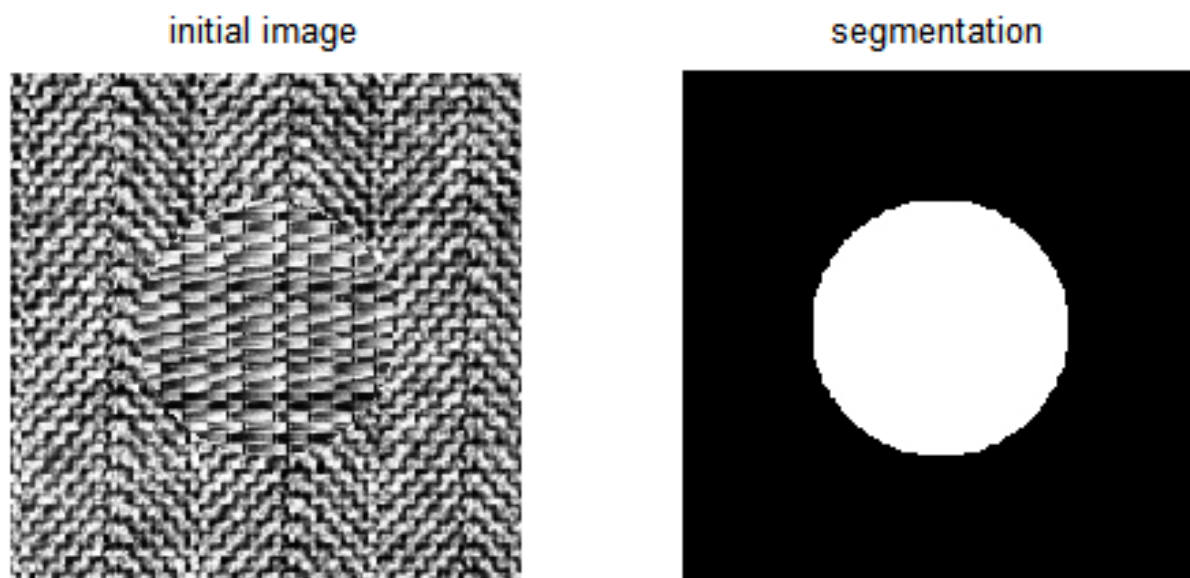


Βελεντζάς Γιώργος  
Ζωγόπουλος Γιώργος

## Θέμα : Ανάλυση, Κατάτμηση και Κατηγοριοποίηση Υφής

### 1.1 Εικόνα εισόδου και εικόνα αναφοράς.

Αρχικά διαβάζουμε την εικόνα αλλά και την εικόνα αναφοράς που περιέχει την πληροφορία για την πρότυπη κατάτμηση και εμφανίζουμε τα αποτελέσματα στο σχήμα 1. Επίσης ορίζουμε τη συχνότητα δειγματοληψίας να είναι η μέγιστη διάσταση της εικόνας, δηλαδή στην περίπτωσή μας  $F_s=256$ .

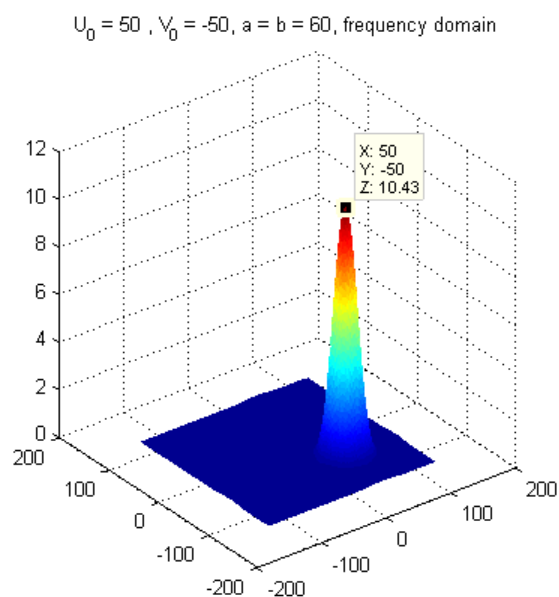
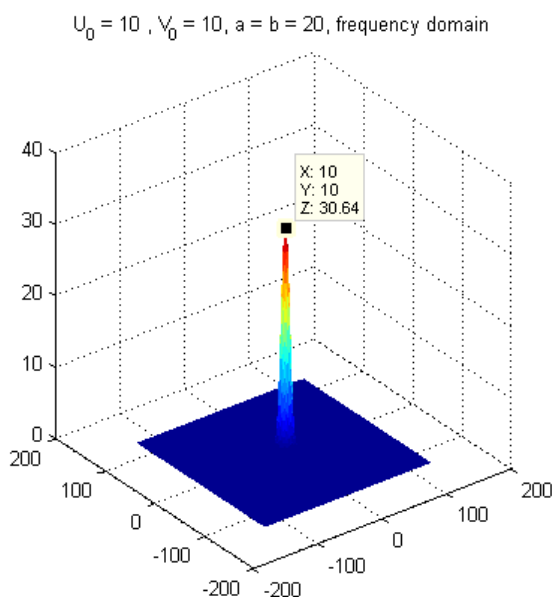
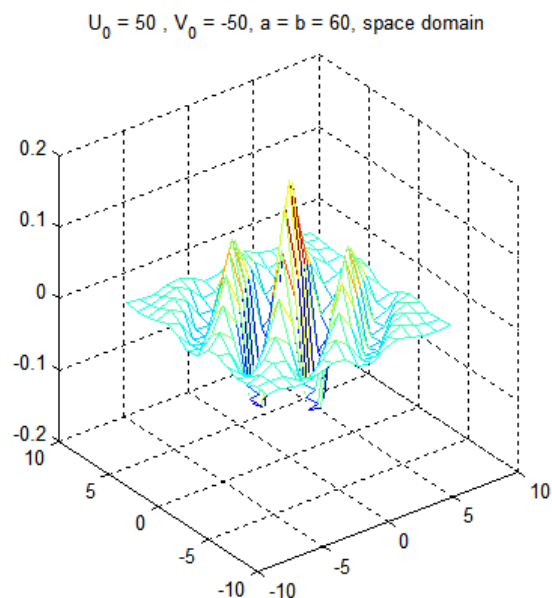
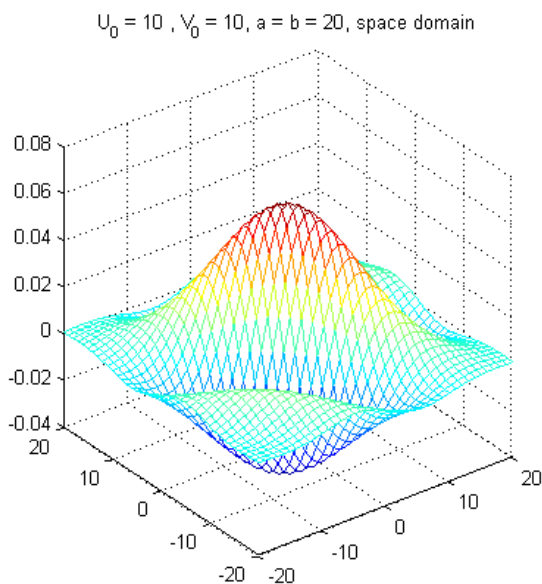


Σχήμα 1 : Εμφάνιση της αρχικής εικόνας υφής αλλά και της πρότυπης κατάτμησης

Παρατηρώντας την αρχική εικόνα πράγματι διακρίνουμε μια κυκλική περιοχή στο κέντρο της η οποία έχει διαφορετικά χαρακτηριστικά υφής απο την υπόλοιπη.

### 1.2 Συνάρτηση 2Δ Gabor Φίλτρων

Στη συνέχεια κατασκευάζουμε τη συνάρτηση gabor2D η οποία υλοποιεί ένα φίλτρο gabor οπού από τα ορίσματά της μπορούμε να καθορίσουμε ακριβώς την κεντρική του συχνότητα, τον προσανατολισμό αλλά και το εύρος του. Στο σχήμα 2 φαίνονται δυο διαφορετικά gabor φίλτρα για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων. Κατά την απεικόνιση στο πεδίο της συχνότητας δίνουμε προσοχή στην αναδίπλωση του μετασχηματισμού και χρησιμοποιούμε τις συναρτήσεις fliplr και flipud για να επιτύχουμε σωστή αντιστοίχιση συχνοτήτων και τιμών.

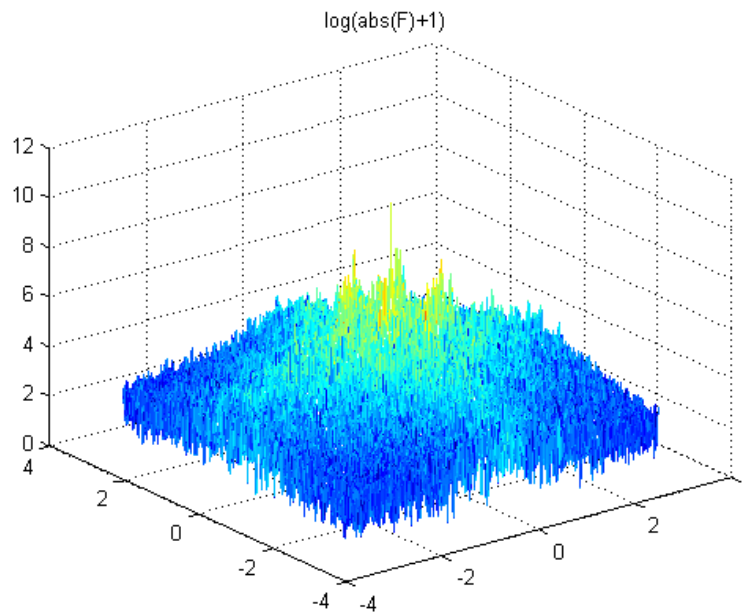


**Σχήμα 2 :** Στο πάνω μέρος φαίνεται το πραγματικό μέρος της χωρικής απόκρισης δυο διαφορετικών gabor φίλτρων ενώ κάτω φαίνεται το μέτρο της απόκρισης συχνότητας

Απο το παραπάνω σχήμα παρατηρούμε κατ'αρχάς ότι οι διαφορετικές τιμές των  $U_0$  και  $V_0$  τοποθετούν στον χώρο της συχνότητας το ζωνοπερατό (όπως φαίνεται) φίλτρο σε διαφορετική θέση αλλάζοντας το μέτρο και τη γωνία της κεντρικής συχνότητας. Επίσης οι παράμετροι  $a$  και  $b$  οι οποίες είναι αντιστρόφως ανάλογες της τυπικής απόκλισης της Gaussian στο χώρο, στη συχνότητα προφανώς είναι ανάλογες (εφόσον όπως έχουμε δει ο μετασχηματισμός Fourier της γκαουσιανής είναι μια γκαουσιανή που έχει αντίστροφη διασπορά, modulo κάποια σταθερά) και συνεπώς αυξάνοντάς τις αυξάνουμε και το εύρος ζώνης του Gabor φίλτρου. Στο πεδίο του χώρου μεγάλες τιμές της κεντρικής συχνότητας θα δημιουργήσουν περισσότερες κυματώσεις ενώ η αύξηση των παραμέτρων  $a$  και  $b$  σημαίνει μικρότερη τυπική απόκλιση της περιβάλλουσας, δηλαδή τα κύματίδια θα φθίνουν με ταχύτερο ρυθμό σε χαμηλές τιμές. Αν οι παράμετροι  $a$  και  $b$  έχουν διαφορετικές τιμές, τότε η γκαουσιανή που παρατηρούμε στην απόκριση συχνότητας θα είναι ανισοτροπική. Δεν θα ασχοληθούμε ωστόσο με τέτοιες περιπτώσεις.

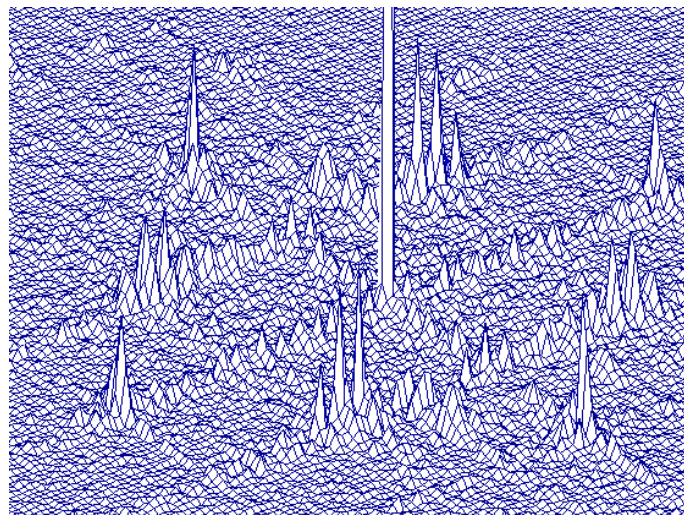
### 1.3 Φάσμα εικόνας και Επιλογή Συχνοτήτων

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τον μετασχηματισμό Fourier της εικόνας και τον απεικονίζουμε αντι αυτού τις τιμές  $\log(|F|+1)$  ώστε να έχουμε θετικό πεδίο τιμών. Πριν την αναπαράσταση χρησιμοποιούμε τη συνάρτηση `fftshift` ώστε η αντιστοίχιση των τιμών να είναι η σωστή.



