

# **CYCLE II: SPATIAL AND GEOMETRIC THINKING My environment is surrounded by movements**

**M. Sc. Geovanny Peña Rueda  
2021**



**Todos a Aprender**



**La educación  
es de todos**

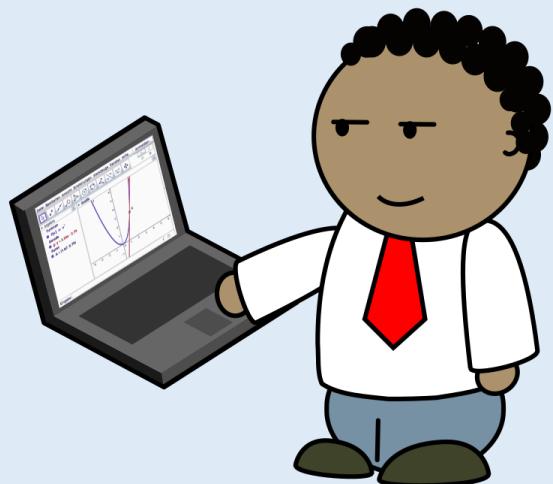
**Mineducación**

# OBJECTIVES



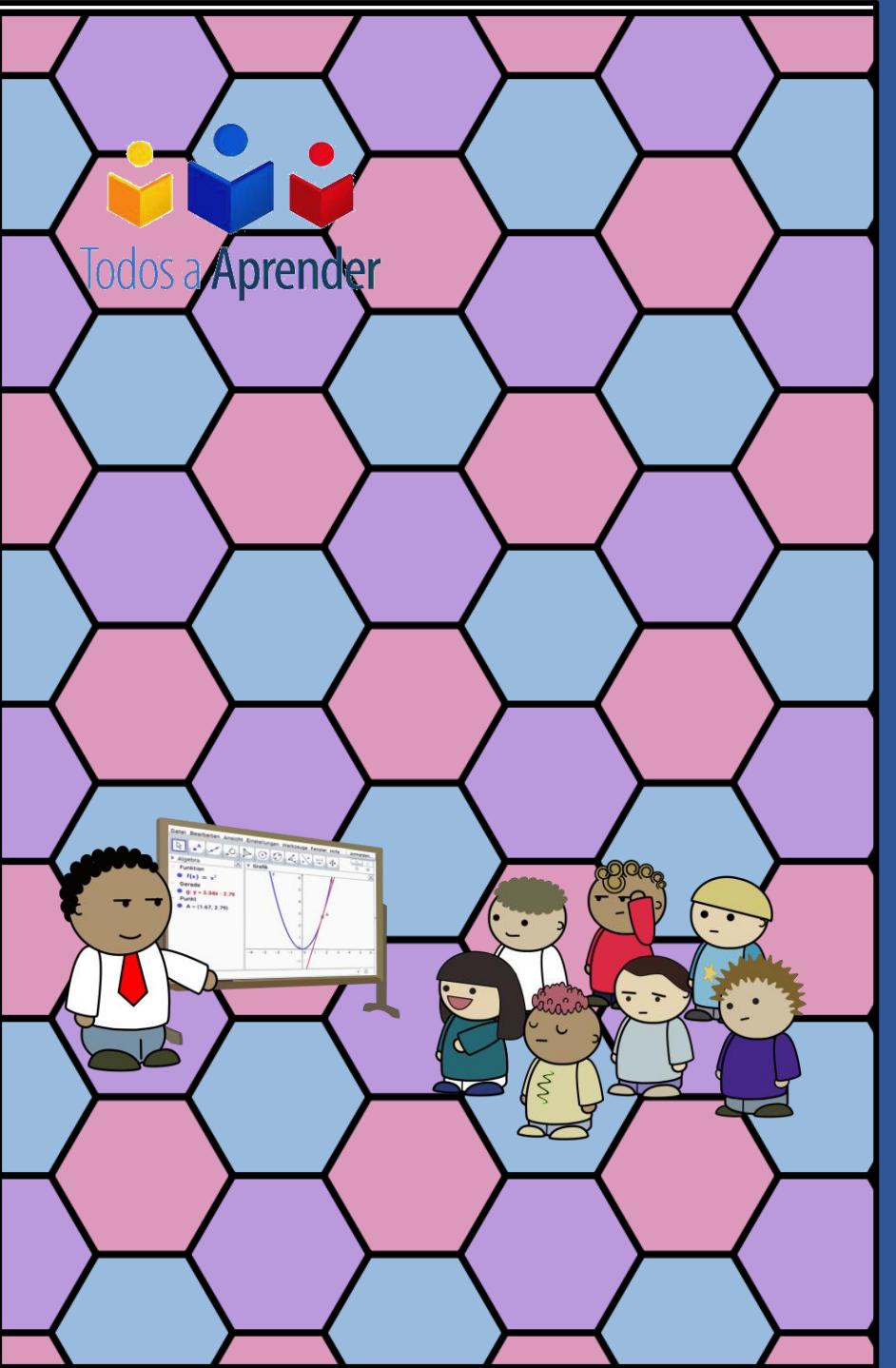
## General Objective:

To provide teachers with teaching-learning strategies that allow strengthening the didactic knowledge of mathematical content in the development of geometric reasoning, with respect to movement and isometric transformations.



## Specific objectives:

- ❑ Reflect on the **conceptual references** that underpin Mathematics Education in school life from Geometric Thinking and Isometric Transformations.
  
- ❑ Develop a **pedagogical planning** exercise, prioritizing the development of geometric reasoning skills, contributing to problem solving.
  
- ❑ Propose **didactic sequences** around isometric transformations incorporating digital tools for a better visualization of geometric elements, facilitating the understanding and development of the students' reasoning process.



