동적 계획법(dynamic programming)



'동적 계획법(Dynamic Programming)'은 쉽게 말하자면 어렵거나 큰 문제를 간단하고 작은 여러 개의 문제로 나누어서 풀고 작은 문제의 답들을 이용하여 원래 문제의 답을 구하는 방식이다. DP로 축약하여 부르기도 하는 동적 계획법 문제는 대부분 다음과 같은 특징을 가지고 있다.

1. 최적 부분 구조

: **문제의 정답이 작은 문제에 대해서도 정답**이어야 한다. 즉 전체 문제의 정답은 작은 문제들의 정답을 포함하며 작은 문제들을 통해 큰 문제를 풀 수 있어야 한다.

2. 부분 문제 반복

: 문제를 여러 개의 작은 문제로 나눌 수 있으며, 나눈 작은 문제들을 전체 문제를 푸는 방법과 같은 방법으로 풀 수 있어야 한다.

이때 똑같은 문제를 여러 번 푸는 것을 막기 위해 메모이제이션이라는 기법을 사용하는데, 이는 미리 구해둔 정답을 메모해놓고 만약 다음번에 다시 해당 문제를 풀고자 한다면 미리 메모해둔 정답을 가져와서 쓰는 기법이다. 이러한 조건을 가장 잘 설명해주는 예제는 점화식이다. 점화식은 인접한 항들 사이의 관계식을 말한다. 예를 들어 등차수열은 $a_n = a_{n-1} + C$, 등비수열은 $a_n = r \cdot a_{n-1}$ 과 같은 점화식을 갖습니다. 이 중 등차수열을 N 번째 항까지 계산한 경우, 이 계산 안에는 첫 번째 항부터 N-1 번째 항까지를 포함하고 있으며 작은 문제인 N-1 번째 항을 통해 N 번째 항을 구할 수 있다. 또한, N 번째 항을 구하는 것은 N-1 번째 항에 공차(C)를 더하여 구할 수 있음으로 크기 N 의 문제를 크기 N-1 의 문제로 나눌 수 있다. 그뿐만 아니라크기가 N 이건, N-1 이건 같은 방법, 즉 같은 점화식을 이용해 문제를 해결할 수 있다.

DP 문제는 하향식, 상향식 두 가지 방법으로 접근할 수 있다. 먼저 하향식 방법의 경우 큰 문제를 풀 수 있는 작은 문제가 될 때까지 나는 후, 작은 문제들을 풀어 얻은 정답들을 합쳐가며 큰 문제의 답을 구하는 방식으로, 주로 재귀 함수를 이용하여 구현한다. 다음 코드는 하향식 방법을 이용한 피보나치 수 계산이다.

```
import UIKit

// top_down

func fiboRecursive(_ n: Int) -> Int {
    guard n > 1 else { return n }
    return fiboRecursive(n-1) + fiboRecursive(n-2)
}
```

상향식 방법은 가장 작은 문제부터 시작하여 큰 문제를 풀 수 있을 때까지 차례대로 문제들을 풀어나가는 방식으로 주로 반복문을 이용해 구현한다. 이번 코드는 상향식 방법을 이용한 피보나치 수 계산이다.

```
3 // bottom-up
4 func fibIterative(_ n: Int) -> Int {
5    guard n > 1 else { return n }
6
7    var fibArray = [0, 1]
8
9   // 2부터 시작하는데, 그 이유는 배열에 이미 0, 1을 포함하고 있기 때문이다.
10    for i in 2...n {
11       fibArray.append(fibArray[i - 1] + fibArray[i - 2])
12    }
13
14    return fibArray[n]
```

사실 대부분의 문제는 두 방법 모두를 이용하여 해결할 수 있지만, 고난도의 특정 문제는 정해진 방법만을 이용해야 풀이할 수 있다. 사실 한 가지 방법만으로 풀 수 있는 문제는 많지 않아 한 가지 방식으로도 굉장히 쉽게 구현할 수 있지만, 다른 한 가지 방법으로는 쉽게 구현하지 못했던 문제도 있으니 두 가지 방법 모두를 연습해보자.