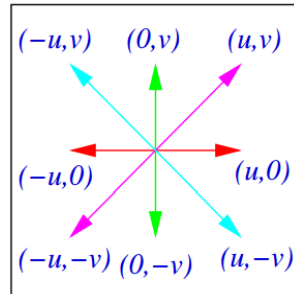
**Σχήμα 3 :** Εμφάνιση του Fourier μετασχηματισμού ως επιφάνεια

Απο το παραπάνω σχήμα παρατηρούμε ότι η περισσότερη πληροφορία βρίσκεται σε χαμηλές συχνότητες (με τη μέγιστη τιμή στην μηδενική συχνότητα όπου περιέχεται η πληροφορία της μέσης τιμής φωτεινότητας της εικόνας) και όσο απομακρυνόμαστε οι συνιστώσες του φάσματος είναι αρκετά μικρότερες. Ός προς τις συμμετρίες φαίνεται πως το μέτρο είναι συμμετρικό ως προς την αρχή των αξόνων. Αυτό είναι λογικό καθώς η εικόνα είναι μια διδιάστατη συνάρτηση με πραγματικές τιμές, συνεπώς ο Fourier μετασχηματισμός της θα χαρακτηρίζεται απο ερμιτιανή συμμετρία. Για να παρατηρήσουμε λίγο καλύτερα τις συμμετρίες αυτές απεικονίζουμε στο παρακάτω σχήμα το μέτρο του μετασχηματισμού χωρίς να λογαριθμίσουμε και εστιάζουμε σε μια μικρή περιοχή γύρω απο το κέντρο των αξόνων των χωρικών συχνοτήτων.



**Σχήμα 4 :** Μικρή περιοχή του μέτρου του μετασχηματισμού Fourier της εικόνας

Πράγματι στο σχήμα 4 παρατηρούμε ότι υπάρχει συμμετρία στις κορυφές του φάσματος ως προς την αρχή των αξόνων. Αυτή η παρατήρηση μας είναι χρήσιμη στη συνέχεια όπου ζητούμενο είναι η εύρεση των κυρίαρχων τοπικών μεγίστων, δηλαδή η εύρεση των κυρίαρχων συνιστωσών, μη λαμβάνοντας υπ'οψιν την μηδενική κεντρική συχνότητα. Λόγω των συμμετριών που αναφέραμε θα χρειαστεί να υπολογίσουμε τα μέγιστα εργαζόμενοι σε δυο μόνο γειτονικά τεταρτημόρια. Θα επιλέξουμε το πρώτο και το τέταρτο τεταρτημόριο.



**Σχήμα 5 :** Συμμετρίες του μετασχηματισμού Fourier της εικόνας

Χρειάζεται βέβαια ιδιαίτερη προσοχή καθώς εργαζόμενοι στην περιοχή όπου χωρική συχνότητα στην  $x$  διεύθυνση είναι μη αρνητική, κινδυνεύουμε να λάβουμε συμμετρικά σημεία πάνω στον άξονα των  $y$  χωρικών συνιστωσών. Γι'αυτό το λόγο θα απορίψουμε σημεία που έχουν μηδενικό  $u$  και αρνητικό  $v$ . Προφανώς όπως αναφέραμε θα απορίψουμε και το σημείο που αντιστοιχεί σε μηδενικές χωρικές συχνότητες. Ένα άλλο σημείο που προσέχουμε είναι ο τρόπος που περιγράφουμε τα σημεία, δηλαδή ως σημεία  $u, v$  ή ως  $row, column$  του πίνακα μετασχηματισμού.

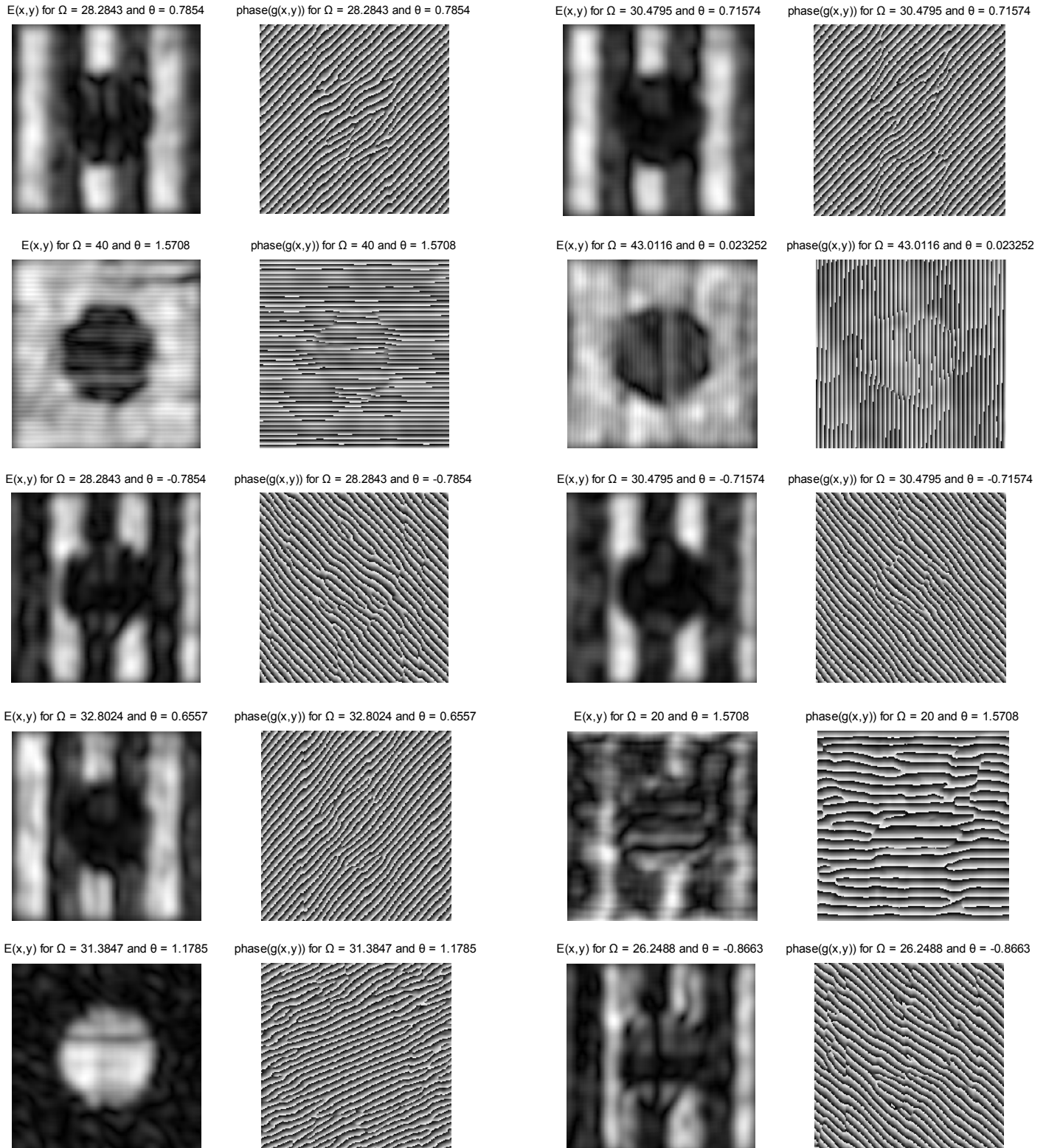
Τελικά τα σημεία που αντιστοιχούν στις 10 μέγιστες συχνότητες υπολογίζονται από έναν απλό επαναληπτικό αλγόριθμο (για μικρό πλήθος σημείων δεν δημιουργεί καθυστέρηση) και αποθηκεύονται στην μεταβλητή  $K\_max\_freq$  ως γωνιακές συχνότητες σε rad από  $-\pi$  έως  $\pi$ . Επίσης αποθηκεύονται στη μεταβλητή  $K\_max\_points$  τα ζεύγη  $u, v$ .

$\omega_x$	$\omega_y$	$u$	$v$
0.4909	0.4909	20	20
0.5645	0.4909	23	20
0	0.9817	0	40
1.0554	0.0245	43	1
0.4909	-0.4909	20	-20
0.5645	-0.4909	23	-20
0.6381	0.4909	26	20
0	0.4909	0	20
0.2945	0.7118	12	29
0.4172	-0.4909	17	-20

**Πίνακας 1 :** τα πρώτα 10 ζεύγη κυρίων συχνοτήτων της εικόνας

## 1.4 Φιλτράρισμα και Ενέργεια

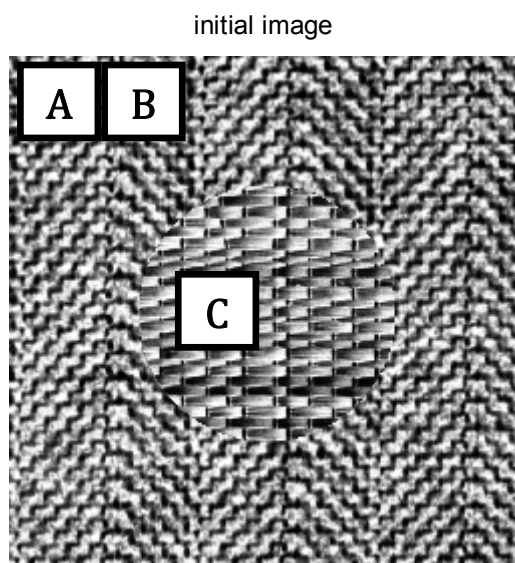
Στη συνέχεια φιλτράρουμε την εικόνα με κάθε ένα από τα Gabor φίλτρα που αντιστοιχούν στις παραπάνω κύριες συχνότητες του πίνακα 1. Αποθηκεύουμε τα αποτελέσματα σε έναν 3D πίνακα όπου η τρίτη διάσταση περιέχει τις διαφορετικές αποκρίσεις. Προσέχουμε και πάλι κάποια λεπτά σημεία, όπως την απεικόνιση του πλάτους της απόκρισης, ενώ επίσης επιλέγουμε να απεικονίσουμε και τη φάση της εφόσον οι τιμές τις είναι μιγαδικές. Τα αποτελέσματα για τα 10 διαφορετικά φίλτρα και για τυπικές τιμές παραμέτρων  $a = b = 20$  φαίνονται παρακάτω.



**Σχήμα 6 :** Εμφάνιση του μέτρου και της φάσης της φιλτραρισμένης εικόνας για κάθε φίλτρο



Ας εξηγήσουμε τώρα συνοπτικά τα παραπάνω αποτελέσματα. Κάθε Gabor φίλτρο όπως είδαμε είναι ένα ζωνοπερατό φίλτρο (χωρίς ερμιτιανή συμμετρία όπως τα περισσότερα φίλτρα). Η αρχική εικόνα όπως φαίνεται παρακάτω χαρακτηρίζεται απο διαφορετικές περιοχές ως προς το συχνοτικό τους περιεχόμενο.

