

Βελεντζάς Γεώργιος  
Ζωγόπουλος Γεώργιος

## Θέμα : Ανίχνευση Χαρακτηριστικών σε Εικόνες

### Μέρος 1: Ανίχνευση ακμών σε γκριζες εικόνες

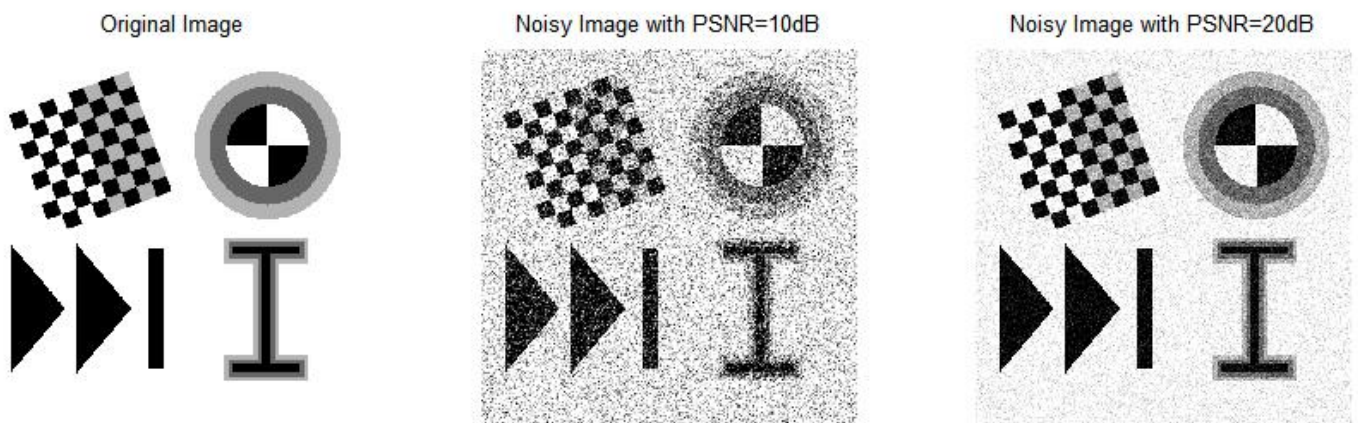
#### 1.1 Δημιουργία εικόνων εισόδου.

Σ'αυτό το μέρος της άσκησης ζητούμενο ήταν η ανάγνωση μιας εικόνας εισόδου και στη συνέχεια η προσθήκη θορύβου σε αυτήν. Χρησιμοποιώντας την συνάρτηση του Matlab `imread` για ανάγνωση εικόνων παρατηρούμε αρχικά ότι η `'edgetest_13.png'` είναι 512x512 pixels τύπου `uint8`, δηλαδή κάθε pixel κωδικοποιείται με 8 bits. Αυτό σημαίνει ότι η φωτεινότητα της εικόνας είναι κβαντισμένη σε 256 τιμές. Η μετατροπή αυτή σε τύπο `double` γίνεται με χρήση της συνάρτησης `im2double` η οποία κάνει ουσιαστικά ένα mapping αυτών των τιμών στο διάστημα `[0,1]` και πλέον το κάθε pixel χαρακτηρίζεται από έναν αριθμό αυτού του τύπου.

Στη συνέχεια από τη σχέση του Peak to Peak σηματοθορυβικού λόγου μπορούμε να λύσουμε ως προς την τυπική απόκλιση  $\sigma_n$  του λευκού γκαουσιανού θορύβου (άρα μέσης τιμής μηδέν) που θέλουμε να προσθέσουμε. Θα έχουμε λοιπόν ότι:

$$\text{PSNR} = 20 \log_{10} \left( \frac{I_{\max} - I_{\min}}{\sigma_n} \right) \Rightarrow \sigma_n = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{10^{\text{PSNR}/20}}$$

Έτσι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση `imnoise` ώστε να εισάγουμε θόρυβο στην αρχική εικόνα. Το οπτικό αποτέλεσμα φαίνεται στο σχήμα 1.1.

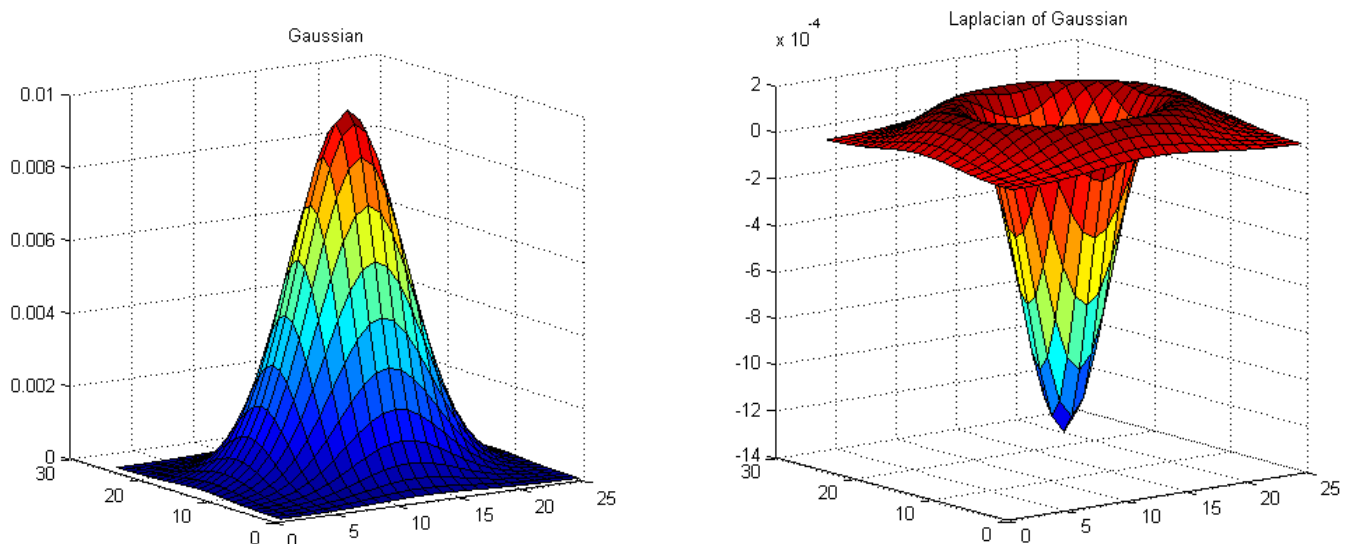


Σχήμα 1.1 : Εικόνες πριν και μετά την προσθήκη θορύβου

Παρατηρούμε λοιπόν ότι όταν το PSNR είναι είναι 10dB τότε ο θόρυβος είναι πιο εμφανής από την περίπτωση που είναι 20dB κάτι που είναι αναμενόμενο. Επίσης στην εικόνα με τη χαμηλή σηματοθορυβική σχέση ακόμα και με την ανθρώπινη γνωστική ικανότητα είναι δύσκολο να αναγνωρίσουμε κάποιες ακμές.

## 1.2 Υλοποίηση αλγορίθμων ανίχνευσης ακμών.

Στη συνέχεια ζητούμενο είναι η κατασκευή της συνάρτησης EdgeDetect. Αρχικά κατασκευάζουμε μια δισδιάστατη ιστροπική γκαουσιανή και τη δεύτερη χωρική της παράγωγο (Laplacian of Gaussian). Επειδή ως γνωστόν η γκαουσιανή έχει άπειρο μήκος, θα χρειαστεί να κρατήσουμε μόνο ένα μικρό πλήθος δειγμάτων τα οποία ωστόσο περιέχουν το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας. Συγκεκριμένα ένα παράθυρο  $n \times n$  αυτής κεντραρισμένο στο κέντρο της, όπου το  $n$  εξαρτάται από την τυπική απόκλιση της γκαουσιανής και υπολογίζεται από τη σχέση  $n = 2\text{ceil}(3\sigma) + 1$  περιέχει περίπου το 99% της ενέργειας του σήματος. Αυτό σημαίνει ότι δεν έχουμε μεγάλες αποκλίσεις λόγω αυτής της αποκοπής. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζουμε ως επιφάνεια έναν γκαουσιανό πυρήνα και τη λαπλασιανή του. Επιλέγουμε μεγάλη τυπική απόκλιση απλά για λόγους εμφάνισης.



