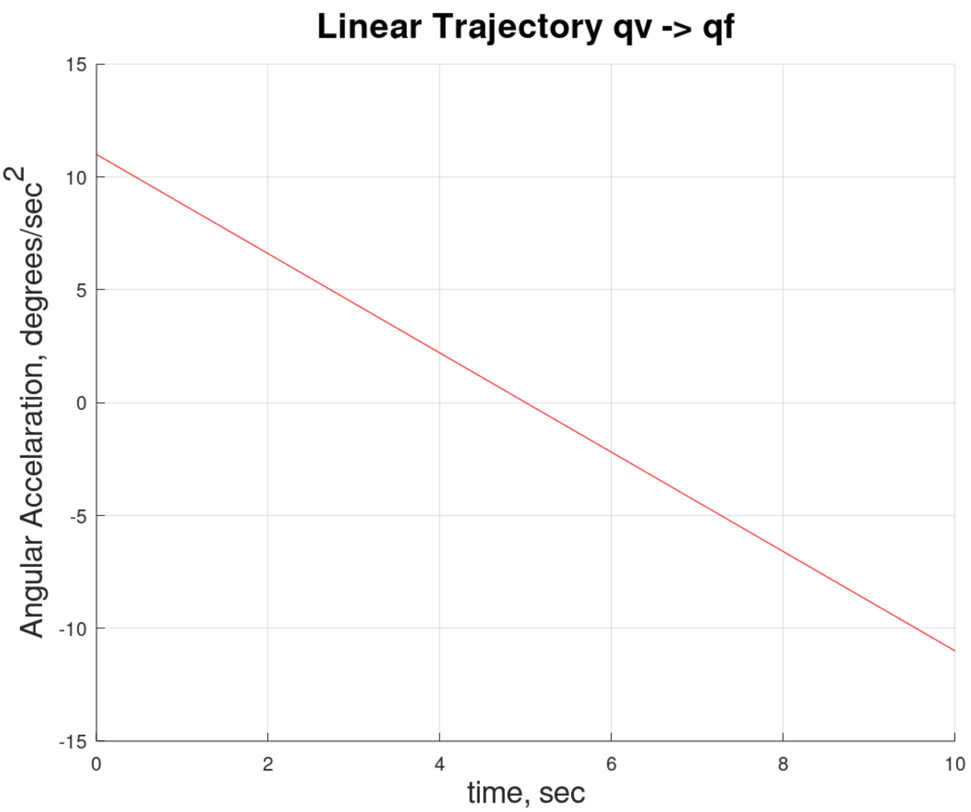
Στη συνέχεια, θα υπολογίσουμε την εξίσωση της ταχύτητας και της επιτάχυνσης, έτσι ώστε να υπολογίσουμε την μέγιστη ταχύτητα της τροχιάς. Έτσι θα ελέγξουμε τον περιορισμό της ταχύτητας.

$$\dot{\theta}_5(t) = -1.1004t^2 + 11.004t$$



Η τροχιά της επιτάχυνσης είναι η εξής:

$$\ddot{\theta}_5(t) = -2.2008t + 11.004$$



Για να βρούμε την βέλτιστη ταχύτητα, βρίσκουμε τον χρόνο που μηδενίζεται η επιτάχυνση και τον τοποθετούμε στην σχέση της γραμμικής ταχύτητας.

$$\ddot{\theta}_5(t) = 0 \Rightarrow -2.2008t + 11.004 = 0 \Rightarrow t = 5\,sec$$

$$\dot{\theta}_5(5) = -1.1004(5)^2 + 11.004(5) = 27.51\,°/sec$$

Ο περιορισμός ισχύει, επομένως η συγκεκριμένη τροχιά είναι αποδεκτή. Επίσης είναι μέγιστη γραμμική ταχύτητα καθώς:

$$\dddot{\theta}_5(t) = -1.1004 < 0\ \forall t$$

Μέρος -2ο ~ Αποτελέσματα Προσομοίωσης Ρομποτικού Μηχανισμού:

Η προσομοίωση λειτουργεί μέχρι το ενδιάμεσο σημείο. Δεν κατάφερα να το διορθώσω και μετά τα 50sec για κάποιο άγνωστο λόγο η πορεία αλλάζει κατά το μέσο της κίνησης. Ενώ στη σχεδίαση βγήκε σωστά.