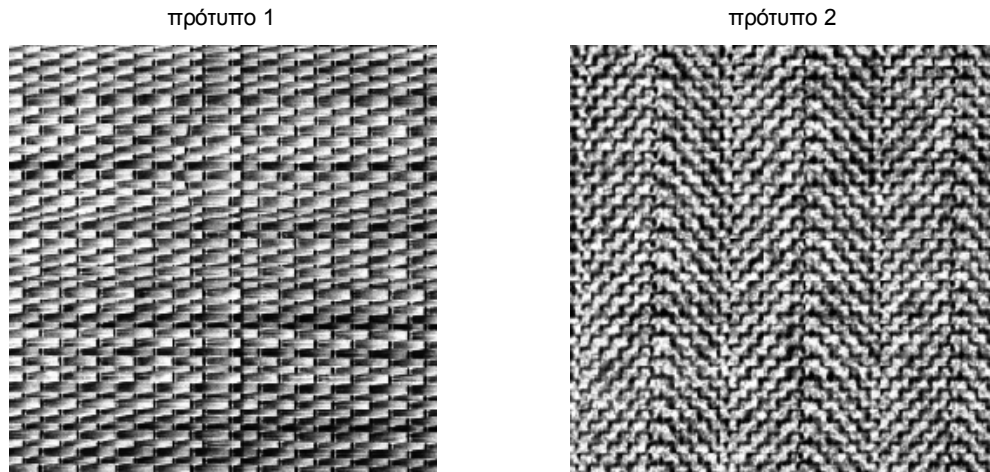


**Σχήμα 7:** χαρακτηριστικές περιοχές της αρχικής εικόνας ανάλογα με το συχνοτικό περιεχόμενο

Βλέποντας τη γενική εικόνα και όχι τις λεπτομέρειες, η περιοχές τύπου A της αρχικής εικόνας χαρακτηρίζονται απο κυματώσεις σε διεύθυνση πάνω αριστερά (η και κάτω δεξιά, εξού και οι συμμετρίες του Fourier), οι περιοχές τύπου B απο κυματώσεις με διεύθυνση πάνω δεξιά, και οι περιοχή C απο κυματώσεις προς τα πάνω και προς τα δεξιά και όχι τόσο σε διαγώνιες διευθύνσεις. Ας παρατηρήσουμε τώρα την έξοδο του φίλτρου με χαρακτηριστικά  $\Omega = 28.28$  και  $\theta = 0.7854$ . Κατ'αρχάς το μέγεθος  $\Omega$  που είναι το μέτρο του διανύσματος κεντρικής συχνότητας του φίλτρου καθορίζει το πόσο συχνές θα είναι οι κυματώσεις που θα περάσουν απο αυτό. Γενικά όσον αφορά τις κύριες συχνότητες τα μέτρα  $\Omega$  όλων των φίλτρων έχουν σχετικά όμοιες τιμές σε ένα εύρος απο 20 έως 45. Η γωνία  $\theta$  ωστόσο είναι αυτή που καθορίζει την κατευθυντικότητα των κυματώσεων που θα περάσουν απο το φίλτρο. Όσον αφορά την αυστηρότητα της περιοχής, μειώνοντας τα  $a$  και  $b$  αυξάνουμε την αυστηρότητα αυτή καθώς μειώνουμε το εύρος ζώνης, ενώ ισχύει και το αντίστροφο. Το φίλτρο αυτό λοιπόν αναμένουμε να έχει απόκριση με υψηλές ενέργειες που οι κυματώσεις είναι κοντά στις  $0.7854 \cdot 180/\pi = 45$  μοίρες ως προς την κατευθυντικότητα και μέτρια συχνότητα. Θεωρώντας μηδενική τη γωνία που αντιστοιχεί σε διεύθυνση προς τα πάνω τότε τα αποτελέσματα συμβαδίζουν καθώς η έξοδος επιστρέφει υψηλές ενέργειες στις περιοχές τύπου A. Στο σχήμα 6 αυτές οι περιοχές είναι πιο λευκές, ενώ η κατευθυντικότητα του φίλτρου είναι εμφανής και στην εικόνα φάσης της εξόδου. Στις εικόνες της δεύτερης γραμμής του σχήματος 6 παρατηρούμε οτι η κατευθυντικότητα του φίλτρου είναι πάνω δεξιά, και πράγματι η έξοδος έχει μεγαλύτερες τιμές ενέργειας στις περιοχές τύπου B. Κάτι που δεν ήταν προφανές είναι ότι η περιοχή C έχει κύριες κυματώσεις όχι κατακόρυφες αλλά σε γωνίες  $\theta=1.17$  rad κάτι που φαίνεται από την εικόνα της τελευταίας γραμμής και πρώτης στήλης του σχήματος 1. Παρατηρήστε επίσης τις εικόνες της δεύτερης γραμμής που δείχνουν οτι οι περιοχές A και B έχουν περισσότερη ενέργεια σε οριζόντιους κυματισμούς απ'ότι η περιοχή C, τουλάχιστον όσον αφορά κυματισμούς με μέτρο συχνότητας  $\Omega=29$ .

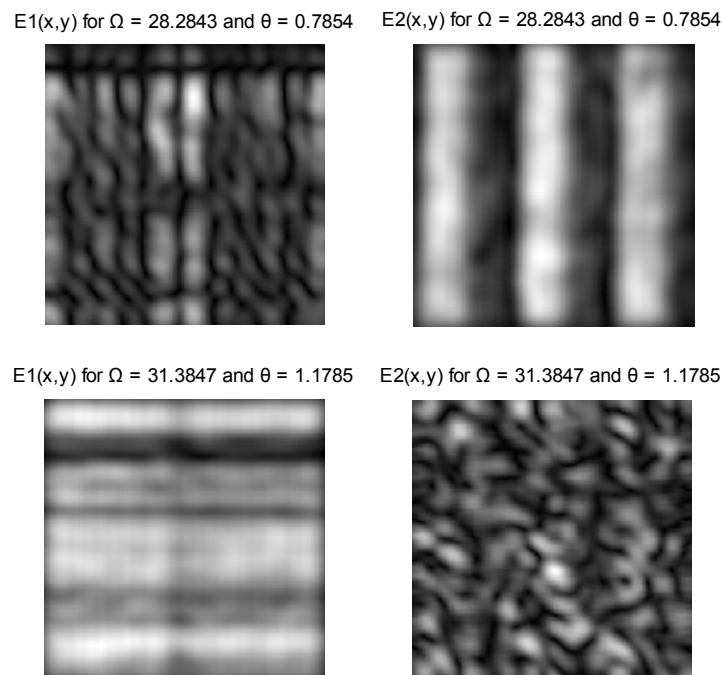
### 1.5 Φάση Εκπαίδευσής με πρότυπα υφής

Στη συνέχεια λοιπόν ζητούμενο είναι να αναγνωρίσουμε τις διαφορετικές περιοχές ως προς την υφή τους. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι παρατηρούμε 3 περιοχές υφής, δηλαδή την τύπου A, την τύπου B και την τύπου C, αλλά κάποιος θα μπορούσε να παρατηρήσει και επιπλέον περιοχές υφής. Έτσι είναι σύνηθες να υπάρχουν κάποια πρότυπα υφής και η κατηγοριοποίηση να γίνεται βάση αυτών. Στην περίπτωσή μας τα πρότυπα υφής φαίνονται παρακάτω και είναι 2, αυτό που αφορά τις περιοχές τύπου A και B και αυτό που αφορά την περιοχή τύπου C.



**Σχήμα 8 :** εικόνες προτύπων υφών

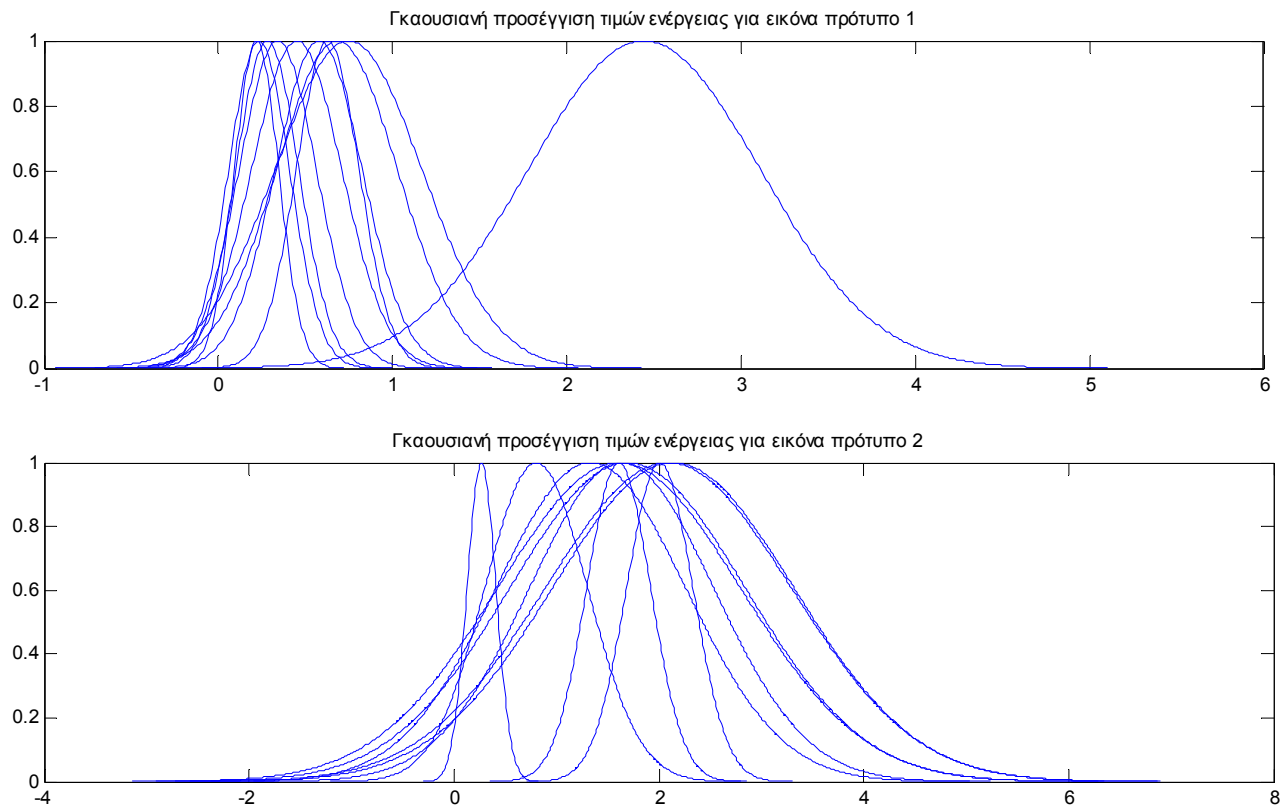
Στη συνέχεια εφαρμόζουμε και πάλι τα φίλτρα στην κάθε εικόνα ξεχωριστά και εξάγουμε τις αποκρίσεις. Παρακάτω παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα για δύο από τα φίλτρα.



**Σχήμα 9 :** Στην αριστερή στήλη φαίνεται η έξοδος για την εικόνα προτύπου 1 για δύο από τα φίλτρα, ενώ στη δεξιά στήλη οι αντίστοιχες έξοδοι για την εικόνα προτύπου 2

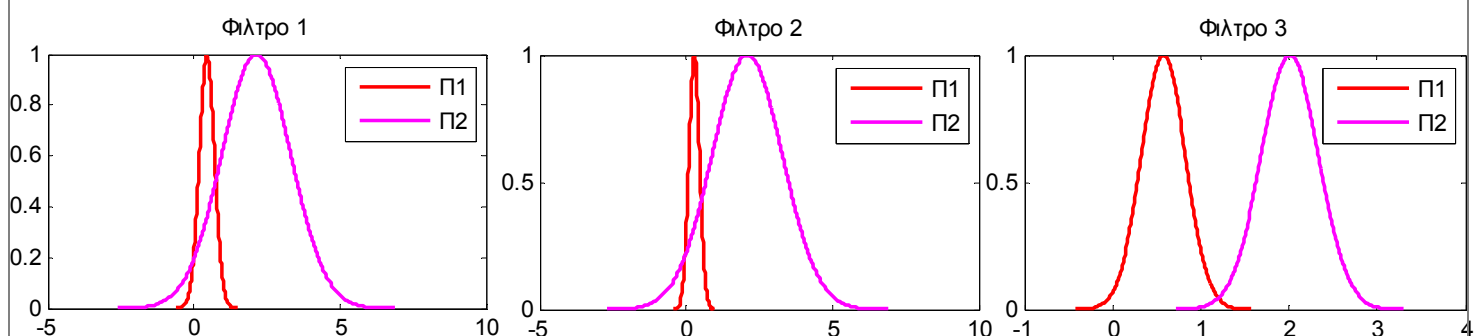
Οι δυο εικόνες του σχήματος 9 είναι οι πιο χαρακτηριστικές απο το σύνολο των εξόδων, ενώ τα αποτελέσματα είναι τα αναμενόμενα. Η διαφοράς στη φωτεινότητα της εικόνας προτύπου 1 από τις φωτεινότητες που έχει στο σχήμα 6 ως περιοχή της συνολικής εικόνας οφείλεται απλά στη χρήση της συνάρτησης `imshow(g, [ ])` για καλύτερη εποπτεία.

Έπειτα για κάθε απόκριση (για το μέτρο αυτής  $|g(x,y)|$ ), μπορούμε να βρούμε τις μέσες τιμές ενέργειας καθώς και τις τυπικές αποκλίσεις. Έτσι για κάθε απόκριση θα έχουμε προσεγγιστικά μια γκαουσιανή κατανομή ενέργειας. Τα αποτελέσματα για κάθε εικόνα πρότυπο φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

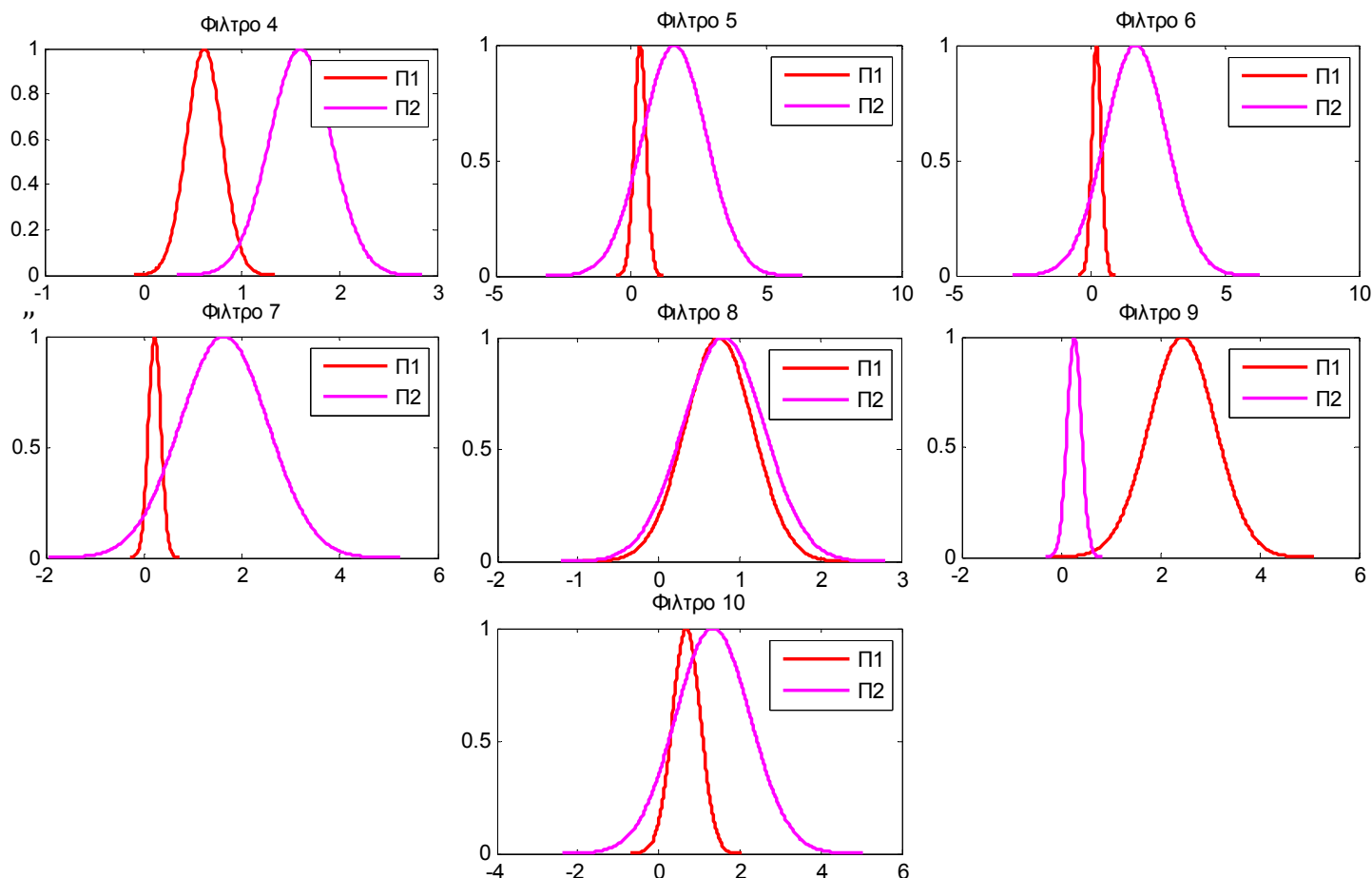


**Σχήμα 10 :** Προσέγγιση τιμών ενέργειας με μια γκαουσιανή κατανομή (μη κανονικοποιημένες) για κάθε φίλτρο και κάθε εικόνα