**Σχήμα 1.2.** γκαουσιανός πυρήνας (αριστερά) τυπικής απόκλισης  $\sigma=4$  από τον οποίο κρατάμε παράθυρο  $25 \times 25$ , και η λαπλασιανή του (δεξιά)

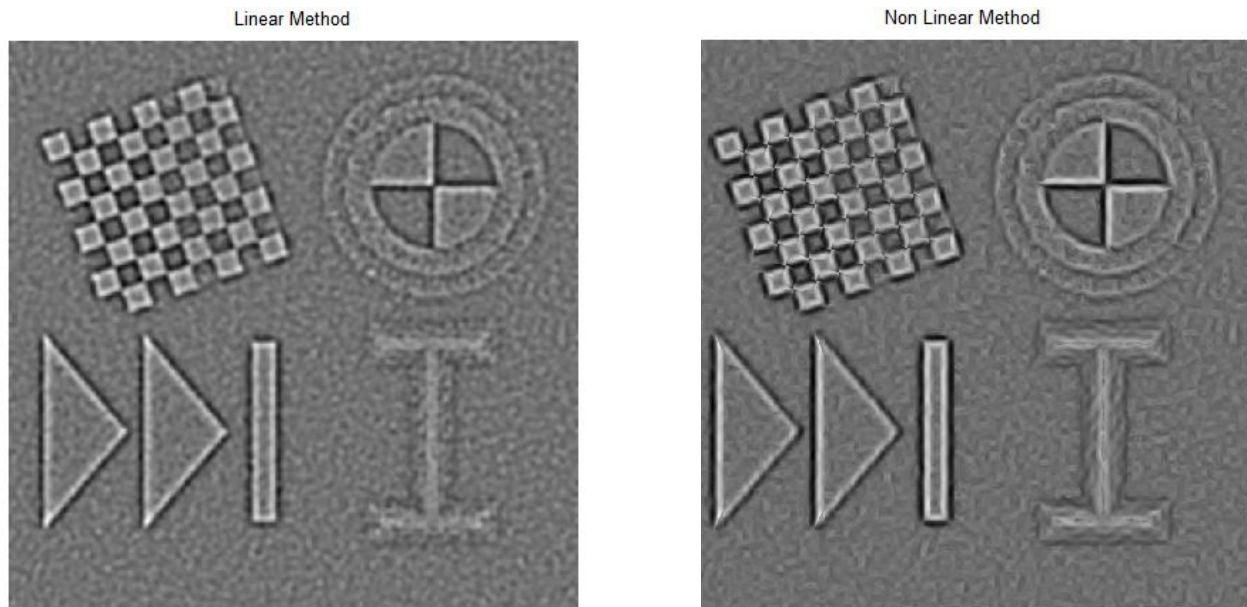
Η βασική ιδέα εύρεσης των ακμών με γραμμικό φιλτράρισμα είναι να βρούμε τα zero crossings της δεύτερης χωρικής παραγώγου της εικόνας. Το βασικό πρόβλημα ωστόσο είναι η ύπαρξη θορύβου η οποία θα έχει ως αποτέλεσμα την ύπαρξη ψευδοακμών. Για να αποφύγουμε κάτι τέτοιο η ιδέα είναι πρώτα να εξομαλύνουμε τον θόρυβο με ένα γκαουσιανό φιλτράρισμα. Ωστόσο λόγω γραμμικότητας του συστήματος, το αποτέλεσμα θα είναι ακριβώς το ίδιο με το να φιλτράρουμε την αρχική εικόνα με τη δεύτερη χωρική παράγωγο της δισδιάστατης γκαουσιανής που θα χρησιμοποιούσαμε για την εξομάλυνση. Συγκεκριμένα όπως φαίνεται και από την εκφώνηση θα έχουμε:

$$L = \nabla^2 (G_\sigma * I) = (\nabla^2 G_\sigma) * I = LoG * I$$

Ο δεύτερος τρόπος εύρεσης της λαπλασιανής της εικόνας είναι να χρησιμοποιήσουμε τις μη γραμμικές μεθόδους του dilation και erosion. Χρησιμοποιούμε ένα δομικό στοιχείο που κατασκευάζουμε στο Matlab με τη συνάρτηση strel και στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$L = I_{\sigma} \oplus B - I_{\sigma} \ominus B - 2I_{\sigma}$$

Τελικά είτε με τον έναν είτε με τον άλλον τρόπο θα έχουμε εκτιμήσει τη λαπλασιανή της εικόνας όπου τα zero crossing της είναι υποψήφια σημεία ακμών. Λέμε υποψήφια γιατί θα πρέπει να ισχύει και κάποια άλλη συνθήκη όπως θα δούμε στη συνέχεια. Αν απεικονίσουμε τις λαπλασιανές αυτές έστω για την εικόνα με PSNR=10dB θα έχουμε τις παρακάτω εικόνες.

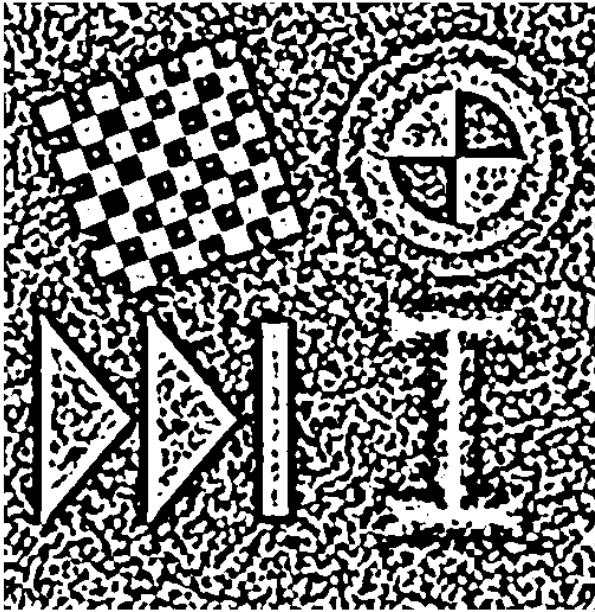


**Σχήμα 1.3.** Εκτίμηση λαπλασιανής της εικόνας με γραμμική μέθοδο (αριστερα) και με μη γραμμική (δεξιά), όπου χρησιμοποιήθηκε  $\sigma = 0.3$

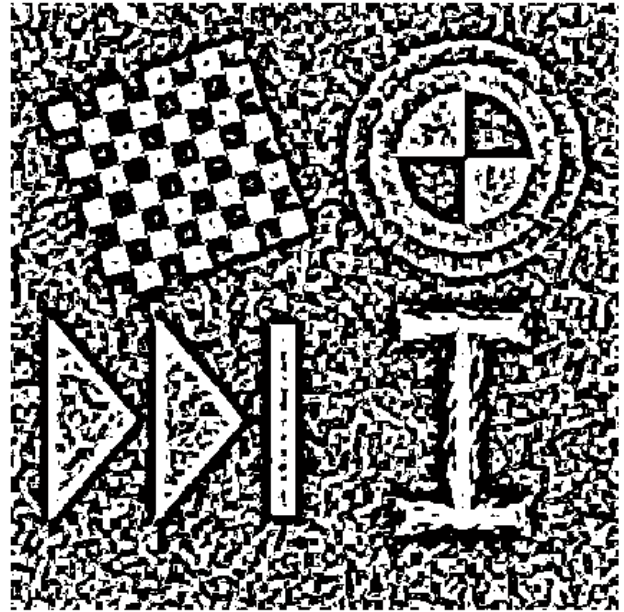
Απο μια απλή επισκόπηση θα λέγαμε ότι η εκτίμηση της λαπλασιανής με τη μη γραμμική μέθοδο παράγει αποτελέσματα με μεγαλύτερη οξύτητα. Τα zero crossing αναμένουμε να βρίσκονται εκεί που έχουμε απότομη αλλαγή από περιοχές σκούρου χρώματος σε περιοχές ανοιχτού χρώματος. Για να μπορέσουμε να βρούμε ακριβώς τα σημεία αυτά, κατωφλιοποιούμε τις παραπάνω εικόνες στο μηδέν και παράγουμε έτσι δυο νέες δυαδικές εικόνες οι οποίες θα έχουν την τιμή 1 στα σημεία που ικανοποιούν την συνθήκη, δηλαδή στα σημεία όπου η δισδιάστατη επιφάνεια της λαπλασιανής είναι πάνω από το επίπεδο των αξόνων των χωρικών συντεταγμένων. Αντίθετα θα έχουν την τιμή 0 στα υπόλοιπα σημεία. Το αποτέλεσμα φαίνεται στο σχήμα 1.4. Σε αυτό κάνουμε την εξής παρατήρηση. Βλέποντας τις εικόνες από τοπολογική άποψη είναι προφανές ότι τα σημεία που βρίσκονται στο περίγραμμα των λευκών περιοχών είναι σημεία zero crossings. Αυτό γιατί ενώ τα ίδια τα σημεία ικανοποιούν τη συνθήκη και βρίσκονται πάνω από το επίπεδο (ή είναι πάνω στο επίπεδο), υπάρχουν γειτονικά τους σημεία τα οποία δεν ικανοποιούν τη συνθήκη. Ο τρόπος λοιπόν να ανακτήσουμε μόνο αυτά τα σημεία είναι απλώς κάνοντας ένα dilation, άρα επεκτείνοντας το σύνορο, και αφαιρώντας το αποτέλεσμα από το αρχικό. Εναλλακτικά πριν την αφαίρεση μπορούμε να κάνουμε και ένα erosion της αρχικής και να αφαιρέσουμε τις δυο αυτές μεταξύ τους ώστε να έχουμε μεγαλύτερο πάχος γραμμής.



