

■ 实验报告

姓名	
评分	

## 实验报告

课程名称： 地震波理论

课题名称： 胀缩点震源球面波的滤波器

专 业： 地球物理

姓 名： 王锴

班 级： 201145

完成日期： 2016 年 12 月 9 日

# 目录

一、实验名称 .....	1
二、实验目的 .....	1
三、实验题目 .....	1
四、实验原理 .....	1
五、证明与推导 .....	1
六、滤波器的编程实现 .....	3
七、实验结果与分析 .....	5
八、实验体会 .....	14
参考文献 .....	14

## 实验报告

### ■ 一、实验名称

胀缩点震源球面波的滤波器。

### ■ 二、实验目的

- (1) 理解并掌握胀缩点震源球面波的位移场方程；
- (2) 掌握近震源场与远震源场滤波器的推导与证明；
- (3) 掌握滤波器的工作原理；
- (4) 熟悉 matlab 软件环境。

### ■ 三、实验题目

- (1) 证明胀缩点震源球面波远震源场的滤波器为：

$$\Phi(\omega) = \frac{j\omega \frac{r}{c}}{1 + j\omega \frac{r}{c}} \quad (3.1)$$

- (2) 推导胀缩点震源球面波近震源场的滤波器。

### ■ 四、实验原理

球面波位移场公式为：

$$u_p = - \left[ \frac{1}{rc} f' \left( t - \frac{r}{c} \right) + \frac{1}{r^2} f \left( t - \frac{r}{c} \right) \right] \quad (4.1)$$

其中  $\frac{1}{rc} f' \left( t - \frac{r}{c} \right)$  项表示远震源场，当  $r$  增大时，该项其主要作用， $\frac{1}{r^2} f \left( t - \frac{r}{c} \right)$  项表示近震源场，当  $r$  很小时，该项其主要作用，故而在地震震源附近记录的信号是近震源场与远震源场的混合。对于这样的记录可以使用不同的滤波器得到近震源场分量和远震源场分量，其应用条件是均匀各项同性介质中的点震源场。

### ■ 五、证明与推导

- (1) 证明远震源场的滤波器：

设函数  $f(t)$  的傅里叶变换为  $F(\omega)$ ， $u_p(t)$  的傅里叶变换为  $U(\omega)$ ，即：

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (5.1)$$

对  $u_p(t)$  做傅里叶变换有：

$$\begin{aligned}
 U(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} -\left[\frac{1}{rc}f'\left(t-\frac{r}{c}\right) + \frac{1}{r^2}f\left(t-\frac{r}{c}\right)\right] e^{-j\omega t} dt \\
 &= -\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{rc}f'\left(t-\frac{r}{c}\right) e^{-j\omega t} dt - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{r^2}f\left(t-\frac{r}{c}\right) e^{-j\omega t} dt \\
 &= -\frac{1}{rc} \int_{-\infty}^{+\infty} f'\left(t-\frac{r}{c}\right) e^{-j\omega t} dt - \frac{1}{r^2} \int_{-\infty}^{+\infty} f\left(t-\frac{r}{c}\right) e^{-j\omega t} dt \\
 &= -\frac{1}{rc} e^{-j\omega \frac{r}{c}} \int_{-\infty}^{+\infty} f'(t) e^{-j\omega t} dt - \frac{1}{r^2} e^{-j\omega \frac{r}{c}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt
 \end{aligned}$$

由于当  $t \rightarrow \infty$  时,  $f(t) = 0$ , 并由 (5.1) 式得:

$$\begin{aligned}
 U(\omega) &= -\frac{1}{rc} e^{-j\omega \frac{r}{c}} \bullet j\omega F(\omega) - \frac{1}{r^2} e^{-j\omega \frac{r}{c}} \bullet F(\omega) \\
 &= -\frac{1}{r^2} e^{-j\omega \frac{r}{c}} \bullet F(\omega) \left(1 + j\omega \frac{r}{c}\right) \quad (5.2)
 \end{aligned}$$

对远震源位移场求傅里叶变换得:

$$\begin{aligned}
 U_1(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{rc} f'\left(t-\frac{r}{c}\right) e^{-j\omega t} dt \\
 &= -\frac{1}{rc} e^{-j\omega \frac{r}{c}} \bullet j\omega F(\omega) \quad (5.3)
 \end{aligned}$$

将 (5.2) 式乘以 (3.1) 式可得:

$$\begin{aligned}
 U(\omega) \bullet \Phi(\omega) &= -\frac{1}{r^2} e^{-j\omega \frac{r}{c}} \bullet F(\omega) \left(1 + j\omega \frac{r}{c}\right) \bullet \frac{j\omega \frac{r}{c}}{1 + j\omega \frac{r}{c}} \\
 &= -\frac{1}{rc} e^{-j\omega \frac{r}{c}} \bullet j\omega F(\omega) \\
 &= U_1(\omega)
 \end{aligned}$$

故

$$\Phi(\omega) = \frac{j\omega \frac{r}{c}}{1 + j\omega \frac{r}{c}}$$

为胀缩点震源球面波远震源场的滤波器, 得证。

## (2) 推导近震源场的滤波器:

与 (5.3) 式推导相似的, 对近震源位移场求傅里叶变换得:

$$\begin{aligned}
 U_2(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{r^2} f\left(t-\frac{r}{c}\right) e^{-j\omega t} dt \\
 &= -\frac{1}{r^2} e^{-j\omega \frac{r}{c}} \bullet F(\omega) \quad (5.4)
 \end{aligned}$$

将 (5.2) 式除以 (5.4) 式得:

$$\begin{aligned}
 \frac{U(\omega)}{U_2(\omega)} &= \frac{-\frac{1}{r^2} e^{-j\omega \frac{r}{c}} \bullet F(\omega) \left(1 + j\omega \frac{r}{c}\right)}{-\frac{1}{r^2} e^{-j\omega \frac{r}{c}} \bullet F(\omega)} \\
 &= \frac{1}{1 + j\omega \frac{r}{c}}
 \end{aligned}$$