## Expected performances:

- Apply conceptual and practical elements to develop geometric reasoning in students.
- They recognize in their students' reasoning characteristics that will allow them to develop geometric reasoning skills.
- They propose didactic sequences for the understanding of isometric transformations for both multigrade and unigrade students, incorporating digital tools in alternation.

## ESTRUCTURA



- ❖ **Exploration: Contextualization, recognition of previous ideas and relationships with new learning.**
- ❖ **Structuring: Conceptualization.**
- ❖ **Practice: Exercise**
- ❖ **Assessment and Closing: Reflection and dialogue**

# **1. EXPLORATION**

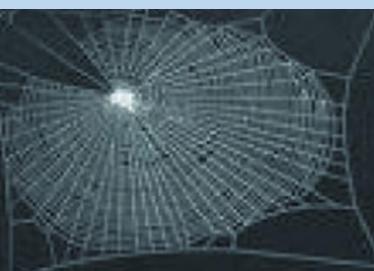
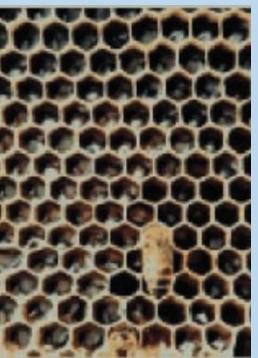


Recognition of previous ideas and  
relationship with new learning

---

# Entry Questionnaire

Taken from: Fernandez. C. Isometry in our environment.



Is my environment surrounded by transformations?



Participation:<https://www.menti.com/c6njnqfyrn>

## **2. STRUCTURING**

- Isometric Transformations
- Translation
- Rotation
- Reflection

# Why focus on spatial and geometric thinking?



The analysis of the results of the tests and the characterizations shows that the learning related to spatial and geometric thinking presents difficulties in addressing situations that require geometric reasoning.



To continue the process of strengthening in relation to spatial and geometric thinking that the program has been strengthening.



In the PTA's mathematics textbooks (PREST) there are learning centers related to geometric thinking, in particular isometric transformations, which need to be addressed and studied in greater depth to support tutors, teachers and students in the U.S. with higher quality training.

"Spatial and geometric thinking develops in close relation to other types of mathematical thinking (numerical, variational, measurement or metric, and random or probabilistic) and with other types of thinking more typical of other sciences"  
MEN, 2006, p. 66.

Geometric  
Transformations



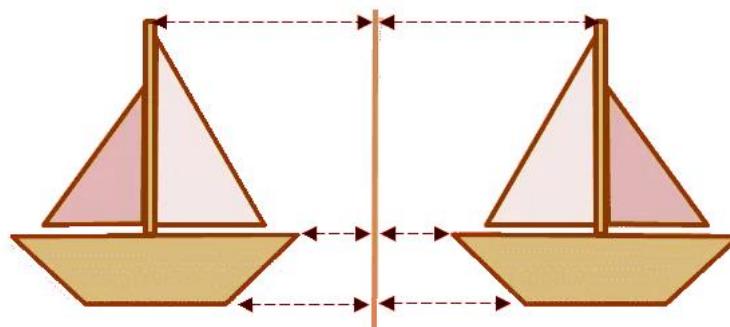
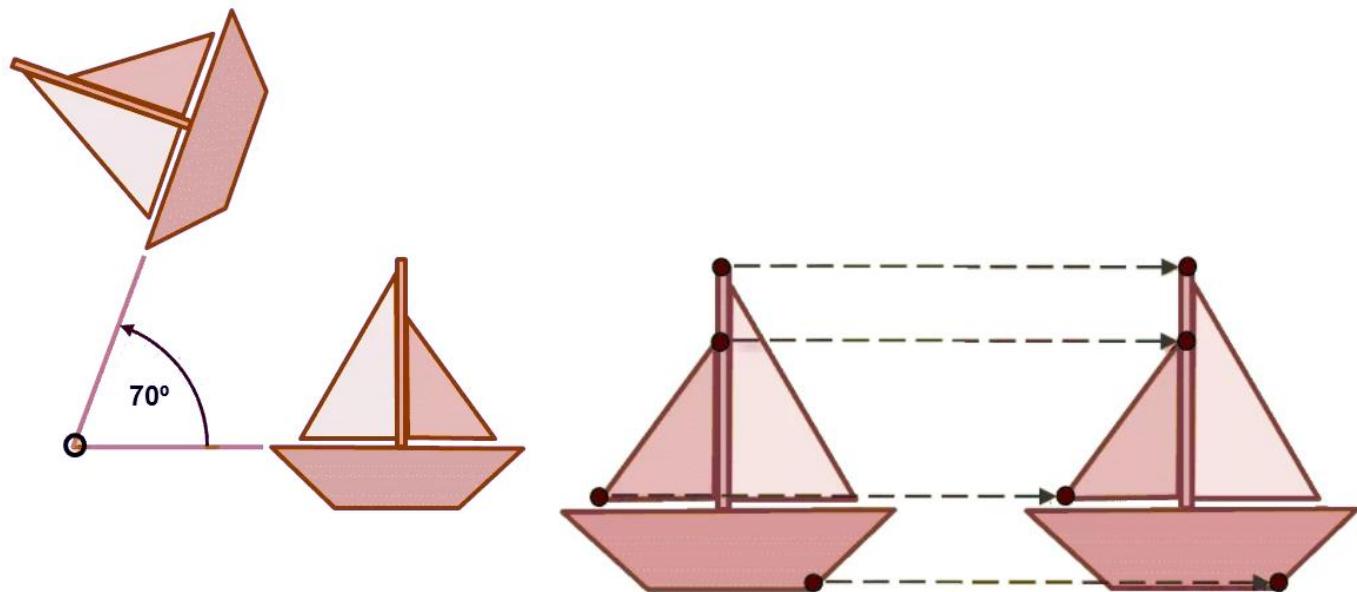
Isometric  
Transformations