laplacian points over zero for linear



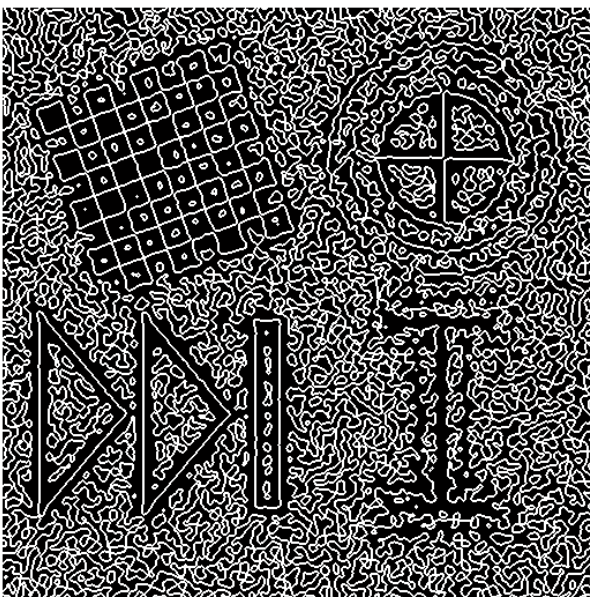
laplacian points over zero for non linear



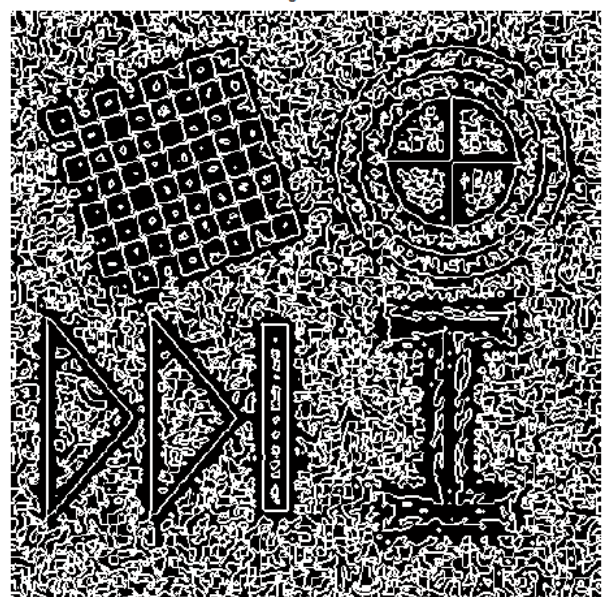
**Σχήμα 1.4.** Σημεία της λαπλασιανής της εικόνας που έχουν τιμή μεγαλύτερη ή ίση με το μηδέν απεικονίζονται με λευκό. Αριστερά φαίνεται το αποτέλεσμα για γραμμική μέθοδο ενώ δεξιά για μη γραμμική. Η τυπική απόκλιση της γκαουσιανής που χρησιμοποιήθηκε ήταν 0.3

Το αποτέλεσμα των περιγραμμάτων των λευκών περιοχών με την εφαρμογή της μεθόδου που περιγράψαμε παραπάνω φαίνεται στο σχήμα 1.5. Είναι προφανές λοιπόν ότι τα zero crossings είναι πολύ περισσότερα από αυτά που περιμέναμε, ή που θα θέλαμε να υπάρχουν. Ο λόγος βέβαια είναι ότι η εικόνα μας δεν είναι τέλεια και μάλιστα έχει και αρκετό θόρυβο με αποτέλεσμα να υπάρχουν αυτές οι ψευδοακμές. Ένα βασικό κριτήριο που θα εφαρμόσουμε πηγάζει από την σκέψη ότι στις πραγματικές ακμές η αλλαγή της φωτεινότητας είναι πολύ πιο απότομη απ'ότι σε ένα σημείο όπου απλά υπάρχει θόρυβος. Συνεπώς στα σημεία των ακμών αναμένεται η πρώτη χωρική παράγωγος να έχει αρκετά μεγάλες τιμές κατά μέτρο.

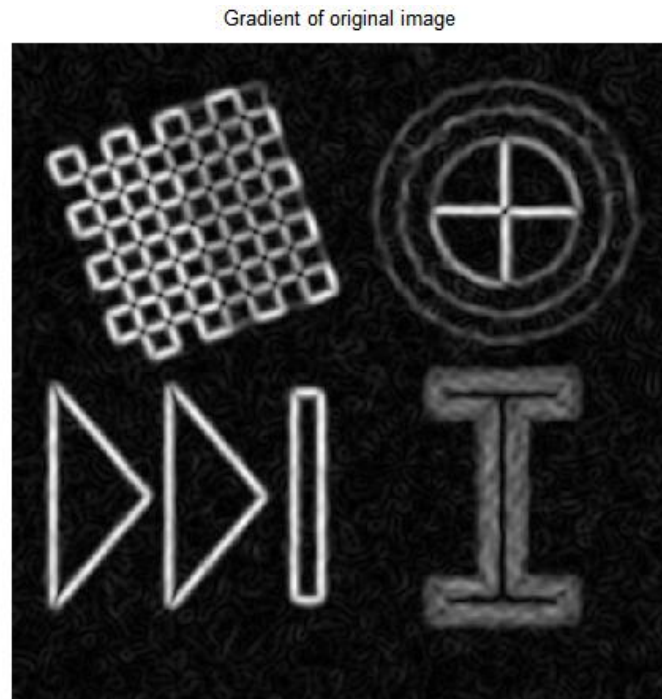
Zero Crossings for Linear



Zero Crossings for Non Linear

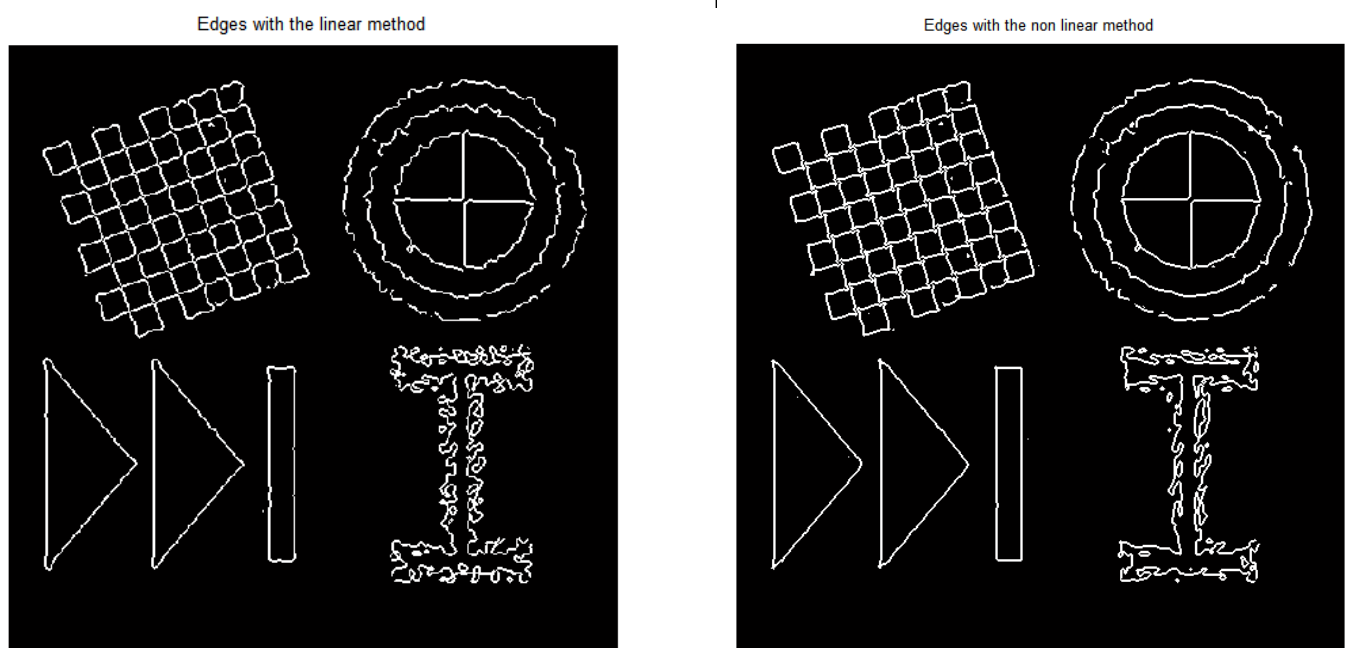


**Σχήμα 1.5.** Τα σημεία zero crossings της λαπλασιανής της γραμμικής μεθόδου (αριστερά) και της μη γραμμικής (δεξιά)



**Σχήμα 1.6.** Εμφάνιση του μέτρου του Gradient ως εικόνα. Παρατηρούμε οτι στις ακμές έχουμε μεγάλες τιμές ενώ στις ψευδοακμές οι τιμές είναι μικρότερες.

Στο παραπάνω σχήμα επιβεβαιώνεται η υπόθεσή μας. Μπορούμε πλέον να συνδυάσουμε τα δύο συμπεράσματα ώστε τελικά να εκτιμήσουμε τις ακμές της αρχικής εικόνας. Θα θεωρούμε οτι ένα σημείο ανήκει σε ακμή αν είναι σημείο zero crossing και το μέτρο του gradient σε αυτό το σημείο είναι πάνω απο ενα κατώφλι. Το κατώφλι αυτό θα εξαρτάται απο τη μέγιστη τιμή του gradient που παρατηρείται. Τελικά συνδυάζοντας τα δυο παραπάνω προκύπτουν οι εικόνες του σχήματος 1.7.

