Вопрос по выбору

Пусть есть поршень, который находится в термостате с температурой T_0 и с бесконечной теплоемкостью.

Поставим вопрос: **возможно ли построить тепловой двигатель, имея один источник тепла?**

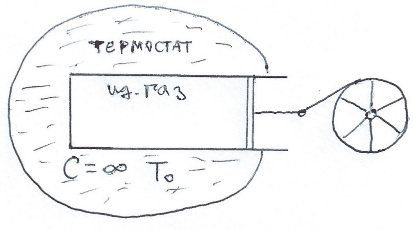


Рис. 1. Поршень в термостате

Тогда на PV–диаграмме можно изобразить только изотерму. Если мы будем двигаться вдоль

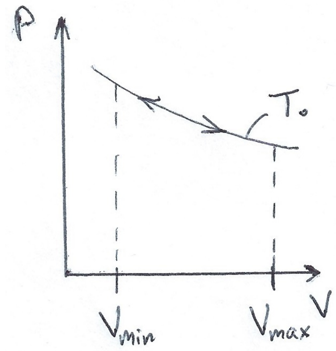


Рис. 2. PV–диаграмма

по изотерме «вперед–назад», то полезная работа будет равна нулю, т.е. смысла в такой машине нет.

Что же можно сделать еще? Если наш поршень находится в адиабатической оболочке, то мы можем «бегать» по адиабате, для чего нужно совершать достаточно быстрые движения поршнем. В нашем же случае попытаемся построить такой процесс, который был бы чем-то средним между

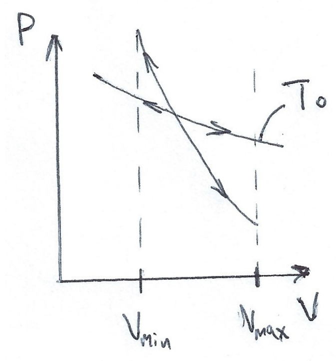


Рис. 3. PV–диаграмма

изотермой и адиабатой. Тогда нужно двигать поршень не бесконечно медленно (т.е. «бегать» не по изотерме), а немного быстрее, но не так быстро, чтобы попасть на адиабату. Тогда будет существовать теплообмен между идеальным газом и термостатом. При этом, будем утверждать, что газ в каждый момент времени будет достаточно отрелаксированным.

Для того, чтобы построить такой процесс, найдем зависимость $\Delta P = \Delta P(Q, \Delta V)$.

Запишем первое начало термодинамики в приращениях:

$$C_V \Delta T = Q - P\Delta V, \tag{1}$$

где C_V — теплоемкость газа при постоянном объеме, ΔT — малые изменения температуры, ΔV — малые изменения объема, Q — тепло, P — давление газа.

Запишем уравнение состояния идеального газа для 1 моля в приращениях:

$$P\Delta V + V\Delta P = R\Delta T. \tag{2}$$

Решая систему из этих уравнений, получим:

$$\boxed{\Delta P = \frac{R}{VC_V} Q - \frac{\gamma P}{V} \Delta V}, \tag{3}$$

где γ — показатель адиабаты.

Т.о. мы получили зависимость изменения давления идеального газа, который совершает работу $P\Delta V$ и обменивается теплом Q с термостатом. Заметим, что при $Q = 0$ получаем $\Delta P_{\text{ад}} = -\frac{\gamma P}{V} \Delta V$ — изменение давления в адиабатическом процессе. Тогда запишем уравнение (3) в кратком виде:

$$\boxed{\Delta P = \frac{R}{VC_V} Q + \Delta P_{\text{ад}}}. \tag{4}$$

Построим PV–диаграммы (рис. 4).

Рассмотрим два случая:

I. $Q > 0$, т.е. $T_{\text{г}} < T_0$ (слева);

II. $Q < 0$, т.е. $T_{\text{г}} > T_0$ (справа).

На диаграммах пунктиром изображено семейство адиабат, изотерма с температурой T_0.

I. 1) Рассмотрим расширение газа по адиабате ($1 \to 2$). $Q > 0$, $\Delta P_{\text{ад}} < 0$, отсюда в соответствии с формулой (4) $|\Delta P| < |\Delta P_{\text{ад}}|$. Таким образом, мы будем наблюдать «загибание процесса» ($1 \to 2'$ или $1 \to 2''$).

   2) Рассмотрим сжатие газа по адиабате ($1 \to 2$). $Q > 0$, $\Delta P_{\text{ад}} > 0$, отсюда в соответствии с формулой (4) $|\Delta P| > |\Delta P_{\text{ад}}|$. Таким образом, наклон графика процесса выглядит «круче», чем в адиабатическом процессе ($1 \to 2'$ или $1 \to 2''$).

   Можно наблюдать, что добавка теплоты Q приближает процесс к изотерме T_0.

II. 1) Рассмотрим расширение газа по адиабате ($1 \to 2$). $Q < 0$, $\Delta P_{\text{ад}} < 0$, отсюда в соответствии с формулой (4) $|\Delta P| > |\Delta P_{\text{ад}}|$. Таким образом, процесс «будет идти» стремительнее ($1 \to 2'$).