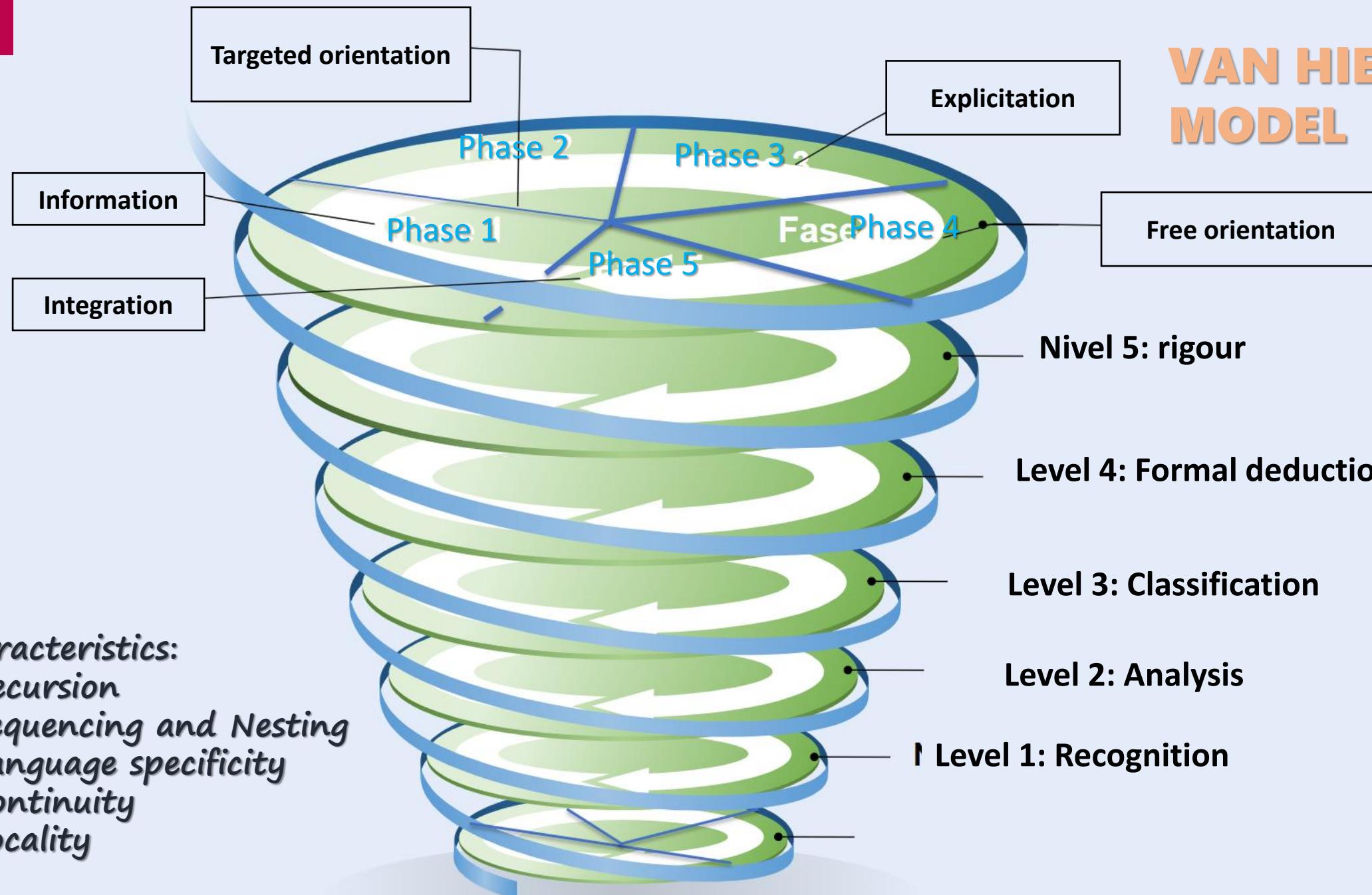
Translation

Reflection

Rotation



# VAN HIELE'S MODEL



Level 1:  
Recognition

Level 2:  
Analysis



# ROTATION

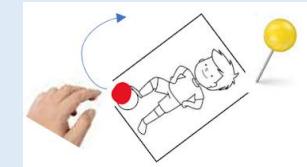


**2. DIRECTED ORIENTATION PHASE:**  
The focus is on the transformation that a figure undergoes when turning.

**1. FASE DE INFORMACIÓN:**  
Se pone en contacto al estudiante con la acción de giro



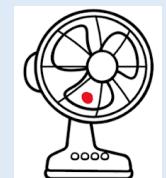
**5. INTEGRATION PHASE:** The teacher makes a summary of:  
What does a turn consist of?  
A trajectory that follows a point.  
The distance at which the images are placed from the center.



**4. FREE ORIENTATION PHASE:** Use the visual features of turns and turn-making techniques, developed in phase 2, to recognize turned figures and make turns in more complex situations



**3. EXPLICITATION PHASE:** The aim is for the student to express himself accurately with each new learning in the different phases.



Level  
2Level  
3

# Rotation

## 5. INTEGRATION PHASE

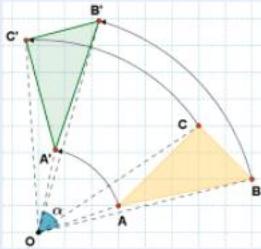
Determine equivalent lines of business and the necessary conditions.  
Composing turns, generalizing, and discovering commutativity.  
Rose window construction



[http://www.jupenoma.es/gauss/materiales\\_didacticos/eso/actividades/geometria/isometrias/informacion/rosetones.html](http://www.jupenoma.es/gauss/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/isometrias/informacion/rosetones.html)

## 2. TARGETED ORIENTATION PHASE

Orient students to measure the distance from the center of rotation to various points in the figure, especially when the center is outside the figure.