Απο τα παραπάνω διαγράμματα είναι κατ'αρχάς εμφανές οτι στην εικόνα πρότυπο 2 οι μέσες τιμές φωτεινότητας ήταν συνολικά υψηλότερες αλλά η διασπορά τους μεγαλύτερη. Στην εικόνα πρότυπο 1 κυριαρχούν χαμηλές φωτεινότητες με μικρή διασπορά στις τιμές τους ενώ υπάρχει και ένα φίλτρο του οποίου η έξοδος επιστρέφει υψηλές ενέργειες. Για να συγκρίνουμε καλύτερα τα αποτελέσματα αυτά στη συνέχεια παρουσιάζουμε τις γκαουσιανές αυτές συναρτήσεις πιθανότητας ανα δύο, για κάθε φίλτρο και για κάθε πρότυπο.





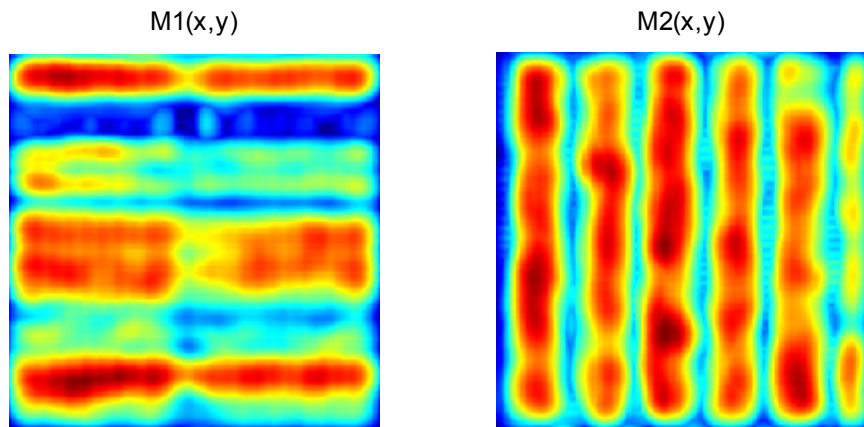


**Σχήμα 11:** γκαουσιανή προσέγγιση των τιμών ενέργειας για κάθε φίλτρο και για κάθε εικόνα, με κόκκινο για είσοδο την εικόνα πρότυπο 1 και με ματζέντα την εικόνα πρότυπο 2. Οι παραπάνω γκαουσιανές είναι μη κανονικοποιημένες, απλά για λόγους επισκόπησης.

Τα συμπεράσματα που μπορούμε να εξάγουμε απο αυτή την ανάλυση είναι εξαιρετικά χρήσιμα. Αν δινόταν η δυνατότητα να κατηγοριοποιήσουμε μια εικόνα σε κάποια υφή απο τις 2 μόνο με ένα φίλτρο τότε ποιο φίλτρο απο τα παραπάνω θα ήταν το ιδανικό για να αποφασίσουμε; Βλέπουμε οτι για το φίλτρο 3 και το φίλτρο 9 οι μέσες τιμές φωτεινότητας είναι διαφέρουν αρκετά, επίσης η τυπική απόκλιση των τιμών ενέργειας στο πρότυπο 2 με το φίλτρο 9 είναι αρκετά μικρή σε σύγκριση με τα υπόλοιπα. Η τυπική απόκλιση σε τέτοιες περιπτώσεις απόφασης είναι αντίστροφη της βεβαιότητας. Θα επιλέγαμε λοιπόν το φίλτρο 9 για να κατηγοριοποιήσουμε κάποια εικόνα απο την υφή της. Το φίλτρο που δε μας δίνει κάποια πληροφορία είναι το φίλτρο 8 για το οποίο οι μέσες τιμές και οι τυπικές αποκλίσεις των τιμών ενέργειας των αποκρίσεων με εισόδους τα δύο διαφορετικά πρότυπα είναι σχεδόν οι ίδιες. Το θέμα της αναγνώρισης προτύπων είναι ένα τεράστιο και ενδιαφέρον πεδίο το οποίο δεν μπορεί να καλυφθεί βέβαια με δυο σχόλια στην εργαστηριακή άσκηση αυτή. Το σίγουρο είναι πως παρατηρούμε πως με τη συστυχία των φίλτρων μπορούμε πλέον να κατασκευάσουμε μια πιθανοτική μέθοδο ταξινόμησης της εικόνας, ή τμημάτων αυτής, σε κάποιο απο τα δύο είδη υφής.

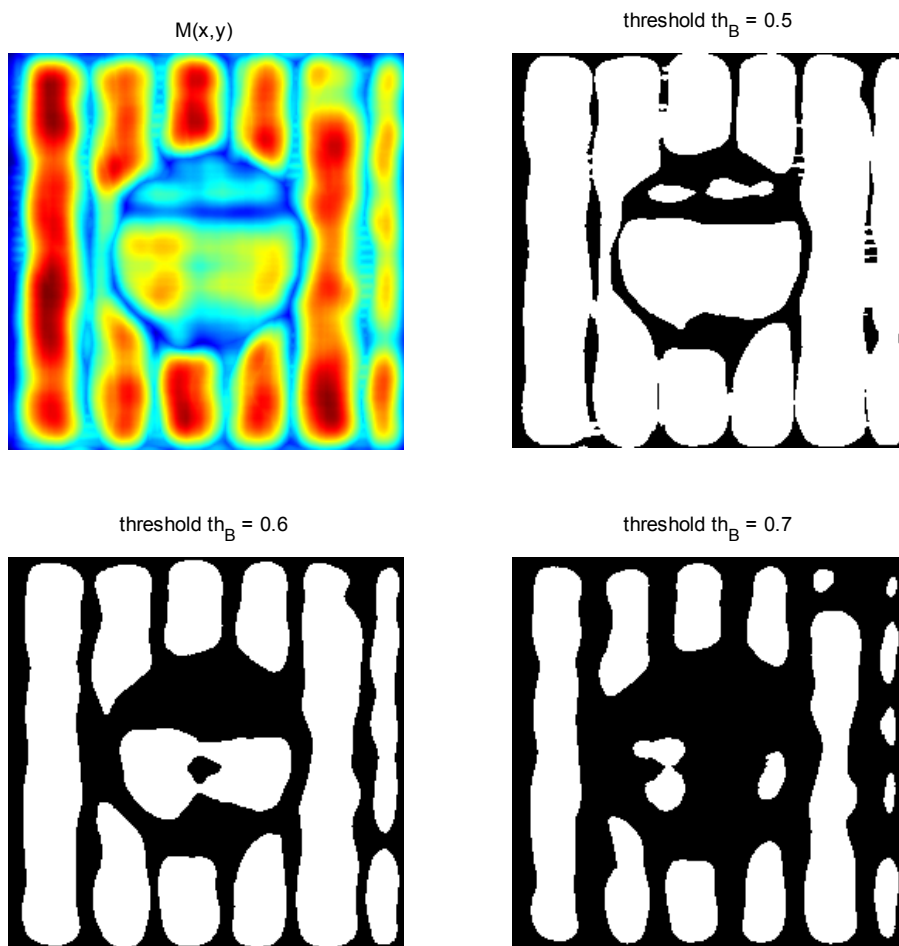
## 1.6 Κατάτμηση και Ταξινόμηση

Στην αρχή κατασκευάζουμε τις εικόνες  $M(x,y)$ . Εδώ ευνοεί ο τρόπος που αποθηκεύαμε τις αποκρίσεις του φιλτραρίσματος της εικόνας με τα Gabor φίλτρα. Συγκεκριμένα όπως είπαμε, και φαίνεται και στον παραδωτέο κώδικα, δημιουργούμε μια τρισδιάστατη αναπαράσταση όπου αποθηκεύουμε τις δισδιάστατες εξόδους σε διαφορετικά layers προς την τρίτη διάσταση. Έτσι η εικόνα μεγίστου προκύπτει από την απλή συνάρτηση `max` του `matlab` με χρήση των κατάλληλων ορισμάτων. Τα αποτελέσματα των μεγίστων φαίνονται στις παρακάτω εικόνες.



**Σχήμα 12:** Εικόνες μεγίστων τιμών ενέργειας.  
 Η εμφάνιση γίνεται με `colormap(jet)` για καλύτερη επισκόπηση

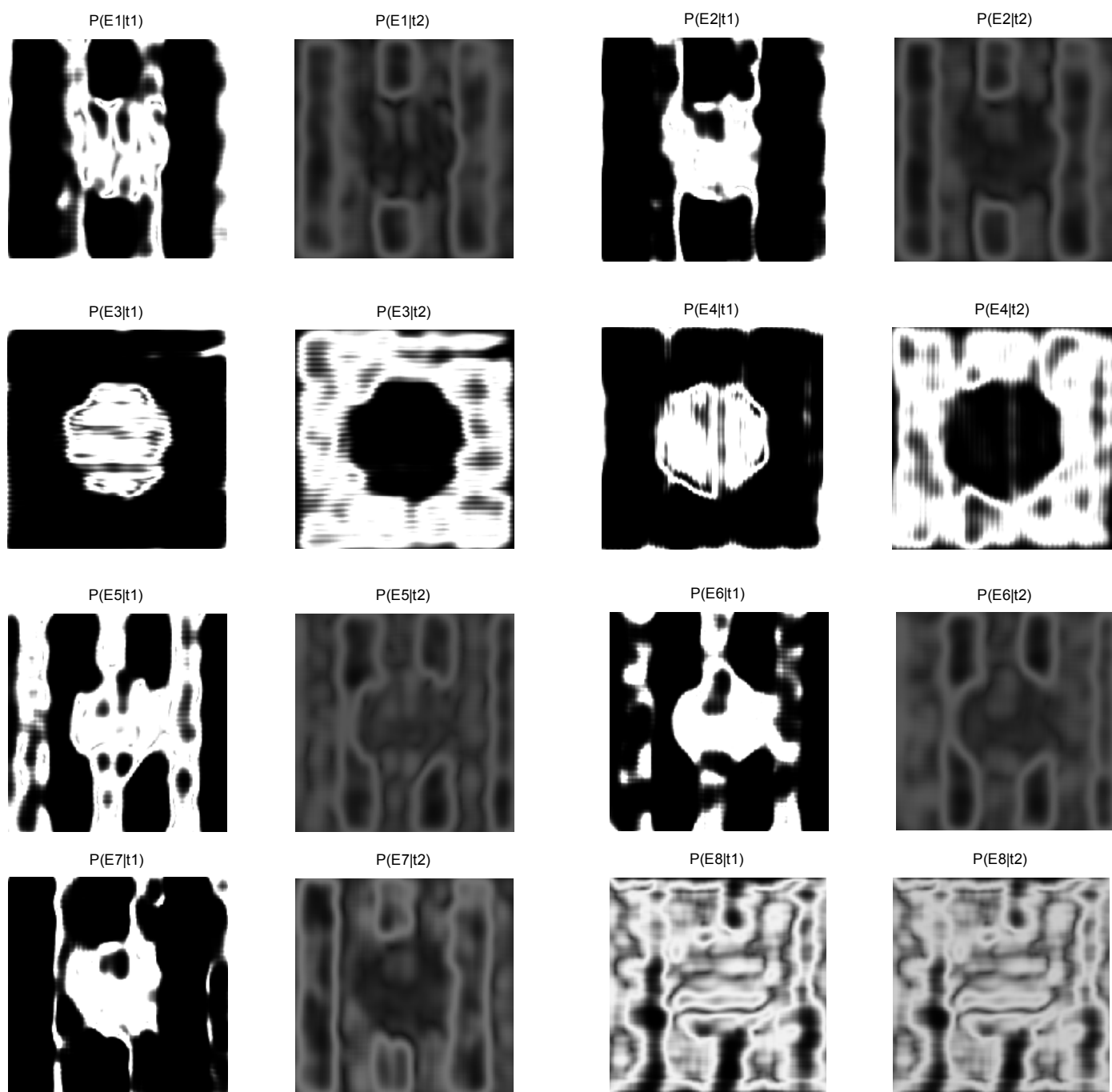
Έπειτα κάνουμε το ίδιο για την αρχική εικόνα που περιέχει και τα δυο είδη υφών και στη συνέχεια την κατωφλιοποιούμε στην τιμή  $\theta_B \cdot \max(M(:))$  για διαφορετικές τιμές του  $\theta$  απο (0,1).