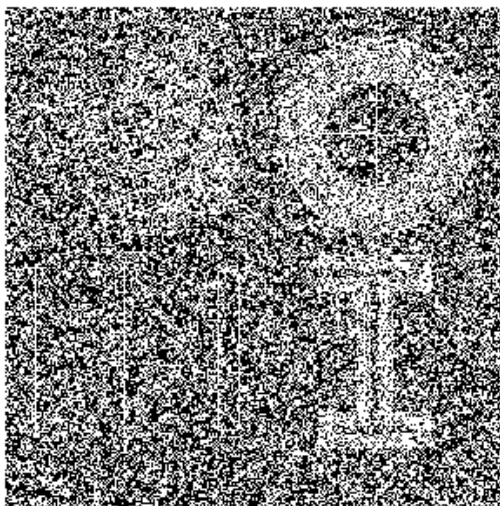


**Σχήμα 1.7.** Συνολικές υπολογιζόμενες ακμές με τις δύο μεθόδους

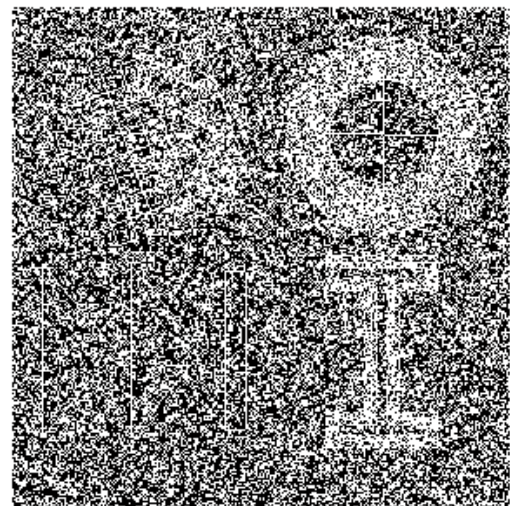
Αρχικά παρατηρούμε οπτικά τα αποτελέσματα. Θα έλεγε κανείς ότι αρκετές ακμές βρέθηκαν ενώ κάποιες άλλες δεν εκτιμήθηκαν σωστά. Ο θόρυβος ωστόσο ήταν πολύ υψηλός και επομένως η σηματοθορυβική σχέση πολύ μικρή. Ακόμα και ένας ανθρώπινος παρατηρητής δεν θα μπορούσε να ξεχωρίσει με ακρίβεια τις ακμές μή έχοντας γνώση της αρχικής εικόνας. Μάλιστα ο ανθρώπινος παρατηρητής λόγω γνωσιακής αντίληψης ενδεχομένως να επέλεγε κάποιες ακμές διαφορετικής και πιο απλής γεωμετρίας από αυτές που φαίνονται στο γραμμά "I" οι οποίες ενώ περιγράφουν το γενικό σχήμα ικανοποιητικά, οι λεπτομέρειές τους είναι απογοητευτικές. Αν συγκρίνουμε τις δυο μεθόδους μόνο από τις παραπάνω δυο εικόνες και παραμέτρους θα λέγαμε ότι η μη γραμμική μέθοδος επιστρέφει πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα. Οι ακμές έχουν λίγο καλύτερη οξυτητα από αυτές της γραμμικής μεθόδου. Στη συνέχεια της άσκησης θα γίνει και ποσοτική αξιολόγηση οπότε εδώ απλά ως παρουσιάσουμε κάποιες επιπλέον εικόνες με διαφορετική σηματοθορυβική σχέση, τυπική απόκλιση γκαουσιανού πυρήνα αλλά και κατώφλι επιλογής ακμών από το μέτρο του gradient.

Στις παρακάτω εικόνες φαίνεται μια ποικιλία από υπολογισμό ακμών για διαφορετικές τιμές παραμέτρων  $\sigma$  και  $\theta$  κατωφλίου, για γραμμική και μη γραμμική μέθοδο, καθώς και για δυο διαφορετικά επίπεδα θορύβου.

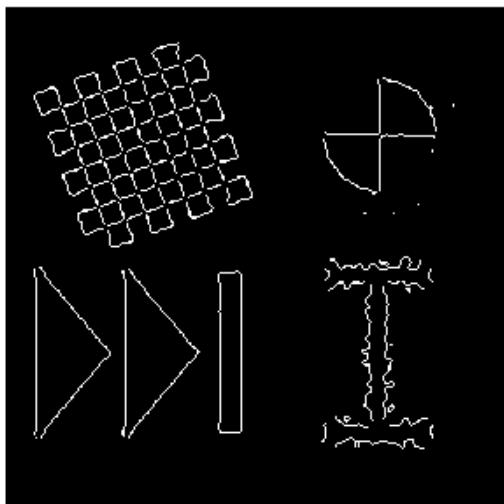
PSNR = 10dB , Linear Method ,  $\sigma = 1$ ,  $\theta = 0.1$



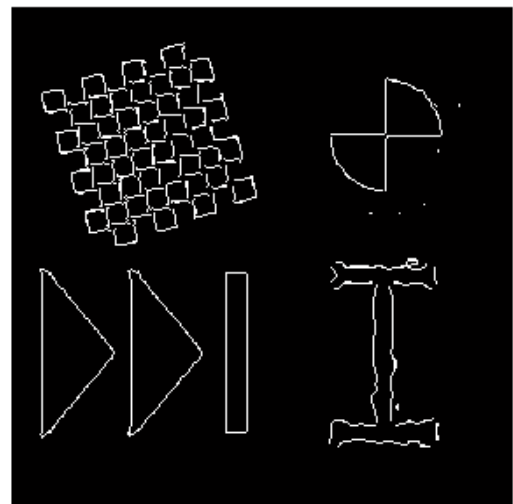
PSNR = 10dB, Non Linear Method  $\sigma = 1$ ,  $\theta = 0.1$



PSNR = 10dB , Linear Method ,  $\sigma = 4$ ,  $\theta = 0.4$

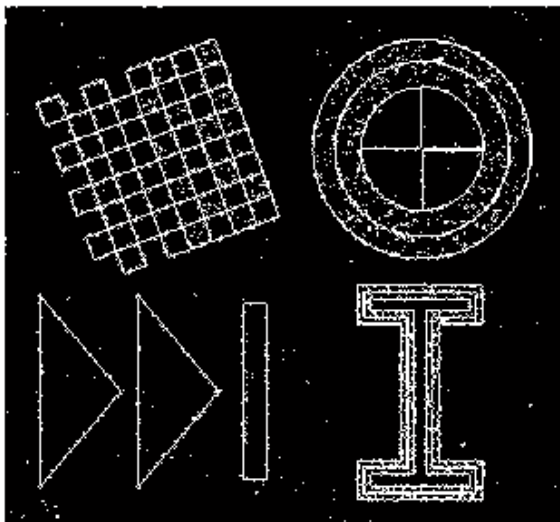
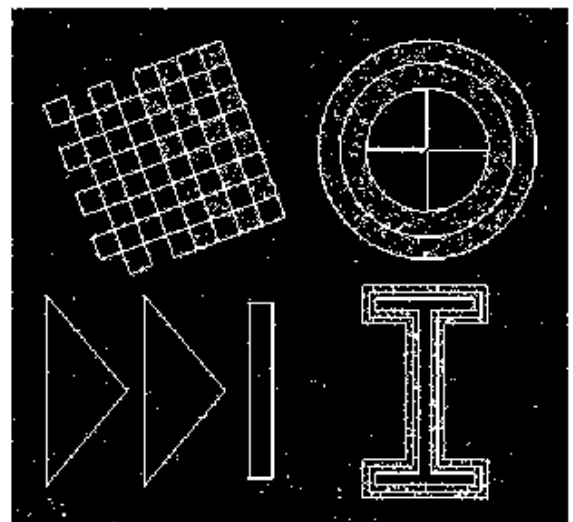
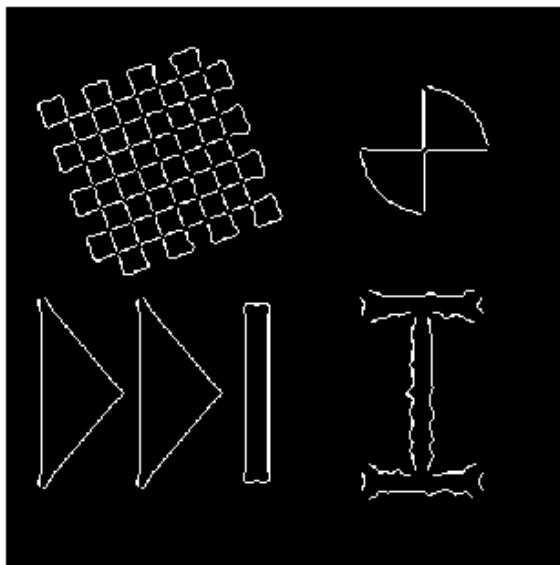
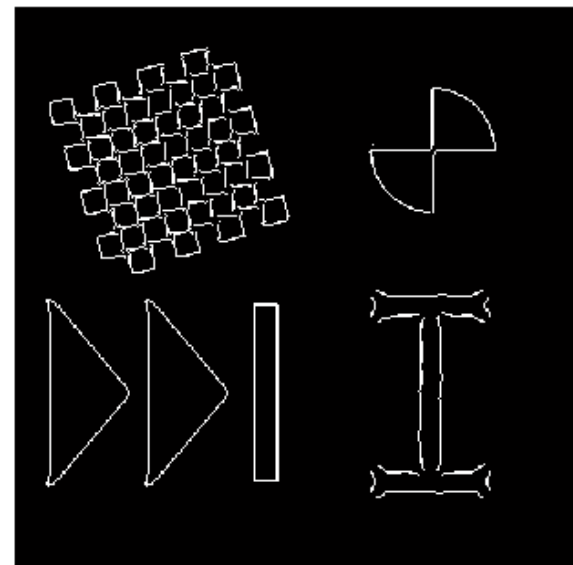