## 1. INFORMATION PHASE

To inquire about turn, in particular, the concept of angle and its measurement



Nivel 01

02



03



05



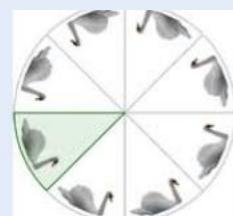
Level  
3

## 3. EXPLICITATION PHASE

The aim is for the student to express himself with precision with each new learning in the different phases

## 4. FREE ORIENTATION PHASE

The teacher makes a summary of:  
What is a rotation?  
How do you apply a rotation to a shape?  
Is the image of a point enough to place the image of the complete figure?  
What is the result of the product of turns with the same center?



## **3. PRACTICE**

Multigrade didactic sequence with  
isometric transformations

---



## Basic Standard of Competence

I conjecture and verify the results of applying transformations to figures in the plane to build designs

## Basic Learning Rights

Identifies the movements made to a figure in the plane with respect to a position or axis (rotation, translation, symmetry)

## OBJECTIVE

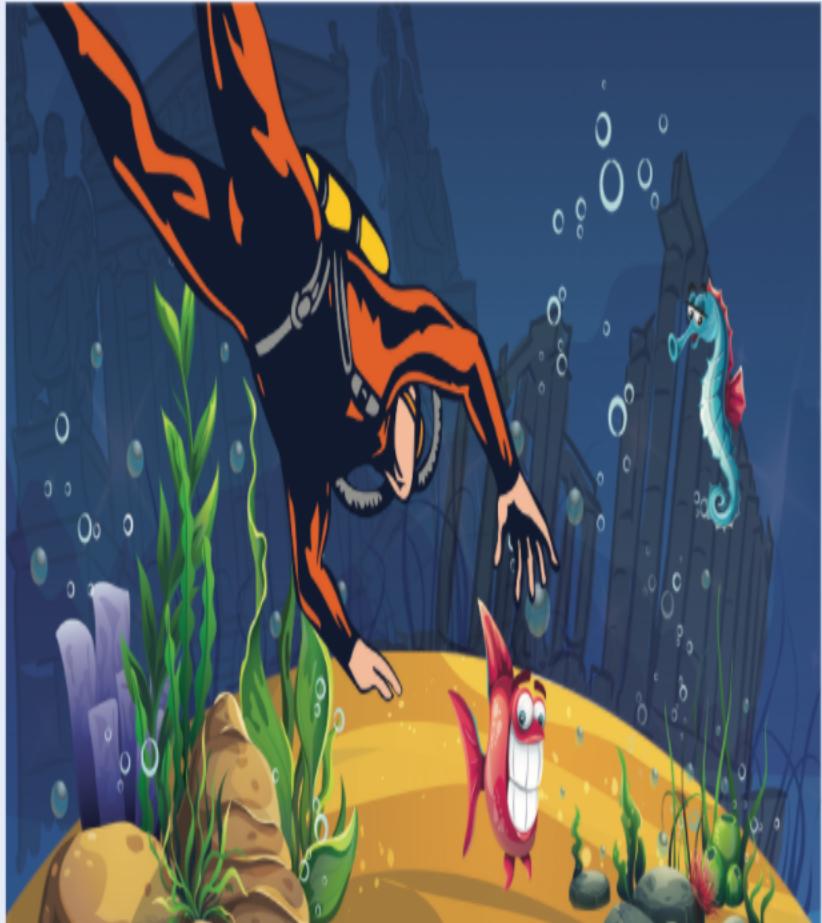
Observe friezes and use reflection to produce them

## PROGRESSION AXIS

Location in space and trajectory traveled

# PROBLEM SITUATION – 4<sup>TH</sup> GRADE

## “THE LOST CITY UNDER THE SEA”



### LA CIUDAD PERDIDA BAJO EL MAR

¿Conoces la leyenda de la ciudad perdida de la Atlántida? Se dice que esta ciudad existió hace más de 3500 años en una isla que se hundió . Algunas leyendas griegas permiten suponer que sus habitantes, los atlantes, eran excelentes arquitectos y artistas notables . De ahí el rumor de que fueron encontrados valiosos tesoros en el mar muchos años después de que la isla se hundió .

Algunos escritos antiguos dejaron indicios a partir de los cuales se podría situar a la Atlántida más allá del mar Mediterráneo. Mientras nadie encuentre la famosa ciudad perdida, es seguro que los investigadores, científicos, buzos y aventureros dedicaran incontables esfuerzos y bastante tiempo a tratar de encontrar su paradero .

¿Y si fueras tú el que encontrara esta famosa ciudad? ¡Supongamos que lo acabas de hacer!

