Hypothesentests mit R

Ashkan Taassob
Andreas Reisch

Inhalt

- Programmiersprache R
  - Syntax
  - Umgang mit Dateien
- Tests
  - t-Test
  - F-Test
  - Wilcoxon-Test
  - χ^2- Test
- Zusammenfassung

Programmiersprache R

- Programmiersprache und -Umgebung
- Entworfen für statistische Datenanalyse und Grafik
- Open-Source Software unter GPL
- Für Linux, MacOS X und Windows
- http://www.R-project.org - Projektseite
- http://CRAN.R-project.org/ - Download

Besonderheiten der Syntax

- Einfache Ausdrücke

```
> 1 + 6 * 2
[1]  13        #ein Kommentar
> log(-1)
[1]  NaN       # Nicht definiert (Not a Number)
```

- Zuweisung

```
> a <- 7     #Objekt a wird 7 zugeordnet
```

- Hilfe

```
> ?sin                  #Hilfe zu einer Funktion, hier zu Sinus
> help.search(keyword=“test“)  #Suche nach Schlüsselwort
> help.start()      #Hilfe im Webbrowser
> ?help                 #Hilfe zur Hilfe
```

Umgang mit Dateien

- Workspace laden und speichern

```
# Workspace speichern
> save(list = ls(), file= ''filename.Rdata'')
# Workspace laden
> load(file = ''filename.Rdata'')
```

- History laden und speichern

```
# History speichern
> savehistory(file= ''history.Rdata'')
# History laden
> loadhistory(file = ''history.Rdata'')
```

- Daten laden

```
>data <- read.table(file = ''data.txt, header=T, sep =''\t'',
                                 dec = '','' )
```

t-Test – Vergleich zweier Mittlelwerte

- Vorraussetzung für die Daten
  - Annähernd Gaußverteilt
  - Varianzhomogenität
  - Unabhängigkeit
  - intervallskaliert
- Syntax

```
t.test(x, y=NULL,  alternative =  c(„two.sided“,“less“,
 “greater“), mu=0, var.equal=F, paired=F, conf.level=95)
```

t-Test

- Semantik

```
t.test(x, y=NULL,  alternative =  c(„two.sided“,“less“,
 “greater“), mu=0, var.equal=F, paired=F, conf.level=95)
```

x – Stichprobe 1
y – Stichprobe 2
alternative – einseitiger oder zweiseitiger Test
mu – µ
var.equal – Varianzen homogen oder nicht
paired – gepaarter t-Test

t-Test

- Beispiel: Einstichprobentest

$$H_0: \mu_x = \mu$$

$$H_1: \mu_x \neq \mu$$

```
#Zufallswerte, Standardnormalverteilt
 > x1 = rnorm(mean = 0, sd = 1, n = 10)
 > x1
 [1] -1.4624 -0.4583  0.5029 -0.6427 -0.3628 -0.2130
 [7] -3.2480  1.6832  0.2771 -0.7519

> t.test(x=x1, mu=0.1, alternative="two.sided")
```

t-Test

- Ergebnis

```
    One Sample t-test

data:  x1
t = -1.1443, df = 9, p-value = 0.2820
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-1.3920788  0.4568435
sample estimates:
mean of x
-0.4676177
```

$$\alpha = 0.05$$

$$p > \alpha \qquad \Rightarrow keine\ Signifikanz$$

t-Test

- Beispiel: Zweistichprobentest

$$H_0: \mu_x = \mu_y$$

$$H_1: \mu_x \neq \mu_y$$

```
#Zufallswerte, Standardnormalverteilt
 > y1 = rnorm(mean = 0.5, sd = 1, n = 10)
 > y1
 [1]  1.0699 -0.6466  1.0490  0.4807  0.5642  1.8898
 [7]  1.6685  0.7894  0.6783  2.4047



> t.test(x=x1, y=y1, alternative=“two.sided“,var.equal = T)
```

t-Test

- Ergebnis

```
    Two Sample t-test

data:  x1 and y1
t = -2.9874, df = 18, p-value = 0.007899
alt. hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-2.4909382 -0.4339622
sample estimates:
 mean of x  mean of y
-0.4676177  0.9948325
```

