



MODÉLISATION DU MOUVEMENT

Cours

v1.0

16 bis Avenue Marc Sangnier 75014 Paris

Cinématique

MOUVEMENT, VITESSE, ACCÉLÉRATION

Objectif

Dans ce cours, nous nous intéresserons à l'analyse des positions, de la vitesse et de l'accélération d'un point et d'une pièce (ou plus généralement un objet en mouvement). L'analyse des grandeurs cinématiques (position, vitesse et accélération) permet de prévoir la géométrie et les dimensions de pièces, de composants.

1 Introduction



Définition

La cinématique est la partie de la mécanique qui permet d'étudier et de décrire les mouvements des corps, d'un point de vue purement mathématique, indépendamment des causes qui les produisent.

2 Hypothèse

Comme n'importe quel modélisation du réel, la cinématique considère certaines hypothèses.

L'hypothèse principale faite en cinématique est que l'on **considère les solides comme étant indéformables**.



Rappel Solide indéformable

.....

.....

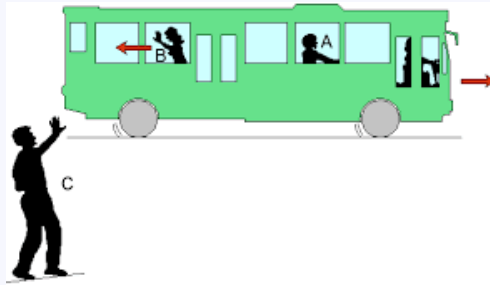
.....



3 Trajectoire d'un point

3.1 Référentiel et repère

Activité 1



Imaginons qu'une personne B soit dans un bus (voir figure ci-dessus). Elle se déplace de l'avant vers l'arrière du bus. Une personne A est assise dans le train, elle regarde dans le sens de la marche.

Question 1 Par rapport à A , comment se déplace B ? (Va-t-elle vers l'arrière, vers l'avant ou est-elle immobile?)

.....

Question 2 Pour A , cette personne va-t-elle lentement ou rapidement?

.....

Question 3 Une personne C est sur le bord de la voie. Elle voit passer le train. Par rapport à C , comment se déplace A ? Se déplace-t-elle rapidement?

.....

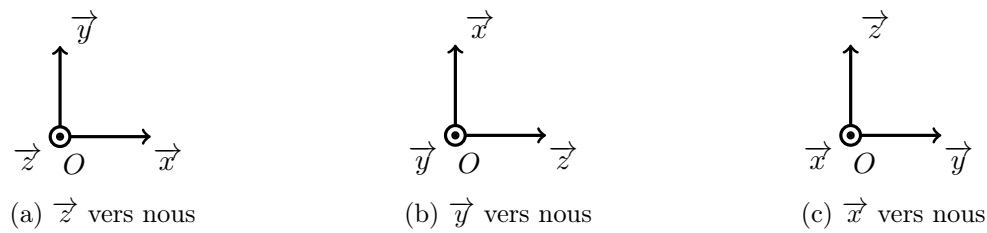
On le voit dans cet exemple, la trajectoire d'un point n'est pas la même selon le point de vue que l'on considère. Ainsi, il est **impératif** de préciser par rapport à quoi on s'exprime lorsque l'on caractérise un mouvement.



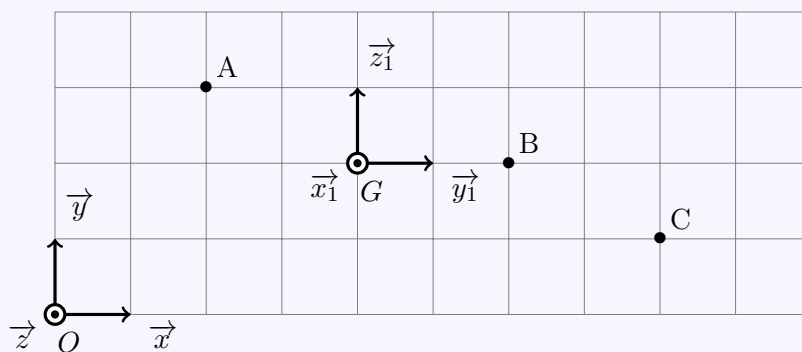
À retenir

- Afin d'étudier le mouvement d'un point ou d'un système de solides, il est nécessaire de mettre en place un système de référence appelé *référentiel*. Il représente en quelque sorte la position d'observation des phénomènes.
- Un repère est défini par une origine O et trois vecteurs orthonormés directs $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. Il se note $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$
- La FIGURE 1 représente le repère direct $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ vu de différents points de vues.