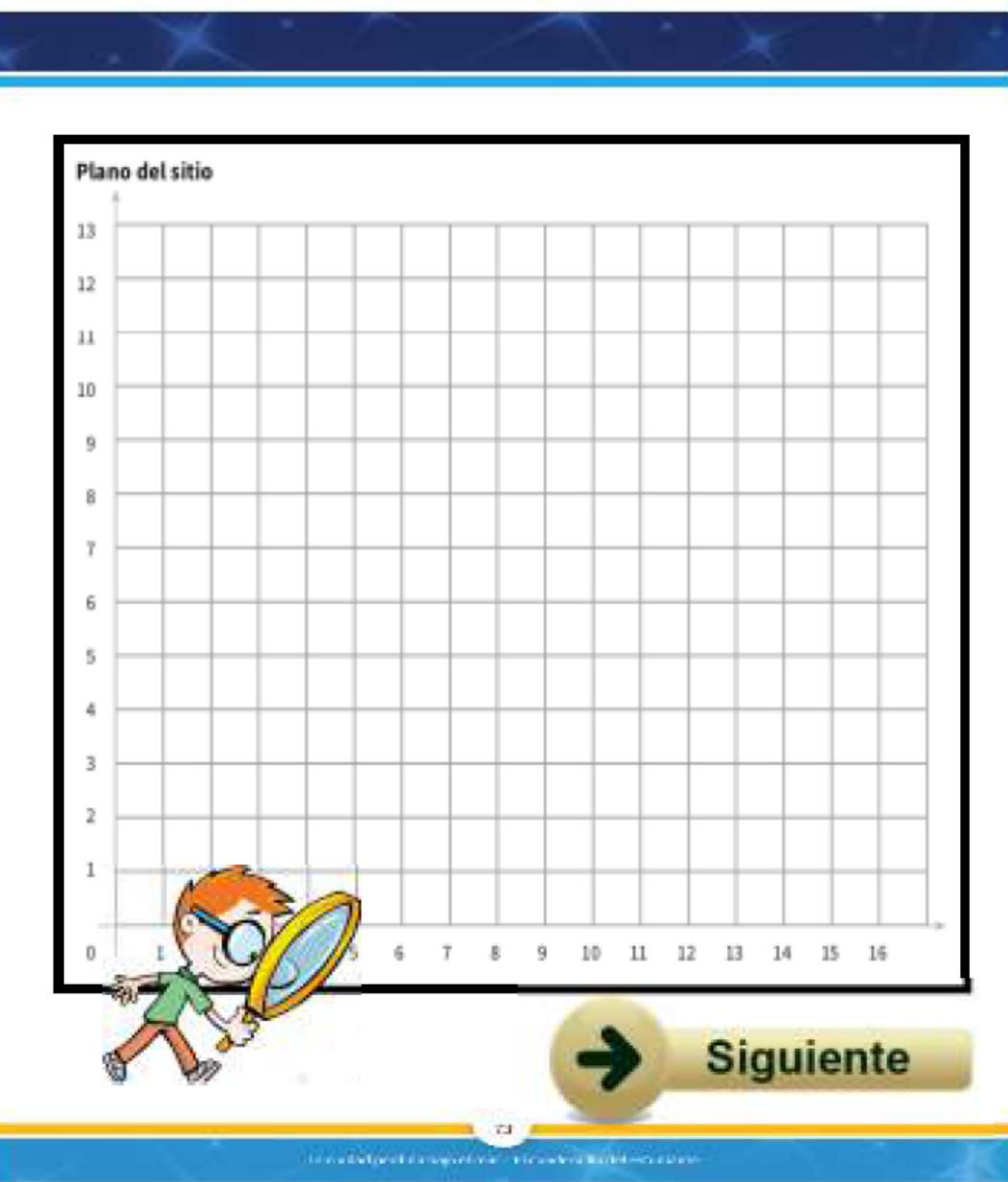
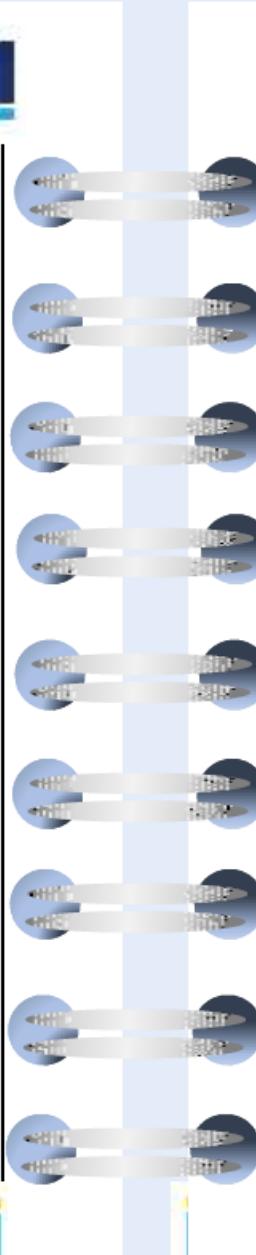
Supongamos que llevas un traje de buzo y acabas de salir del agua con la certeza de que has descubierto la ciudad perdida . Antes de comunicar la noticia al mundo, has decidido descubrir algunos misterios por tu cuenta . Esta es la lista de cosas que debes hacer antes de anunciar tu descubrimiento:

- Dibujar el plano de la ciudad para los arqueólogos .
- Reproducir el magnífico friso que has visto en una pared, el cual cumple con cierto patrón compuesto por distintas figuras.
- Proponer dos actividades para rotación y traslación.

### Plano de la ciudad

Estos son los indicios que aun recuerdas y que te ayudaran a encontrar diferentes lugares de la ciudad. Represéntalos sobre un plano que debes mantener en un lugar seguro para poder dárselo al equipo de arqueólogos que hará luego el estudio de la ciudad .

- ☞ La entrada a la ciudad está situada en la coordenada (9, 11) y se encuentra marcada con una estrella. (Fase de Información)
- ☞ La coordenada (0,5) es uno de los vértices de un cuadrilátero que posee un ángulo agudo. Este cuadrilátero representa un inmenso arrecife de coral. (Fase de Orientación dirigida)
- ☞ La coordenada (4, 5) es uno de los vértices de un polígono que tiene al menos un par de rectas perpendiculares. Este polígono representa la gruta en donde se escondía la secuencia grabada en una roca. (Fase de Explicitación)
- ☞ La coordenada (13, 2) es uno de los vértices de un cuadrilátero que tiene 2 ángulos obtusos. Este cuadrilátero ilustra la rejilla en la que se encuentra una secuencia de dígitos que revelan la localización de un lugar sagrado. (Fase de Orientación libre)
- ☞ La coordenada (11, 10) es uno de los vértices de un hexágono no convexo. Este polígono simboliza un jarrón muy valioso que encontraste intacto. (Fase de Orientación libre)