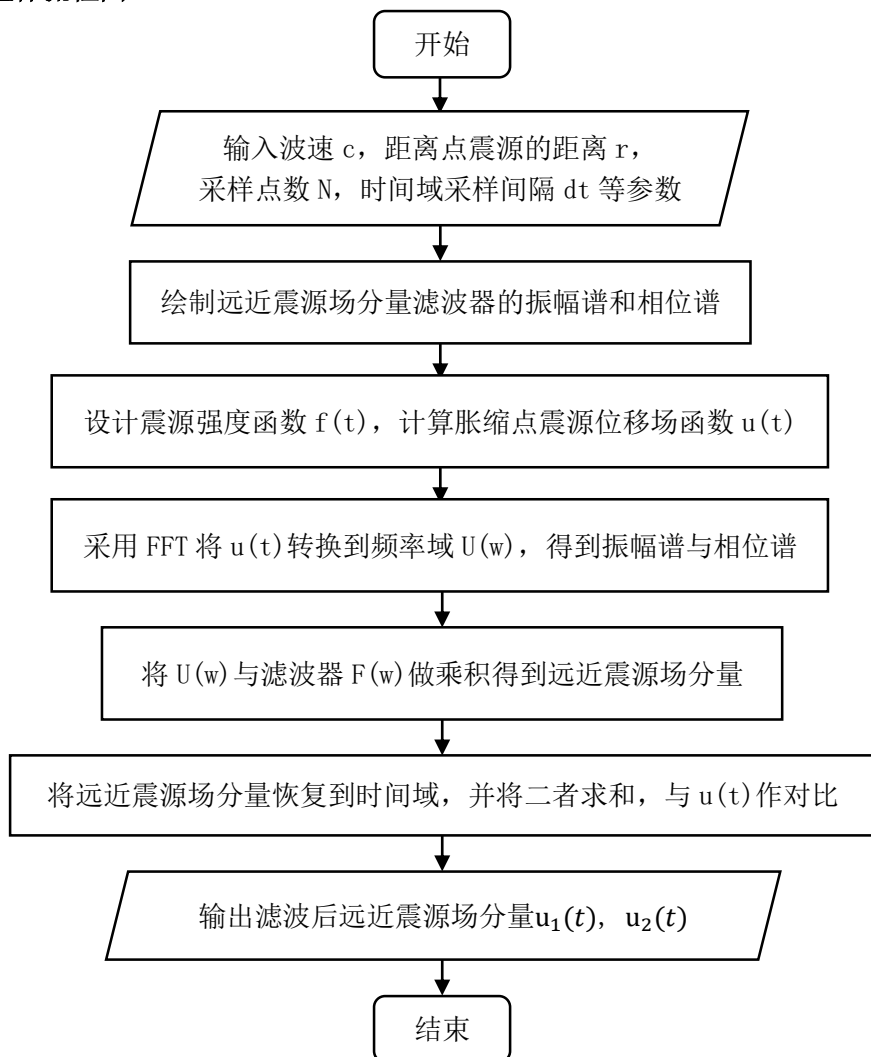
由此可知胀缩点震源球面波近震源场的滤波器为：

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega \frac{r}{c}} \quad (5.5)$$

推导完毕。

## ■ 六、滤波器的编程实现

(1) 整体流程图：



(2) 程序代码：

① 远近震源滤波器：

```

1 - c=1000;           %波速
2 - r=1500;          %距离点震源的距离
3 - a=r/c;           %令 a=r/c
4 - N=4000;          %角频率点数
5 - dw=0.001;        %角频率间隔
6 -
7 - w=0:dw:(N-1)*dw; %角频率
  
```

```

8 - F1=1./(1+a*w*1i); %近震源滤波器频率谱
9 - figure;plot(w,abs(F1));grid on;title('近震源滤波器振幅谱|F_1(w)|');
10 - xlabel('\omega/Hz');ylabel('A');
11 - phi=angle(F1); %计算相位
12 - figure;plot(w,phi);grid on;title('近震源滤波器相位谱\Phi_1(w)');
13 - xlabel('\omega/Hz');ylabel('\phi/rad');
14
15 - F2=(a*w*1i)./(1+a*w*1i);%远震源滤波器频率谱
16 - figure;plot(w,abs(F2));grid on;title('远震源滤波器振幅谱|F_2(w)|');
17 - xlabel('\omega/Hz');ylabel('A');
18 - phi=angle(F2); %计算相位
19 - figure;plot(w,phi);grid on;title('远震源滤波器相位谱\Phi_2(w)');
20 - xlabel('\omega/Hz');ylabel('\phi/rad');

```

## ② 滤波实验:

```

1 - c=400;%波速
2 - r=100;%距离点震源的距离
3 - a=r/c;%令a=r/c
4 - N=1000;%采样点数
5 - dt=0.005;%时间域采样间隔s
6 - t=(0:N-1)*dt;%时间序列
7
8 - f=sin(0.001*pi*(t-a))+0.01*sin(60*pi*(t-a));%震源强度函数
9 - figure;
10 - plot(t,f);xlabel('t/s');ylabel('A');title('震源强度函数f(t-r/c)');grid on;
11
12 - ff=diff(f);%震源强度函数的导函数
13 - f=f(1:end-1);
14 - u=-((1/(r*c)).*ff)+(1/(r^2)).*f);%位移场函数
15 - figure;plot(t(1:N-1),u);
16 - xlabel('t/s');ylabel('A');title('位移场函数u_p(t)');grid on;
17
18 - U=fft(u);
19 - U=fftshift(U);
20 - w=((1:N-1)-N/2)/(N*dt); %频率
21 - figure;plot(w,abs(U));xlabel('\omega/Hz');
22 - ylabel('A');grid on;title('位移场函数的振幅谱U(w)');
23 - phi=angle(U);%计算相位
24 - figure;plot(w,phi);xlabel('\omega/Hz');
25 - ylabel('\phi/rad');grid on;title('位移场函数的相位谱\Phi_U(w)');
26
27 - F1=1./(1+a*w*1i);%近震源滤波器频率谱
28 - F2=(a*w*1i)./(1+a*w*1i);%远震源滤波器频率谱
29
30 - U1=U.*F1;
31 - figure;plot(w,abs(U1));xlabel('\omega/Hz');
32 - ylabel('A');grid on;title('近震源分量的振幅谱U_1(w)');
33 - phi=angle(U1);%计算相位

```

```

34 - figure:plot(w,phi);xlabel('\omega/Hz');
35 - ylabel('\phi/rad');grid on;title('近震源分量的相位谱\Phi_{U1}(w)');
36 - u1=ifft(U1);
37 - figure:plot(t(1:N-1),abs(u1));xlabel('t/s');
38 - ylabel('A');grid on;title('近震源分量的时间域u_1(t)');
39
40 - U2=U.*F2;
41 - figure:plot(w,abs(U2));xlabel('\omega/Hz');
42 - ylabel('A');grid on;title('远震源分量的振幅谱U_2(w)');
43 - phi=angle(U2);%计算相位
44 - figure:plot(w,phi);xlabel('\omega/Hz');
45 - ylabel('\phi/rad');grid on;title('远震源分量的相位谱\Phi_{U2}(w)');
46 - u2=ifft(U2);
47 - figure:plot(t(1:N-1),abs(u2));
48 - xlabel('t/s');ylabel('A');grid on;title('远震源分量的时间域u_2(t)');
49
50 - uu=u1+u2;
51 - figure:plot(t(1:N-1),abs(uu));xlabel('t/s');
52 - ylabel('A');title('远近震源分量叠加的时间域u(t)');grid on;
53 - figure:plot(t(1:N-1),abs(u));
54 - xlabel('t/s');ylabel('|A|');title('位移场函数的绝对值|u_p(t)|');grid on;
55
56 - e=(abs(uu)-abs(u))./abs(u);
57 - figure:plot(t(1:N-1),abs(e)*100);xlabel('t/s');
58 - ylabel('e/%');title('u(t)与|u_p(t)|的绝对误差e(t)');grid on;