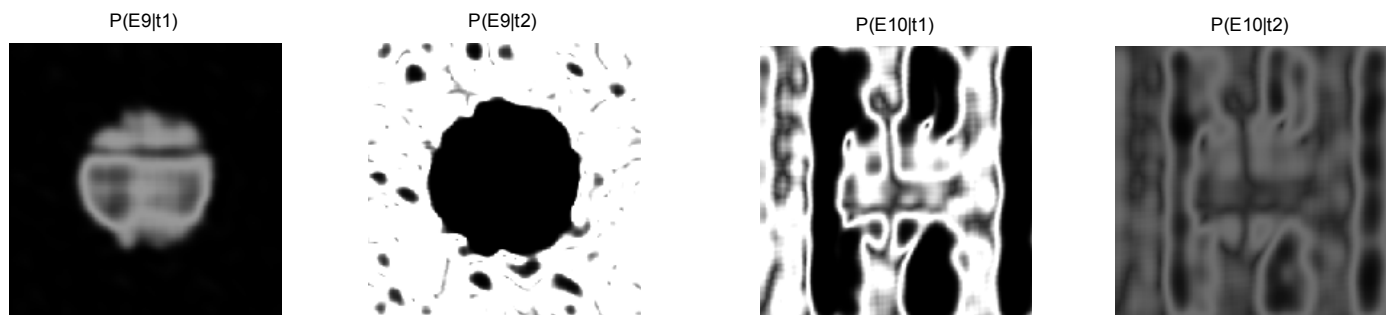


**Σχήμα 13:** εμφάνιση των ενεργειών για την αρχική εικόνα (πάνω αριστερά) και των κατωφλιοποιημένων για διαφορετικές τιμές κατωφλίου.

Στις παραπάνω εικόνες οι λευκές περιοχές είναι περιοχές που είχαν μεγάλη απόκριση τουλάχιστον για ένα απο τα φίλτρα της συστοιχίας ενώ αντίθετα στις μαύρες περιοχές η ενέργεια της απόκρισης ήταν μικρή για κάθε φίλτρο. Θα λέγαμε οτι η κατάτμηση δεν είναι και τόσο ικανοποιητική με αυτή τη μέθοδο.

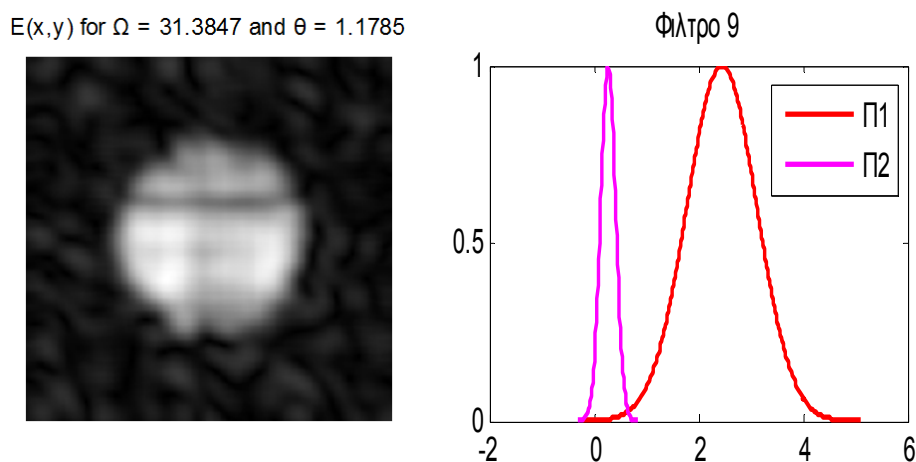
Στη συνέχεια θα προχωρήσουμε στην επιβλεπόμενη μέθοδο κατάτμησης. Όπως φαίνεται απο το σχήμα 11 μπορούμε σε κάθε απόκριση και σε κάθε φίλτρο να προσεγγίσουμε τις τιμές της ενέργειας των αποκρίσεων μια κανονική κατανομή. Έτσι για κάθε φίλτρο ένα πίξελ θα έχει μια τιμή λόγω της κόκκινης κατανομής και μια λόγω της ματζέντα κατανομής. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση `normpdf` με την οποία βάζοντας ως όρισμα την εικόνα εξόδου ενός φίλτρου, την μέση τιμή και τυπική απόκλιση της κατανομής και να υπολογίσουμε παράλληλα τις τιμές της πιθανότητας σε όλα τα πίξελ της εικόνας. Αυτό το κάνουμε για κάθε εικόνα και κάθε φίλτρο. Έτσι κατασκευάζουμε τις νέες «εικόνες πιθανότητας»  $P(E_j|t_i)$  οι οποίες φαίνονται παρακάτω.





**Σχήμα 14 :** Εμφάνιση τιμών των κανονικών κατανομών  $N(E_i(x,y)|t_i)$  για πλάτη εξόδου κάθε φίλτρου  $j$  και για κάθε πρότυπο  $i$

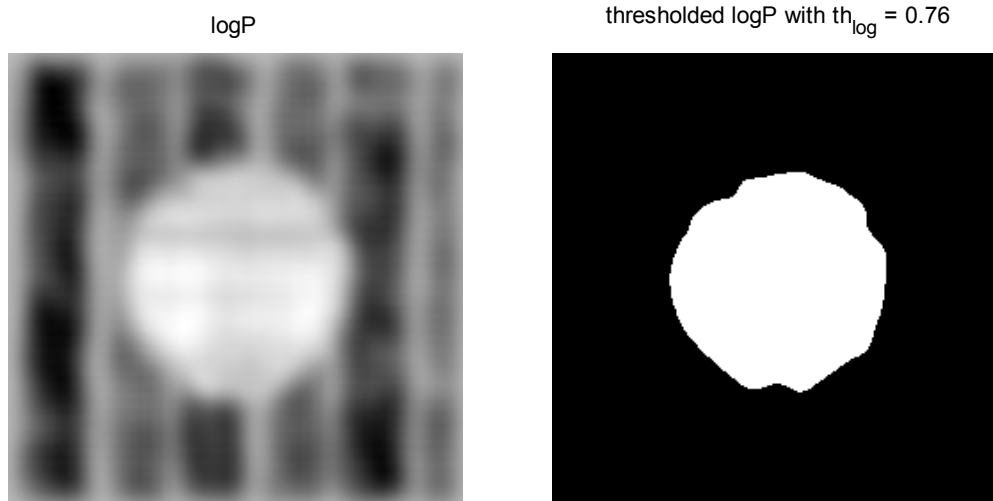
Να αναφέρουμε εδώ ότι οι τιμές των κανονικών κατανομών μπορεί να ξεπερνούν τη μονάδα και δεν είναι ακριβώς ίσες με τις πιθανότητες που αναφέρουμε αλλά χρειάζεται μια κανονικοποίηση γι'αυτό χωρίς ωστόσο να είναι απαραίτητο καθώς όπως θα δούμε στη συνέχεια παίζει ρόλο η σχέση μεταξύ τους και όχι τόσο η τιμή της κάθε μιας ξεχωριστά. Συνεπώς στις παραπάνω εικόνες οι οποίες εμφανίζονται καθαρά με την εντολή `imshow(f)` και όχι `imshow(f, [ ])`, είναι μερικώς κατωφλιοποιημένες. Αυτό ωστόσο δεν επηρεάζει την επισκόπηση των αποτελεσμάτων. Για παράδειγμα ας παρατηρήσουμε τις εικόνες που αντιστοιχούν στο φίλτρο 9 μελετώντας κάποιες απο τις εικόνες και διαγράμματα που ήδη έχουμε παρουσιάσει.



**Σχήμα 15 :** πλάτος εξόδου του φίλτρου 9 (αριστερά) και προσέγγιση με γκαουσιανές κατανομές των ενεργειών εξόδων των εικόνων προτύπων απο το σχήμα 11 (δεξιά)

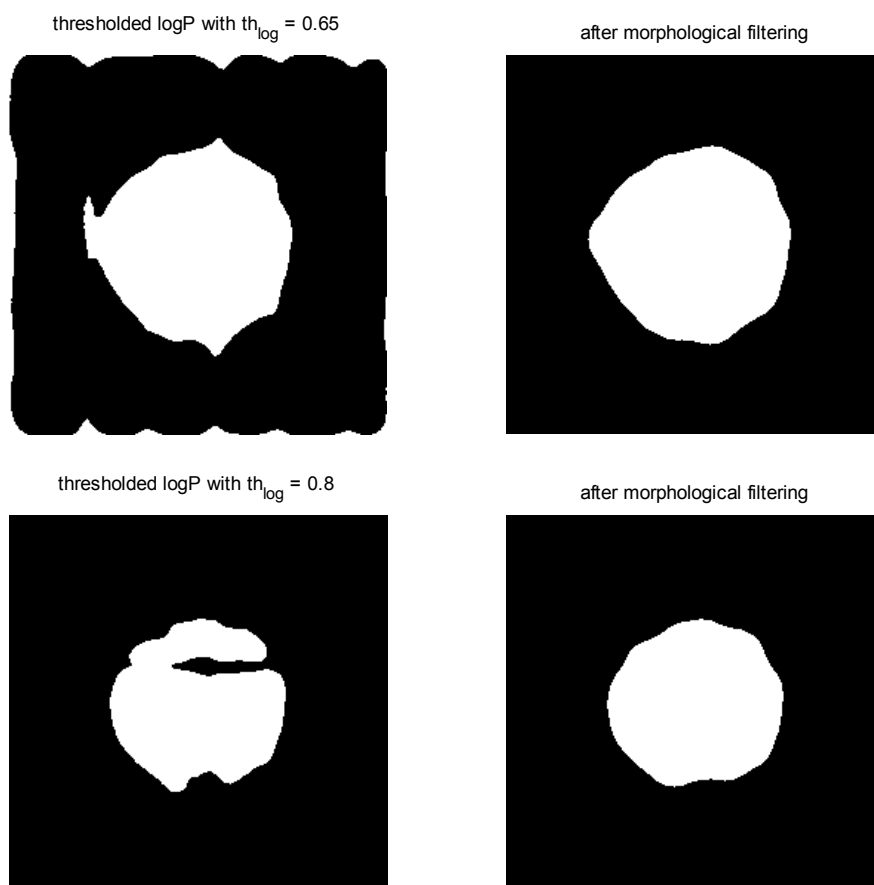
Απο τη εικόνα ενέργειας του σχήματος 15 αλλά και τις κατανομές που προέκυψαν απο τις εικόνες προτύπων βλέπουμε ότι γι'αυτό το φίλτρο τα πίκσελς που έχουν μικρές τιμές είναι κατα πολύ πιθανότερο να προέρχονται απο το πρότυπο 2 απ'οτι απο το πρότυπο 1 και μάλιστα με αρκετά καλή βεβαιότητα που είναι αντιστρόφως ανάλογη της διασποράς της κατανομής. Εάν απεικονίζαμε κανονικοποιημένες τις παραπάνω γκαουσιανές τότε η ματζέντα κατανομή θα είχε και αρκετά μεγαλύτερο ύψος. Γι'αυτό το λόγο η εικόνα  $P(E9|t2)$  έχει πολύ υψηλές τιμές εκεί που η φωτεινότητα της  $E9$  είναι χαμηλή και αντίστροφα. Οι ίδιες παρατηρήσεις ισχύουν και για τις υπόλοιπες εικόνες.

Στη συνέχεια συνδυάζουμε τα αποτελέσματα ώστε να εξάγουμε την εικόνα  $\log P$ , η οποία προκύπτει θεωρητικά από Bayesian λογική και έννοιες από το πεδίο της αναγνώρισης προτύπων. Η τελική εικόνα μετά την επεξεργασία της φαίνεται στο σχήμα 16.



**Σχήμα 16 :** Εμφάνιση της εικόνας logP πριν και μετά την κατωφλίωση για κατώφλι 0.76

Στην παραπάνω κατωφλιοποιημένη εικόνα δεν χρησιμοποιήσαμε κανέναν μορφολογικό τελεστή. Ωστόσο για διαφορετικές τιμές κατωφλίου παρουσιάζονται επιπλέον λευκές περιοχές ή μαύρες εντός του κυκλικού αντικειμένου. Για το λόγο αυτό αν το κατώφλι είναι πολύ χαμηλό θα κάνουμε πρώτα ένα μορφολογικό opening με μικρό κυκλικό δομικό στοιχείο των 20-30 πίξελς το οποίο θα εξαλείψει τις μεμονωμένες λευκές περιοχές και έπειτα με τη συνάρτηση imfill γεμίζουμε τις μαύρες τρύπες στην εικόνα καθώς επίσης με ένα μορφολογικό closing εντός μεγάλου κυκλικού δομικού στοιχείου μπορούμε να ομαλοποιήσουμε την περιφέρεια της λευκής περιοχής. Στην περίπτωση που το κατώφλι είναι πολύ υψηλό θα χρειαστεί να αλλάξουμε την παραπάνω σειρά φίλτρων. Δύο βασικά παραδείγματα φαίνονται παρακάτω.