**Siguiente**

### 3. PRACTICE:

## PROBLEM SITUATION “THE LOST CITY UNDER THE SEA”

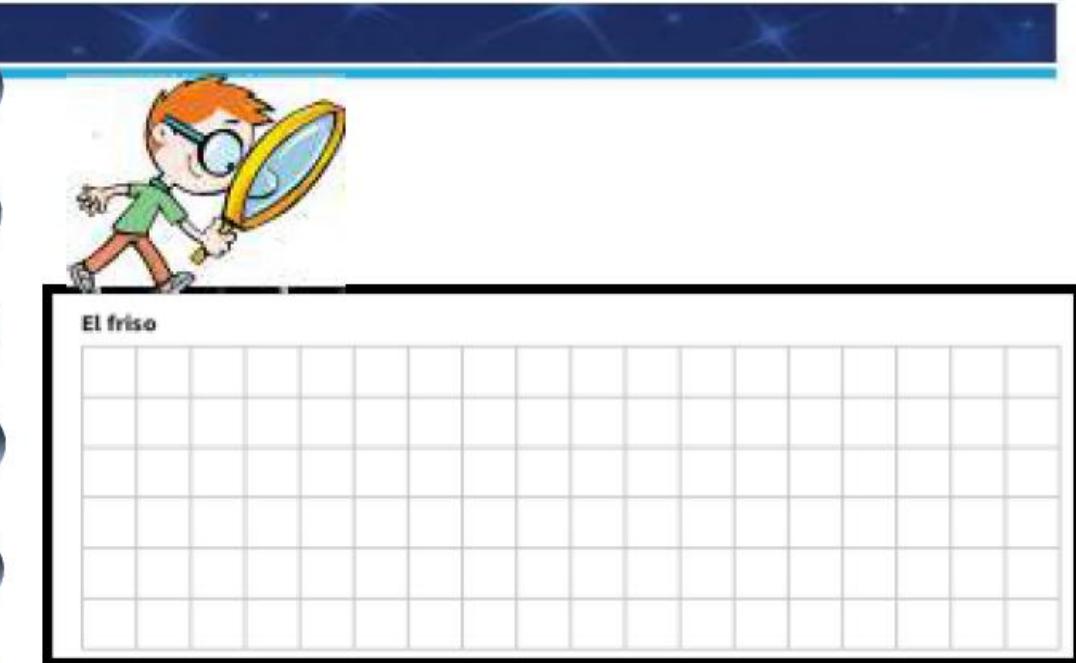
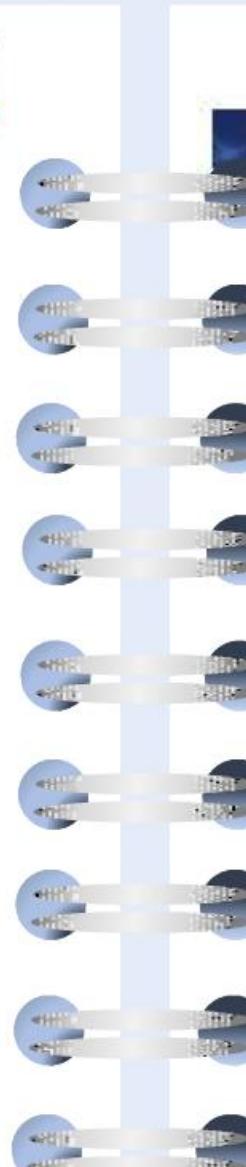
#### El friso.

Durante tu expedición, descubriste un friso magnífico en un muro (un friso es una banda decorada con un dibujo y está limitado entre rectas paralelas). Representa el friso con la ayuda de la información que anotaste.

Información sobre el friso:

Es un friso producido con la ayuda de una reflexión.

El dibujo tallado dentro de la banda o friso está compuesto por un cuadrilátero que tiene un solo par de lados paralelos combinados con un pentágono convexo que tiene exactamente dos lados iguales.



3.

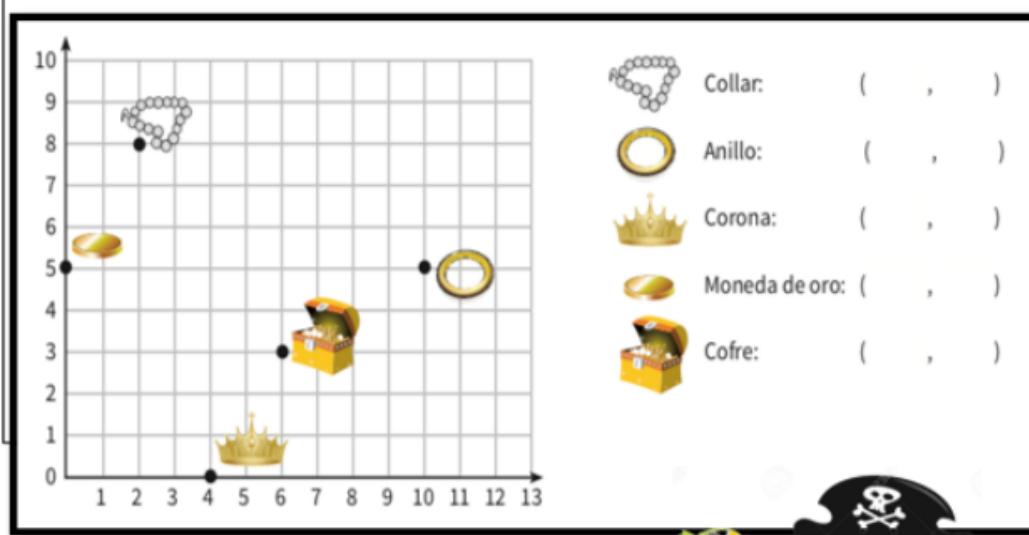
## PRACTICE:

# PROBLEM SITUATION

## “THE LOST CITY UNDER THE SEA”

**CENTRO 1: La búsqueda del tesoro.**

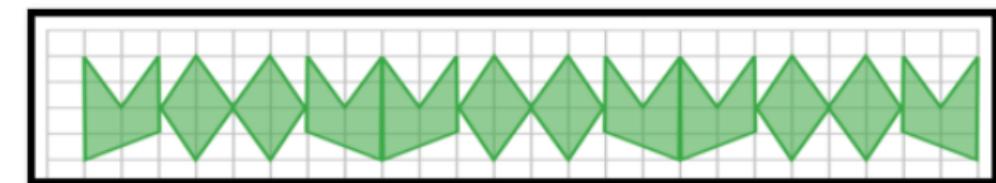
1. El pirata Barba Negra perdió varios objetos de su tesoro. Ayúdalo a encontrarlos nombrando los pares ordenados de coordenadas de cada uno de los objetos.