```

## ■ 七、实验结果与分析

### (1) 远近震源滤波器的性质：

运行程序，我们得到了远近震源滤波器的频谱特性（图 7.1、7.2、7.3、7.4）。

从图 7.1、7.2 可以看出，近震源滤波器相当于频率域的低通滤波器，其相位为负，由 0 递减并趋近于  $-\pi/2$ ；而从图 7.3、7.4 可以看出远震源滤波器与其相反，它相当于一个频率域的高通滤波器，其相位为正，由  $\pi/2$  递减并趋于 0。

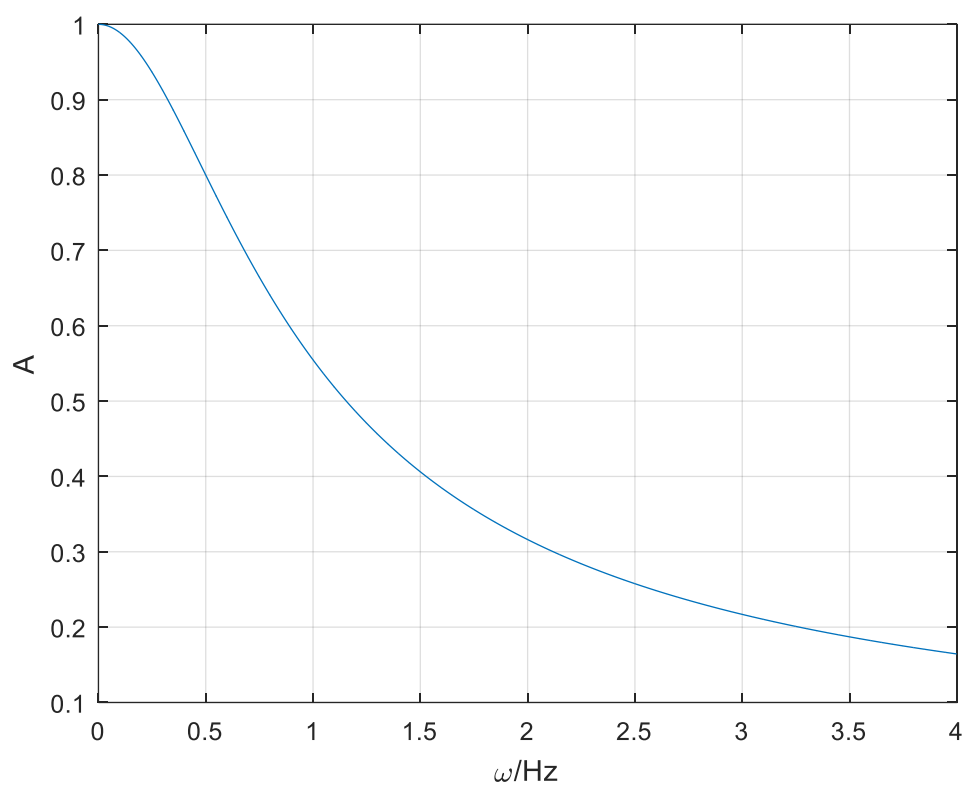


图 7.1 近震源滤波器振幅谱

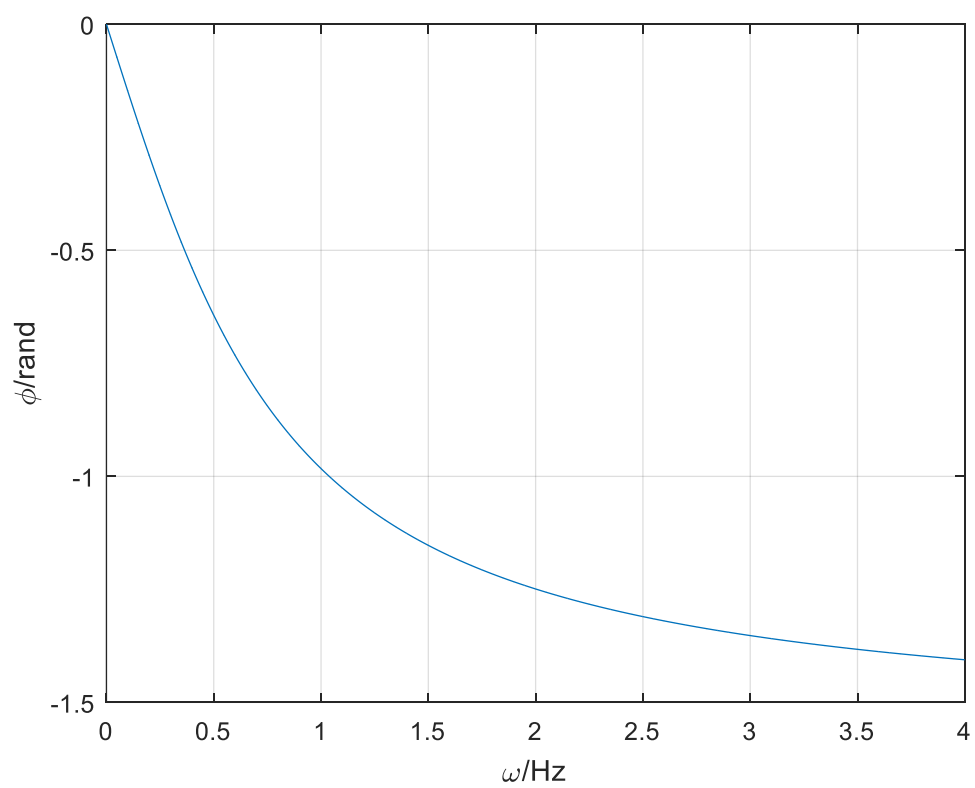


图 7.2 近震源滤波器相位谱



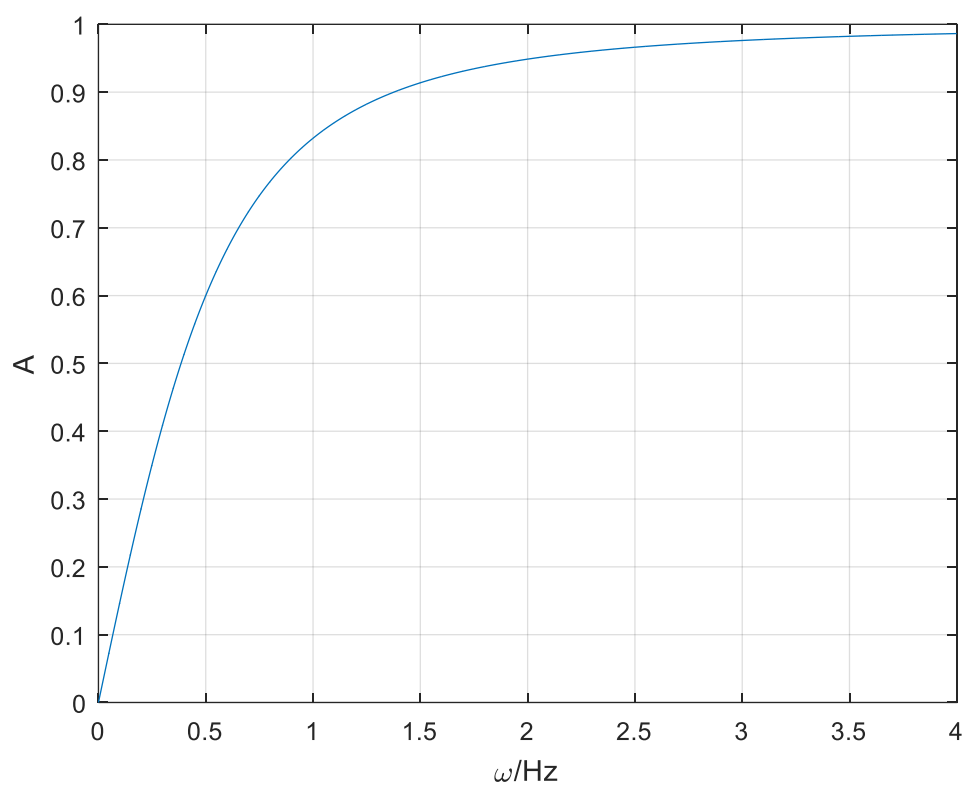


图 7.3 远震源滤波器振幅谱

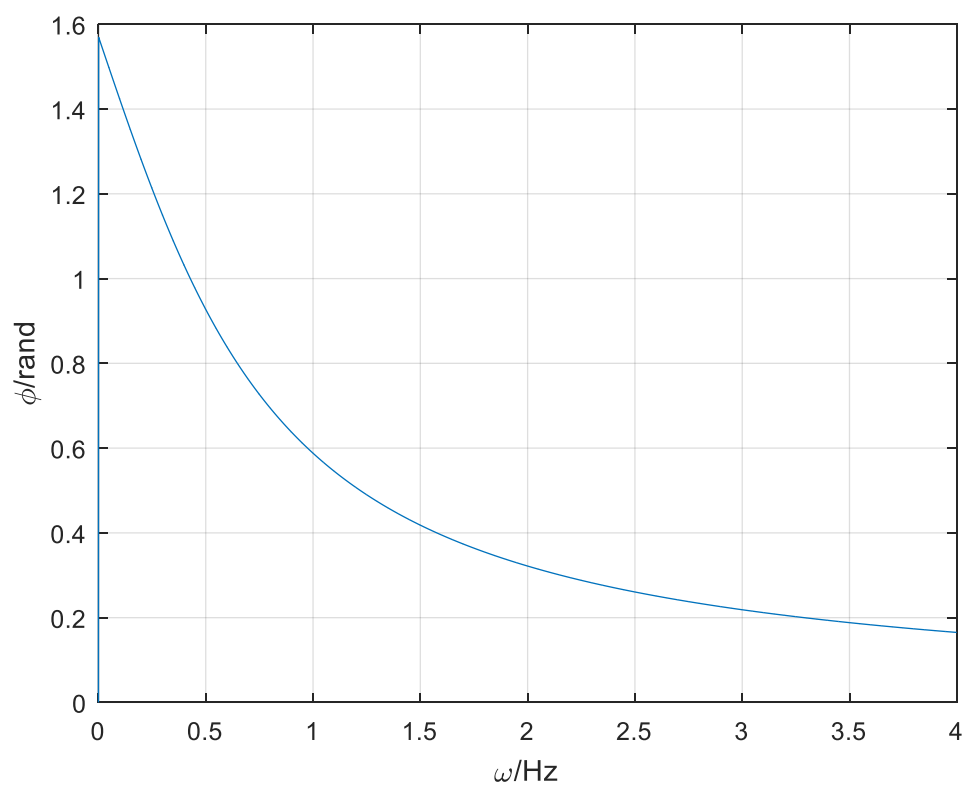


图 7.4 远震源滤波器相位谱

## (2) 滤波实验:

在上一步的基础上, 我们将震源强度函数取为:

$$f(t) = \sin\left(\frac{\pi}{1000}\left(t - \frac{r}{c}\right)\right) + \frac{1}{100}\sin\left(60\pi\left(t - \frac{r}{c}\right)\right) \quad (7.1)$$

由 4.1 式求出胀缩点震源的位移场函数, 并对其进行滤波, 得到结果如下:

图 7.5 显示了在距离点震源半径为  $r$  处的点的震动强度随时间的变化关系, 图 7.6 则显示了在距离点震源半径为  $r$  处的点的位移场强度随时间的变化关系  $u_p(t)$ 。

将  $u_p(t)$  做快速傅里叶变换, 得到频率域函数  $U_p(\omega)$ , 图 7.7 和图 7.8 分别显示了  $U_p(\omega)$  的振幅谱特征和相位谱特征, 可以看出,  $U_p(\omega)$  存在两个频率, 事实上, 这两个频率分别是 0.0005Hz 和 30Hz。

接下来, 我们将  $U_p(\omega)$  与近震源滤波器

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\frac{r}{c}} \quad (5.5 \text{ 式})$$

做乘积进行滤波, 再将其转换到时间域。图 7.9 显示了用近震源滤波器滤波后的位移场  $U_1(\omega)$  的振幅谱特征, 可以看出, 30Hz 的频率幅度被大大消减, 而保留了 0.0005Hz 的低频信息, 图 7.10 显示了将  $U_1(\omega)$  转换到时间域  $u_1(t)$  的函数图像, 它表示了近震源场分量的特征。

同样的, 我们将  $U_p(\omega)$  与远震源滤波器 (3.1 式) 做乘积进行滤波, 再将其转换到时间域。图 7.11 显示了用远震源滤波器滤波后的位移场  $U_2(\omega)$  的振幅谱特征, 可以看出, 0.0005Hz 的频率幅度被大大消减, 而保留了 30Hz 的高频信息, 图 7.12 显示了将  $U_2(\omega)$  转换到时间域  $u_2(t)$  的函数图像, 它表示了远震源场分量的特征。