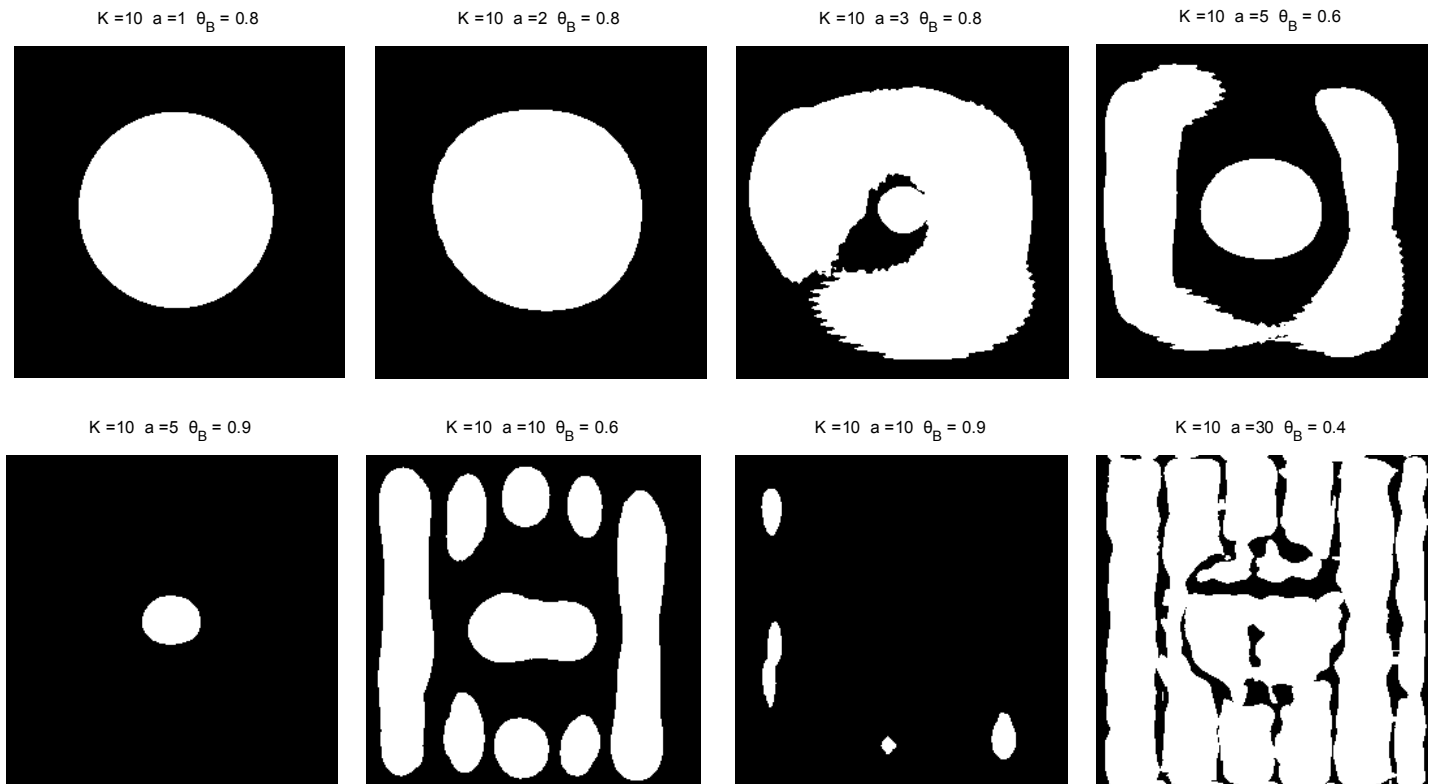


**Σχήμα 17:** Εικόνες κατάτμησης πριν και μετά τη χρήση μορφολογικών φίλτρων

### 1.7 Ποσοτική και ποιοτική αποτίμηση των αποτελεσμάτων

Απο το προηγούμενο μέρος παρατηρούμε ότι για τις τυπικές τουλάχιστον τιμές παραμέτρων που χρησιμοποιήσαμε η μη επιβλεπόμενη μέθοδος υστερεί κατά πολύ συγκριτικά με την επιβλεπόμενη.

Στη συνέχεια μπορούμε να παρουσιάσουμε πιο ολοκληρωμένα τα αποτελέσματα των δυο μεθόδων. Πριν από αυτό είναι βασικό να κατασκευάσουμε έναν επαναληπτικό αλγόριθμο με τον οποίο να δοκιμάζουμε διάφορες τιμές παραμέτρων ώστε να παρατηρούμε τα αποτελέσματα και να βρούμε κάποιες σχετικά καλές τιμές με απλή επίβλεψη. Αρχικά επαναλαμβάνουμε για διαφορετικές τιμές του  $\alpha$  και του  $\theta_B$  την πρώτη μη επιβλεπόμενη μέθοδο. Παρακάτω παρουσιάζουμε κάποια απο τα αποτελέσματα.

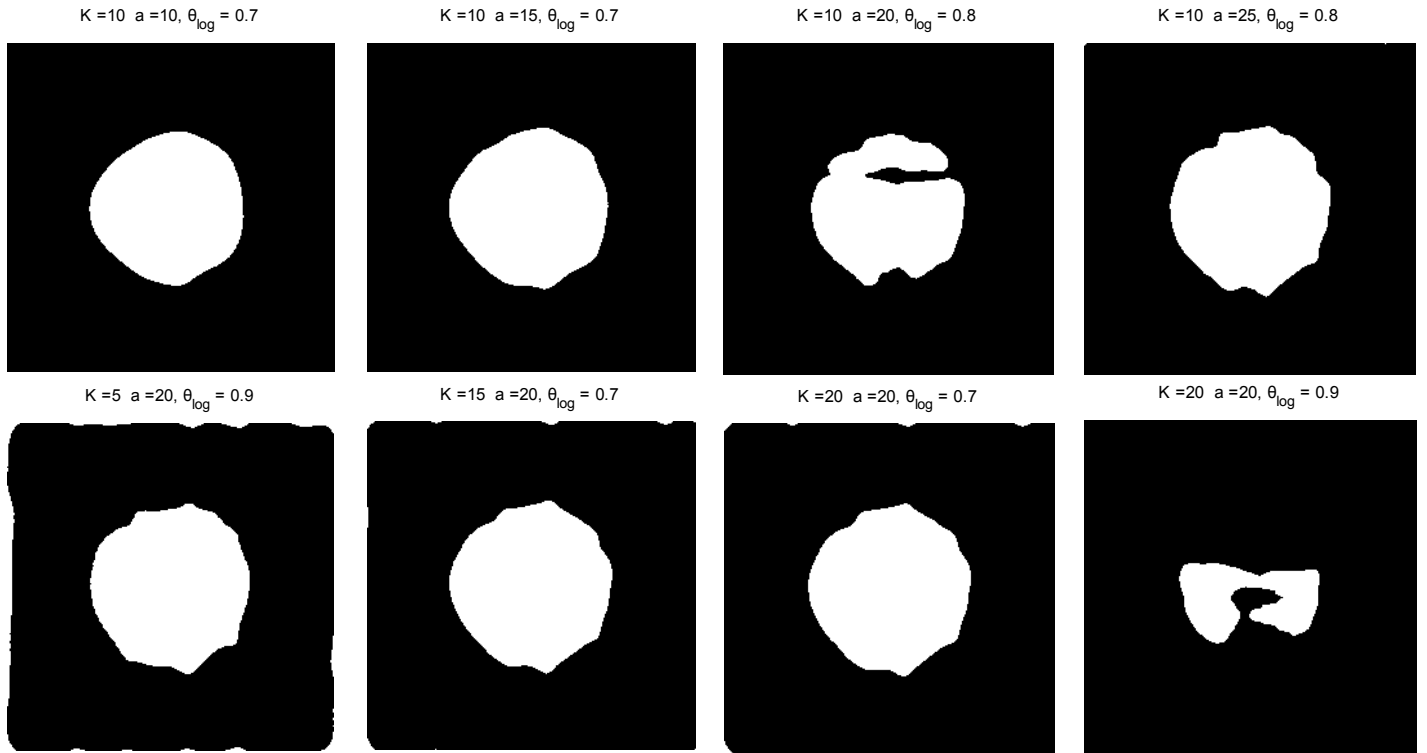


**Σχήμα 18 :** Αποτελέσματα κατηγοριοποίησης των πίξελης της εικόνας για διαφορετικές τιμές του εύρους των φίλτρων και διαφορετικές τιμές κατωφλίου

Τα παραπάνω αποτελέσματα δίνουν αρκετές πληροφορίες. Όσο πιο στενό είναι το Gabor φίλτρο στο χώρο της συχνότητας, τόσο πιο ικανοποιητικά είναι τα αποτελέσματα όσον αφορά τις μέγιστες ενέργειες σε κάθε πίξελ. Αντίθετα όσο πιο μεγάλο είναι το εύρος των φίλτρων τόσο χειροτερεύει η κατηγοριοποίηση. Το μοναδικό πρόβλημα εδώ είναι ο μεγάλος χρόνος υπολογισμού. Στη συνέχεια δοκιμάσαμε το ίδιο για διαφορετικές τιμές του  $K$  και σταθερό  $\alpha=10$  αλλά δεν επιτύχαμε καλύτερη κατηγοριοποίηση.



Στη συνέχεια δοκιμάζουμε το ίδιο για την επιβλεπόμενη μέθοδο.



**Σχήμα 18 :** Αποτελέσματα κατηγοριοποίησης με την επιβλεπόμενη για διαφορετικές τιμές παραμέτρων.

Ποιοτικά λοιπόν μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η επιβλεπόμενη μέθοδος επιστρέφει γενικά καλύτερα αποτελέσματα από την μη επιβλεπόμενη. Επίσης, αντίθετα με την προηγούμενη μέθοδο χρειάζεται μεγάλες τιμές του εύρους των φίλτρων Gabor για να επιστρέψει καλά αποτελέσματα. Συνεπώς, η μέθοδος αυτή είναι σαφώς πιο γρήγορη. Ως προς το πλήθος  $K$  των συνιστωσών που λαμβάνονται υπόψιν δεν παρατηρείται (τουλάχιστον για τη συγκεκριμένη εικόνα) κάποιο όφελος ώστε να τις αυξήσουμε και στις δυο περιπτώσεις.

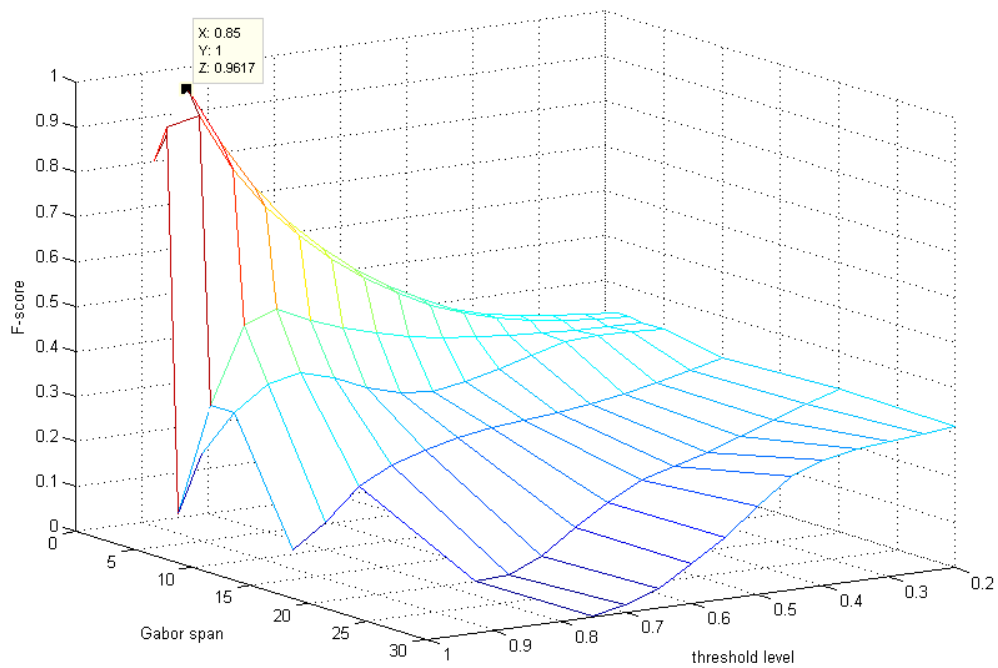
Περνώντας στην ποσοτική αξιολόγηση, ας αναφέρουμε πρώτα τις δύο μετρικές ποσότητες που θα χρησιμοποιήσουμε:

1. Το F-Score του ταιριάσματος, ως συνάρτηση του precision και του recall. Συγκεκριμένα,  

$$F1 = \frac{Precision * Recall}{Precision + Recall}$$

Η μετρική αυτή περιγράφει κατά πόσο έχουμε πετύχει με ακρίβεια το ταιρίασμα των δύο περιοχών.
2. Το μέσο σφάλμα ταξινόμησης, το οποίο ορίζουμε ως:  $MSE = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{card(A)}{card(I)} + \frac{card(B)}{card(I)} \right)$ , όπου  $I$  η αρχική κατάτμηση,  $E$  η εκτιμώμενη κατάτμηση, και  $A = \{p : p \in E^c \cap p \in I\}$ ,  $B = \{p : p \in E \cap p \in I^c\}$ . Ουσιαστικά, το μέσο σφάλμα ταξινόμησης μετρά το μέγεθος του λάθους που κάναμε κατά την κατάτμηση. Κατά μία έννοια είναι αντιστρόφως ανάλογο του F-Score.