$\alpha = 0.05$ $\Rightarrow H_0\, wird\ verworfen, H_1\, angenommen$

$p < \alpha$

t-Test

- Beispiel: Zweistichprobentest, einseitig

$$H_0: \mu_x \geq \mu_y$$

$$H_1: \mu_x < \mu_y$$

```
#Zufallswerte, Standardnormalverteilt
 > y2 = rnorm(mean = 0.1, sd = 1, n = 10)
 > y2
 [1] -1.6642  2.0578  2.3809 -0.2895  0.2736  1.0133
 [7]  1.4841  0.7538 -0.7064  0.3912


> t.test(x=x1, y=y2, alternative=“less“,var.equal = T)
```

t-Test

- Ergebnis

```
    Two Sample t-test

data:  x1 and y2
t = -1.8248, df = 18, p-value = 0.04233
alt. hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
      -Inf -0.0515943
sample estimates:
 mean of x  mean of y
-0.4676177  0.5694897
```

$$\alpha = 0.05$$

$$p < \alpha$$

$$\Rightarrow H_0 \, wird \, verworfen, H_1 \, angenommen$$

t-Test

- Beispiel: Gepaarter t-Test

Baum	1	2	3	4	5	6	7	8
Jahr X	36,0	31,5	34,0	32,5	35,0	31,5	31,0	35,5
Jahr Y	34,0	35,5	33,5	36,0	39,0	35,0	33,0	39,5

Erträge von Kirschbäumen in [kg] in zwei Jahren

$$H_0: \mu_x \geq \mu_y$$

$$H_1: \mu_x < \mu_y$$

```
> jahrX <- c(36, 31.5, 34, 32.5, 35, 31.5, 31, 35.5)
> jahrY <- c(34, 35.5, 33.5, 36, 39, 35, 33, 39.5)
> t.test(x=jahrX, y=jahrY, var.equal=T, paired=T,
           alternative=“less“)
```

t-Test

- Ergebnis

```
     Paired t-test

data:  jahrX and jahrY
t = -2.8084, df = 7, p-value = 0.01310
alt. hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
      -Inf -0.7524743
sample estimates:
mean of the differences
              -2.3125
```

$$\alpha = 0.05$$
$$p < \alpha$$

$$\Rightarrow H_0 \textit{ wird verworfen}, H_1 \textit{ angenommen}$$
$$\textit{Im Jahr Y gab es signifikant mehr Ertrag!}$$

F-Test – Vergleich zweier Varianzen

- Vorraussetzungen für die Daten
  - Annähernd Gaußverteilt
  - Unabhängig
  - Intervallskaliert
- Test auf Heterogenität der Varianzen!

$$H_0: \sigma_x^2 = \sigma_y^2$$
$$H_1: \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$$

F-Test

- R-Syntax

```
>  var.test(x, y, ratio = 1,
        alternative = c("two.sided", "less", "greater"),
        conf.level = 0.95, ...)
```

- Beispiel:

Baum	1	2	3	4	5	6	7	8
Jahr X	36,0	31,5	34,0	32,5	35,0	31,5	31,0	35,5
Jahr Y	34,0	35,5	33,5	36,0	39,0	35,0	33,0	39,5

Erträge von Kirschbäumen in [kg] in zwei Jahren

F-Test

- Zweiseitiger Test auf Ungleichheit

```
 > var.test(x=jahrX, y=jahrY, alternative=“two.sided“ )

     F test to compare two variances

data:  jahrX and jahrY
F = 0.6804, num df = 7, denom df = 7, p-value = 0.624
alt. hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.1362180 3.3985195
sample estimates:
ratio of variances
        0.6803966
```