最后我们将  $u_1(t)$  与  $u_2(t)$  求和, 得到了远近震源场分量的叠加  $u(t)$  (图 7.13), 因为反

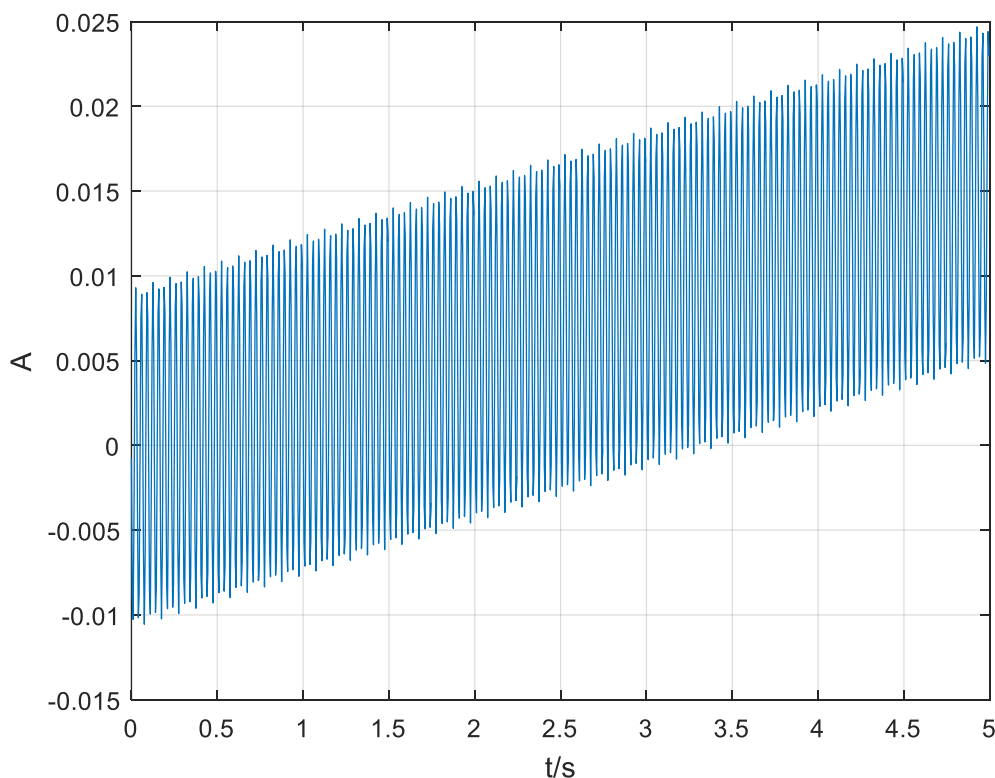


图 7.5 震源强度函数  $f(t-r/c)$

傅里叶变换的缘故，其幅值均为正值，我们将其与 $u_p(t)$ 幅值的绝对值（图 7.14）进行比较，可以看出，它们的图像是一致的，为了分析二者的相似程度，我们求出其相对误差

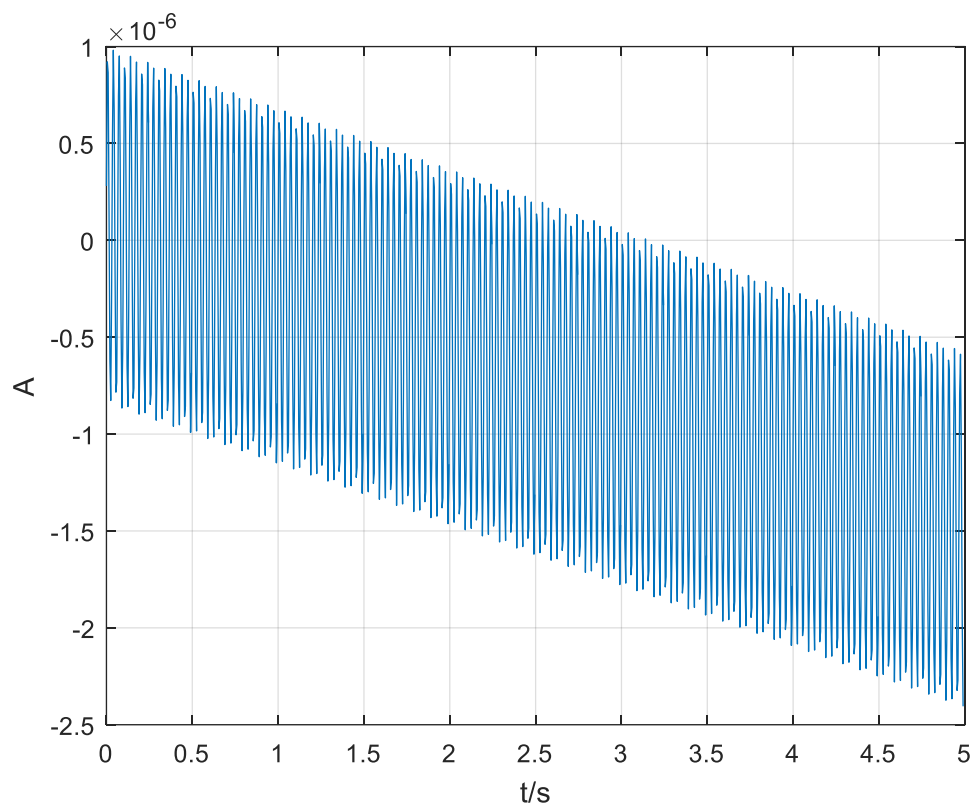


图 7.6 位移场函数

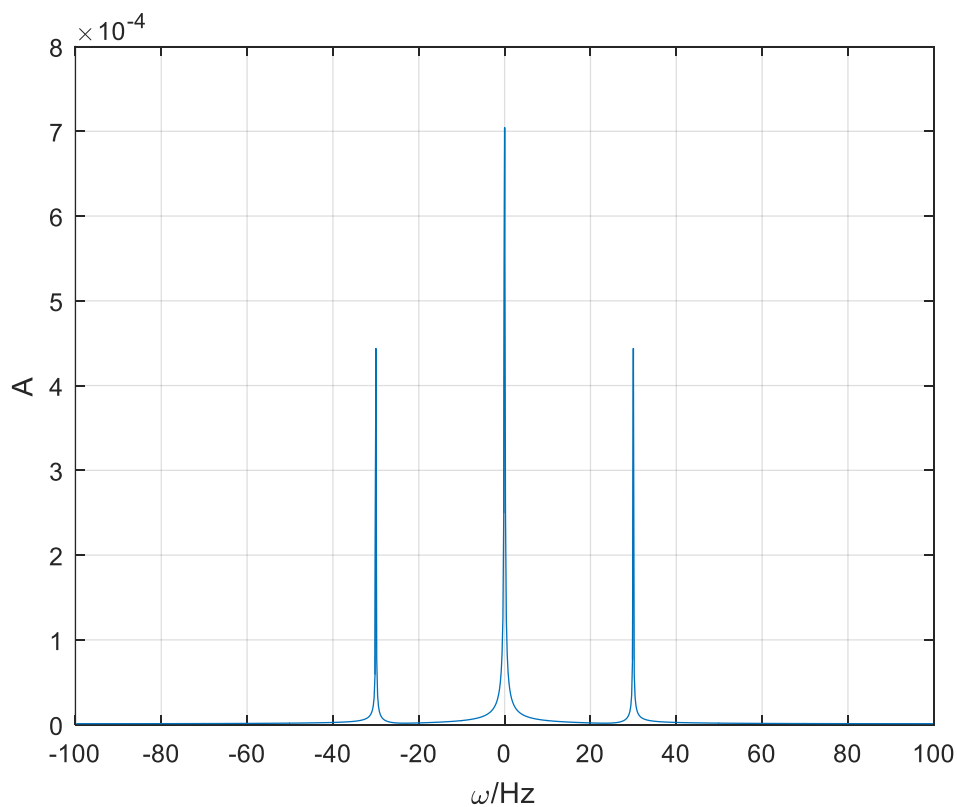


图 7.7 位移场函数的振幅谱

e (图 7.15), 可以看出, 二者的相对误差  $e < 4.5 \times 10^{-13}$ , 这个误差极小, 可以认为二者是相等的, 也就是说地震震源附近记录的信号是近震源场与远震源场的混合。