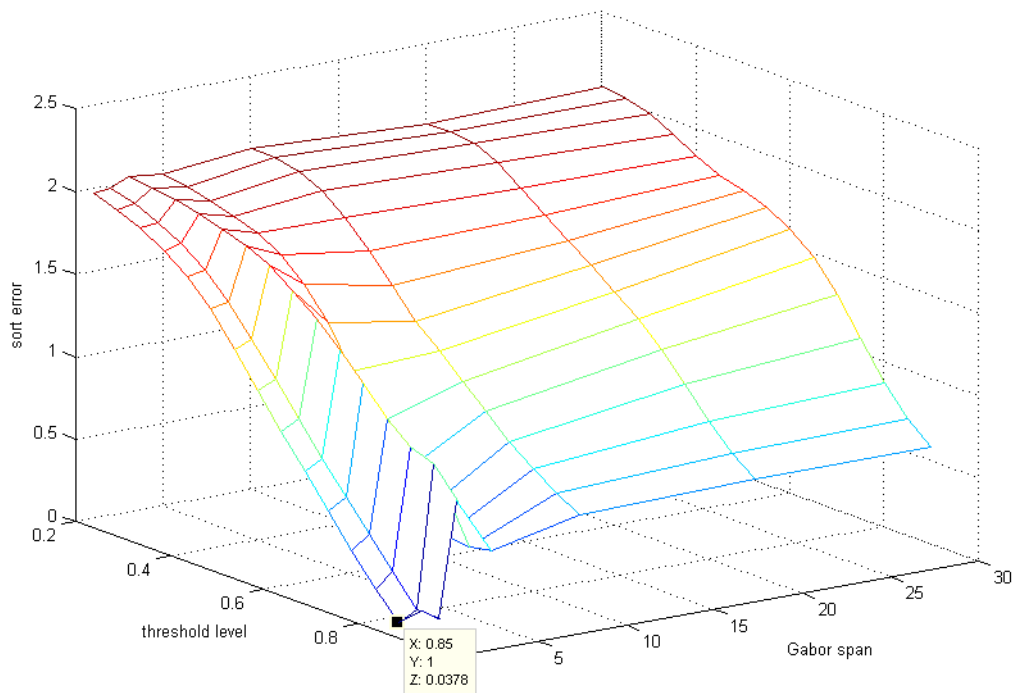
Παρακάτω παρατίθεται το F-Score για τη μη επιβλεπόμενη μέθοδο για εύρος φίλτρου  $\alpha = \{1, 2, 3, 5, 10, 20, 30\}$  και κατώφλι  $\theta$  από 0.2 έως 0.9 με βήμα 0.05.



**Σχήμα 19 :** F1-Score για μη επιβλεπόμενη κατάτμηση

Κατ' αρχάς να σημειώσουμε τη βέλτιστη απόδοση του αλγορίθμου σύμφωνα με τη μετρική αυτή, η οποία βρίσκεται για  $\alpha=1$  και  $\theta=0.85$ . Η απόδοση είναι 96%. Αν απομακρυνθούμε έστω και λίγο όμως από τις παραμέτρους αυτές, η απόδοση πέφτει δραματικά.

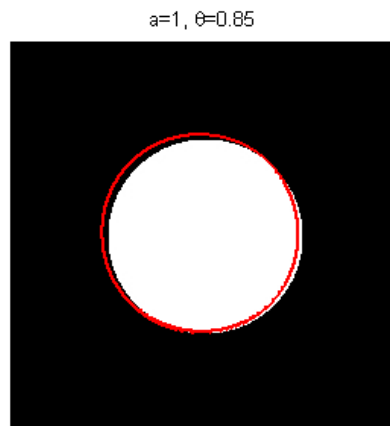
Παρόμοια είναι η εικόνα που δίνει το μέσο σφάλμα ταξινόμησης:



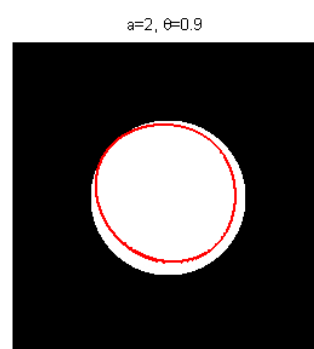
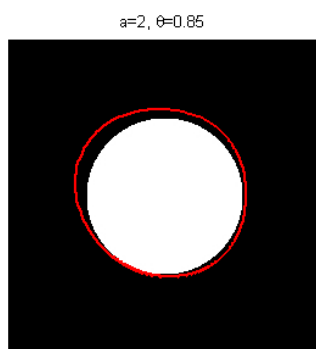
**Σχήμα 20 :** Μέσο σφάλμα ταξινόμησης για μη επιβλεπόμενη κατάτμηση

Η βέλτιστη απόκριση βρίσκεται για τις ίδιες παραμέτρους του αλγορίθμου. Εδώ φαίνεται πως η απόδοση του αλγορίθμου εξαρτάται πρωτίστως από την τιμή του κατωφλίου. Στην πραγματικότητα όμως, τιμές σφάλματος μεγαλύτερες από 0.1 είναι απαράδεκτες.

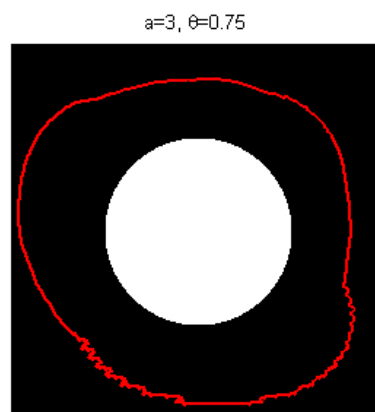
Στην επόμενη εικόνα φαίνεται με κόκκινο η κατάτμηση που προέκυψε με τους βέλτιστους συντελεστές σε σύγκριση με την ιδανική κατάτμηση:



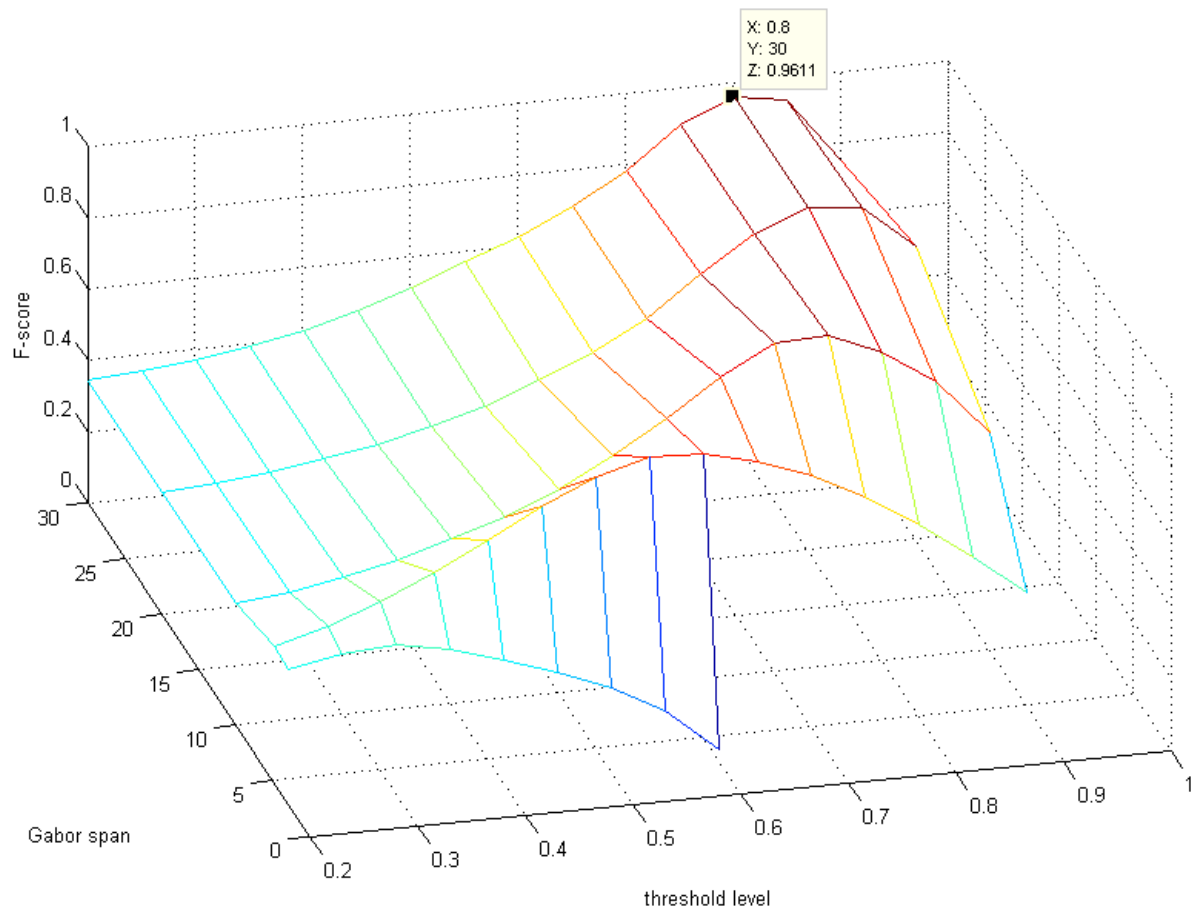
Τα αμέσως καλύτερα αποτελέσματα ήταν:



Μεγαλώνοντας το  $a$  κατά έστω και μία μονάδα, τα αποτελέσματα είναι απογοητευτικά:



Έπειτα, εφαρμόζουμε την επιβλεπόμενη μέθοδο για τις ίδιες παραμέτρους και αξιολογούμε τα αποτελέσματα. Αρχικά για το F-Score:



**Σχήμα 21 :** F1-Score για επιβλεπόμενη κατάτμηση

Κατ' αρχάς, επιβεβαιώνουμε τα συμπεράσματα μετ' επισκόπησης που εξήγαμε νωρίτερα σχετικά με τις λειτουργικές τιμές του  $\alpha$  για αυτή τη μέθοδο. Όντως, η κορυφή του γραφήματος βρίσκεται για τις παραμέτρους  $\alpha=30$  και  $\theta=0.8$ . Το σημαντικότερο όμως είναι ότι το γράφημα αυτό είναι πολύ πιο «επίπεδο» στην κορυφή του, πράγμα που σημαίνει πως οι παράμετροι που δίνουν αξιόπιστα αποτελέσματα είναι περισσότερες στην ίδια περιοχή και γενικά η μέθοδος είναι πιο εύρωστη.

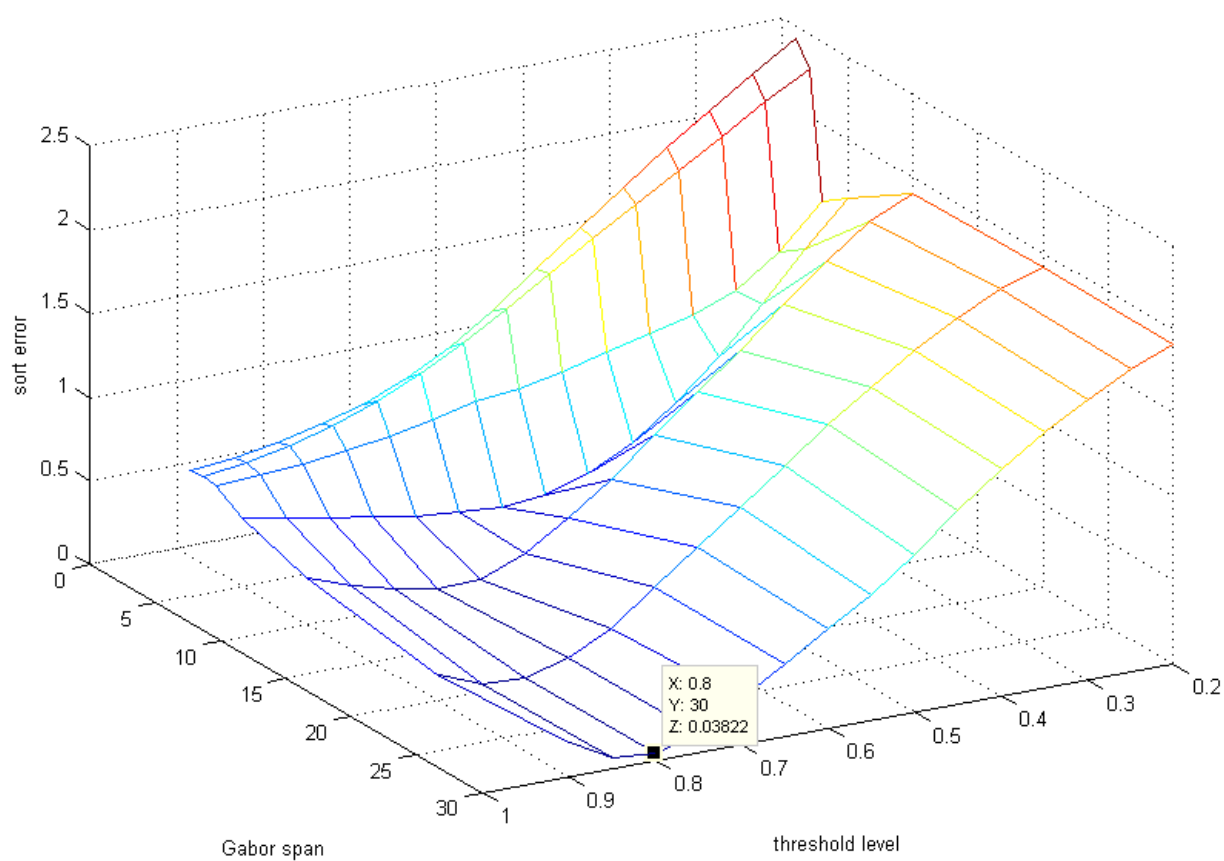
Τα 4 καλύτερα αποτελέσματα είναι:





**Σχήμα 22 :** Οι καλύτερες καταταμίσεις της επιβλεπόμενης μεθόδου

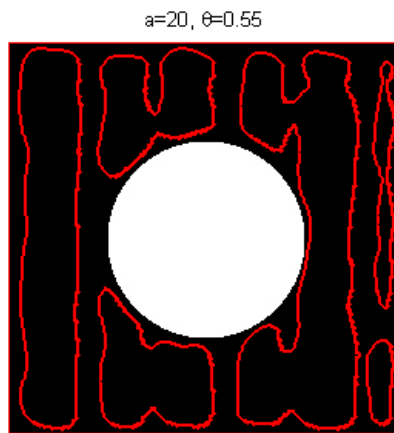
Στη συνέχεια παρατίθεται και το γράφημα μέσου σφάλματος ταξινόμησης για τη μέθοδο αυτή:



**Σχήμα 23 :** Μέσο σφάλμα ταξινόμησης της επιβλεπόμενης μεθόδου

Και αυτή η μετρική δείχνει προς την ίδια επιλογή βέλτιστων παραμέτρων.