PSNR = 10dB, Non Linear Method  $\sigma = 4$ ,  $\theta = 0.4$



**Σχήμα 1.7** Τυπικές εικόνες ακμών για εικόνα θορύβου PSNR 10dB και ακραίες τιμές  $\sigma$  και  $\theta$

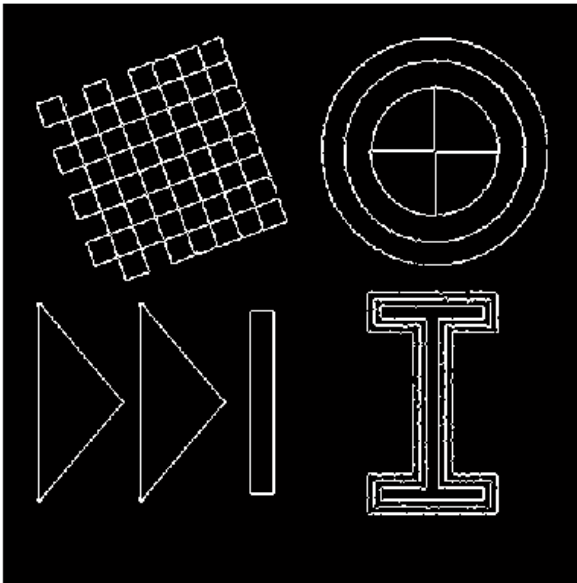


PSNR = 20dB , Linear Method ,  $\sigma = 1$ , theta = 0.1PSNR = 20dB, Non Linear Method  $\sigma = 1$ , theta = 0.1PSNR = 20dB , Linear Method ,  $\sigma = 4$ , theta = 0.4PSNR = 20dB, Non Linear Method  $\sigma = 4$ , theta = 0.4

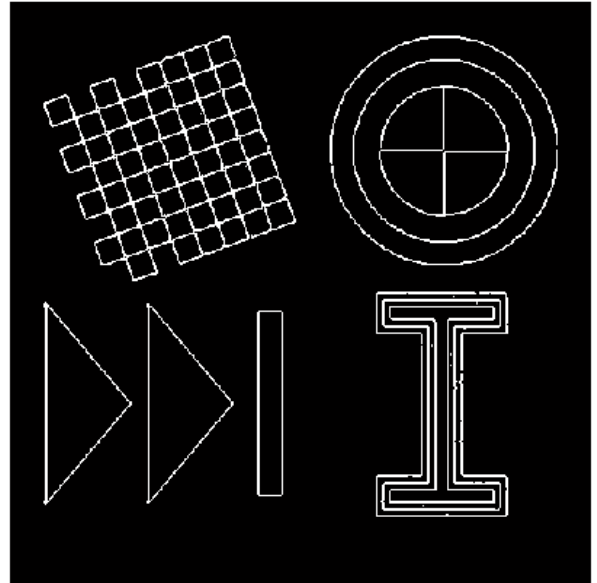
**Σχήμα 1.8.** Εικόνες ακμών για εικόνες εισόδου με PSNR 20dB και ακραίες τιμές  $\sigma$  και  $\theta$

Στις παραπάνω εικόνες δεν κάναμε οπτική επιλογή των βέλτιστων παραμέτρων, αντί αυτού απλά εμφανίζουμε τις εικόνες ακμών που προκύπτουν για ακραίες τιμές των παραμέτρων. Παρατηρούμε ότι όταν η τυπική απόκλιση της γκαουσιανής του φιλτραρίσματος είναι πολύ μικρή σε εικόνα με μεγάλο θόρυβο εμφανίζονται πάρα πολλές ψευδοακμές, ειδικά όταν η παράμετρος κατωφλίου είναι πάρα πολύ μικρή. Η μεγάλη τυπική απόκλιση είναι αναγκαστική για την εξομάλυνση του θορύβου, αλλά ταυτόχρονα η εικόνα χάνει την οπτική της οξύτητα. Προφανώς όπως ήταν αναμενόμενο στην εικόνα με την υψηλότερη σηματοθορυβική σχέση οι πραγματικές ακμές είναι πιο εμφανείς, ακόμα και γι'αυτές τις μη βέλτιστες τιμές των παραμέτρων. Στη συνέχεια έγινε προσπάθεια εξαγωγή των βέλτιστων εικόνων με PSNR 10dB απο οπτική παρατήρηση.

PSNR = 20dB, Linear Method , $\sigma = 1.5$  , theta = 0.2



PSNR = 20dB, Non Linear Method , $\sigma = 1.5$  , theta = 0.2



**Σχήμα 1.9.** Αριστερά φαίνεται η εικόνα ακμών με χρήση της γραμμικής μεθόδου ενώ δεξιά της μη γραμμικής

Θα λέγαμε σε πρώτη παρατήρηση ότι η μη γραμμική μέθοδος επιτυγχάνει καλύτερη οπτικά εύρεση των ακμών της εικόνας, αν και αναμένουμε να επισημοποιήσουμε τα αποτελέσματα με μια ποσοτικοποιημένη και αυτοματοποιημένη μέθοδο στη συνέχεια.

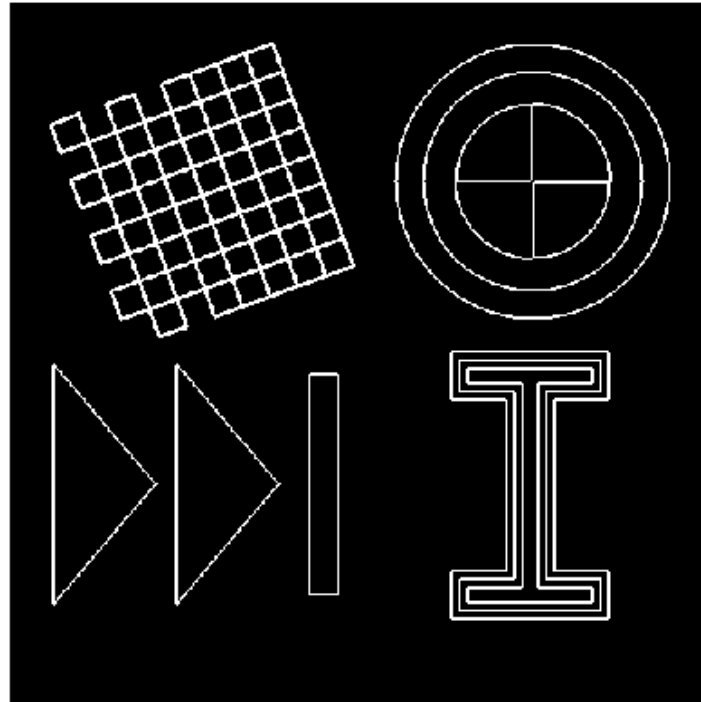
### 1.3 Αξιολόγηση των Αποτελεσμάτων ανίχνευσης Ακμών

Σε αυτό το μέρος έγινε προσπάθεια να ποσοτικοποιήσουμε τα αποτελέσματα με βάση τα precision και recall της εύρεσης των ακμών. Ως precision εδώ αναφέρουμε την πιθανότητα ένα σημείο ακμής να είναι πραγματικό δεδομένου ότι ανιχνεύθηκε ενώ ως recall η πιθανότητα ένα σημείο ακμής να δεδομένου ότι είναι πραγματικό. Ως πιθανότητα εννοούμε τον λόγο των πληθικοτήτων των επιμέρους συνόλων χρησιμοποιώντας την σχέση του Bayes. Για να επιτύχουμε μια σωστή αξιολόγηση έγιναν δοκιμές με διάφορες τιμές τυπικής απόκλισης και κατωφλίου και στη συνέχεια τα αποτελέσματα του κριτηρίου ποιότητας αποθηκεύτηκαν σε έναν πίνακα. Για γνώση των πραγματικών ακμών χρησιμοποιήθηκε η μη γραμμική μέθοδος στην αρχική εικόνα χωρίς θόρυβο, η οποία θεωρείται ως εικόνα πρότυπο των ακμών και φαίνεται στο σχήμα 1.10.