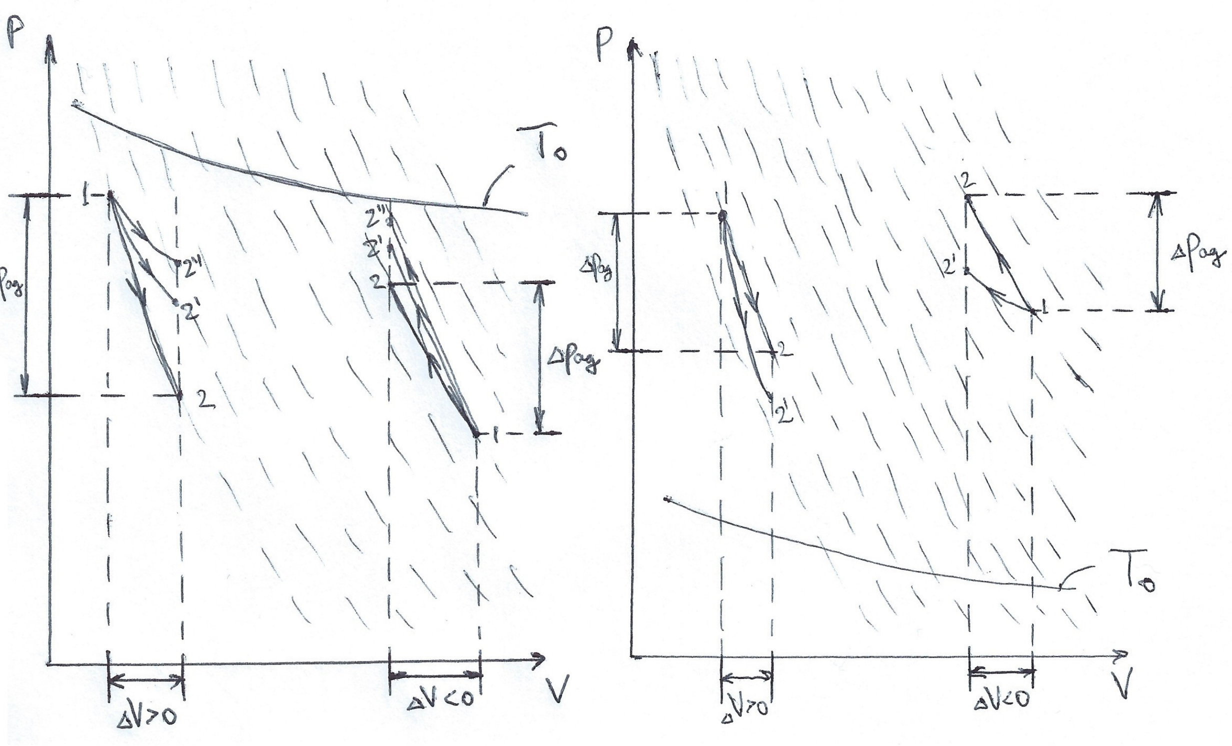


Рис. 4. PV–диаграмма

2) Рассмотрим сжатие газа по адиабате ($1 \to 2$). $Q < 0$, $\Delta P_{\text{ад}} > 0$, отсюда в соответствии с формулой (4) $|\Delta P| < |\Delta P_{\text{ад}}|$. Таким образом, процесс «будет идти» менее «круто» ($1 \to 2'$).

В итоге получаем, что все процессы стремятся к изотерме T_0.

А теперь попробуем построить круговой процесс.

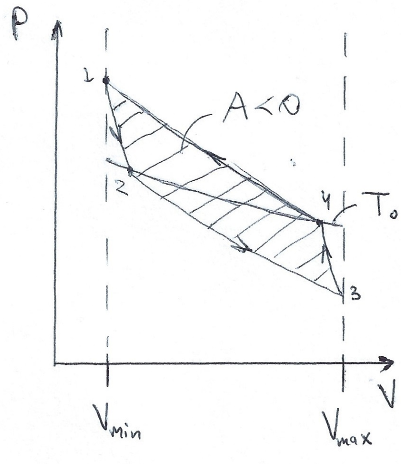


Рис. 5. Круговой процесс

Таким образом, *мы получили ход против часовой стрелки* ($A < 0$), причем этот *процесс необратим.* Обратного хода быть не может, т.к. есть теплообмен газа и резервуара.

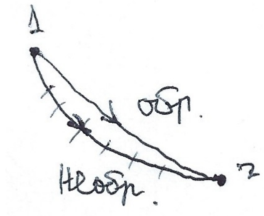
Заметим, что чем медленнее будем двигаться, там «уже» будет картинка, т.е. мы приближаемся к изотерме. Чем быстрее будем двигаться, тем картинка «шире», т.е. процесс приближается к адиабатическому.

Мы получили утилизатор работы.

Вывод: *имея один тепловой резервуар, нельзя построить тепловую машину, но можно построить утилизатор работы.*

Отсюда легко получить **неравенство Клаузиуса**:

Пусть мы имеем один тепловой резервуар. Газ можно перевести из состояния 1 в состояние 2 двумя способами: обратимым и необратимым.



$$\delta Q^{\text{ноб}} = dU + \delta A^{\text{ноб}}$$
$$\delta Q^{\text{об}} = dU + \delta A^{\text{об}}$$

Из этого можно получить круговой процесс путем обращения обратимого процесса. Тогда:

$$\delta Q = \delta Q^{\text{ноб}} - \delta Q^{\text{об}} = \delta A^{\text{ноб}} - \delta A^{\text{об}} \leqslant 0 \text{ — по доказанному}$$
$$\delta Q^{\text{ноб}} \leqslant \delta Q^{\text{об}} = TdS$$
$$dS \geqslant \frac{\delta Q^{\text{ноб}}}{T}$$
$$0 = \oint dS \geqslant \oint \frac{\delta Q^{\text{ноб}}}{T}$$

$$\boxed{\oint \frac{\delta Q^{\text{ноб}}}{T} \leqslant 0} \text{ — } \textbf{неравенство Клаузиуса.}$$

Отсюда следует, что в необратимых адиабатически–изолированных процессах энтропия не убывает — **закон возрастания энтропии**:

$$dS \geqslant \frac{\delta Q^{\text{ноб}}}{T} = 0 \Rightarrow dS \geqslant 0.$$

Г. С. Демьянов, 642 группа, 2017 г.