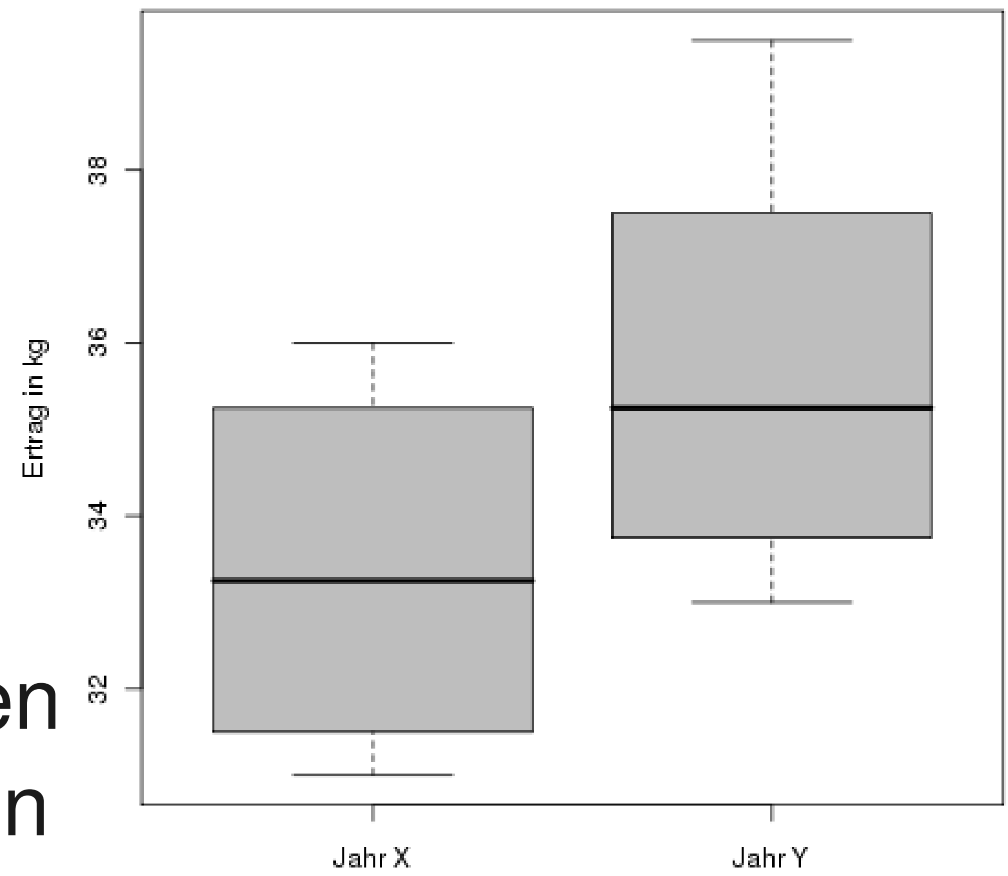
$\alpha = 0.05 \quad \Rightarrow H_0 \, wird \; angenommen$

$p > \alpha \quad Die \, Varianzen \; sind \; nicht \; signifikant \; heterogen!$

F-Test

- F-Test ist kein Homogentest
- Betrachtung von Boxplots sinnvoll
- vergleiche
  - Boxlänge
  - Whiskerslänge
- Falls gleich => Daten annähernd homogen

```
> boxplot(jahrX, jahrY)
```



Wilcoxon-Test für Paardifferenzen

- Fragestellung: Sind die **Mediane** zweier verbundener Stichproben signifikant unterschiedlich?
- Vorraussetzungen
  - Verteilung gleicher Form
  - Verbundene Daten
  - Intervallskalierung der Daten

Wilcoxon-Test für Paardifferenzen

- Beispiel:

Klausur	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lehrer A	67	43	94	72	30	69	33	79	58	48
Lehrer B	60	41	93	77	22	69	35	65	62	45

Lehrer A und B bewerten jeweils 10 Klausuren

R-Syntax

```
> wilcox.test(x=lehrerA,y=lehrerB,
alternative="two.sided", paired=T,exact=0)

     Wilcoxon signed rank test with continuity correction

V = 31.5, p-value = 0.3135
alt. hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

χ^2-Test (Chi-2)

- Fragestellungen
  - Weichen beobachtete Häufigkeiten von erwarteten Häufigkeiten einer Verteilung signifikant ab?
- Beispiel:
  - Münze wird 1000 mal geworfen,davon 450 Kopf
    - Frage: Ist die Münze fair?

```
>  chisq.test(x=c(450,550),p=c(0.5,0.5))
....
X-squared = 10, df = 1, p-value = 0.001565
```

$\alpha = 0.05$

$p < \alpha$

=> Münze nicht fair, da sign. Abweichung

Zusammenfassung

- Übersicht über alle Tests

```
> # Vergleich eines theoret. Mittelwerts mit einer Stichporben
> t.test(x=.., y=.., var.euqal=T,paired=F)

> # t-Test - Vergleich des Mittelwerts von zwei Stichporben
> t.test(x=.., y=.., var.euqal=T,paired=T)

> #F-Test - Vergleich auf Varianzheterogenität
> var.test(x=..., y=.., )

> #Wilcoxon Test - Rangtest (nicht paramet.),  Mediane
> wilcox.test(x=lehrerA, y=lehrerB,
   paired=T,exact=0)

>#Chi-2 Test – beobachtete vs. theoret. Häufig.
>chisq.test(x=...,p=...)
```