Ο αλγόριθμος που ακολουθήσαμε περιέχει όλες τους πιθανούς συνδιασμούς για τυπικές αποκλίσεις από 1 έως 3 με βήμα 0.1 και παράμετρο κατωφλίου από 0.1 έως 0.9 με βήμα 0.05. Έτσι μπορούμε να δούμε το κριτήριο C ως μια συνάρτηση δύο μεταβλητών, διακριτών στην προκειμένη περίπτωση, της οποίας θέλουμε να βρούμε το μέγιστο. Οι τιμές των παραμέτρων στις οποίες μεγιστοποιείται αυτή η συνάρτηση είναι και οι παράμετροι με τις οποίες πραγματοποιείται η καλύτερη ανίχνευση ακμών. Με τον όρο καλύτερη βέβαια εννοούμε την επίτευξη της μεγαλύτερης τιμής του κριτηρίου. Ενδέχεται ο ανθρώπινος παρατηρητής να επέλεγε διαφορετικές παραμέτρους ως καλύτερες. Στην εικόνα 1.11 φαίνεται η απεικόνιση αυτών των συναρτήσεων ως επιφάνειες και οι βέλτιστες παράμετροι βάση αυτών.

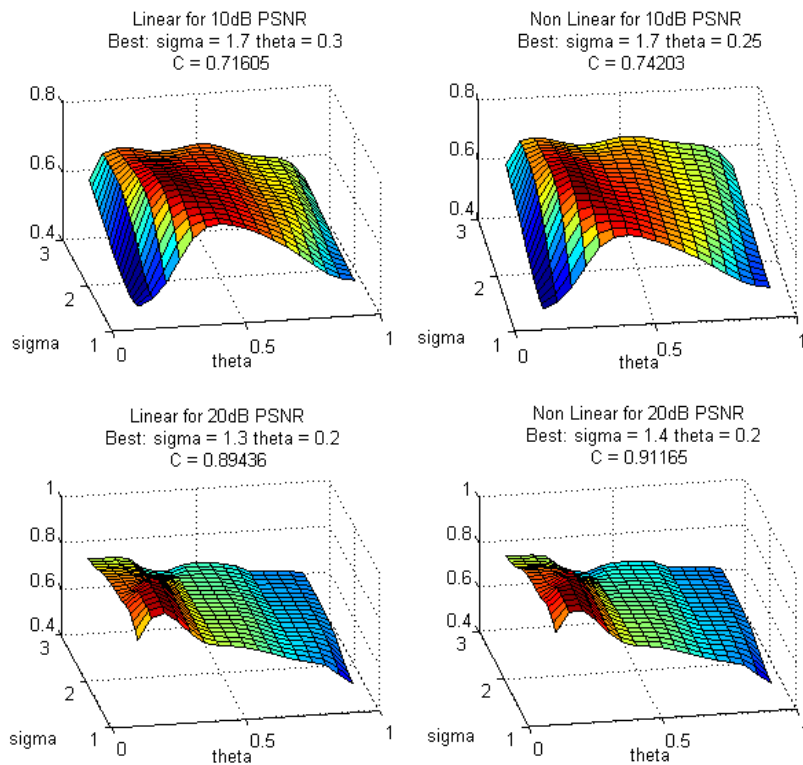


ιδανική εικόνα ακμών



**Σχήμα 1.10.** Η εικόνα ακμών που προκύπτει από τη μη γραμμική μέθοδο στην εικόνα εισόδου χωρίς εισαγόμενο θόρυβο χρησιμοποιείται ως εικόνα πρότυπο για τη γνώση των πραγματικών ακμών.

Μπορούμε και εποπτικά να παρατηρήσουμε τις καμπύλες και να δούμε ότι πράγματι η συνάρτηση παρουσιάζει εφάνως μέγιστο σε αυτήν την περιοχή. Στον παραδωταίο κώδικα το βήμα εκτέλεσης των επαναλήψεων είναι λίγο μεγαλύτερο για ευννόητους λόγους.



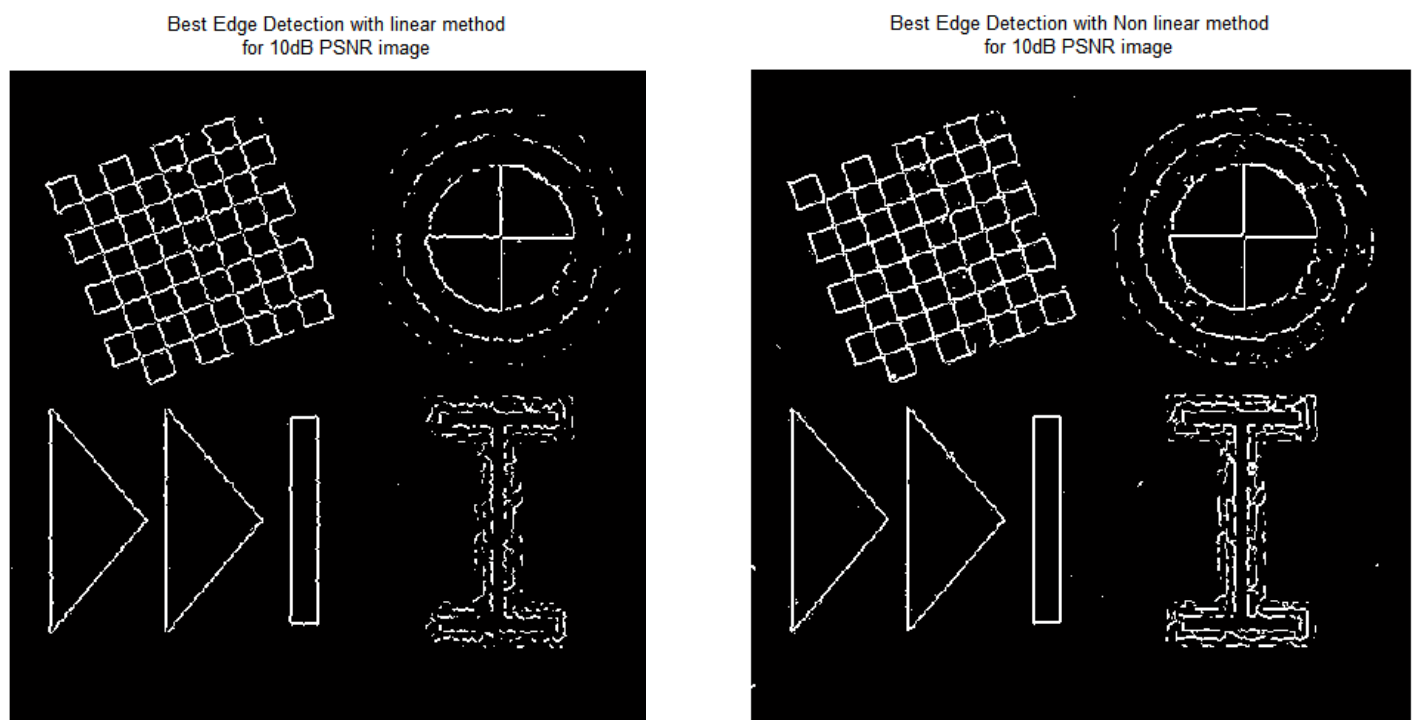
**Σχήμα 1.11.** Εμφάνιση του κριτηρίου C ως συνάρτηση των  $\sigma$  και  $\theta$  κατωφλίου.

Απο το παραπάνω σχήμα λοιπόν παρατηρούμε τις βέλτιστες παραμέτρους και την βέλτιστη τιμή κριτηρίου που επιτυγχάνεται σε κάθε περίπτωση. Για λόγους εποπτείας τις παραθέτουμε στον παρακάτω πίνακα.

**Πίνακας 1.** Βέλτιστες παράμετροι ως προς το κριτήριο ποιότητας σε κάθε περίπτωση

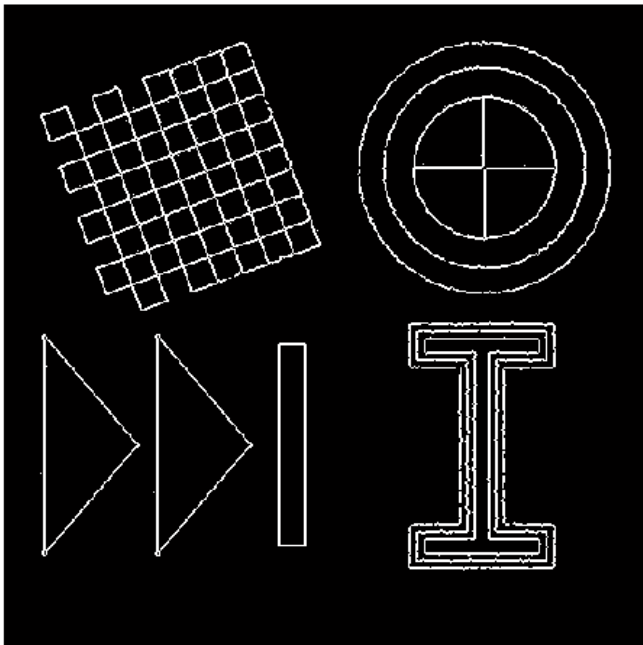
	Γραμμική Μέθοδος			Μη Γραμμική μέθοδος		
PSNR	$\sigma$	$\theta$	C	$\sigma$	$\theta$	C
10dB	1.7	0.3	0.7160	1.5	0.25	0.7420
20dB	1.3	0.2	0.8943	1.4	0.2	0.9165