FIGURE 1: Le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ **Activité 2**

Pour décrire la position d'un point dans un repère, on utilise ses coordonnées par rapport au centre du repère.

**Exemple:**

Le point C a pour coordonnées $(8, 1, 0)$ dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. Le point C a pour coordonnées $(0, 4, -1)$ dans le repère $R_1(G, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

Question 1 Donner les coordonnées des points A et B dans le repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

.....

Question 2 Donner les coordonnées des point A et B dans le repère $R_1(G, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$

.....

Question 3 Placer le point D de coordonnées $(0, 5, 1)$ dans le repère $R_1(G, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$

3.2 Trajectoire**Définition**

On appelle trajectoire du point (M) d'un solide S l'ensemble des positions occupées successivement par ce point, au cours du temps, lors son déplacement par rapport à un référentiel donné.

La trajectoire du point M appartenant à S par rapport au repère R se note $T_{M \in S/R}$



Exemple: Trajectoire de la pointe d'un stylo

La trajectoire de la pointe du stylo par rapport à la feuille est la trace laissée par cette pointe sur la feuille.

3.2.1 Différents types de trajectoires**À retenir**

On pourra différencier trois grands types de trajectoires pour un point :

.....

.....

.....

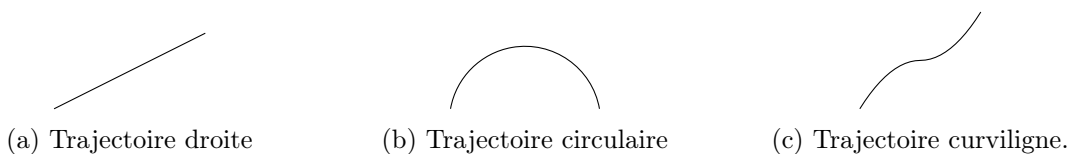


FIGURE 2: Différents types de trajectoires.

3.3 Vitesse et vecteur vitesse

Une trajectoire ne suffit pas pour déterminer le mouvement d'un point dans un repère. En effet, cette trajectoire peut-être faite de manière rapide ou lente. La rapidité ou la lenteur est représentée par la vitesse du point.

**À retenir**

La vitesse d'un point est représentée par

- de direction tangente à la trajectoire du UPSTIpointilles
- de même sens que la trajectoire du point
- de norme égale au déplacement divisé par la durée du déplacement

La vitesse moyenne d'un point M se déplaçant de $M(t_1)$ à $M(t_2)$ est de $\|\vec{V}_{M/}\| = \frac{M(t_1)M(t_2)}{t_2 - t_1}$.

En écrivant d la distance $d = M(t_1)M(t_2)$ et avec $\Delta t = t_2 - t_1$, on a $\|\vec{V}_{M/}\| = \frac{M(t_1)M(t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{d}{\Delta t}$

La vitesse s'exprime en m/s.

**Attention**

La vitesse d'un point est un **vecteur**. Elle a donc une composante sur \vec{x} , sur \vec{y} et sur \vec{z} .