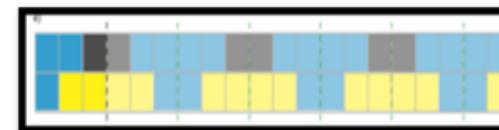
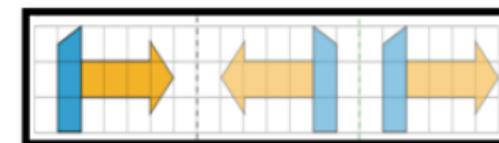
73

**CENTRO 2: ¡Qué lindos frisos!**

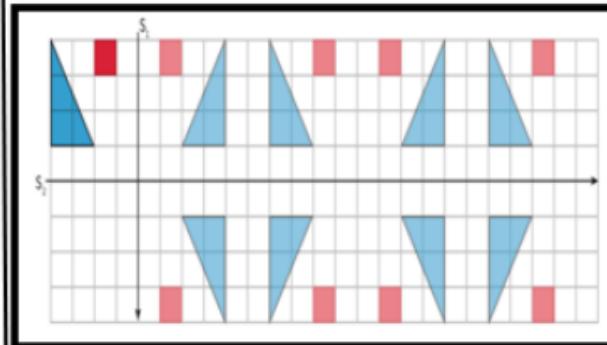
1. Carlos quiere decorar su alcoba. Le gustaría tener una tira de tapicería única en la que haya un cuadrilátero. Inveta para ella un friso que responda a lo que desea utilizando un eje de reflexión.



2. Completa los frisos con la ayuda del eje de reflexión.



3. A partir del siguiente motivo, efectúa primero la reflexión S1 y luego la reflexión S2. Seguidamente, completa el friso.



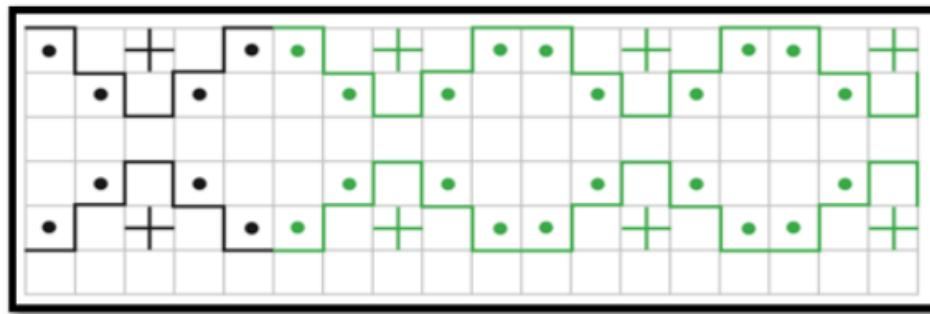
73

### 3. PRACTICE:

## PROBLEM SITUATION – 4<sup>TH</sup> GRADE “THE LOST CITY UNDER THE SEA”

### Centro 2 - ¡Qué lindos frisos!

Al bucear, Raúl observó los restos de un naufragio que tuvo lugar hace 100 años aproximadamente. Raúl quedó asombrado al descubrir todas las riquezas que aún albergaba este barco. Un friso en particular llamó su atención. Esta es una foto del friso. Complétalo.

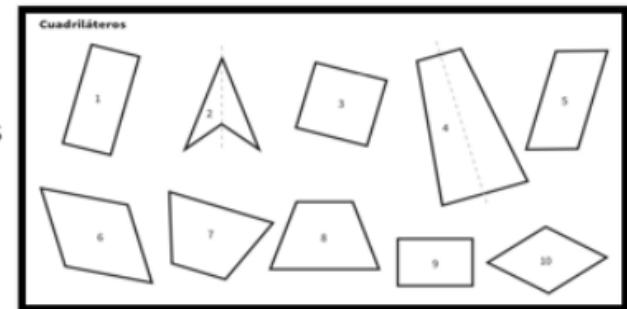


73

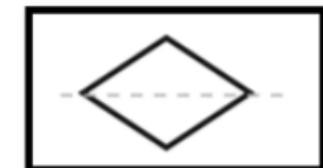


### CENTRO 4: !Si y no!

Clasifica los cuadriláteros de dos maneras diferentes. Indica las propiedades.



Una figura **es simétrica** cuando es posible trazar en ella un **eje de simetría** que permita reflejar la figura de manera exacta sobre sí misma. En el rombo hay dos ejes de simetría ¿Puede trazar el otro eje de simetría?



Para ayudarte a describir los cuadriláteros, escribe una lista de propiedades para cada elemento:

LADOS	
ÁNGULOS	
FIGURA SIMÉTRICA	Al menos un eje de simetría.