Απο τα εξαγόμενα αποτελέσματα είναι αισθητό οτι η μή γραμμική μέθοδος υπερτερεί της γραμμικής κατα 2 και πάνω εκατοστιαίες μονάδες. Επίσης παρατηρούμε οτι παρόλη τη μεγάλη διαφορά στα επίπεδα θορύβου της εικόνας εισόδου, οι βέλτιστες παράμετροι της μη γραμμικής μεθόδου είναι αρκετά κοντά (πιο κοντά απ'ότι στη γραμμική μέθοδο). Αυτό σημαίνει όχι απλά οτι η μή γραμμική μέθοδος είναι πιο αποτελεσματική, αλλά και πιο εύρωστη (robust) κάτι που είναι πολύ σημαντικό αφού σε μια πραγματική εφαρμογή δεν γνωρίζουμε εκ των προτέρων τα επίπεδα θορύβου. Οι αντίστοιχες βέλτιστες εικόνες ακμών βάσει αυτών των παραμέτρων φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

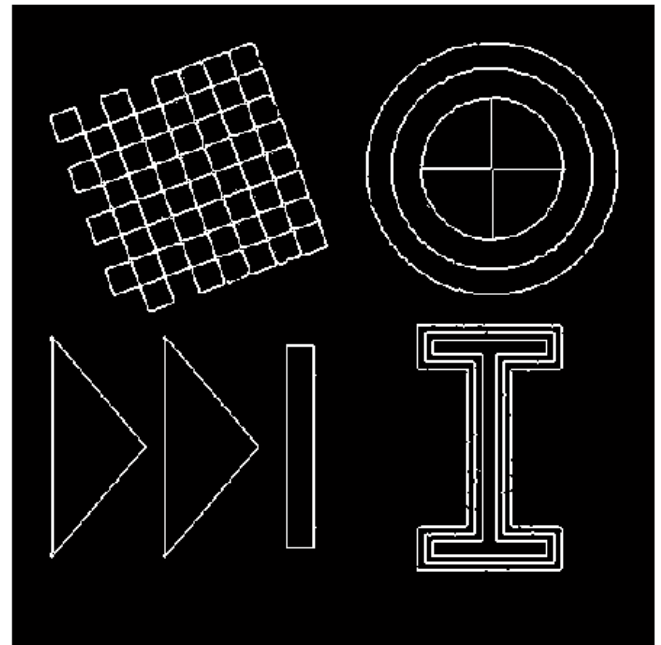


**Σχήμα 1.12.** Βέλτιστες δυνατές εικόνες ακμών για εικόνα με PSNR 10dB με τη γραμμική (αριστερά) και τη μη γραμμική μέθοδο (δεξιά)

Best Edge Detection with linear method  
for 20dB PSNR image



Best Edge Detection with Non linear method  
for 20dB PSNR image



**Σχήμα 1.13.** Βέλτιστες δυνατές εικόνες ακμών για εικόνα με PSNR 20dB με τη γραμμική (αριστερά) και τη μη γραμμική μέθοδο (δεξιά)

Προφανώς για τα μεγαλύτερα επίπεδα θορύβου το αποτέλεσμα δεν είναι τόσο ικανοποιητικό καθώς μετά το γκαουσιανό φιλτράρισμα για εξομάλυνση, η εικόνα χάνει αρκετά την οξύτητά της. Βλέπουμε ωστόσο από τις βέλτιστες παραμέτρους του πίνακα 1 ότι κάτι τέτοιο είναι απαραίτητο. Όσο μεγαλύτερος είναι ο θόρυβος (και κατ'επέκταση μικρότερο το PSNR), τόσο μεγαλύτερη η τυπική απόκλιση της βέλτιστης γκαουσιανής που χρησιμοποιούμε. Αντίστοιχη εξάρτηση παρατηρείται και στο κατώφλι  $\theta$ .

## Μέρος 2: Ανίχνευση γωνιών σε γκρίζες εικόνες

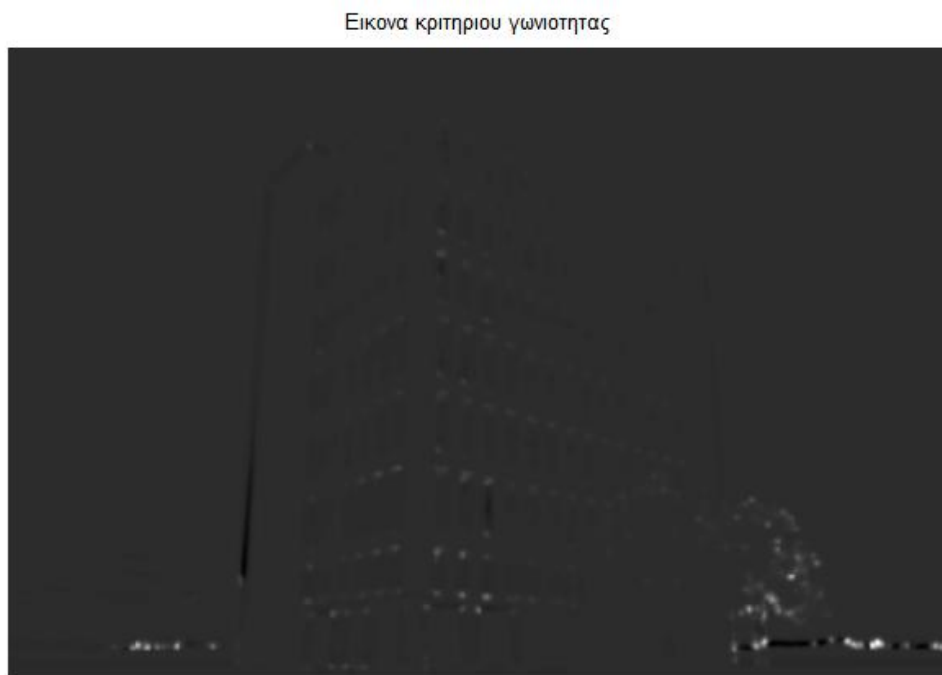
Στην αρχή αυτού του μέρους διαβάζουμε την εικόνα στο Matlab και τη μετατρέπουμε σε double. Στη συνέχεια δημιουργούμε τις δυο γκαουσιανές τυπικών αποκλίσεων  $\sigma$  και  $\rho$  που θα χρειαστούμε και υλοποιούμε τα στοιχεία του τανυστή  $J$  ακριβώς όπως περιγράφεται στη μεθοδολογία της άσκησης. Κατόπιν μπορούμε να υπολογίσουμε τις ιδιομέρες του  $J$  σε κάθε pixel της εικόνας και να απεικονίσουμε το αποτέλεσμα ως grayscale εικόνα. Κάτι τέτοιο φαίνεται στο σχήμα 2.1



**Σχήμα 2.1.** Ιδιοτιμές του πίνακα  $J$ . Η μεγαλύτερη ιδιοτιμή του τανυστή  $J$  για κάθε pixel απεικονίζεται στην αριστερή εικόνα ενώ η μικρότερη ιδιοτιμή δεξιά.

Γνωρίζουμε απο τη θεωρία οτι ο τανυστής  $J$  χαρακτηρίζεται απο τα ιδιοδιανύσματα  $w_+$  και  $w_-$  τα οποία αντιστοιχούν στις διευθύνσεις της μέγιστης και της ελάχιστης μεταβολής της φωτεινότητας της εικόνας αντίστοιχα για κάθε εικονοστοιχείο της. Η ιδιοτιμή  $\lambda_+$  αντιπροσωπεύει τη μέγιστη μεταβολή της φωτεινότητας και η  $\lambda_-$  την ελάχιστη. Όμως τα  $w_+$  και  $w_-$  είναι κάθετα μεταξύ τους. Άρα στην περίπτωση των ακμών η  $\lambda_+$  είναι μεγάλη και αντιπροσωπεύει μεταβολή της φωτεινότητας κάθετα στην ακμή ενώ η  $\lambda_-$  είναι πολύ μικρή, αφού κατά μήκος της ακμής η φωτεινότητα διατηρείται. Στις γωνίες, αντίθετα, και στις δύο κατευθύνσεις υπάρχει μεταβολή στη φωτεινότητα, άρα ακόμα και η  $\lambda_-$  θα έχει μεγάλη τιμή.

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε το κριτήριο γωνιότητας και εμφανίζουμε πάλι το αποτέλεσμα ως εικόνα.



**Σχήμα 2.2 :** Εμφάνιση της εικόνας  $R$



Θα χρειαστεί εδώ να κάνουμε μια αναδρομή στη θεωρία. Το  $R(x,y)$  αναμένεται να είναι θετικό και σχετικά μεγάλο στις γωνίες (λευκές κηλίδες στην εικόνα), αρνητικό στις ακμές (μαύρες γραμμές στην εικόνα), και μικρό στις ομογενείς περιοχές (σχετικά γκριζες περιοχές στην εικόνα). Αυτό επιβεβαιώνεται από μια απλή παρατήρηση στην παραπάνω εικόνα.