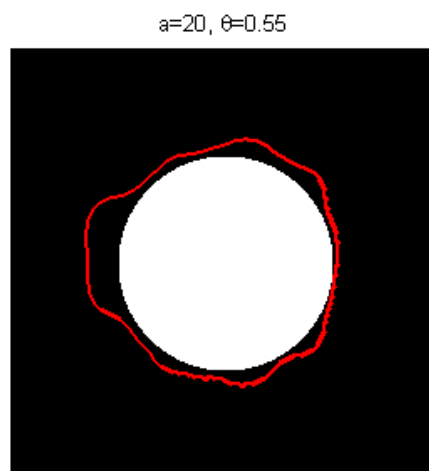
Η μέθοδος επιβλεπόμενης ταξινόμησης αποδεικνύεται σαφώς ανώτερη. Δίνει αξιόπιστα αποτελέσματα πολύ πιο γρήγορα και έχει ανοχή σε μεταβολές των παραμέτρων της. Αξίζει λοιπόν να προσπαθήσουμε να την βελτιώσουμε περεταίρω. Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε μορφολογικές μεθόδους στην δυαδική εικόνα κατάτμησης που προκύπτει από την επιβλεπόμενη μέθοδο. Ας πάρουμε για παράδειγμα το αποτέλεσμα των παραμέτρων  $a=20$  και  $\theta=0.55$ :



Παρατηρούμε πως ο δίσκος έχει επεκταθεί σε κάθετες κατευθύνσεις ως τα άκρα της εικόνας. Στην προσπάθεια να επαναφέρουμε την εικόνα σε μια αποδεκτή ταξινόμηση, θα κάνουμε τις εξής μορφολογικές πράξεις με την ακόλουθη σειρά:

1. Θα αφαιρέσουμε όλες λευκές περιοχές έχουν επιφάνεια μικρότερη των 60 πίξελς.
2. Θα κάνουμε opening της εικόνας με δίσκο ακτίνας 20 πίξελς, προκειμένου να εξαλείψουμε «χερσονήσους» στο σχήμα μας.
3. Θα κάνουμε closing της εικόνας με δίσκο ακτίνας 20 πίξελς, προκειμένου να εξαλείψουμε «κόλπους» στο σχήμα μας
4. Θα γεμίσουμε τις οπές στο σχήμα μας.

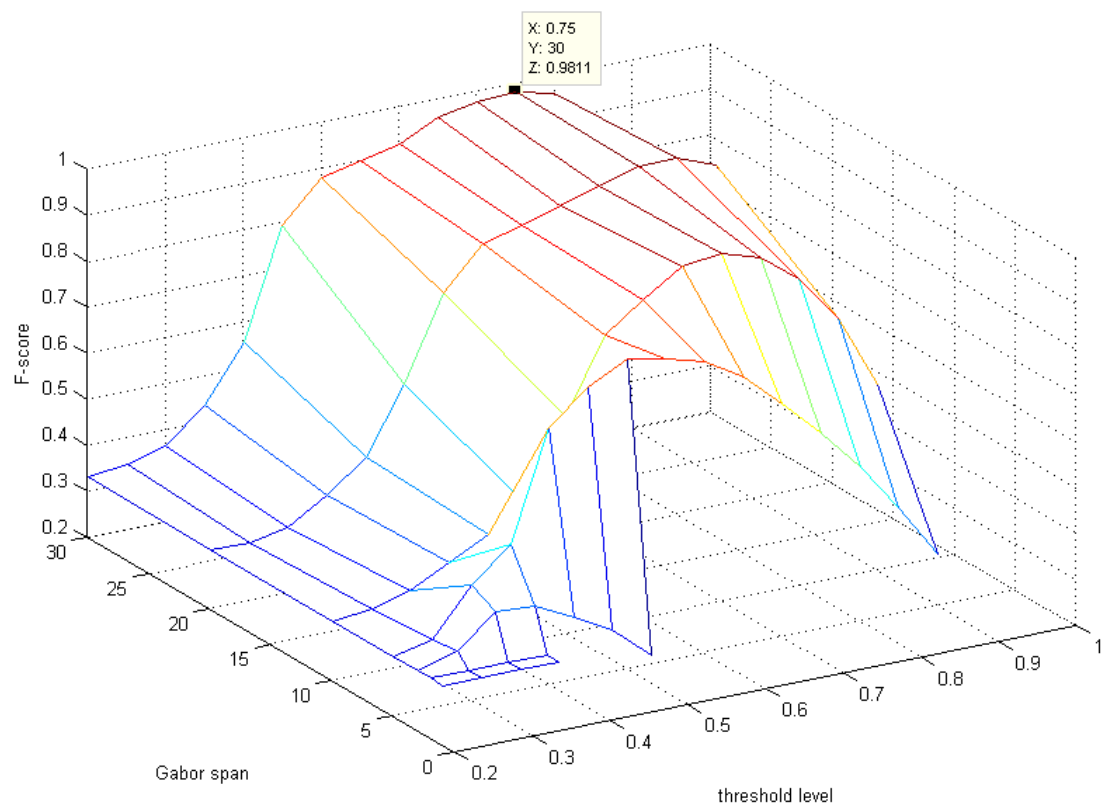
Το αποτέλεσμα την παραπάνω διαδικασίας για τη συγκεκριμένη εικόνα είναι το ακόλουθο:



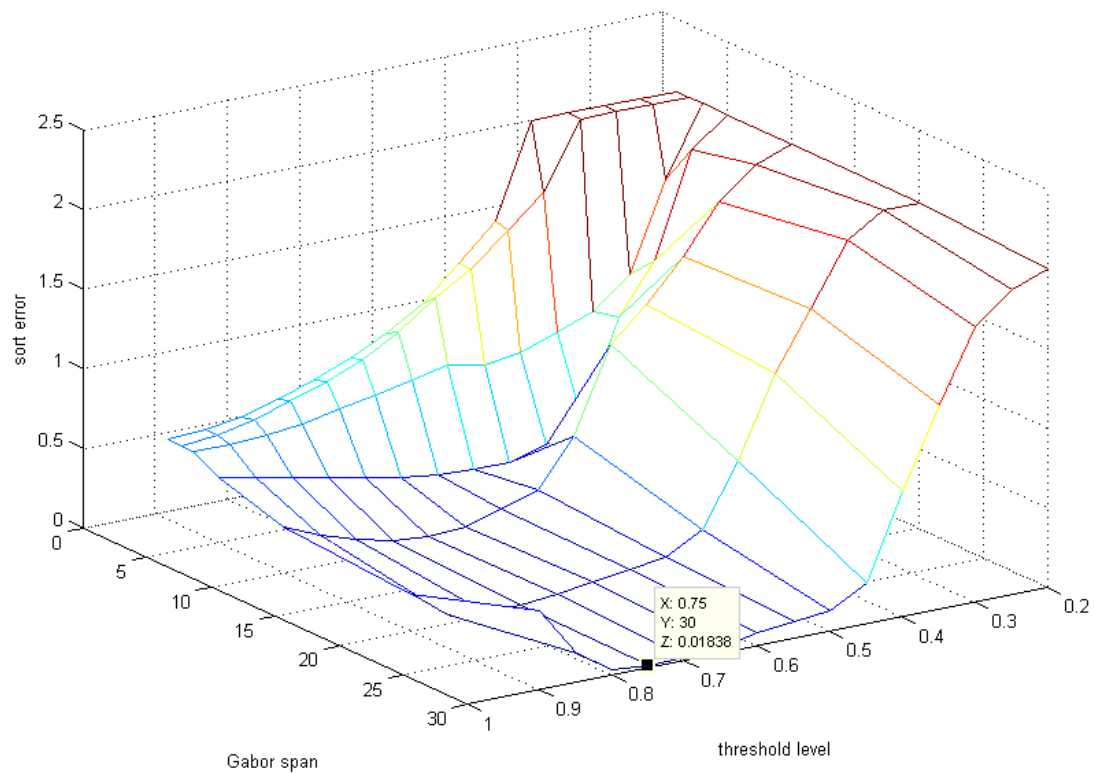
Η κατάτμηση που προέκυψε είναι άκρως ενθαρρυντική για τη μορφολογική αυτή μέθοδο. Αξίζει όμως να σημειωθεί ότι έχει επιτυχία εν μέρει επειδή είναι φτιαγμένη για να εντοπίζει τον δίσκο στο κέντρο της εικόνας.



Εφαρμόζοντας τη μορφολογική μέθοδο στα αποτελέσματα της επιβλεπόμενης μεθόδου, παίρνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:



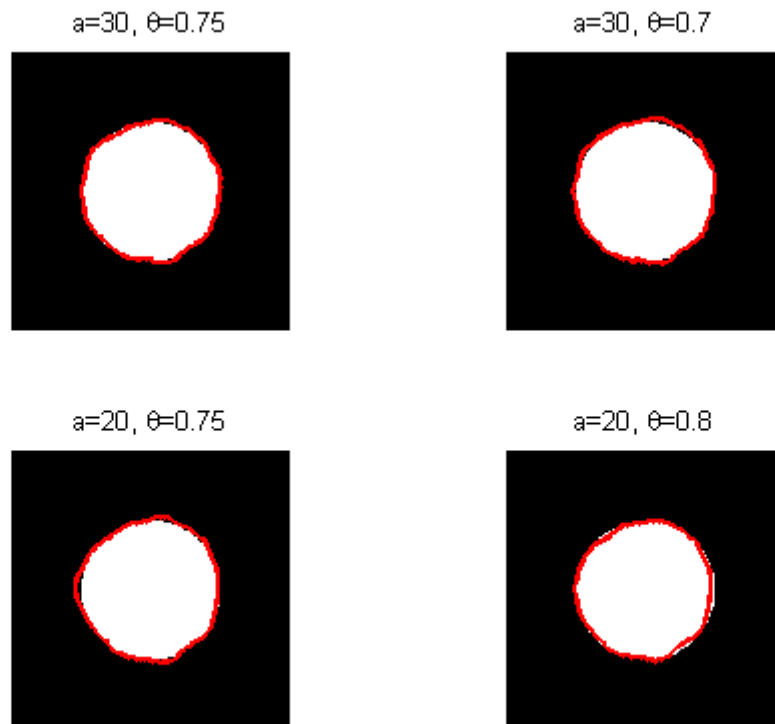
**Σχήμα 24 :** F1-Score μετά από μορφολογική επεξεργασία



**Σχήμα 25 :** Μέσο σφάλμα ταξινόμησης μετά από μορφολογική επεξεργασία

Επιβεβαιώνουμε έτσι τη βελτίωση των αποτελεσμάτων. Η κορυφή στο γράφημα του F-Score έχει γίνει αρκετά επίπεδη και αντίστροφα, η κοιλάδα στο γράφημα του σφάλματος αρκετά πλατιά. Εξασφαλίζεται έτσι η καλή απόδοση του φίλτρου κατάτμησης σε ένα μεγάλο εύρος παραμέτρων. Αυτό είναι σημαντικό, καθώς στην πράξη θα χρειαζόταν να ανιχνεύσουμε διαφορές στην υφή πάνω σε εικόνες με ελαφρώς διαφορετικά πρότυπα υφής, αλλά και υπό διαφορετικά επίπεδα φωτισμού.

Το καλύτερο αποτέλεσμα που μπορέσαμε να επιτύχουμε ήταν για  $\alpha=30$  και  $\theta=0.75$ , και ακολουθούσαν τα ζεύγη  $(30,0.7)$ ,  $(20,0.75)$ ,  $(20,0.8)$ . Οι αντίστοιχες εικόνες φαίνονται παρακάτω:



**Σχήμα 26 :** Τα καλύτερα αποτελέσματα της μορφολογικής επεξεργασίας