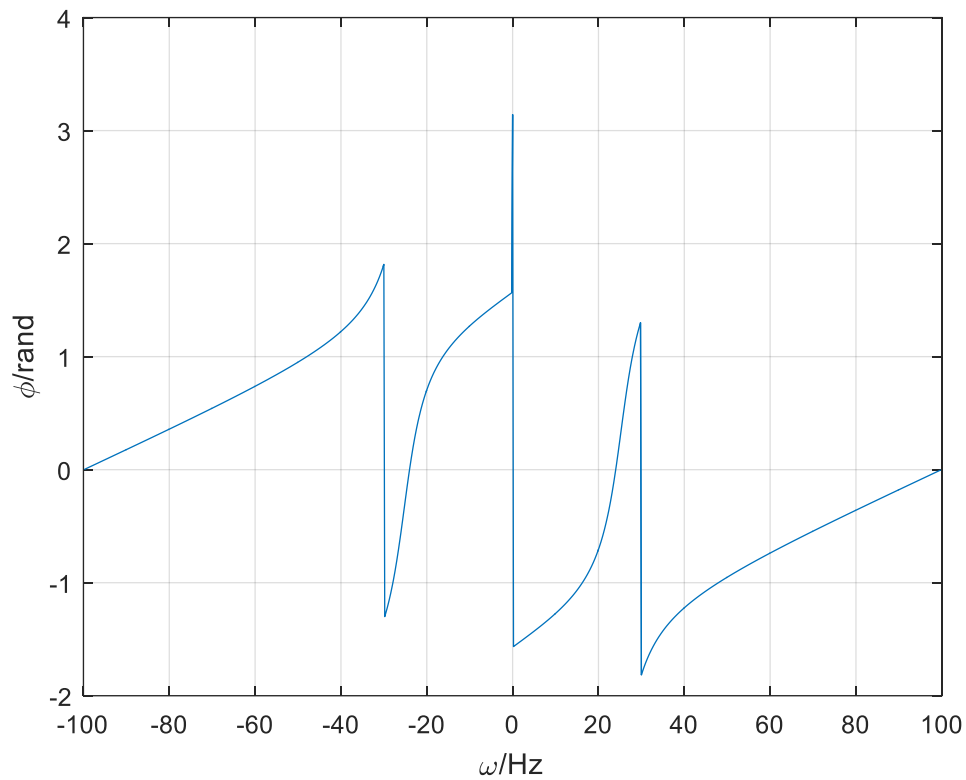


图 7.8 位移场函数的相位谱

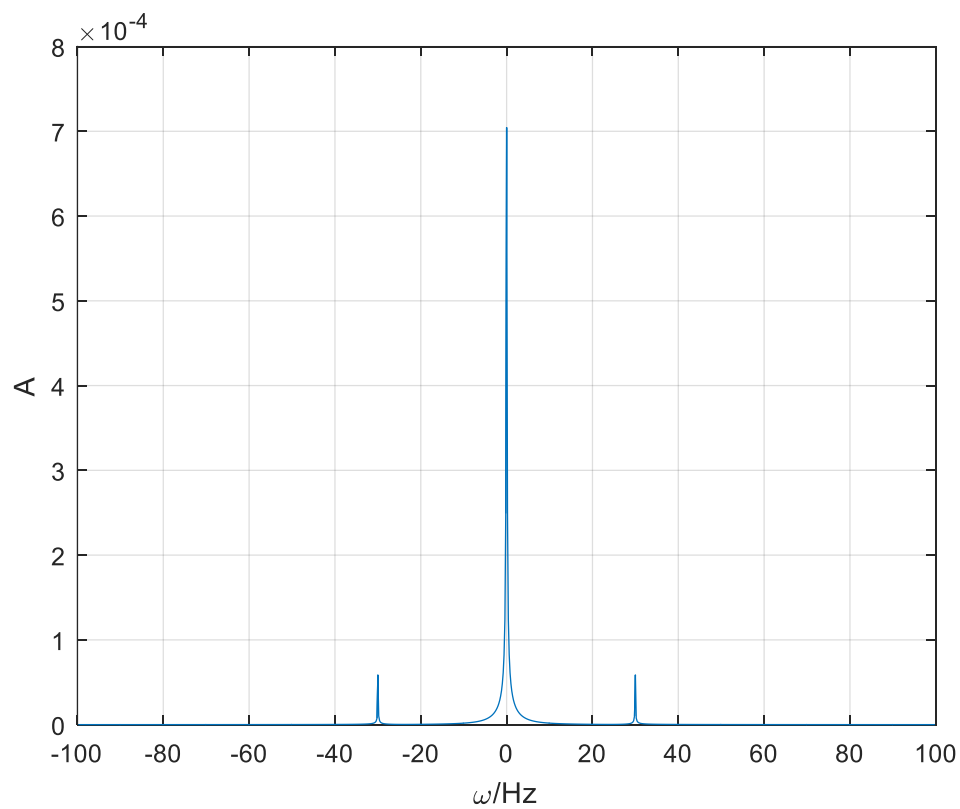


图 7.9 近震源分量的振幅谱

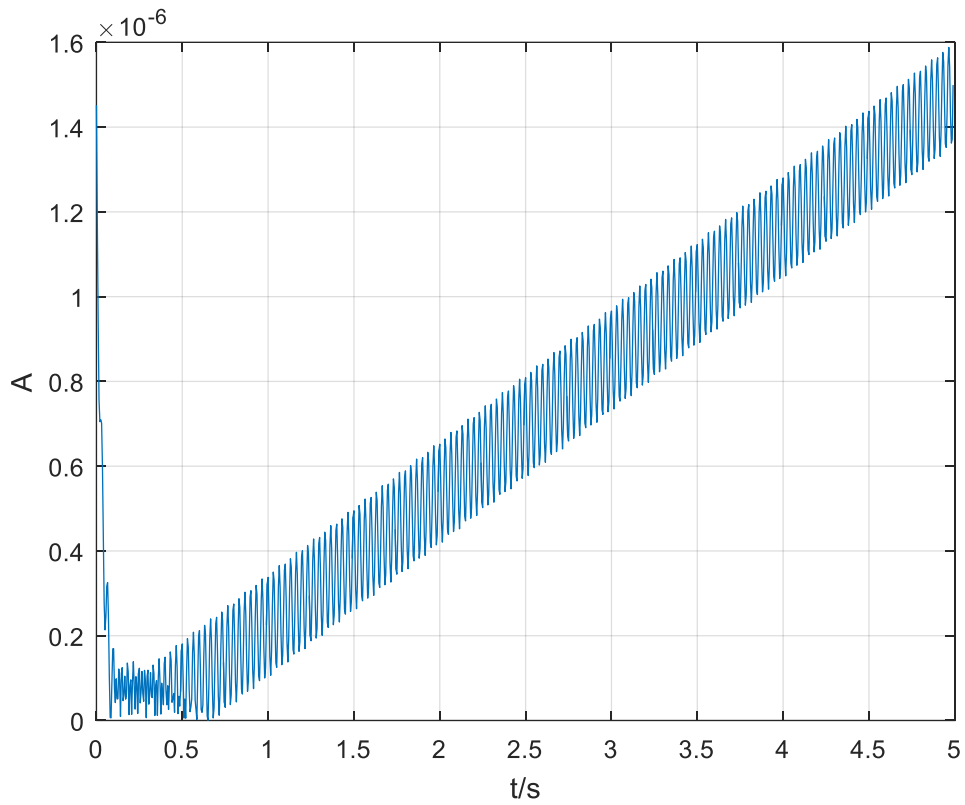


图 7.10 近震源分量的时间域

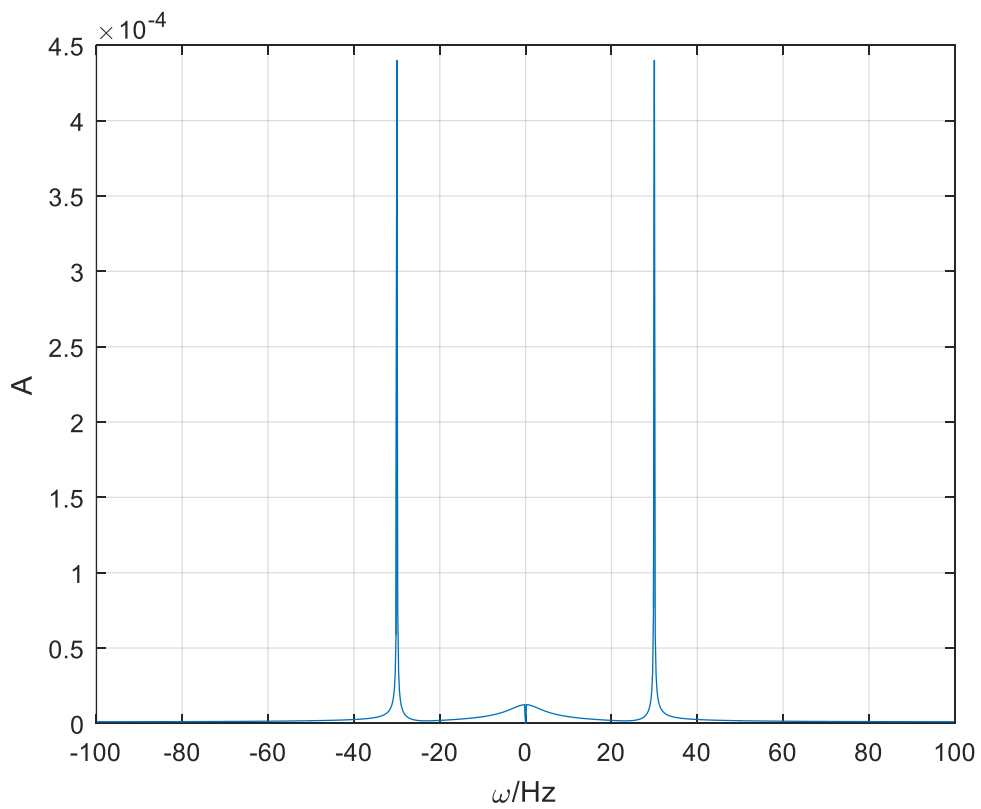


图 7.11 远震源分量的振幅谱

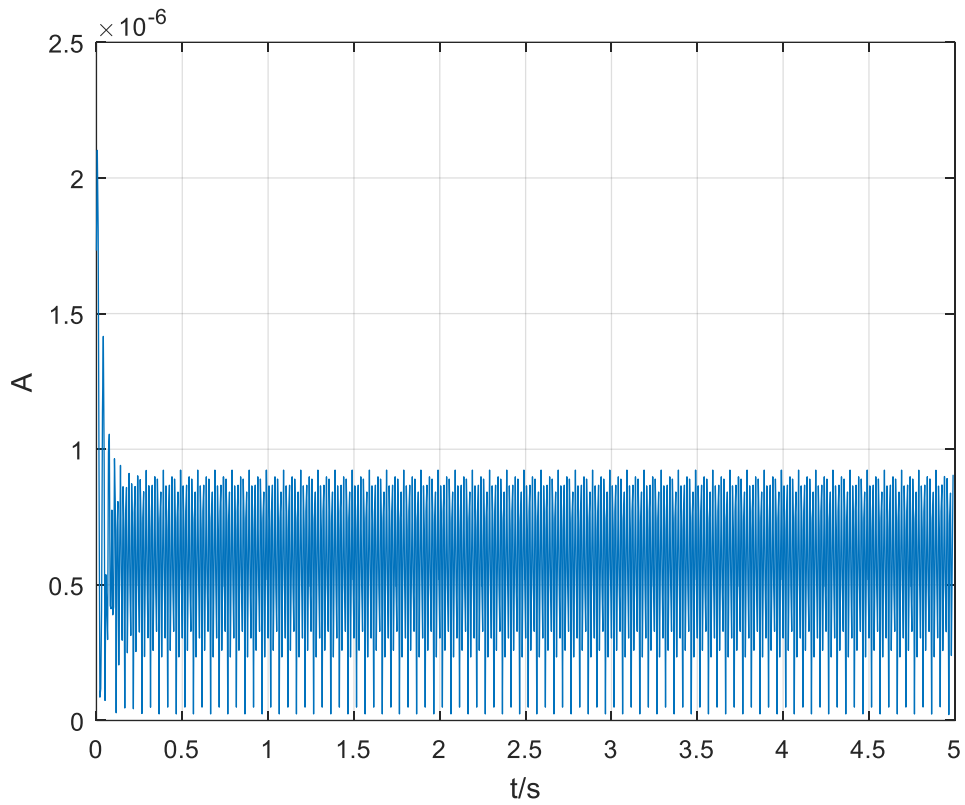


图 7.12 远震源分量的时间域