Στη συνέχεια θα πρέπει να επιλέξουμε τα pixels που αντιστοιχούν σε γωνίες με βάση τα δύο δοσμένα κριτήρια. Δεν τα απεικονίζουμε εδώ ξεχωριστά καθώς λόγω χαμηλής ανάλυσης δεν θα είναι εμφανή αλλά προχωρούμε στον χρωματισμό των pixels αυτών στην αρχική εικόνα με χρήση της `markcorn` και το αποτέλεσμα φαίνεται στο σχήμα 2.3.



**Σχήμα 2.3 :** Εμφάνιση των συνολικών εκτιμώμενων γωνιών

Στην παραπάνω εικόνα παρατηρούμε ότι αρκετές γωνίες βρέθηκαν, κάποιες άλλες δεν βρέθηκαν, ενώ κάποιες άλλες βρέθηκαν λανθασμένα. Κατ'αρχάς θα έπρεπε να μεταβούμε στον ορισμό της γωνίας για να μπορέσουμε να κάνουμε μια αξιολόγηση. Όμως κάτι τέτοιο είναι εξαρτώμενο από την κλίμακα η οποία μας ενδιαφέρει. Στην εικόνα βλέπουμε ότι γωνίες είναι και πάνω στα φύλλα του δέντρου. Αντίστοιχα γωνίες υπάρχουν και στα βουνά που φαίνονται στον ορίζοντα. Αντίθετα δεν ανιχνεύονται η πάνω και πάνω δεξιά γωνία του κτηρίου καθώς εκεί το χρώμα του κτηρίου μοιάζει με το χρώμα του ουρανού και κατ'επέκταση η μεταβολή της φωτεινότητας και οι ιδιοτιμές του  $J$  θα είναι μικρές.

Θα θεωρήσουμε ως τυπικές τιμές των παραμέτρων τις  $\sigma=1$ ,  $\rho=1.5$ ,  $k=0.5$ ,  $\theta_{corn}=0.005$  και στη συνέχεια θα διατηρούμε σταθερές 3 απ'αυτές και θα μεταβάλλουμε μόνο τη μία ώστε να παρατηρήσουμε την επίδρασή της στα αποτελέσματα. Στις παρακάτω σελίδες απεικονίζουμε τα αποτελέσματα και στο τέλος κάνουμε τον συνολικό σχολιασμό.

Differentiation Scale  $\sigma = 0.2$



Differentiation Scale  $\sigma = 0.7$



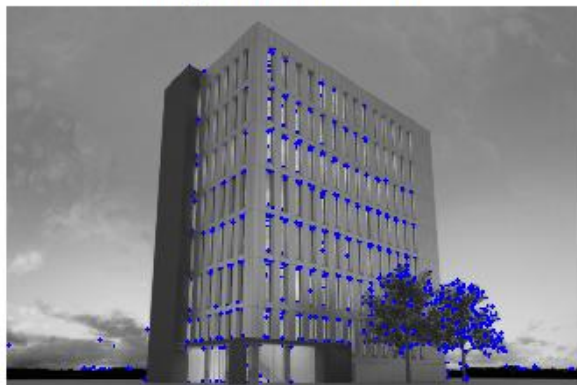
Differentiation Scale  $\sigma = 1$



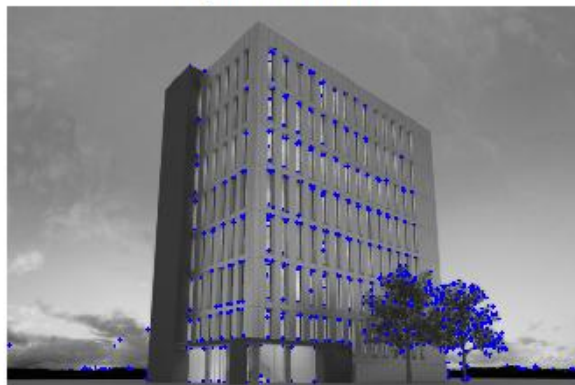
Differentiation Scale  $\sigma = 1.5$



Integration Scale  $\rho = 0.7$



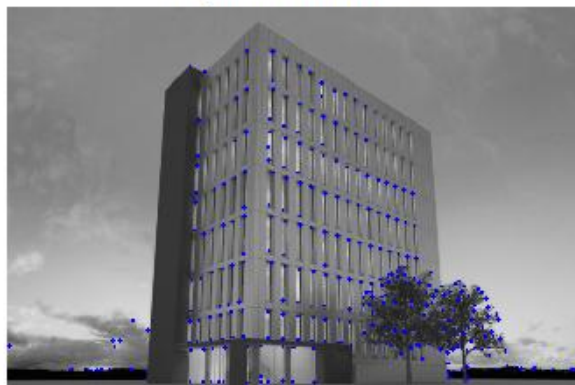
Integration Scale  $\rho = 1$



Integration Scale  $\rho = 1.5$



Integration Scale  $\rho = 2$



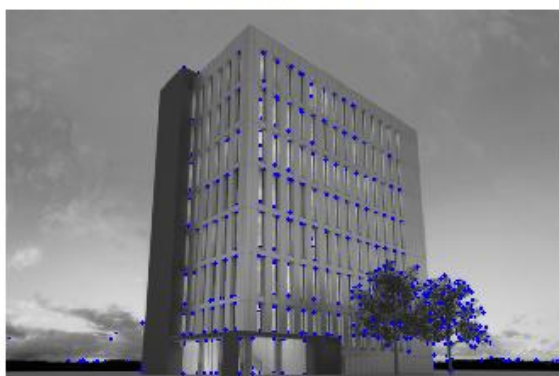
Constant  $k = 0.01$



Constant  $k = 0.02$



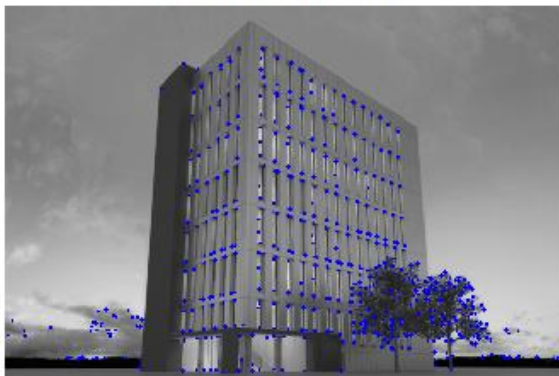
Constant  $k = 0.05$



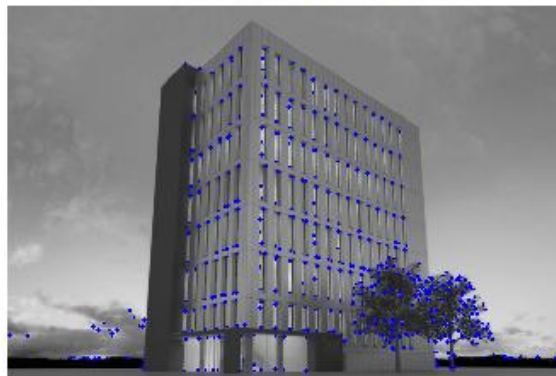
Constant  $k = 0.1$



Corner Threshold = 0.001



Corner Threshold = 0.002



Corner Threshold = 0.005



Corner Threshold = 0.01





Κάποιες βασικές παρατηρήσεις που μπορούμε να κάνουμε είναι αρχικά ότι η αύξηση του  $\sigma$  οδηγεί σε μεγάλες μεταβολές στην ανίχνευση γωνιών (λιγότερες ανιχνεύονται) καθώς η εικόνα γίνεται πολύ εξομαλυμένη (blur) σε σημείο που χάνει τη λεπτομέρειά της. Αντίθετα πολύ μικρό  $\sigma$  μας οδηγεί σε ανίχνευση γωνιών ακόμα και σε σημεία που αυτές δεν υπάρχουν. Κάτι αντίστοιχο συμβαίνει και με τις μεταβολές του  $\rho$ . Στη συνέχεια πολύ μικρό  $k$  θα σημαίνει ότι το  $R$  θα εξαρτάται σχεδόν αποκλειστικά από το γινόμενο των ιδιοτιμών σε κάθε εικονοστοιχείο (παρατηρώντας τον τύπο του  $R$ ) και παρ'όλα αυτά τα αποτελέσματα δεν είναι απογοητευτικά. Φυσικά αν πάρει πολύ μεγάλες τιμές τότε το  $R$  θα γίνει παντού αρνητικό και οι γωνίες θα εξαφανιστούν. Αντίστοιχα πολύ μικρό  $\theta$  συνεπάγεται μικρό κατώφλι επιλογής, οπότε τελικά θα έχουμε ανίχνευση γωνιών και σε γειτονικές περιοχές των πραγματικών γωνιών. Μεγάλο  $\theta$  μπορεί να εξαφανίσει εντελώς τις γωνίες.

Με γνώμονα την υποκειμενική μας κρίση ο βέλτιστος συνδυασμός παραμέτρων που επιτύχαμε φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Βέβαια δεν ήταν δυνατόν να γίνουν όλες οι δοκιμές, ούτε υπήρχε μια αυτοματοποιημένη διαδικασία όπως στο πρώτο μέρος



**Σχήμα 2.4 :** αποτέλεσμα για  $\sigma=1.1$  ,  $\rho=1.8$  , $k=0.03$  , $\theta=0.009$