Al menos un par de lados paralelos	Exactamente dos pares de lados paralelos
1 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10	1 - 3 - 5 - 6 - 9 - 10
Cuadriláteros que tienen al menos 1 eje de simetría.	Cuadriláteros que tienen al menos un ángulo recto.
1 - 2 - 3 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10	1 - 3 - 9

73

# 3. PRACTICE



GRADO	Situación	Centros de Aprendizaje	Páginas	
1	Los peludo en el monte Aconcagua	C1: Caminata con los Peludo	86-93	-Izquierda, derecha, arriba, abajo. -Desplazamientos
2	Las galletas para la abuela	C1: Lobo, ¿Dónde estás?	14-19	Delante, atrás, encima, debajo, al lado de, cerca de, lejos de, sobre, bajo, adentro, afuera, arriba, abajo, dentro de, fuera de, a la izquierda, a la derecha, etc.
	En busca del octavo enanito	C4: La decoración	85	-Simetría
	Viaje a la isla matemática	C3: Un mapa del tesoro	80-84	-Plano cartesiano
3	La fiesta de los monstruos	C3: ¿Soy simétrico?	24-30	-Simetría
	Se necesita un arquitecto para el zoológico	C3: La batalla de las coordenadas	22-27	-Plano cartesiano
4	El buzo de la ciudad perdida	C1: La búsqueda del tesoro C2: ¡Qué lindos frisos!	80-83 84-89	-Plano cartesiano -Reflexión

<https://contenidos.colombiaaprende.edu.co/contenidos-para-aprender>

The screenshot shows the homepage of 'Aprender digital' with the URL 'contenidos.colombiaaprende.edu.co/contenidos-para-aprender'. The main heading is 'Contenidos para aprender'. Below it is a description: 'Es una colección con más de 1.000 objetos virtuales de aprendizaje interactivos en las áreas básicas del conocimiento. Cada recurso cuenta con introducción, objetivos, desarrollo, resumen, tareas y actividades imprimibles.' To the right is a graphic of a person interacting with a computer screen displaying various icons. At the bottom left, there's a 'Grados' section showing '1 a 11'.

The screenshot shows the landing page for 'Contenidos para aprender' at 'contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co'. It features a central graphic of a globe with the text 'CONTENIDOS PARA APRENDER' overlaid. Surrounding the globe are three blue circles labeled 'BÁSICA PRIMARIA', 'MEDIA', and 'BÁSICA SECUNDARIA'. The background is yellow with a faint grid pattern. Logos for 'La educación es de todos' and 'Colombia aprender' are at the bottom.

The screenshot shows the 'Menú Primaria' page at 'contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/MenuPrimaria/index.html'. It features five yellow circles labeled 'GRADO 1', 'GRADO 2', 'GRADO 3', 'GRADO 4', and 'GRADO 5'. The background is teal with various educational icons like a calculator, a book, and a graduation cap.

The screenshot shows the same 'Menú Primaria' page, but now the 'GRADO 3' circle is expanded to show three subjects: 'CIENCIAS', 'MATEMÁTICAS', and ' LENGUAJE'. The other grades (1, 2, 4, 5) are still shown as simple circles. The background and icons remain the same teal theme.

<https://contenidos.colombiaaprende.edu.co/contenidos-para-aprender>

The screenshot shows a web-based learning platform for mathematics. At the top right, there's a circular icon with a bandage and the word 'MATEMÁTICAS'. Below it, the title of the lesson is displayed: 'OBJETO DE APRENDIZAJE: Diferenciación de movimientos en el plano en la localización de objetos'. A navigation bar below the title includes links for 'Guía del docente', 'Introducción', 'Objetivos', 'Desarrollo', 'Resumen', 'Tarea', and 'Actividades imprimibles'. A 'VOLVER' button is located in the top left corner. The background features a faint watermark of various geometric shapes.

**Unidad 03:**  
Explorando nuestro entorno  
con rectas y polígonos.  
Grado 03 • Matemáticas

**Diferenciación de movimientos en el plano  
en la localización de objetos**

Clase: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_

**Introducción**

Después de ver la animación, colorea el mapa. Luego, sigue las instrucciones y responde las preguntas.


a. Encierra con **verde** el parque central del pueblo.  
b. Encierra con **azul** el hospital.  
c. Encierra con **amarillo** la escuela.  
d. Encierra con **rojo** la iglesia.  
e. Indica con colores, tres caminos diferentes para que los turistas lleguen a la iglesia.

Material del estudiante

# UNIDADES DIDÁCTICAS ([colombiaaprende.edu.co](https://colombiaaprende.edu.co))

- f. ¿Puedes determinar a qué distancia se encuentran los turistas de la iglesia?

\_\_\_\_\_

¿Cómo lo harías?

\_\_\_\_\_

## Objetivos de Aprendizaje

- El estudiante localiza objetos en su entorno a partir de indicaciones dentro de un sistema de referencia, realizando movimientos en el plano.
- El estudiante encuentra mediante instrucciones de recorrido en un mapa de su ciudad con lugares conocidos la distancia final y la ubicación de un lugar determinado.
- El estudiante determina varias opciones de encontrar objetos, animales, personas, etc., dentro de una situación específica (mapa de una ciudad, para llegar al tesoro, etc.).
- El estudiante traslada figuras en el plano teniendo en cuenta que no se debe girar ni cambiar su tamaño.
- El estudiante realiza giros de figuras en el plano teniendo en cuenta que no se puede cambiar su tamaño.
- El estudiante identifica a través de una herramienta tecnológica (simuladores de movimientos en el plano, páginas web, software de geometría dinámica, etc.) la traslación y rotación de figuras.



## Actividad 4

### Rotemos objetos

- 1 Ponte de pie mirando hacia el tablero y realiza los giros que se proponen.

Medio giro a la derecha

Un giro a la izquierda

Dos giros a la derecha

Dos giros a la derecha



Derecha

Izquierda

- 2 Luego de ver los movimientos que hacen la puerta y la ventana en el recurso interactivo, describelos con tus palabras.



## **4. ASSESSMENT AND CLOSING**

Reflection and dialogue

---

**How do the conceptual and practical elements addressed in this STS contribute to improving the planning process in your EE?**

<https://forms.gle/zwqeXt9jVPKFUp9j8>



La educación  
es de todos

Mineducación

# #LaEducaciónEsDeTodos

 Mineducacion

 @Mineducacion

 @Mineducacion