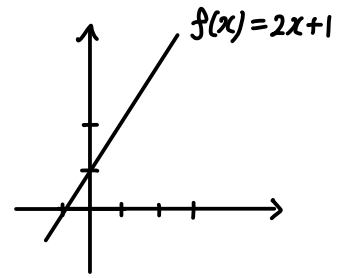


Model · $f(x) = ax + b$ 이때

초기 Weight 를 $a=2, b=1$

learning rate 을 "1r" 이라 표현하고 0.01 이라 하자.
(학습률)



Loss = $(\hat{y} - y)^2$ where $\hat{y} = ax + b$ 이라 하면

Loss 값이 작아진다는 것은

모델의 예측값 \hat{y} 과 실제 값 y 가 가까워 지는 것을 의미하므로

Loss의 값이 작아진 데이터 (x, y) 에 대하여

최소화가 되는 a, b 를 찾는 것이 목표이다.

a 와 b 는 다음의 과정을 반복하여 결정한다. (\because Gradient Descent)

$$a \rightarrow a - 1r \cdot \frac{dL}{da}$$

$$b \rightarrow b - 1r \cdot \frac{dL}{db} \quad \text{로 } a \text{ 와 } b \text{ 를 update 한다.}$$

이때 Loss L 은 a, b, x, y 의 함수이다.

$$L(a, b, x, y) = (\hat{y} - y)^2 = (ax + b - y)^2$$

$$\frac{dL}{da} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{L(a+h, b, x, y) - L(a, b, x, y)}{h}$$

$$\frac{dL}{db} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{L(a, b+h, x, y) - L(a, b, x, y)}{h}$$

[1-1]

Data : $(x, y) = (3, 1)$ 이라 하자.

$$\hat{y} = ax + b = 2 \cdot 3 + 1 = 7 \text{ 이므로}$$

$$\frac{dL}{da} = \frac{dL}{d\hat{y}} \cdot \frac{d\hat{y}}{da} = 2(\hat{y} - y) \cdot x = 2 \cdot (7 - 1) \cdot 3 = 36$$

$$\frac{dL}{db} = \frac{dL}{d\hat{y}} \cdot \frac{d\hat{y}}{db} = 2 \cdot (\hat{y} - y) = 2 \cdot (7 - 1) = 12$$

$$a \Rightarrow a - lr \cdot \frac{dL}{da}$$

$$= 2 - 0.01 \cdot 36 = 1.64$$

$$b \Rightarrow b - lr \cdot \frac{dL}{db}$$

$$1 - 0.01 \cdot 12 = 1.88$$

$$\therefore a : 2 \rightarrow 1.64$$

$$b : 1 \rightarrow 1.88 \text{ 즉 update 된다.}$$

[2-1]

Data : $(x, y) = \{(-1, 5), (3, 1)\}$

이때 데이터의 수가 2 이상이므로

각각의 데이터에 대하여 $\frac{dL}{da}, \frac{dL}{db}$ 를 구하여 평균값으로 update 한다.

i) $(x, y) = (-1, 5)$ 일때

$$\hat{y} = ax + b = 2 \cdot (-1) + 1 = -1 \text{ 이므로}$$

$$\frac{dL}{da} = \frac{dL}{d\hat{y}} \cdot \frac{d\hat{y}}{da} = 2(\hat{y} - y) \cdot x = 2 \cdot (-1 - 5) \cdot (-1) = 12$$

$$\frac{dL}{db} = \frac{dL}{d\hat{y}} \cdot \frac{d\hat{y}}{db} = 2 \cdot (\hat{y} - y) = 2 \cdot (-1 - 5) = -12$$

ii) $(x, y) = (3, 1)$ 일때

$$\frac{dL}{da} = 36, \quad \frac{dL}{db} = 12 \quad \dots \text{by } [1-1]$$

i) 과 ii) 가 의하여

$$\frac{dL}{da} = \frac{36 + 12}{2} = 24, \quad \frac{dL}{db} = \frac{12 - 12}{2} = 0$$

$$\therefore a \rightarrow a - lr \cdot \frac{dL}{da} = 2 - 0.01 \cdot 24 = 1.96$$

$$b \rightarrow b - lr \cdot \frac{dL}{db} = 1 - 0.01 \cdot 0 = 1 \text{ 로 update 된다.}$$