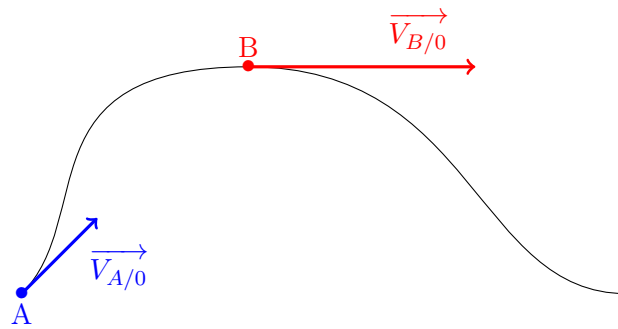
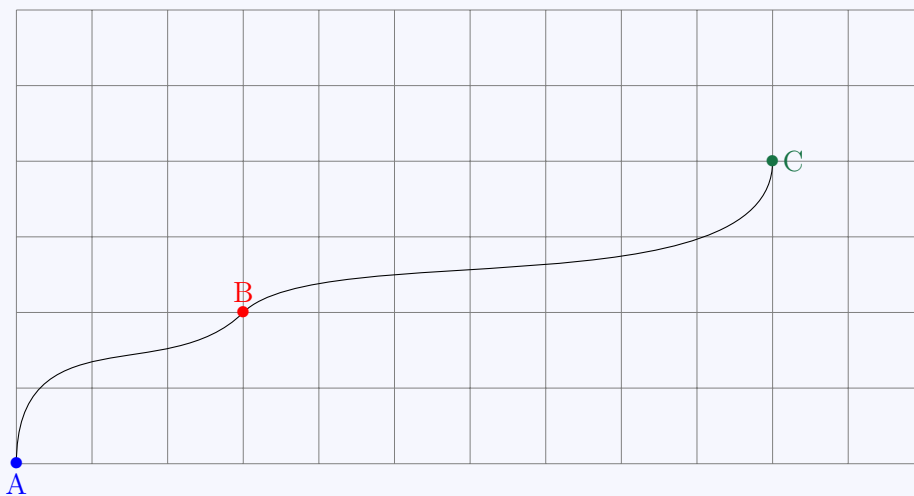


FIGURE 3: La vitesse d'un point est tangente à la trajectoire

Activité 3**Question 1** Tracer l'allure des vecteurs vitesses des points A, B et C**3.4 Accélération - Variation de vitesse**

Nous venons de voir que la vitesse moyenne représente la variation de la position sur un intervalle de temps. De la même façon, l'accélération modélise la variation de vitesse sur un intervalle de temps.

♥ À retenir

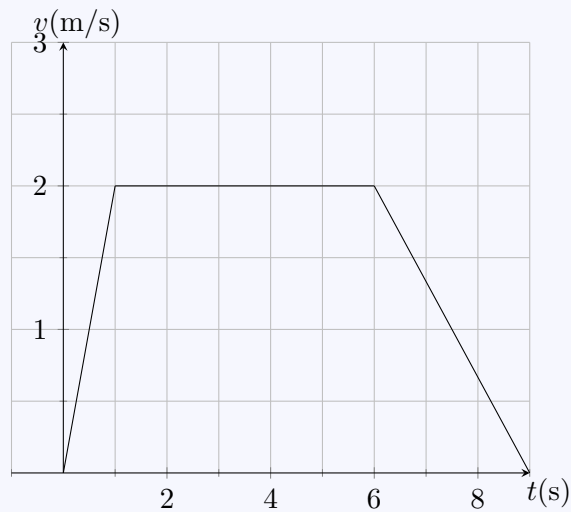
L'accélération correspond à la variation de vitesse entre deux instants : $a = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$,
avec $v(t_i)$ la norme de la vitesse à l'instant t_i .

L'accélération s'exprime en m/s^2 .

♥ À retenir

Lorsque la vitesse est constante, l'accélération est nulle.



Activité 4

Question 1 Sur le graph, identifier trois phase de mouvement différentes.

Question 2 Calculer l'accélération moyenne entre $t = 0$ s et $t = 1$ s.

.....

.....

.....

Question 3 Calculer l'accélération moyenne entre $t = 1$ s et $t = 6$ s.

.....

.....

.....

Question 4 Calculer l'accélération moyenne entre $t = 6$ s et $t = 9$ s.

.....

.....

.....



4 Différents types de mouvements

4.1 Translations



Définition *Mouvement de Translation*

Un solide est en mouvement de translation lorsqu'un segment quelconque de ce solide reste parallèle à lui-même au cours du déplacement.

Cela revient à dire que lorsqu'un solide est en translation, toutes les photos prises de cet objet au cours du temps seraient identiques.

4.1.1 Translation rectiligne

Exemple: Une voiture en ligne droite

La voiture de la FIGURE 4 est translation rectiligne.