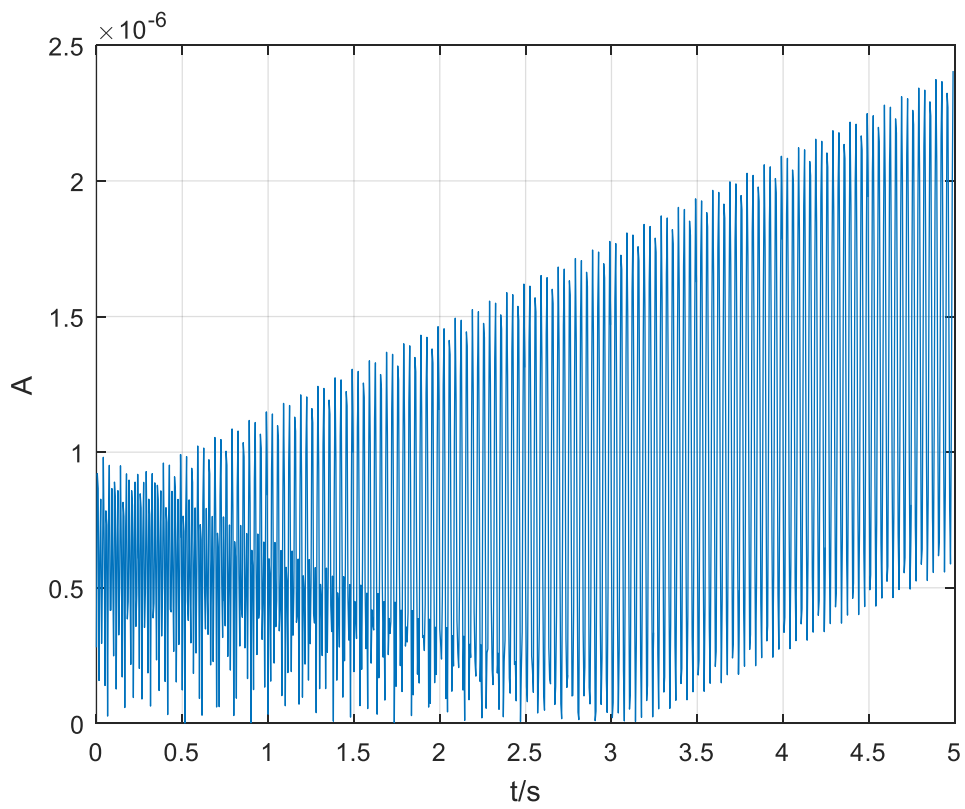


图 7.13 远近震源分量叠加的时间域

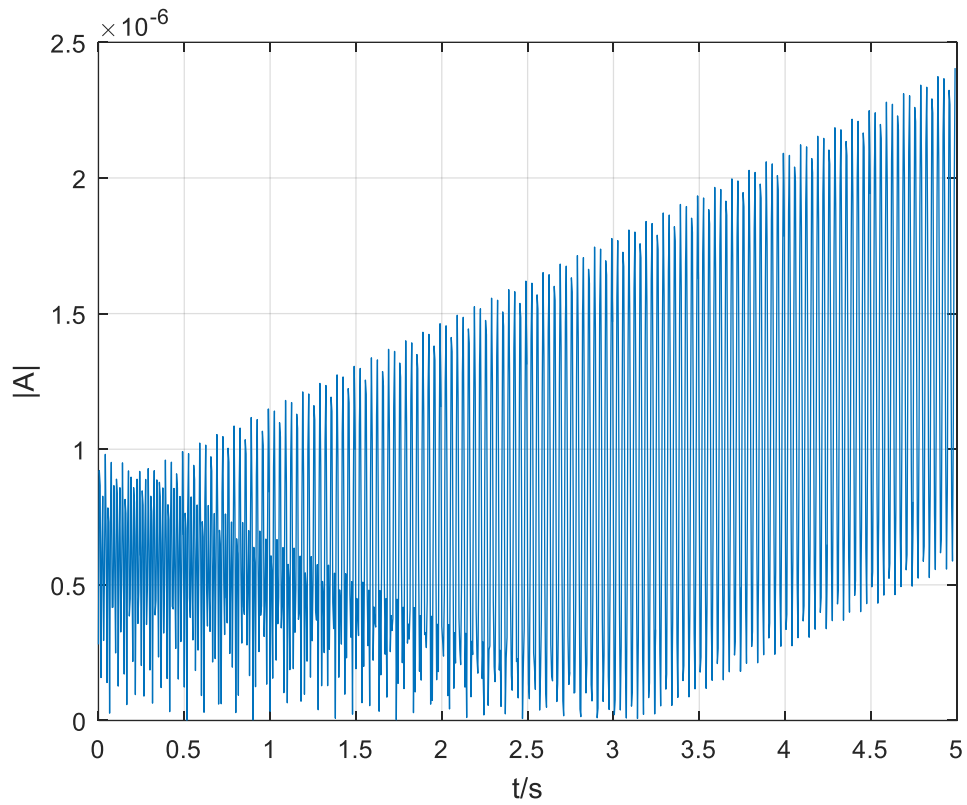


图 7.14 位移场函数的绝对值

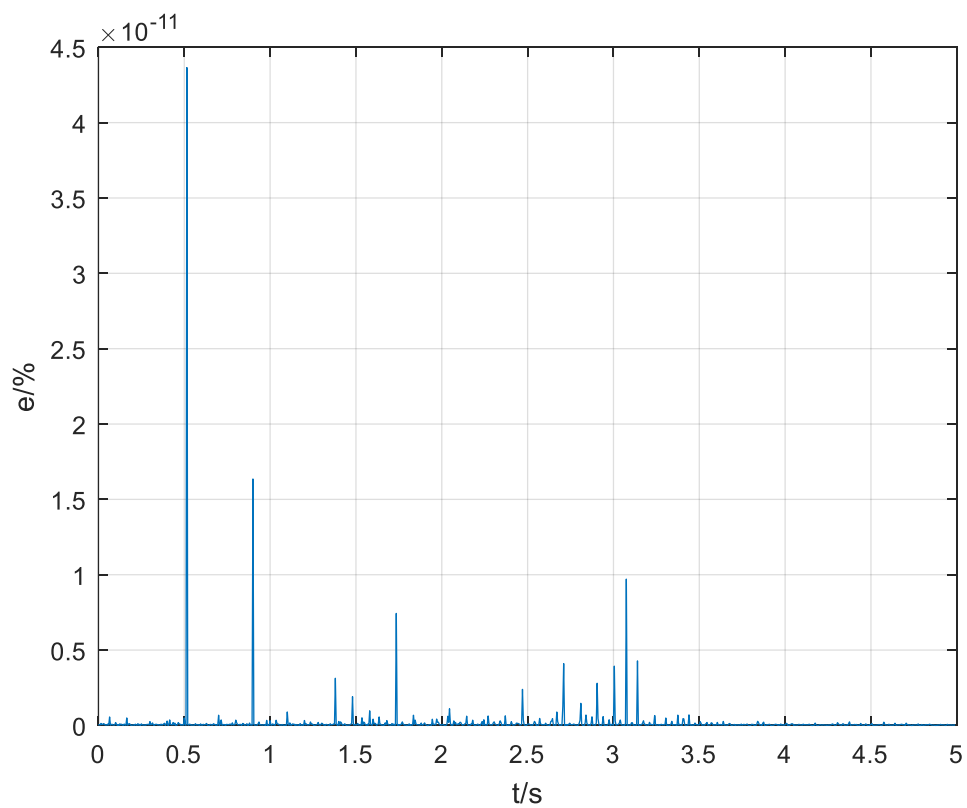


图 7.15 远近震源分量时间域叠加的振幅 与 位移场函数振幅的绝对值 的 相对误差曲线

## ■ 八、实验体会

本次试验中我首先证明了胀缩点震源球面波远震源场的滤波器为 3.1 式，而后用相似的方法推导出了近震源场的滤波器（5.5 式），而后，我分析了这两个滤波器的频谱特征，得到了以下结论：①近震源滤波器相当于频率域的低通滤波器，其相位为负，由 0 递减并趋近于  $-\pi/2$ ；②远震源滤波器相当于一个频率域的高通滤波器，其相位为正，由  $\pi/2$  递减并趋于 0。

最后为了验证实验原理中给出的“地震震源附近记录的信号是近震源场与远震源场的混合”这一命题，我进行了一个滤波实验，其结果一方面证实了结论①和结论②，另一方面由于地震震源附近记录的信号与近震源场与远震源场的混合信号的幅值的相对误差极小，故而证实了“地震震源附近记录的信号是近震源场与远震源场的混合”的命题。

这次试验我的收获十分丰富，这要感谢张老师的谆谆教诲与同学们的帮助。

### 参考文献

[1] 杜世通. 地震波动力学理论与方法[M]. 中国石油大学出版社, 2008.