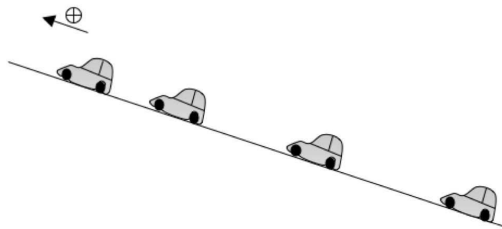


FIGURE 4: Translation rectiligne



À retenir

Une translation est dite **rectiligne** lorsque les trajectoires des points du solides sont des **segments** (ou droites).



À retenir

La translation rectiligne uniforme désigne un mouvement de translation en **ligne droite** et à **vitesse constante**.

Activité 5

Soit une voiture en translation rectiligne uniforme de vitesse $v = 15 \text{ m/s}$.

Question 1 Calculer la distance parcourue en 20 min

.....
.....
.....



Question 2 Que vaut l'accélération de cette voiture ?

.....

.....

.....

4.1.2 Translation circulaire

Exemple: Une cabine de grande roue

La cabine suspendue à la grande roue de la FIGURE 5 est translation circulaire.

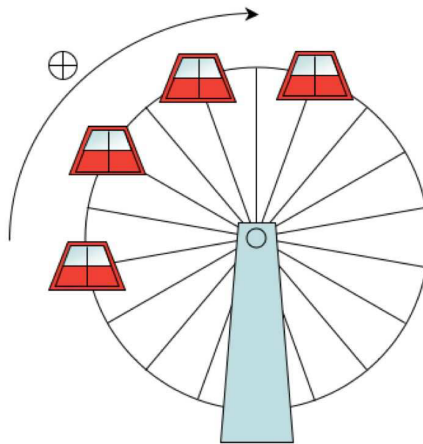


FIGURE 5: Translation circulaire



À retenir

Une translation est dite **circulaire** lorsque les trajectoires des points du solides sont des **cercles**.



Attention

La grande roue est en rotation, c'est bien la **cabine** qui est en translation circulaire car elle se déplace sans tourner par rapport au sol

4.1.3 Translation curviligne

Exemple: Une cabine de téléphérique

La cabine du téléphérique de la FIGURE 6 est translation curviligne.



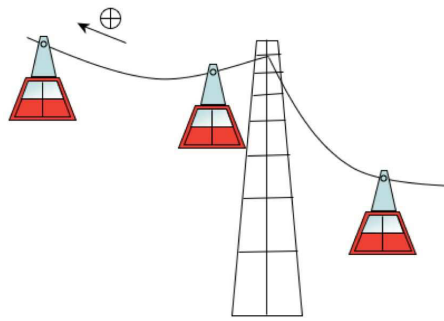


FIGURE 6: Translation curviligne

**À retenir**

Une translation est dite **curviligne** lorsque les trajectoires des points du solide sont des **courbe**. C'est à dire lorsqu'il s'agit d'une translation qui n'est ni rectiligne, ni circulaire.

4.2 Rotation

Exemple: Une bouteille de lait que l'on fait tourner

La bouteille de lait de la FIGURE 7 est en rotation.

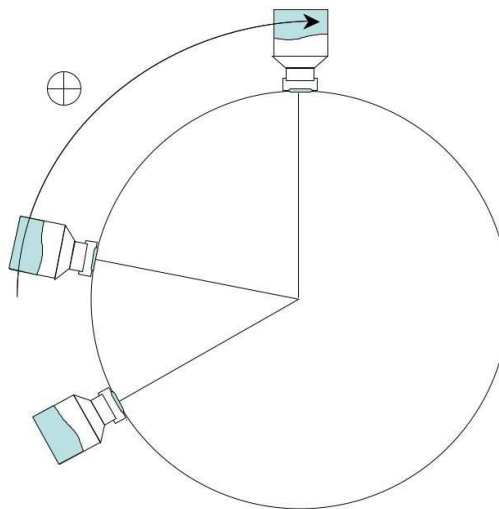


FIGURE 7: Rotation

**Définition**

Un solide est en mouvement de rotation lorsque tout point de ce solide reste à une distance fixe du centre de rotation. Cela veut dire que tous les points du solide se déplacent sur des cercles qui ont un même centre.